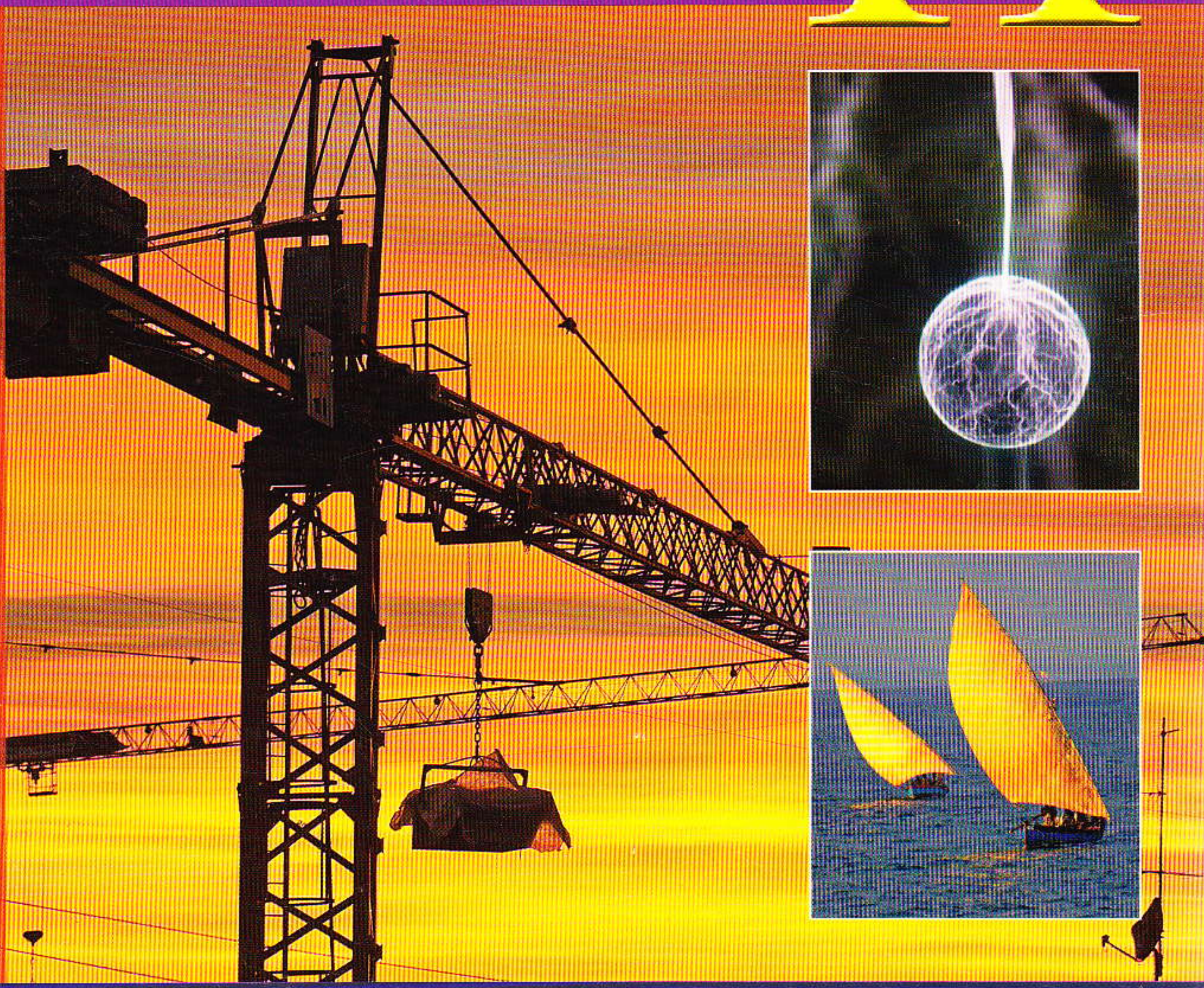
NOVO CURRÍCULO DO ENSINO SECUNDÁRIO

FÍSICA 11

PRÉ-UNIVERSITÁRIO

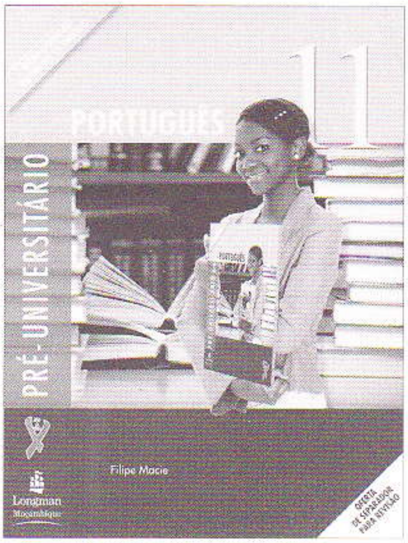


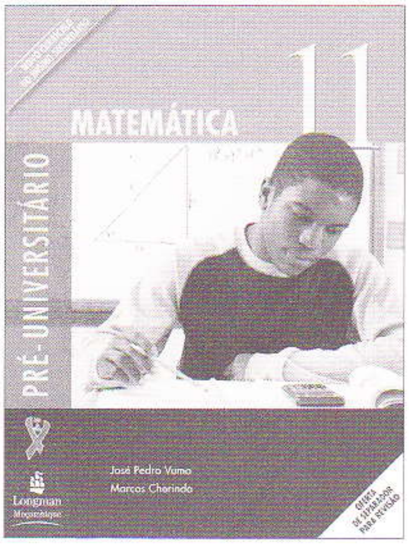
Mário Baloi

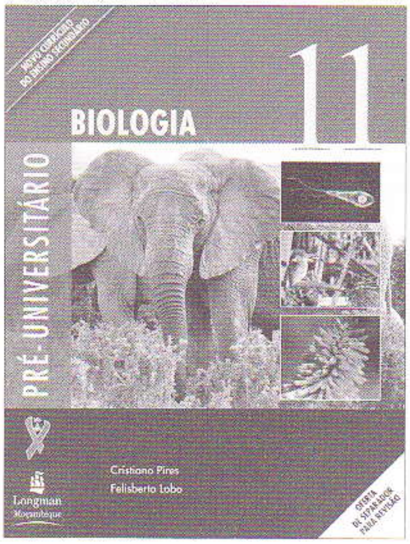
Longman Moçambique

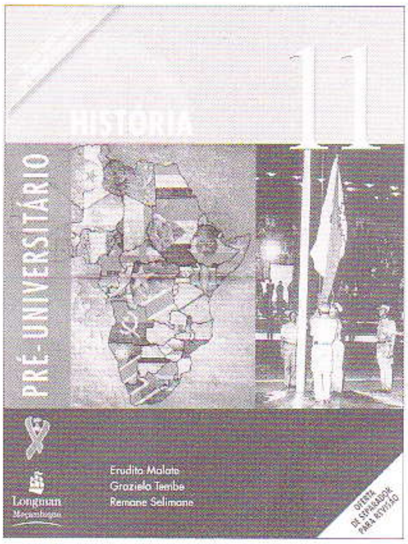
OFERTA DE SEPARADOR PARA REVISÃO

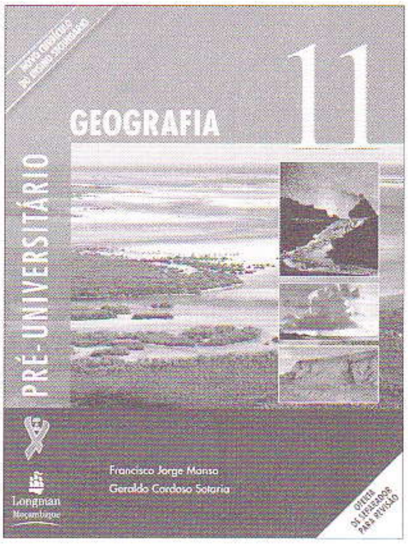
Títulos disponíveis para a 11.ª Classe

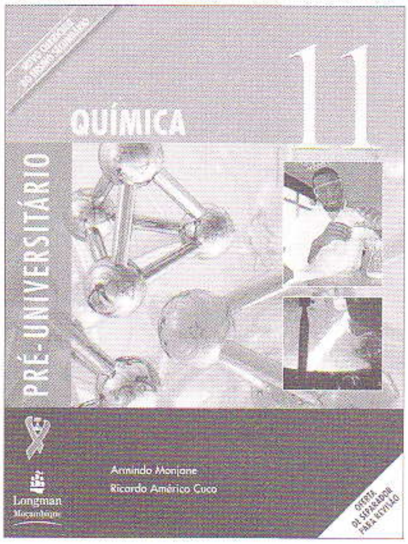


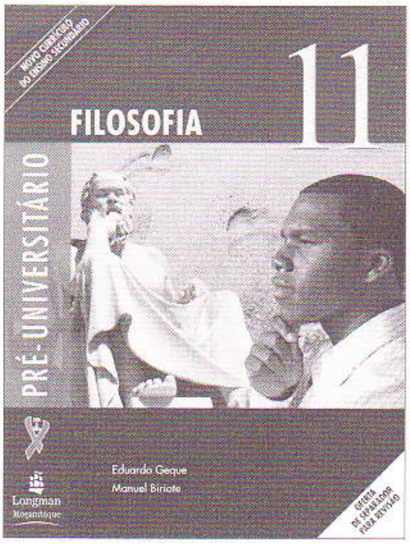


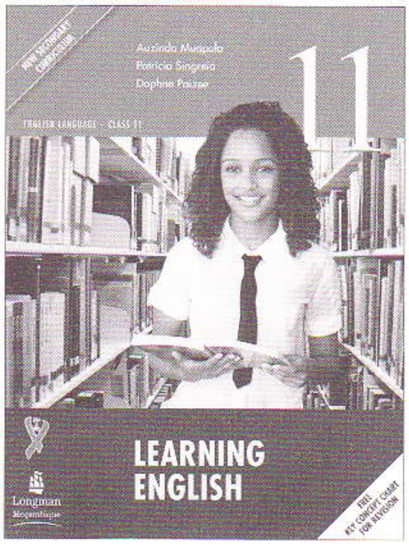












Mário Baloi

FÍSICA 11

PRÉ-UNIVERSITÁRIO

Longman
Moçambique

Estrutura do Livro

O livro do aluno de Física para a 11.ª classe é composto por quatro unidades didácticas, que apresentam a seguinte estrutura:

Indicação da unidade e do tema nela tratado

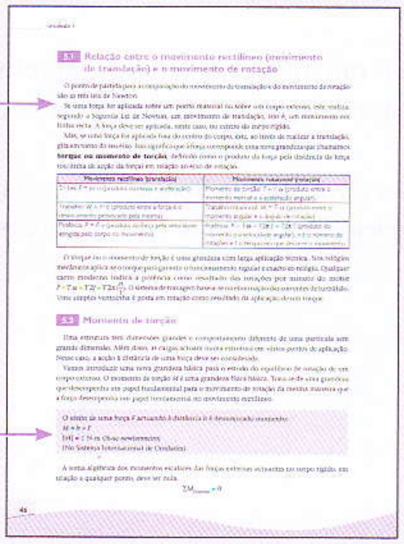
Objectivos da unidade

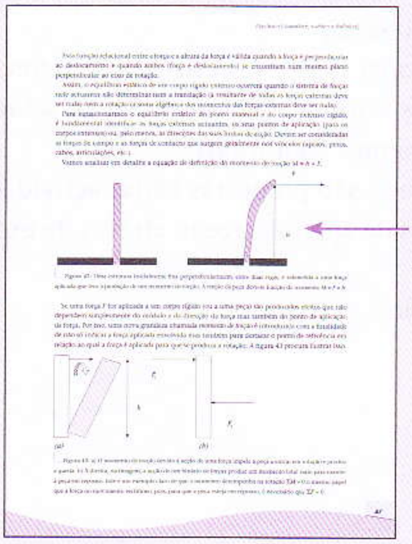
Imagem motivadora

Textos introdutórios, que apresentam e contextualizam os conteúdos da unidade

Textos explicativos

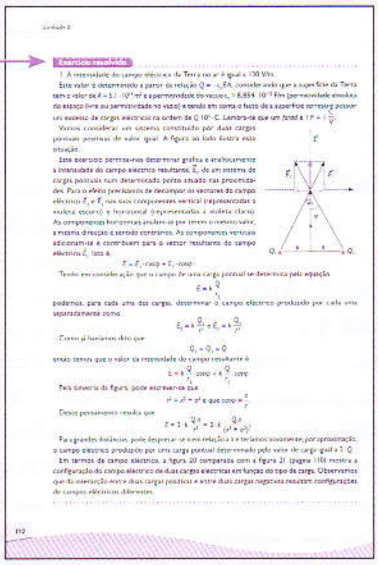
Explicação de conceitos

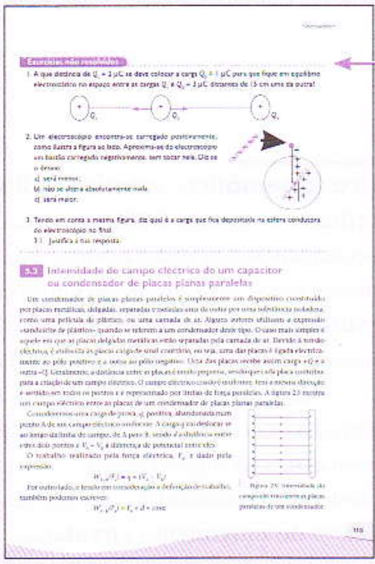




Imagens, figuras e tabelas de apoio

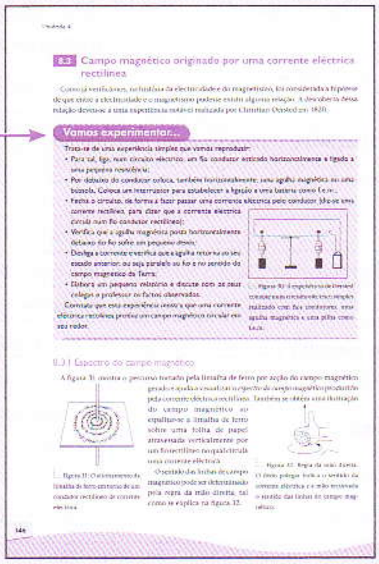
Exercícios resolvidos





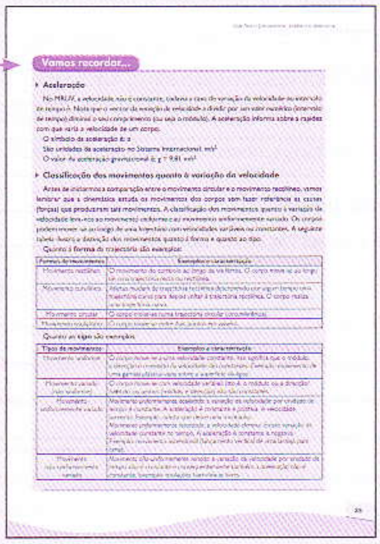
Exercícios não resolvidos

Vamos experimentar
Experiências simples que permitem pôr em prática os conteúdos abordados



Saber mais
Secções onde se demonstram as aplicações dos conceitos teóricos na realidade da vida quotidiana, aprofundando e consolidando os conhecimentos adquiridos

Vamos recordar
Resumo da matéria estudada na unidade



Soluções
No final do livro são apresentadas as soluções de todos os exercícios não resolvidos, permitindo verificar a correcção das respostas dadas

Este livro inclui ainda um prático separador, com informação útil para o aluno.

Índice

Unidade 1

Mecânica (cinemática, estática e dinâmica)

No final desta unidade, deverás ser capaz de:

- aplicar as Leis do MRU na resolução de exercícios concretos;
- interpretar os gráficos da velocidade e da posição em função do tempo;
- aplicar as Leis do MRUV na resolução de exercícios concretos;
- interpretar os gráficos da aceleração, da velocidade e da posição em função do tempo;
- resolver exercícios concretos relacionados com a queda livre dos corpos;
- deduzir as expressões do movimento circular em analogia com o movimento rectilíneo;
- aplicar a condição de equilíbrio de rotação na resolução de exercícios concretos;
- aplicar as Leis de Newton na resolução de exercícios concretos;
- aplicar a força centrípeta na resolução de exercícios concretos.

Introdução

Nas classes anteriores tiveste oportunidade de conhecer as várias áreas da Física. Na 11.ª classe vais dar continuidade a esse processo e ao mesmo tempo aprofundar os teus conhecimentos. Vamos iniciar com o estudo da mecânica como um ramo das ciências físicas que se ocupa do movimento e do equilíbrio dos corpos. O ramo da mecânica é subdividido nas seguintes áreas: cinemática, estática e dinâmica.

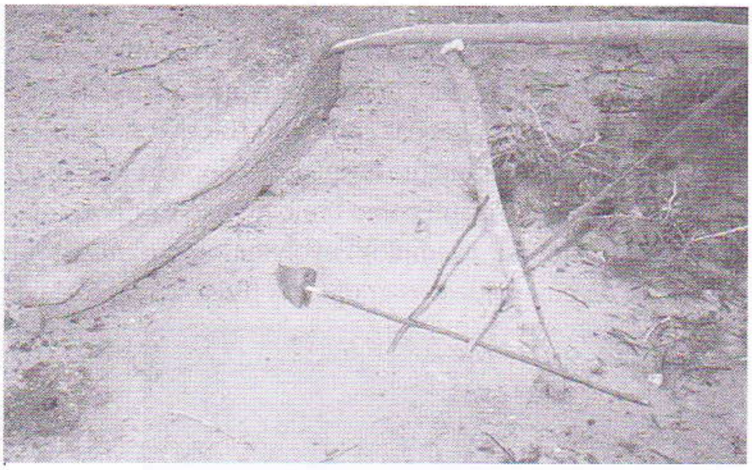


Figura 1: Diua, instrumento usado na província de Tete para a caça de animais de pequeno porte.

No nosso dia-a-dia deparamos com inúmeras situações relacionadas com a aplicação das leis da mecânica. Por exemplo, o diua é um instrumento de caça que pode constituir objecto de estudo da estática, particularmente quando se estudam as condições de equilíbrio dos corpos. É um instrumento usado na província de Tete, no distrito de Vuzi-Mazoe e na localidade de Boroma para a caça de animais de pequeno porte (ratos, passarinhos, esquilos e perdizes).

Um outro caso interessante é o moinho de vento. O estudo do movimento circular permite compreender como funciona o moinho de vento. O moinho usa hélices que se movimentam de forma circular de modo a captar a energia eólica (energia devida ao movimento do vento). O moinho de vento pode constituir objecto de estudo da condição de equilíbrio de rotação.

Figura 2: Moinho de vento.

O movimento devido à acção de uma força de tracção – neste caso, tracção animal – vem sendo usado por camponeses no transporte de produtos agrícolas.

Figura 3: Transporte de produtos agrícolas através de tracção animal.

1. Movimento rectilíneo uniforme (MRU)

Vamos iniciar o estudo da cinemática como continuação da 10.ª classe. A palavra «cinemática» tem origem na palavra grega «*kinema*», que significa «movimento». A cinemática é a parte da mecânica que estuda o movimento de pontos materiais ou de corpos no espaço. A descrição dos movimentos dá-se através das grandezas físicas como posição (s), velocidade (v) e aceleração (a). Na cinemática do movimento de qualquer ponto material, as forças que produziram o movimento não têm relevância, assim como também não é importante a massa do corpo (massa da carroça ou do mosquito, por exemplo) envolvida no movimento. Isso quer dizer que, na resolução de exercícios da cinemática, as grandezas físicas como força e massa não desempenham nenhum papel: diz-se, no âmbito da cinemática, que são grandezas desprezáveis. Assim, na cinemática não se faz referência às causas, isto é, às forças que originaram o movimento.

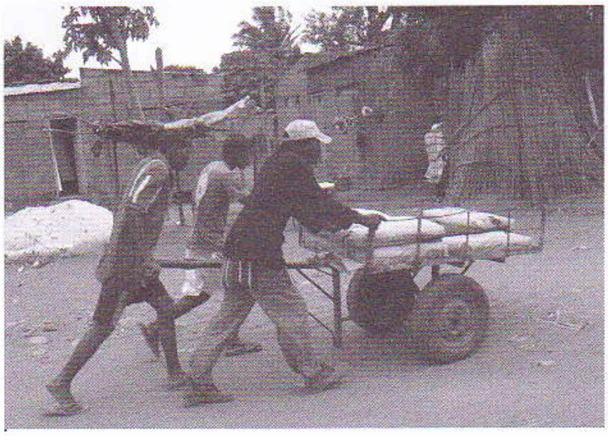


Figura 4: Movimento de transporte usando um *thôva* (na língua tsonga).

Iniciemos o estudo da cinemática com o estudo do movimento rectilíneo uniforme (MRU).

O exemplo retratado na figura 4 refere-se a um movimento de transporte usando uma carroça-de-mão. Este movimento dá-se em longas distâncias, geralmente em linhas rectas.

1.1 Conceitos de trajectória, distância e deslocamento

A disciplina de Física requer que prestes especial atenção aos conceitos de trajectória, distância e deslocamento. Estes conceitos ganham um sentido específico dentro da cinemática.

Tomemos como exemplo o caso do mosquito. Já te apercebeste de que o movimento do mosquito está associado à frequente mudança de posição.

Qual dos conceitos – trajectória, distância e deslocamento – é apropriado para descrever o movimento complexo do voo do mosquito? Comecemos por definir alguns conceitos.

Trajectória é uma linha que une todos os pontos ocupados pelo corpo no decorrer do seu movimento. Refere-se a qualquer caminho percorrido ou descrito por um corpo. O caminho indica exactamente a trajectória seguida pelo corpo em movimento. Nota que o caminho pode ser inicialmente uma trajectória em linha recta seguida de uma trajectória curvilínea. A figura 5 ilustra-o.

Figura 5: O caminho percorrido por um mosquito pode assumir uma trajectória complexa.

Distância é o comprimento da trajectória desenhada no percurso desde o ponto inicial, ou de partida, até ao ponto final, ou de chegada, por um corpo. É uma grandeza escalar sempre de valor positivo. No exemplo da figura 6, a distância seria indicada pelo comprimento da linha que une os pontos A e B.

Figura 6: Distância percorrida no movimento entre o ponto A e o B.

Deslocamento é um vector que indica a mudança de posição de um ponto material ou de um corpo a partir da sua posição de partida até ao ponto de chegada. É uma grandeza vectorial porque possui um módulo, uma direcção e um sentido. Portanto, a um dado deslocamento podem corresponder também diferentes trajectórias. A figura 7 ilustra-o. A variação de posição de um corpo no intervalo de tempo Δt considerado, é caracterizada pelo vector deslocamento Δr, que tem origem na posição A e ponto de chegada na posição B.

Figura 7: O deslocamento caracteriza-se pelo comprimento e sentido do movimento de um ponto material.

Saber mais

Que distância pode percorrer um mosquito?

Um mosquito possui uma pequeníssima massa que varia de 2 a 2,5 mg. A sua velocidade chega a variar entre 1,5 a 2,5 km/h. Considera-se que a velocidade média seja de 0,5 m/s. Ele voa em média 2 h (2 x 3600 s) por dia e vive cerca de 30 dias.

Os voos do mosquito dependem das mais diversas condições do meio ambiente. Têm especial importância a altura (em relação ao nível do mar), o tempo e o clima, a pressão atmosférica, a temperatura e a luz.

Por exemplo, a actividade do mosquito é mais acentuada no tempo quente, sem vento, com céu pouco nublado e fraca radiação solar directa. Nestas condições, o mosquito chega a realizar voos a 100 m de altitude.

Num tempo chuvoso ou frio, muitos mosquitos realizam voos a baixas altitudes, de pequenas distâncias e nas proximidades da superfície terrestre. A temperaturas muito baixas, os mosquitos abandonam praticamente a sua actividade de voo.

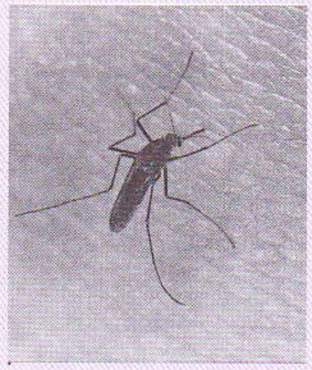


Figura 8: Segundo a Organização Mundial de Saúde, a malária mata uma criança a cada 30 segundos. A doença é transmitida pelo mosquito Anophele.

1.2 Equação do movimento linear – movimento rectilíneo uniforme (MRU)

Para responder à questão sobre a possível relação entre a distância percorrida por um corpo, o tempo e a sua velocidade, vamos considerar inicialmente dois casos interessantes: um peão e um ciclista. Ambos percorrem distâncias de 10 m, 20 m, 30 m, 40 m e 50 m. Qual dos dois se desloca mais depressa? Podes prever o resultado: o ciclista possui maior velocidade.

Embora conheças já a resposta, terás de aprender algumas técnicas de raciocínio e de cálculo para poderes justificar a tua resposta. Em ciências físicas, uma das formas de argumentação é baseada na experimentação, elaboração e interpretação das leis e dos respectivos gráficos. Vamos, por isso, praticar esta forma de raciocínio.

Vamos experimentar...

Um ciclista e um peão deslocam-se, em linha recta, de um ponto para outro. Os resultados das medições são apresentados na tabela abaixo. O ciclista percorre a mesma distância que o peão, mas o tempo que gastam é diferente. Analisa cuidadosamente os dados fornecidos na tabela. Eles mostram que o ciclista percorre os 10 metros no tempo de 2 segundos. Trata-se de um ciclista rápido. Por sua vez, o peão para uma mesma distância gasta 10 segundos. Ou seja, gasta 1 segundo em cada passo (fazendo passos de 1 metro cada).

Posição	0 m	10 m	20 m	30 m	40 m	50 m
Tempo do peão	0 s	10 s	20 s	30 s	40 s	50 s
Tempo do ciclista	0 s	2 s	4 s	6 s	8 s	10 s

Com os dados fornecidos, é possível traçar os respectivos gráficos de posição em função do tempo. Vejamos como.

Gráficos do movimento rectilíneo uniforme

Agora podes usar os dados da tabela anterior para saber qual dos dois corpos é o mais rápido. Certamente chegarás à conclusão de que o objecto que gasta menos tempo para percorrer uma mesma distância é, obviamente, o mais rápido, ou seja, o ciclista é mais rápido do que o peão. Os resultados da experiência confirmam a previsão anterior.

Os resultados da tabela mostram também que existe uma certa proporcionalidade entre as distâncias percorridas pelo ciclista ou pelo peão e o tempo gasto por cada um deles. Em linguagem matemática, diz-se que a distância é *directamente proporcional* ao tempo. É convincente e mais fácil ilustrar uma proporcionalidade directa apresentando a relação entre as duas grandezas físicas através de um gráfico. Geralmente escolhe-se *o eixo das abcissas* para representar a *variável independente*, isto é, os *intervalos de tempo* em segundos, e o *eixo das coordenadas* para representar a *variável dependente*, isto é, as *posições dos corpos no decorrer do movimento*. Como sabes, um corpo está em movimento se a sua posição relativa a um dado referencial sofrer variação ao longo do tempo – caso contrário, o corpo encontra-se em repouso. Por outro lado, um corpo pode estar em movimento e em repouso simultaneamente. Por exemplo: o ciclista que fez o percurso acima referido sentado no selim da sua bicicleta está em repouso em relação ao referencial bicicleta e em movimento em relação a qualquer referencial exterior à bicicleta.

Uma das vantagens da *representação gráfica* é a possibilidade de *análise comparativa* de ambos os resultados de medições. Obtém-se, assim, o gráfico da figura 9.

O gráfico mostra que a distância percorrida quer pelo peão quer pelo ciclista é directamente proporcional ao tempo gasto nesse percurso. Repara que a proporcionalidade directa é reflectida pela linha recta do gráfico, recta essa que passa pela origem do referencial cartesiano.

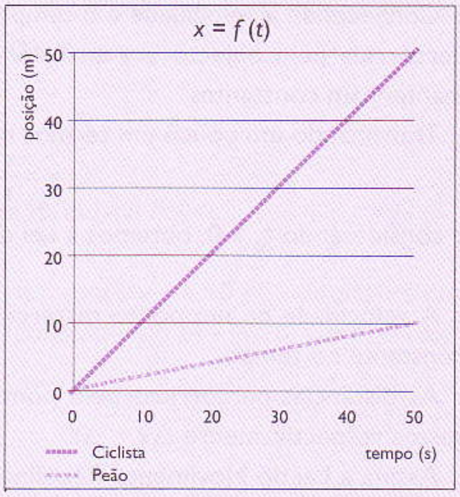


Figura 9: Gráfico da posição em função do tempo.

Recorda-te de que, nas classes anteriores, aprendeste a usar o *conceito* ou a *grandeza física* denominada *velocidade* para responder à questão da comparação da rapidez de objectos. A velocidade é representada pelo símbolo v e a relação referida é dada por:

$$v_{média} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Para o peão podemos apresentar os seguintes dados:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\ \text{m}}{10\ \text{s}} = \frac{20\ \text{m}}{20\ \text{s}} = \frac{30\ \text{m}}{30\ \text{s}} = \frac{40\ \text{m}}{40\ \text{s}} = \frac{50\ \text{m}}{50\ \text{s}} = 1\ \text{m/s}$$

E para o ciclista, os seguintes dados:

$$v_{média} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\ \text{m}}{2\ \text{s}} = \frac{20\ \text{m}}{4\ \text{s}} = \frac{30\ \text{m}}{6\ \text{s}} = \frac{40\ \text{m}}{8\ \text{s}} = \frac{50\ \text{m}}{10\ \text{s}} = 5\ \text{m/s}$$

Equação da velocidade para o movimento rectilíneo uniforme (MRU)

Vamos recorrer novamente à representação gráfica, agora para apresentar a relação entre a velocidade e o tempo. A partir dos dados apresentados anteriormente, obtêm-se os gráficos das figuras 10 e 11.

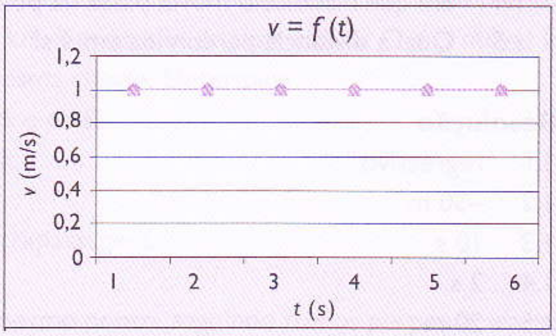


Figura 10: Gráfico da velocidade em função do tempo: caso do peão.

A figura 10 mostra que a velocidade do peão é constante, de módulo igual a 1 m/s, no intervalo de tempo considerado. E quando, com base na tabela anterior, apresentamos, graficamente, os dados do ciclista, obtemos a mesma situação (figura 11). Neste caso, a velocidade é constante e de módulo igual a 5 m/s.

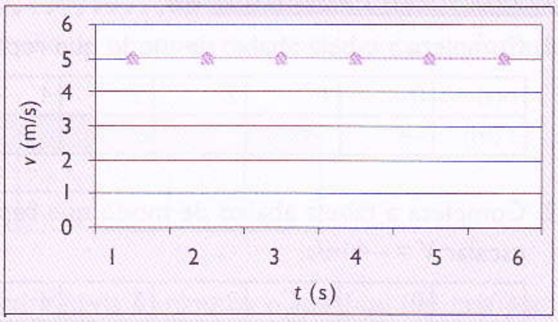


Figura 11: Gráfico da velocidade em função do tempo: caso do ciclista.

Se tiveres em consideração a expressão apresentada anteriormente,

$$v_{média} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

facilmente constatas que a distância percorrida pode ser determinada calculando a área do gráfico $v = f(t)$ acima apresentado (figura 9).

Conhecendo a velocidade e o tempo, podemos calcular a partir do gráfico ($v \times t$) a distância percorrida pelo objecto em qualquer intervalo de tempo, desde que todas as condições se mantenham constantes.

Trabalhando um pouco em termos matemáticos a expressão acima,

$$v = \frac{x - x_0}{t - t_0} \Leftrightarrow x - x_0 = v\,(t - t_0)$$

e considerando $t_0 = 0$, obtemos a Lei do MRU na seguinte forma:

$$x = x_0 + vt$$

A velocidade de um ponto material ou de um corpo em movimento rectilíneo uniforme é constante no tempo.

As distâncias percorridas pelo ponto material são directamente proporcionais aos tempos gastos respectivamente $\Delta x \sim \Delta t$.

Assim, a Lei do Movimento Rectilíneo Uniforme é descrita pela equação horária:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Exercício resolvido

1. A equação horária de um MRU é $x = 50 - 5t$ (SI). Faz um esquema do movimento na trajectória orientada e responde às seguintes questões.
   1.1 O MRU é progressivo ou regressivo?
   1.2 Em que posição o móvel se encontra em $t = 20$ s?
   1.3 Em que instante o móvel passa na origem?
   1.4 Em que instante o móvel passa na posição 40 m?
   1.5 Qual a distância percorrida em 4 s?

Resolução

1.1 regressivo
1.2 –50 m
1.3 10 s
1.4 2 s
1.5 20 m

Exercícios não resolvidos

1. Completa a tabela abaixo de modo que represente um movimento uniforme:

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s (m)	–4	–4		5		11	14		20		

2. Completa a tabela abaixo de modo que represente um movimento uniforme de velocidade escalar $V = -4$ m/s.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s (m)				16							

3. Um automóvel parte de um local situado 20 km à esquerda de uma cidade A, dela se aproximando com velocidade escalar constante de 50 km/h. Determina:
   a) a equação horária do seu movimento;
   b) a posição do automóvel 5 h após ter iniciado o percurso;
   c) o instante em que ele passa pela cidade A;
   d) em que instante passa pelo quilómetro 300 à direita da cidade A.

4. No instante em que se iniciou a marcação do tempo, um móvel está 80 m à direita de um ponto Q, dele se aproximando com velocidade escalar constante de 144 km/h. Determina:
   a) a equação horária do seu movimento;
   b) a posição do móvel em $t = 30$ s;
   c) o instante em que passa pelo ponto Q;
   d) a distância que percorre entre $t = 1$ s e $t = 15$ s.

5. Dois móveis, A e B, partem simultaneamente um ao encontro do outro com velocidade $VA = 7{,}5$ m/s e $VB = 17{,}5$ m/s. A distância que os separa é de 1500 metros. Determina após quanto tempo ocorre o encontro e qual a distância que cada um percorre até esse instante.

6. Um comboio com velocidade escalar constante de 72 km/h leva 1 minuto para atravessar um túnel de 800 m de comprimento. Qual é o comprimento do comboio?

7. Dois móveis, A e B, partem simultaneamente percorrendo uma mesma trajectória rectilínea com velocidades escalares constantes de 30 km/h e de 10 km/h, ambos em movimento progressivo. O móvel A parte de um local 7 km à esquerda de uma cidade C e o móvel B parte de um local situado 3 km à direita da mesma cidade. Determina:
   a) as equações horárias dos movimentos de A e de B;
   b) o instante em que ocorreu a ultrapassagem;
   c) a posição onde se deu a ultrapassagem;
   d) a distância que cada um percorreu até à ultrapassagem.

8. Dois barcos partem simultaneamente de um mesmo ponto, seguindo rumos perpendiculares entre si. Sendo de 30 km/h e 40 km/h o módulo das suas velocidades, qual o valor da distância entre eles após 6 minutos de movimento?

9. Escreve as equações horárias da posição em função do tempo para os movimentos uniformes referentes às tabelas apresentadas a seguir:

Tabela A				
s (m)	10	15	20	25
t (s)	0	1	2	3

Tabela B				
s (m)	50	40	30	20
t (s)	0	1	2	3

10. Um passageiro perdeu um autocarro que partira havia 5 minutos e apanhou um táxi para alcançá-lo. A velocidade do autocarro é 60 km/h e a do táxi 90 km/h. Quantos minutos o táxi levou para alcançar o autocarro?

11. Dois motociclistas, A e B, partem de um mesmo ponto de uma estrada recta com velocidades escalares constantes de 36 km/h e 108 km/h. Sabendo que se movem ambos em movimento progressivo e que B parte 3 segundos após a partida de A, determina:
    a) o instante do encontro em relação à partida de B;
    b) a posição do encontro.

12. Um móvel animado de MRU possui uma velocidade de 12 m/s. No instante inicial encontra-se na posição −42 m. Se o movimento é regressivo escreve a equação horária do movimento.
    12.1 Agora, responde às seguintes questões:
        a) Qual a posição do móvel no instante 4 s?
        b) Depois de quanto tempo terá percorrido uma distância de 18 m?
        c) O móvel passa pela origem?

13. Uma pessoa emite um som em frente a uma montanha que está a uma distância de 1700 m e ouve o eco após 10 s. Determina a velocidade de propagação do som no ar.

14. Dois móveis, A e B, partem simultaneamente de um mesmo ponto com velocidades de 6 m/s e 8 m/s. Indica a distância existente entre eles após 10 s de movimento nos seguintes casos:
    a) movem-se na mesma direcção e no mesmo sentido;
    b) movem-se na mesma direcção e em sentidos contrários;
    c) movem-se em direcções perpendiculares.

15. Um carro movimenta-se em movimento rectilíneo segundo a equação $x = 40 - 8t$ no SI. Determina:
    a) a posição inicial;
    b) a posição no instante 5 s;
    c) o deslocamento para $t = 4$ s;
    d) o instante em que o móvel passa por $s = -20$ m;
    e) o instante em que o móvel passa pela origem;
    f) a distância percorrida ao fim de 10 s.

16. Dois móveis, A e B, partem simultaneamente percorrendo uma mesma trajectória com velocidades constantes e iguais a 30 km/h e 10 km/h respectivamente, ambos em movimento progressivo. O móvel A parte de um local situado 6 km à esquerda de uma cidade X e o móvel B, parte de um local situado 4 km à direita da mesma cidade. Determina:
    a) a equação horária de cada um;
    b) o instante da ultrapassagem;
    c) a posição da ultrapassagem;
    d) em que posição se encontra o móvel B, quando o móvel A passa na cidade X;
    e) a distância entre ambos após 4 h de movimento.

17. Um carro que se desloca com velocidade escalar constante de 72 km/h, quantos quilómetros percorrerá em 10 minutos?
    17.1 Quantos minutos gastaria para percorrer 4320 metros?

Saber mais

A bicampeã Maria de Lurdes Mutola

Como sabes, em grande parte das situações do dia-a-dia em que se verifica movimento de um corpo ou de um ponto material, este ocorre com velocidade variável; ou seja, a velocidade não é constante no decorrer do tempo em que acontece o movimento.

Um exemplo vem da bicampeã olímpica moçambicana Maria de Lurdes Mutola. Ao percorrer a distância dos 800 m, ela não o faz com velocidade constante. Partindo do repouso no instante em que o tempo é igual a zero, ela vai aumentando gradualmente a sua velocidade. Segue-se um período em que a velocidade tende a ser constante. Mas a velocidade varia ao longo da corrida: tanto pode aumentar um pouco como diminuir. A situação altera-se nos momentos finais perto da meta. A surpresa do mundo e admiração por ela surgiu quando nos últimos 80 m aumentou de forma significativa a sua velocidade, reduzindo, assim, o tempo de que necessitaria para chegar à meta nos primeiros jogos olímpicos de Sidney. Esta jovem, que começou por jogar futebol no Bairro de Chamanculo, nos subúrbios da Cidade de Maputo, viria a ganhar pela primeira vez a medalha de ouro e a pôr o nome de Moçambique no pódio das melhores nações na área do atletismo. Hoje em dia é conhecida carinhosamente pelos Moçambicanos como «a menina de ouro».

Figura 12: A atleta moçambicana Maria de Lurdes Mutola.

Como calcular a velocidade da bicampeã olímpica quando a velocidade não é constante, isto é, quando o movimento não é uniforme? Nota que o movimento da atleta se dá com a variação da velocidade em termos de módulo, direcção e sentido, pois a corrida é realizada numa trajectória circular. Esta situação requer alguns conhecimentos de Física para ser resolvida.

Os conceitos de velocidade instantânea e velocidade média são importantes nestas situações. É-nos difícil indagar sobre a velocidade instantânea (ou seja, a velocidade em cada instante em qualquer ponto do movimento) da atleta. Como poderíamos calcular essa velocidade? Simplifiquemos as situações de modo a resolver o problema.

Em primeiro lugar, vamos desenvolver o conceito de velocidade média e em que situações é aplicável.

Mesmo sabendo que a atleta Lurdes Mutola, na corrida de Edmonton de 2001, percorreu os 800 m no tempo de 3 min e 45 s, não sabemos, por exemplo, em que tempo teria percorrido a distância dos 0–100 m, 100–200 m, 200–300 m, 300–400 m, 400–500 m, 500–600 m, 600–700 m e 700–800 m. Enquanto ela corria, alguém deveria ter registado o tempo que ela levou a percorrer estas distâncias. Tal permitiria que calculássemos a relação entre a variação das distâncias e os respectivos intervalos de tempo gastos em cada percurso.

A velocidade média é o quociente entre a variação das distâncias em função dos respectivos intervalos de tempo gastos em cada percurso considerado.

O conceito de velocidade média tem um significado especial nos casos em que a variação da velocidade não é regular.

$$v_{méd} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \text{ ou seja } v_{méd} = \frac{(s_f - s_i)}{(t_f - t_i)} \text{ (definição da velocidade média)}$$

Por definição, $\Delta s = s_f - s_i$ é o deslocamento. O deslocamento é a variação da distância final à qual se subtrai a distância inicial. Por outras palavras, o deslocamento é a variação das coordenadas de posição do corpo.

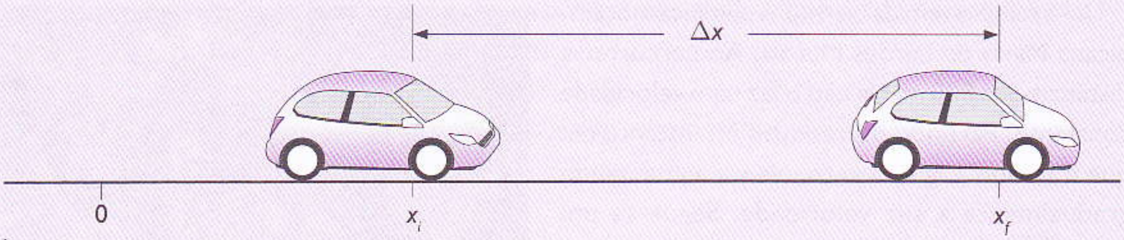


Figura 13: O deslocamento calcula-se subtraindo a distância inicial à distância final.

Se uma viatura se move em linha recta, o deslocamento pode ser dado pela variação das coordenadas de posição $\Delta x = x_f - x_i$.

Glossário

Movimento

Caracteriza a variação de posição de um corpo em relação a um segundo corpo. O segundo corpo é considerado como corpo de referência. Mas poderia discutir-se se o segundo corpo estaria em movimento em relação a um suposto terceiro corpo; assim, todo o movimento é relativo. A descrição do movimento realiza-se frequentemente na forma de tabelas contendo os valores de grandezas físicas do movimento, equações e gráficos do movimento.

Ponto material

É uma idealização (um modelo) em que o volume (portanto, as dimensões) de um corpo qualquer não têm nenhuma importância para a resolução de um dado problema (ou seja, as dimensões do corpo real são consideradas desprezáveis). Assim, a idealização significa que toda a massa de um corpo ou de um objecto está concentrada num único ponto, chamado ponto material. Com esta idealização, torna-se mais simples descrever o movimento.

Velocidade (v)

A velocidade é uma grandeza física, que caracteriza o estado de movimento de um corpo. Indica a rapidez com que um corpo se move, ou seja, descreve a taxa da variação de posição no tempo. A velocidade é uma grandeza vectorial, sendo, por isso, representada por um vector. O vector velocidade possui um módulo (comprimento do vector), direcção e sentido (representados por uma seta).

Exercícios

1. Numa prova de 800 m femininos, consideremos que as atletas realizam uma corrida em linha recta. Uma das atletas, partindo inicialmente do repouso, percorre a distância de 100 m decorridos 50 s. Após 80 s, a atleta encontra-se a 200 m do local de partida. Calcula a velocidade média da atleta.

2. Analisa atentamente os dados de Maria de Lurdes Mutola nas corridas internacionais. Calcula a velocidade média e completa a última coluna da tabela.

Medalha olímpica	Local	Distância	Tempo	Velocidade média ($v_{média}$)
Ouro	Sidney 2000	800 m	1 min e 56 s	
Bronze	Atlanta 1996	800 m	1 min e 58 s	
Campeã mundial de atletismo				
Ouro	Paris 2003	800 m	1 min e 59 s	
Ouro	Edmonton 2001	800 m	1 min e 57 s	3,6 m/s
Ouro	Estugarda 1993	800 m	1 min e 55 s	
Prata	Sevilha 1999	800 m	1 min e 56 s	
Bronze	Atenas 1997	800 m	1 min e 57 s	

3. A Corrida Internacional de São Silvestre, uma prova pedestre, foi realizada no dia 31 de Dezembro de 2009, na cidade de São Paulo, numa distância de 15 km. Nela participaram pessoas de ambos os sexos. A lista dos 10 melhores masculinos de São Silvestre e os resultados obtidos é apresentada na tabela seguinte.

3.1 Calcula, para cada caso, a velocidade média dos atletas.

	Nome	País	Tempo
1.º	James Kipsang Kwambai	Quénia	44 min 40 s
2.º	Elias Kemboi Chelimo	Quénia	44 min 58 s
3.º	Robert Kipkoech Cheruiyot	Quénia	45 min 30 s
4.º	Diego Alberto Colorado	Colômbia	45 min 32 s
5.º	William Naranjo	Colômbia	45 min 36 s
6.º	Marco Joseph	Tanzânia	46 min 14 s
7.º	Stanley Kipleting Biwott	Quénia	46 min 36 s
8.º	Clodoaldo Gomes dos Santos	Brasil	46 min 40 s
9.º	Francisco Barbosa dos Santos	Brasil	46 min 47 s
10.º	Kipkemei Mutai	Quénia	46 min 53 s

Fonte: http://www.saosilvestre.com.br

Velocidade dos aviões em Moçambique

As velocidades dos aviões usados em Moçambique situam-se entre 500 km/h e 900 km/h. Uma viagem Maputo-Beira dura aproximadamente 45 minutos, portanto o mesmo tempo que levaria o voo Maputo-Joanesburgo. A partir destes dados, poderias calcular, por aproximação, a distância percorrida.

Além das aeronaves *Boeing* 737-200 das Linhas Aéreas de Moçambique (LAM), existem as aeronaves da MEX-Mozambique Express Q4000 da Bombardier também ao serviço da LAM. Estas estão equipadas com tecnologia de ponta e exploram o espaço aéreo moçambicano. Têm uma capacidade para 74 passageiros. São consideradas aeronaves-amigas-do-ambiente pelo facto de serem silenciosas devido ao Sistema de Supressão de Ruído e Vibração (NVS).

Vamos recordar...

Grandezas físicas

As grandezas físicas expressam qualitativa e quantitativamente as propriedades mensuráveis ou as características mensuráveis de estado, de processo ou de um objecto. Uma grandeza física (gf) pode ser expressa como um *produto* entre o *valor numérico* e a *unidade*, ou seja gf = {gf}[gf]. Uma grandeza física requer para sua identificação um símbolo, nome ou designação, um símbolo de unidade e a sua relação com as unidades básicas. A tabela seguinte ilustra essa relação:

Grandeza física	Símbolo da grandeza	Nome da unidade	Símbolo da unidade	Relações com as unidades
Área	A	Metro quadrado	m^2	$1\ m^2 = 1\ m.1\ m$
		Hectare	ha	$1\ ha = 10^4 m^2$
Volume	V	Metro cúbico	m^3	$1\ m^3 = 1\ m.1\ m.1\ m$
		Litro	L	$1\ L = 10^{-3} m^3$
Força	F	Newton	N	$1\ N = 1\ kg.1\ m/s^2$
Unidade básica	1 metro é definido como sendo o comprimento de uma distância que a luz percorre no vácuo no tempo de $\frac{1}{299792458}$ segundos.			
Unidade básica	1 quilograma é definido como sendo a massa de um protótipo do quilograma intencional.			
Unidade básica	1 segundo é definido como sendo a bilionésima parte (cerca de $\frac{1}{9102631770}$) do período de emissão de uma radiação quando o electrão retorna ao estado fundamental nos níveis energéticos da estrutura do átomo do césio ${}_{53}Cs^{153}$.			

Tipos de grandezas físicas: grandezas vectoriais

Grandezas vectoriais são grandezas físicas que dependem da *direcção*. São caracterizadas por três atributos principais: *valor numérico*, a *respectiva unidade* e a *orientação* (*direcção e sentido*) no *plano* ou no *espaço*. São exemplos de grandezas físicas vectoriais: a *velocidade* (v), a *força* (F), o *momento linear* (p) (ou quantidade de movimento), etc.

Estas grandezas são representadas graficamente por uma seta orientada ou direccionada, sendo também importante a indicação da unidade de medida. A seta indica a *direcção* e *o sentido* da grandeza física. Esta seta possui um comprimento que indica a *intensidade* ou o *módulo* da grandeza física.

A figura mostra o vector velocidade v_0 do corpo no instante t_0. No instante t_1 a velocidade passa para v_1. A variação da velocidade que ocorre no intervalo de tempo $t_1 - t_0$ é $v_1 - v_0$. Se o vector variação da velocidade $v_1 - v_0$ é constante em todos os intervalos de tempo t_f-t_i, a aceleração é também constante. Este assunto será aprofundado no estudo do movimento rectilíneo uniformemente variado.

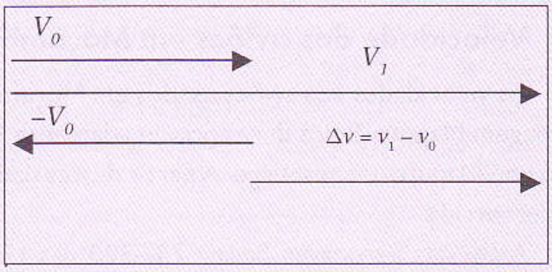


Figura 14: Um corpo munido de velocidade V_0 aumenta a sua velocidade para V_1. A variação da velocidade é representada por um vector dado pela subtracção de vectores $V_1 - V_0$. Este vector tem a direcção e o sentido do movimento resultante.

2. Movimento rectilíneo uniformemente variado (MRUV)

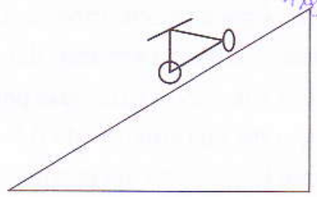


Figura 15: Um ciclista desce uma pequena duna. A velocidade do ciclista varia de forma uniforme.

Até aqui aprendeste a tratar do movimento rectilíneo. Compreendeste já que esse movimento pode ser uniforme quando a velocidade é constante.

Na figura 15, a velocidade de um ciclista que desce uma pequena duna sofre sempre um incremento, tal como quando um autocarro de passageiros trava ocorre sempre uma redução da velocidade do veículo. Qualquer pessoa experimenta uma sensação especial de esforço suplementar necessário para que, com a mesma velocidade, continue a subir uma montanha. Nesta situação, as pessoas tendem geralmente a diminuir a velocidade. A mesma sensação experimenta um pedestre que começa a subir os degraus das escadas num prédio. Se o movimento for de descida a maior parte das pessoas tende a aumentar a velocidade. Em todos estes casos ocorre uma variação (aumento ou diminuição) da velocidade. Um movimento rectilíneo que ocorre com a variação da velocidade é denominado *movimento variado*. Este tipo de movimento é o movimento que descreve as situações mais comuns do dia-a-dia. Por isso, vamos iniciar, nas secções que se seguem, um estudo mais elaborado deste tipo de movimento. Pretendemos encontrar uma resposta às seguintes questões:

- Que relação funcional existirá entre a velocidade e o tempo quando um corpo desliza sem atrito num plano inclinado?
- Qual a relação funcional entre o deslocamento e o tempo?

Vamos experimentar...

A seguinte experiência pode ser realizada facilmente com recurso a meios próprios. É necessário começar por construir um trilho constituído por dois varões de ferro, plástico ou madeira (pau bambu ou outra) com pelo menos 3 m de comprimento cada.

O trilho destina-se ao rolamento de uma esfera maciça grande, mas com um berlinde ou uma bola de ténis de mesa podes conseguir o mesmo resultado. Os varões devem estar afastados um do outro por alguns centímetros, de modo a permitir que a esfera deslize suavemente sobre o trilho. Agora o trilho deve ser colocado por cima de uma caixa ou de um pedaço de madeira de 5 cm de altura. Com esta construção tens um plano inclinado.

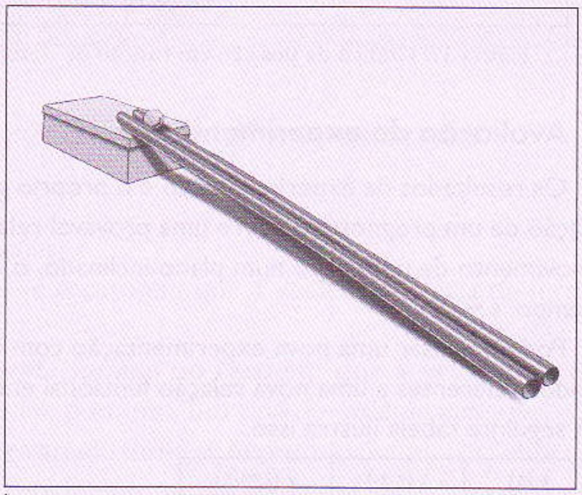


Figura 16: Um berlinde ou uma bola de ténis desliza ao longo do trilho de um plano inclinado. Com um cronómetro determina-se em quanto tempo foi percorrido cada intervalo de distância.

Para a experimentação, começa por trazer um berlinde de vidro para o ponto de partida (ponto mais alto do trilho). Basta largar a esfera neste ponto para se observar que esta desliza a uma velocidade lenta mas sempre crescente. Isso denota à primeira vista que o movimento é variado. Agora precisamos de medir com o cronómetro, ou mesmo com um relógio, o tempo necessário para o percurso das distâncias percorridas pelo berlinde e marcar com giz de cor as posições sucessivas ocupadas pelo berlinde. Irás notar que não será fácil marcar consecutivamente o tempo no incremento de 0,5 s, mas talvez um espaçamento de 1 s, 2 s e 3 s.

A tabela seguinte apresenta os resultados de algumas medições já efectuadas:

x (cm)	0	3	12	2724	4842	10865
t (s)	0	0,5	1	1,5	2	3

Estes valores podem ser representados no gráfico seguinte:

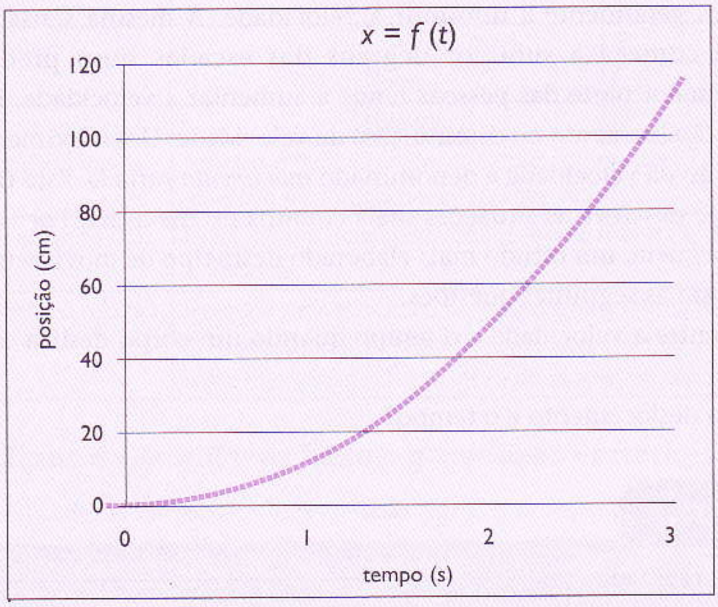


Figura 17: Gráfico da posição em função do tempo no MRUV.

Avaliação da experimentação

Os resultados da experimentação e o próprio gráfico de forma parabólica permitem a elaboração de um prognóstico sobre uma provável relação funcional. Os resultados denotam que no movimento de um corpo num plano inclinado, o deslocamento é proporcional ao quadrado do tempo: $s \sim t^2$.

Podemos usar uma nova experimentação com outros parâmetros e estabelecer novos resultados referentes a uma nova relação funcional entre a velocidade e o tempo gasto no percurso. A seguinte tabela ilustra isso.

t (s)	s (cm)	v (cm/s)
0	0	0
1	12	12
2	48	24
3	108	36

O gráfico da figura 18 caracteriza um movimento variado produzido por um berlinde que desliza ao longo de um trilho e mostra que existe uma proporcionalidade directa entre a velocidade e o tempo, ou seja: $v \sim t$.

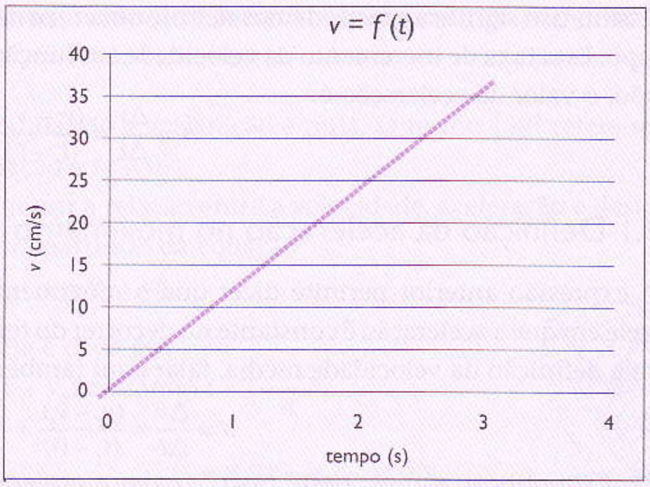


Figura 18: Gráfico da velocidade em função do tempo no MRUV.

Os resultados obtidos experimentalmente permitem a elaboração das seguintes afirmações:

1. O movimento sobre o plano inclinado é um movimento variado, pois a velocidade do corpo aumenta ao longo da trajectória;
2. O deslocamento é directamente proporcional ao quadrado do tempo gasto na forma $s \sim t^2$;
3. O quociente entre o deslocamento e o tempo gasto em cada percurso é constante, ou seja, $\frac{s}{t^2}$ = constante;
4. A velocidade é directamente proporcional ao tempo de percurso: $v \sim t$:
5. O quociente entre a velocidade e o tempo gasto em cada percurso é uma constante, ou seja, $\frac{v}{t}$ = constante.

Estes são os resultados experimentais. Os próximos passos serão baseados num tipo de argumentação tendo em consideração os resultados experimentais. O ponto de partida será a noção de velocidade média. A velocidade média desempenha, pois, um papel muito importante nos casos em que a velocidade varia, sendo o módulo dessa variação constante, isto é, Δv = constante. Isto quer dizer que também a aceleração é constante. Se conseguirmos uma concordância entre as afirmações obtidas experimentalmente e as deduzidas, então teremos aprendido muito sobre a forma da construção do conhecimento da cinemática.

2.1 Equações do movimento rectilíneo uniformemente variado

Quando a velocidade varia temos duas situações:

- o movimento rectilíneo diz-se *não uniforme* (é o caso em que a velocidade varia de forma *irregular*);
- o movimento rectilíneo diz-se *uniformemente variado* no caso em que a velocidade do objecto, apesar de *variar*, ocorre de *forma regular*, portanto, um tipo de *variação uniforme*.

Para entenderes o movimento uniformemente variado torna-se necessário definir inicialmente o incremento ou a *variação da velocidade*. No movimento uniformemente variado ocorre um incremento da velocidade, mas o *módulo* (valor ou magnitude) da *variação da velocidade permanece constante* com o tempo.

$$\Delta v = v_f - v_i$$

Assim, isso significa que podemos definir uma *taxa de incremento da velocidade* no decorrer do tempo. Essa taxa de incremento da velocidade em função do tempo dá-nos o valor da aceleração. Então, o valor da aceleração é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - t_i)}$$

2.1.1 Definição da aceleração no movimento uniformemente variado

A expressão anterior permite dizer que o movimento rectilíneo uniformemente variado é aquele em que a aceleração é constante no decorrer do tempo. De facto, parece óbvio por analogia com a definição da velocidade média, falar aqui também de uma aceleração média.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - 0)} = \frac{(v_f - v_i)}{t}$$

Para simplificar vamos, neste caso, igualar a aceleração da expressão anterior à aceleração média. De agora em diante passaremos simplesmente a falar de aceleração. O módulo da aceleração pode ser dado no Sistema Internacional de Unidades (SI) por:

$$1(a_m) = 1(a) = \frac{(\Delta v)}{(\Delta t)} = 1 \text{ m/s}^2$$

Se a velocidade for v_0 no instante inicial $t_i = 0$ então podemos reescrever a equação horária como:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Esta expressão define a variação da velocidade em função do tempo no movimento uniformemente variado, ou seja, $v(t)$. Esta é afinal a equação de uma recta, ou seja, de uma função linear. Se a velocidade inicial for zero então ela corresponde ao resultado obtido antes experimentalmente. Portanto, quando a aceleração é constante, então a velocidade varia linearmente em função do tempo no movimento uniformemente variado.

Tomando em consideração a definição da velocidade média, podemos afirmar que é a *velocidade resultante da média aritmética* que se obtém da soma *velocidade inicial e final a dividir por dois*, ou seja:

$$\Delta s = v_m \Delta t = v_m t \text{ se } t = 0$$

Assim a velocidade média pode ser definida por

$$v_m = \tfrac{1}{2}(v_f + v_i).$$

Podemos reescrever esta expressão como sendo:

$$v_m = \tfrac{1}{2}(v + v_0),$$

fazendo

$$v_f = v \text{ e } v_i = v_0.$$

Agora, usando

$$\{ \Delta s = v_m t \text{ e } v_m = \tfrac{1}{2}(v + v_0) \}$$

podemos reescrever

$$\Delta s = v_m t = \tfrac{1}{2}(v + v_0)t$$

Nesta expressão, se substituirmos v por $v = v_0 + a.t$, teremos

$$\Delta s = \tfrac{1}{2}(v_0 + a \cdot t + v_0)t$$

Assim, podemos definir a expressão

$$s = s_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

Esta é a equação horária $s(t)$ do movimento uniformemente variado.

2.1.2 Relação entre deslocamento, velocidade e aceleração no movimento uniformemente variado

O termo v_0t significa o deslocamento quando a aceleração é nula. O termo $\frac{1}{2}at^2$ refere-se ao deslocamento adicional devido à aceleração a $(a \neq 0)$.

Podemos procurar uma forma de expressar a relação entre a velocidade, aceleração e deslocamento sem incluir o tempo. Para o efeito, partindo da equação

$$v = v_0 + at,$$

e tendo em conta que a velocidade média é dada por

$$v_m = \tfrac{1}{2}(v + v_0) \text{ e usando } t = \frac{(v - v_0)}{a}$$

podemos reescrever

$$\Delta s \text{ como } \Delta s = v_m t = \tfrac{1}{2}(v + v_0)t = \tfrac{1}{2}\,\frac{(v + v_0)(v - v_0)}{a} = \frac{v^2 - v_0}{2a}.$$

Podemos reescrever o resultado final como

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s.$$

Definição do movimento uniformemente variado.

Esta expressão é útil geralmente quando se procura saber a velocidade final de um objecto em queda livre a partir de uma dada altura.

Exercício resolvido

1. Um avião é acelerado no momento de *start* a 5 m/s².
   1.1 Qual deve ser o comprimento mínimo da pista de descolagem sabendo que o avião levanta voo decorridos 20 s?

Resposta:

v = 75 m/s

comprimento mínimo da pista de descolagem = 1500 m

Exercícios não resolvidos

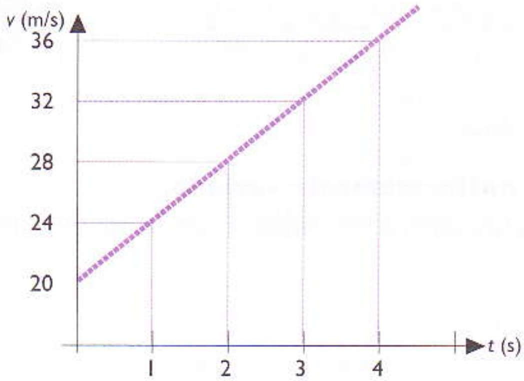
1. Um ponto material parte do repouso com aceleração constante e 4 s depois tem a velocidade de 108 km/h.
   1.1 Determina a velocidade 10 s após a partida.

2. Nas corridas da Fórmula 1, os carros são perfilados em duas fileiras, sendo os mais rápidos posicionados nas posições dianteiras. Logo que o semáforo apresenta luz verde, todos os pilotos procuram rapidamente colocar os seus carros na posição mais avançada. Quando um piloto consegue uma posição dianteira terá a possibilidade de comandar a corrida até ao fim da partida. Portanto, qualquer piloto procura acelerar o seu veículo ao máximo. Decorridos 4 s, a velocidade chega a alcançar o valor de 200 km/h.
   2.1 Considerando que se trata de um MRUV, calcula a aceleração.

3. O foguetão *Endeavour* após 3 min alcança a velocidade de 5600 km/h.
   3.1 Admitindo um MRUV, calcula a aceleração do foguetão.
   3.2 Qual a distância percorrida decorridos 1 min, 2 min e 3 min?

4. Um móvel realiza um MRUV e a sua velocidade varia com o tempo de acordo com a função $v = 20 + 4\,t$. Determina:
   a) a velocidade inicial e a aceleração;
   b) a velocidade no instante $t = 4$ s;
   c) o instante que atingirá a velocidade de 20 m/s.

5. O gráfico em baixo fornece a velocidade de um corpo no decorrer do tempo.



   5.1 Qual é a aceleração do corpo?
   5.2 Qual é a função horária da velocidade?
   5.3 Qual é a velocidade do corpo no instante de 20 s?

6. Decorridos 6 s uma motorizada alcança a velocidade de 80 km/h. Uma outra precisa de somente 4 s.
   6.1 Considerando o movimento de ambas como MRUV, determina e compara as acelerações.
   6.2 Qual é a distância de adiantamento da motorizada mais rápida decorridos 4 s?

Vamos recordar...

Formas de movimento

Podem diferenciar-se as seguintes formas de movimentos:

Repouso

$v = 0$

$s = const$

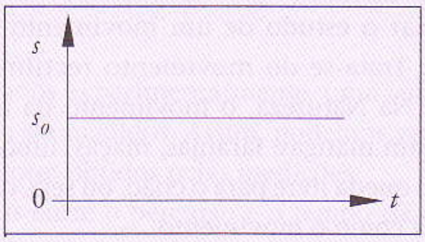


Figura 19: Gráfico do repouso.

Movimento rectilíneo uniforme (MRU)

$a = 0$

$v = const$

$s = s_0 + vt$

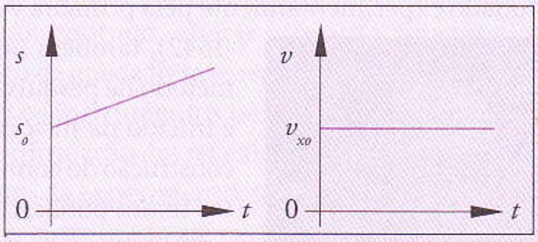


Figura 20: Gráficos relativos ao MRU.

Movimento rectilíneo uniformemente variado (MRUV)

$a = const$ $\quad v = v_0 + at$ $\quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

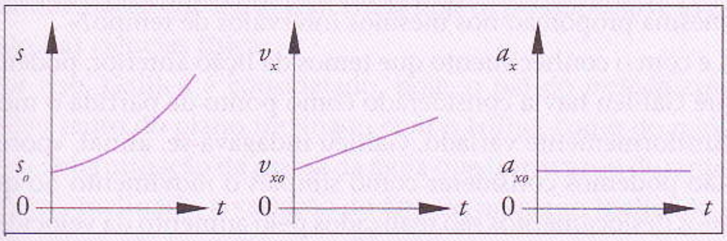


Figura 21: Gráficos referentes ao MRUV.

Movimento não-uniformemente variado

$a = a\,(t)$

Por exemplo, uma oscilação harmónica simples (OHS):

$x = Acoswt$ $\quad v = -Awsenwt$ $\quad a = -Aw^2coswt$

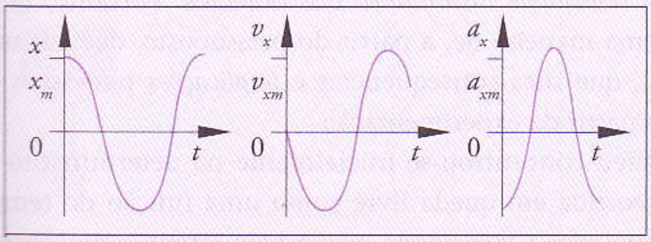


Figura 22: Gráficos referentes a uma oscilação harmónica ou ao movimento harmónico simples (MHS).

3. Queda livre

3.1 Um pouco de história das ciências físicas: a queda livre

Vais iniciar o estudo de um movimento muito especial existente na Natureza e já bem conhecido. Trata-se do movimento rectilíneo uniformemente variado (MRUV), chamado *queda livre*. Na Natureza, o movimento da queda livre está associado à queda de frutos das árvores (sejam mangas, laranjas, maçãs, limões, etc.). Qualquer corpo quando solto no espaço move-se em queda livre para o chão, ou seja, cai. Galileu afirmou a propósito: «Nada é tão antigo na Natureza como o movimento...».

O movimento da queda livre como um movimento rectilíneo uniformemente variado foi estudado experimentalmente pela primeira vez pelo físico italiano Galileu Galilei Linceo (1564-1642), também matemático e músico, nascido em Pisa. Usou como método de pesquisa o chamado *método experimental*. Assim, descobriu e iniciou na história das ciências um novo método para a pesquisa e construção do conhecimento. Muitas das suas obras, ideias e pensamentos foram publicados na revista *Discorsi* e na grande revista *Diálogo*.

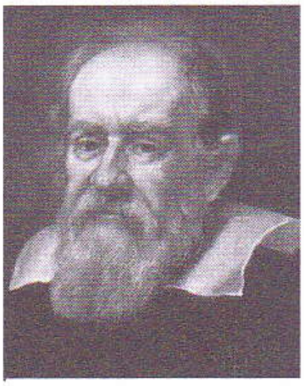


Figura 23: Retrato de Galileu Galilei por Justus Sustermans.

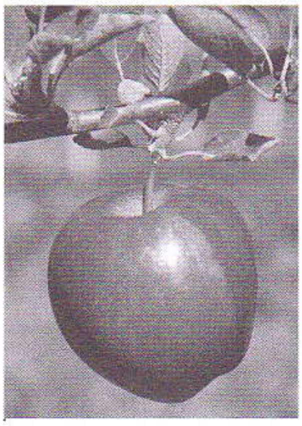


Figura 24: A queda dos frutos era um dos problemas mais antigos que necessitava de uma explicação.

No tratamento da queda livre, Galileu partiu do pressuposto de que o movimento se desenvolve na Natureza com uma variação da velocidade e que isso deveria obedecer a uma lei simples. Afirmou: «O que pode ser mais simples do que o simples aumento da velocidade numa mesma proporção nos mesmos intervalos de tempo?»

Hoje, e com o conhecimento que temos da lição anterior, podemos dizer que Galileu havia considerado como ponto de partida o movimento uniformemente variado. Galileu indagava-se, afinal, «porque é que não podemos considerar como simples o movimento no qual os mesmos deslocamentos são realizados pelo aumento da velocidade nas mesmas proporções».

Assim, vemos que Galileu deu, com este pressuposto, a resposta de que o segundo pressuposto não é logicamente sustentável.

Através da experimentação não se podia examinar se o primeiro pressuposto – de que na Natureza se realiza o movimento uniformemente variado – era correcto ou não, uma vez que não se podia determinar a *velocidade instantânea* dos objectos. Portanto, devia procurar-se uma maneira de, a partir do pressuposto, deduzir uma afirmação tal, que suas consequências e *implicações* pudessem ser controladas a partir da experimentação.

Assim, Galileu concentrou-se inicialmente na determinação da distância percorrida em queda livre como uma função do tempo. Por isso, multiplicou a velocidade média pelo tempo e descobriu a seguinte regularidade:

As distâncias percorridas pelos corpos em queda livre, em intervalos de tempo diferentes, comportam-se reciprocamente como os quadrados dos tempos necessários nos percursos realizados.

Hoje em dia, permanecendo fiéis às ideias de Galileu, podemos afirmar que a velocidade é proporcional ao tempo $v = at$. Se o corpo inicia a queda com a velocidade zero, então a velocidade média é $v_m = \frac{v}{2} = \frac{at}{2}$.

Daqui resulta a distância percorrida como sendo $s = v_m t = \left(\frac{(at)}{2}\right)t = \frac{(at^2)}{2}$, e assim obtém-se $\frac{s}{t^2} = \frac{a}{2} = const$ ou $\frac{s_1}{t_1^{\,2}} = \frac{s_2}{t_2^{\,2}}$.

Estes resultados podem ser controlados e verificados experimentalmente, uma vez que, tanto a distância percorrida como o tempo gasto, podem ser medidos. Assim, podemos verificar se os valores obtidos pelo cálculo correspondem aos valores obtidos pelas medições.

Este processo de medição das relações funcionais entre o percurso e o tempo na queda livre acarreta uma outra dificuldade: a medição de pequenos valores de tempo na queda livre.

Galileu resolveu esta dificuldade construindo um plano inclinado de pequeno ângulo de inclinação e retardando assim o movimento, sem, contudo, alterar a relação funcional do movimento com o tempo. Uma vez que o movimento de queda livre se realizava mais lentamente, agora a experiência podia ser concretizada usando os instrumentos de medição disponíveis na altura com a precisão necessária, o que permitia a confirmação das relações anteriores. O principal argumento usado por Galileu para este procedimento da experimentação com o plano inclinado foi o de que o ângulo do plano inclinado poderia ser aumentado até perfazer os 90° e assim fosse substituído pela queda livre.

Podemos resumir dizendo que, pela primeira vez, encontramos no estudo da mecânica, na descrição de movimentos da Natureza, uma análise detalhada de passos e das condições da experimentação que satisfazem ainda hoje os pressupostos e as exigências do método experimental usado nas ciências físicas.

Por isso, Galileu é considerado, hoje, o pai do *método experimental*. Os esboços usados por Galileu tanto do plano inclinado com o trilho, como do relógio, da gota de água e da balança para a determinação da massa da água que transvazou durante o movimento do corpo no trilho do plano inclinado, a variação do ângulo no plano inclinado e a queda livre propriamente dita estão representados nas figuras 25 e 26.

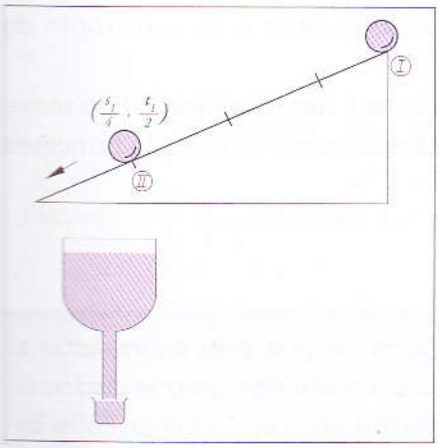


Figura 25: Esboços de Galileu no estudo do MRUV no plano inclinado. A dificuldade de medição do tempo foi superada medindo o tempo que as gotas de água levavam para encher um copo.

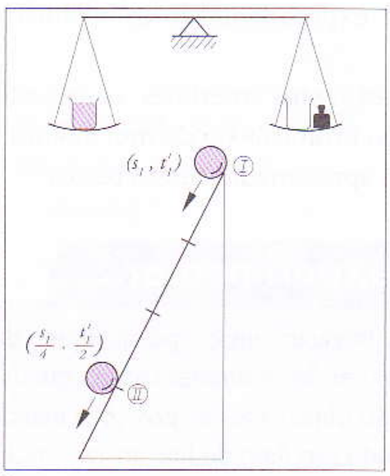


Figura 26: Esboços de Galileu sobre o MRUV no plano inclinado e a balança de medição da massa da água como relógio do tempo.

3.2 Método experimental desenvolvido por Galileu

Vamos resumir as principais características do método experimental desenvolvido por Galileu:

- Galileu começa por explicar os conceitos usados e analisar de forma muito exacta a noção de movimento uniformemente variado: «Ouvimos dizer que o movimento natural da queda dos corpos seja talvez um movimento acelerado. Mas ninguém tem sabido explicar em que medida ou proporção a tal aceleração ocorre.»
- Depois, Galileu formula a hipótese em relação ao esperado decurso do movimento: «porque é que não podemos considerar como simples o movimento no qual os mesmos deslocamentos são realizados pelo aumento da velocidade nas mesmas proporções».
- A partir da hipótese deduz, usando algoritmos matemáticos, as relações que possam ser controladas e verificadas experimentalmente: a velocidade é proporcional ao tempo $v = at$. Se o corpo inicia a queda com a velocidade zero, então a velocidade média é $v_m = \frac{v}{2} = \frac{at}{2}$.
Daqui resulta que o caminho percorrido é $s = v_{mt} = \frac{at}{2} \cdot t = \frac{at^2}{2}$ e assim obtém-se $\frac{s}{t^2} = \frac{a}{2} = const$ ou $\frac{s_1}{t_1^2} = \frac{s_2}{t_2^2}$.
- Examina, através da via experimental, os prognósticos teóricos.

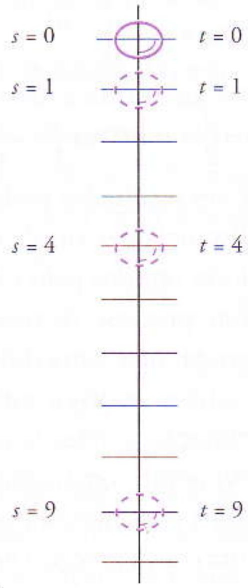


Figura 27: Esferas ligadas por um fio fixas em determinadas distâncias uma da outra. Quando largadas, caem e batem no solo a um ritmo igual.

3.3 Determinação da aceleração gravitacional

A *experimentação* destina-se à verificação ou ao exame de hipóteses. Uma experiência possibilita a pesquisa da relação causa-efeito, isto é, de causalidade.

Galileu reconheceu que as observações em si não conduzem à resolução do problema, considerando a experimentação como meio de observação sistemática e de construção do conhecimento.

Pela leitura dos textos anteriores, percebeste que a queda livre é um caso especial do movimento rectilíneo uniforme ou do movimento rectilíneo uniformemente variado. As principais equações foram apresentadas nesses textos.

Vamos experimentar...

Sempre que largares um corpo qualquer da tua mão, a partir de uma dada altura, estás a produzir uma experiência simples sobre a queda livre. Seria apenas necessário marcar as distâncias percorridas pelo objecto e, nas posições marcadas, medir o tempo gasto no percurso. Poderias fotografar usando um *flash* de luz, através, por exemplo, de um telefone com câmara.

A queda dos frutos está associada à atracção gravitacional e dá-se com a *aceleração da gravidade* (g).

$$g = 9{,}8\ m/s^2$$

Esta aceleração significa que, por cada segundo, a velocidade varia por um factor aproximado a 10 m/s, o que é um valor muito elevado. A medição do tempo num movimento tão rápido torna-se deveras difícil e requer um relógio mais sensível do que um simples relógio de pulso. Usam-se geralmente relógios electrónicos de alta sensibilidade e ligados a sensores.

Neste contexto, vamos apresentar, na tabela seguinte, alguns dados de medições feitas em laboratórios com equipamento apropriado.

Deslocamento s (cm)	Tempo t (s)	Tempo ao quadrado (t^2)
10,0	0,14	0,0196
20,0	0,20	0,0400
30,0	0,25	0,0625
40,0	0,28	0,0784
50,0	0,32	0,1024

A partir da equação $s = \frac{1}{2}gt^2$ podemos calcular o valor da *aceleração da gravidade* (também se diz *aceleração gravitacional*) como $g = 2\frac{s}{t^2}$, usando os dados das medições realizadas da tabela anterior e podemos resumir os resultados na tabela à direita:

Aceleração g (m/s^2)
10,2
10,0
9,6
10,2
9,77

Avaliação da experimentação

Uma experiência da queda livre para a determinação do valor da aceleração da gravidade, requer regra geral, a eliminação dos efeitos da força de resistência do ar. Por isso, esta experiência deve, sempre que possível, ser realizada dentro de um tubo de vácuo.

Assim, a avaliação dos resultados da experimentação anterior permite verificar que a aceleração da gravidade é constante. Deste modo, para a queda livre são válidas as leis do movimento uniformemente variado. Tomando a seguinte expressão analítica:

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

(definição da relação funcional deslocamento = f(tempo), $s(t)$ no movimento da queda livre)

e

$$v = gt;$$

(definição da relação funcional velocidade = f(–tempo), $v(t)$ no movimento da queda livre)

resolvendo as duas equações anteriores em ordem ao tempo:

$$t^2 = 2\frac{s}{g} \text{ e } t^2 = \frac{v^2}{g^2}$$

e igualando-as entre si

$$2\frac{s}{g} = \frac{v^2}{g^2}$$

resulta

$$s = \frac{v^2}{2g}.$$

Podemos reescrever esta equação como $v = gt$.

Exercício resolvido

1. Para efeitos de treino, a partir de que altura deve saltar uma pessoa para atingir a superfície com a mesma velocidade de 7 m/s como se tivesse saltado a uma grande altura?

Dados:
$v = 7$ m/s

Procura-se:
s

Solução:

Deve calcular-se a altura a partir da qual o corpo em queda pode atingir a velocidade de 7 m/s. A equação do deslocamento para o MRUV é:

$s = \frac{1}{2} g t^2$

Nesta equação não está incluída a velocidade. Podemos, no entanto, calcular o tempo de queda a partir da equação da velocidade:

$v = g \cdot t$

Resolvida em ordem ao tempo:

$t = \frac{v}{g}$

e aplicada na equação do deslocamento:

$s = \frac{g}{2} \cdot \frac{v^2}{g^2}$

$s = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{g}$

$s = \frac{7^2\ m^2/s^2}{2} \times 9{,}81\ m^2/s^2$

$s = 2{,}5$ m

Resposta:

A pessoa deve saltar a 2,5 m de altura para chegar à superfície com a velocidade de 7 m/s.

Exercícios não resolvidos

1. No cimo de uma torre deixa-se cair uma pedra. Decorridos 4 s atinge o solo.
   - 1.1 Qual é a altura da torre?
   - 1.2 Com que velocidade a pedra atinge o solo?
   - 1.3 Em que tempo a pedra terá percorrido metade do percurso?
   - 1.4 Que tempo precisará a pedra para atingir os últimos 20 m?
   - 1.5 Em que tempo pode ouvir-se o embate da pedra no solo (a velocidade do som é 340 m/s)?

2. Para se determinar a profundidade de um poço solta-se uma pedra que em queda atinge o fundo do poço decorridos 3 s.
   - 2.1 Qual é a altura do poço, sabendo que a velocidade do som é 340 m/s?
   - 2.2 Poderia desprezar-se o tempo de que o som necessita para chegar ao cimo do poço?

Vamos experimentar...

A queda livre

É possível estudar a queda livre mesmo sem as condições sofisticadas da tecnologia moderna, como *flash* de luz, relógio electrónico ligado a sensores, estroboscópio, etc. Afinal, a queda livre é um dos movimentos mais comuns da Natureza. Em alternativa, vamos usar recursos simples, ou seja, materiais simples do dia-a-dia. Em trabalho de pares com um(a) colega, procura responder às questões desta proposta de projecto. Não se esqueçam de que vão precisar de elaborar um relatório no fim do projecto realizado.

1. Leiam novamente a história do estudo do movimento uniformemente variado realizado por Galileu.
2. Que lições se podem tirar?
3. Quais devem ser os objectivos da experimentação sobre a queda livre?
3. Que materiais simples, do dia-a-dia, sugerem para o estudo da queda livre?
4. Que materiais vão usar para a queda?
5. Que instrumentos de medição vão utilizar?
6. Os instrumentos de medição são apropriados?
7. Que medições é necessário fazer?
8. Quem faz o quê? Quando? Como?

As respostas a estas questões permitem descrever os objectivos e a metodologia da realização do projecto baseado numa experimentação.

Finalmente, devem incluir no relatório de pesquisa os resultados da experimentação.

- Que resultados obtiveram?
- Que valores se obtêm na forma de $\frac{s}{t^2} = \frac{a}{t} = const$?
- É possível fazerem-se comparações usando diferentes corpos na queda?
- O valor calculado da aceleração aproxima-se do valor ideal de $g = 9{,}81\ m/s^2$?

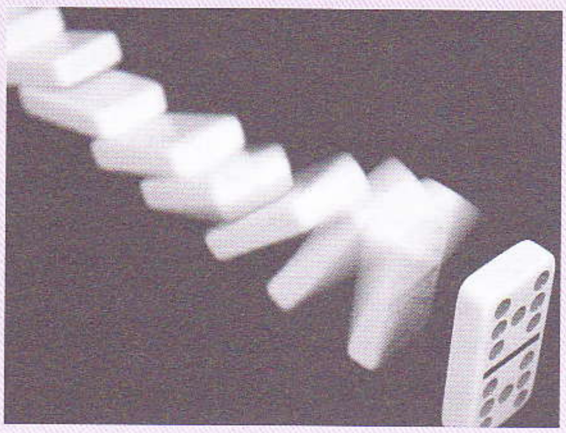



Figura 28: A queda livre é um dos movimentos mais comuns no nosso quotidiano.

Sugestão: queda livre de uma gota de água

Materiais:

- Garrafa plástica com tampa;
- Água;
- Gotas de água (como produzir a queda livre das gotas de água);
- Uma lata de metal (ouve-se bem a queda da gota de água no interior de uma lata metálica vazia);
- Um cronómetro ou um simples relógio;
- Régua ou fita métrica (para medir e marcar as distâncias).

Bom trabalho!

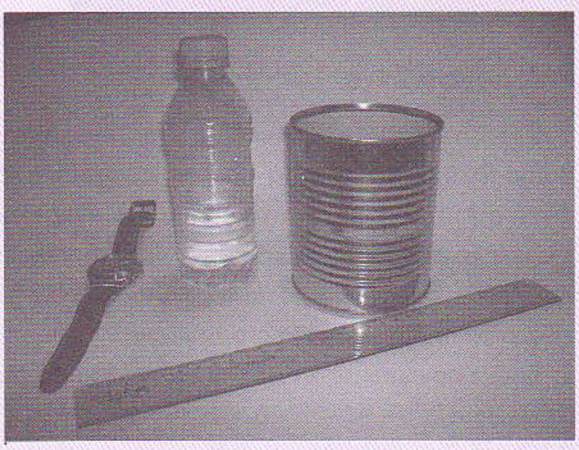


Figura 29: Materiais para realizar a experiência da queda livre de uma gota de água.

A resistência do ar na queda livre

As condições externas à experimentação como a resistência do ar podem influenciar de sobremaneira os resultados da queda livre. Vamos considerar a seguinte questão: Que efeitos pode ter a resistência do ar sobre a queda livre dos corpos?

Sugestão: queda livre de funis de papel

Materiais:

- Funis de papel de tamanhos diferentes (portanto a vossa tarefa é a de construir vários funis de tamanhos diferentes usando simples papel);
- Um cronómetro ou um simples relógio;
- Régua ou fita métrica (para medir e marcar as distâncias).

Tarefa:

Realiza a experiência da queda dos funis usando alternadamente um funil, dois funis sobrepostos e três funis. Compara o tempo de queda dos funis e elabora uma explicação.

Bom trabalho!

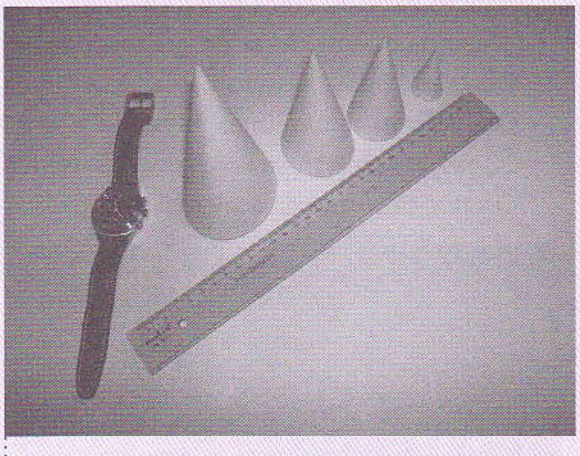


Figura 30: Materiais para realizar a experiência da queda dos funis.

Vamos recordar...

Aceleração

No MRUV, a velocidade não é constante, todavia a taxa de variação da velocidade no intervalo de tempo é. Nota que o vector da *variação da velocidade* a dividir por um *valor numérico* (intervalo de tempo) diminui o seu comprimento (ou seja o módulo). A aceleração informa sobre a rapidez com que varia a velocidade de um corpo.

O símbolo da aceleração é: a

São unidades da aceleração no Sistema Internacional: m/s²

O valor da aceleração gravitacional é: $g = 9{,}81$ m/s²

Classificação dos movimentos quanto à variação da velocidade

Antes de iniciarmos a comparação entre o movimento circular e o movimento rectilíneo, vamos lembrar que a cinemática estuda os movimentos dos corpos sem fazer referência às causas (forças) que produziram tais movimentos. A classificação dos movimentos quanto à variação da velocidade leva-nos ao movimento uniforme e ao movimento uniformemente variado. Os corpos podem mover-se ao longo de uma *trajectória* com velocidades variáveis ou constantes. A seguinte tabela ilustra a distinção dos movimentos quanto à forma e quanto ao tipo.

Quanto à **forma** da trajectória são exemplos:

Formas de movimentos	Exemplos e caracterização
Movimento rectilíneo	O movimento do comboio ao longo da via férrea. O corpo move-se ao longo de uma trajectória recta ou rectilínea.
Movimento curvilíneo	Atletas mudam de trajectória rectilínea descrevendo por algum tempo uma trajectória curva para depois voltar à trajectória rectilínea. O corpo realiza uma trajectória curva.
Movimento circular	O corpo move-se numa trajectória circular (circunferência).
Movimento oscilatório	O corpo move-se entre dois pontos em vaivém.

Quanto ao **tipo** são exemplos:

Tipos de movimentos	Exemplos e caracterização
Movimento uniforme	O corpo move-se a uma velocidade constante. Isso significa que o módulo, a direcção e o sentido da velocidade são constantes. Exemplo: movimento de uma garrafa plástica vazia sobre a superfície da água.
Movimento variado (não-uniforme)	O corpo move-se com velocidade variável. Isto é, o módulo ou a direcção/ /sentido ou ambos (módulo e direcção) não são constantes.
Movimento uniformemente variado	*Movimento uniformemente acelerado:* a variação da velocidade por unidade de tempo é constante. A aceleração é constante e positiva. A velocidade aumenta. Exemplo: ciclista que desce uma montanha. *Movimento uniformemente retardado:* a velocidade diminui. Existe variação da velocidade constante no tempo. A aceleração é constante e negativa. Exemplo: movimento ascensional (lançamento vertical de uma laranja para cima).
Movimento não-uniformemente variado	*Movimento não-uniformemente variado:* a variação da velocidade por unidade de tempo não é constante e consequentemente também a aceleração não é constante. Exemplo: oscilações harmónicas livres.

4. Estudo comparativo do movimento circular

Acabámos de estudar os fenómenos relacionados com o movimento rectilíneo: o movimento rectilíneo uniforme (MRU) e o movimento rectilíneo uniformemente variado (MRUV). Aprendeste também a conhecer as leis que governam e explicam o MRU e o MRUV.

Nesta parte vais aprender a deduzir as expressões do movimento circular em analogia ao movimento rectilíneo.

4.1 Pião

O pião faz parte dos brinquedos e jogos populares de crianças em Moçambique, onde é conhecido como *Xindire* (Maputo), como *Níteco* (Nampula) ou como *Mbila* (Niassa). A figura 31 mostra um menino a jogar o *Xindire* no Bairro do Costa do Sol em Maputo.

Pião é o nome dado aos vários tipos de brinquedo que consistem, na brincadeira clássica e antiga, em puxar uma corda enrolada a um objecto afunilado, geralmente de madeira ou plástico e com uma ponta de ferro, colocando-o em rotação no solo, mantendo-se erguido. A corda é o intermediário que transmite a força motriz dos braços, fazendo girar o pião em movimentos circulares em torno do próprio eixo que, em equilíbrio, gira (devido à inércia) até perder a sua força e parar.

Figura 31: O menino João F. frequenta a 7.ª classe e gosta de jogar o jogo do pião nos tempos livres. Repara como ele observa atentamente o movimento do pião depois de ter dado o impulso rotacional.

Os piões mais simples são feitos de plástico ou madeira e giram apenas com a força dos dedos (sem o auxílio de cordas ou molas), até pararem devido ao atrito com a superfície. Quanto mais rápido o pião girar, mais equilibrado fica. Dependendo da superfície, o pião pode não girar correctamente.

Os meninos do Bairro do Costa do Sol tinham piões de diferentes tamanhos. Um tinha cerca de 5,5 cm de diâmetro e outro 8,5 cm de altura. Embora seja simples, o jogo do pião requer alguma habilidade física e uma certa concentração.

Figura 32: Conjunto de diferentes piões com as respectivas hastes.

A figura 32 mostra algumas das hastes usadas e o respectivo pião construídos por crianças. Em primeiro lugar enrola-se uma corda à volta do cone de modo a perfazer três a quatro espirais. A corda enrolada no pião encontra-se presa numa haste como ilustra a figura 32. Num acto repentino puxa-se a corda e o pião é posto em movimento rotacional. Através de várias tacadas com o fio o jogador tenta manter o pião em movimento circular. O jogo termina quando o jogador já não consegue imprimir o movimento rotacional ao pião. Podemos simplificar o estudo do pião concentrando--nos na trajectória circular descrita por um *ponto material qualquer* da parte superior do pião (base do cone).

A figura 33 ilustra uma *trajectória circular*, na qual se destaca, propositadamente, um ponto material como um pequeno círculo escuro, para facilitar o estudo do movimento circular. Imaginas-te em pé por cima de um disco que gira? Que efeito julgas que irias experimentar? Se já estiveste alguma vez numa situação em que foste submetido a um movimento circular, procura descrever que efeitos se experimentam.

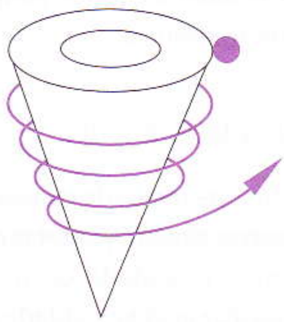


Figura 33: O enlace do pião com uma corda ligada a um simples pau.

Questão principal: Que leis explicam o movimento circular?

Vamos iniciar o estudo do movimento circular criando uma analogia com os movimentos já estudados na cinemática, ou seja, entre o movimento rectilíneo e o movimento circular. Como caracterizar o movimento circular uniforme?

4.2 Cinemática do movimento circular

4.2.1 Comprimento do arco ou distância percorrida

Na cinemática, usamos as funções ou equações de movimento $s = s(t)$ e $v = v(t)$ para descrever o movimento rectilíneo uniforme.

A figura 34 mostra o movimento circular de um ponto material. Observa cuidadosamente as grandezas físicas representadas nessa figura. Como no movimento rectilíneo, a figura mostra-nos que podemos ainda usar $s = s(t)$ para descrever o movimento circular uniforme, pois o ponto material descreve o arco percorrido ou o caminho Δs.

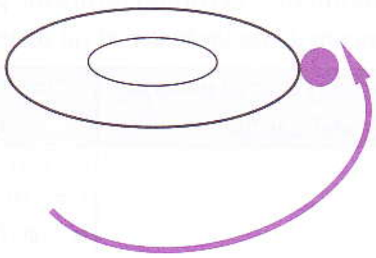


Figura 34: Que leis explicam o movimento circular de um ponto material?

4.2.2 Ângulo de rotação

Adicionalmente, quando a partícula se move de P_0 para P, ao mesmo tempo que descreve a variação do percurso ou a distância dada pelo comprimento do arco P_0 P, Δs, o raio r da circunferência descreve uma variação do ângulo de $\varphi - \varphi_0$.

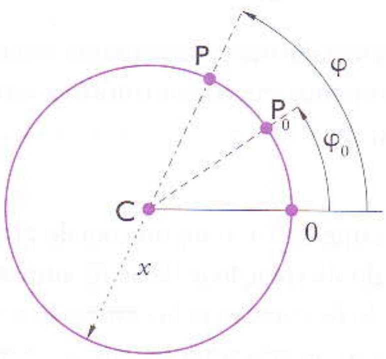


Figura 35: Movimento circular de um ponto.

4.2.3 Vector de posição e raio da circunferência

Pelo facto de o ponto material descrever um movimento circular, o ponto material localizado pelo raio da circunferência r descreve de forma solidária a posição do ponto material. O vector com estas características designa-se *vector posição r*. O módulo pode ser expresso como $|r|$ ou simplesmente r. O *módulo do vector posição* é, portanto, o raio da circunferência.

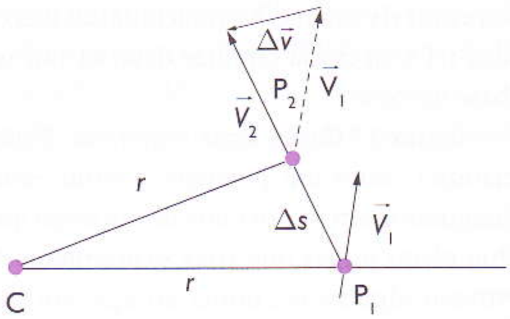


Figura 36: Em qualquer movimento pode recorrer-se ao vector posição e ao ângulo para indicar a posição do ponto material. O vector posição encontra-se solidário com um sistema de coordenadas cartesianas.

4.2.4 Velocidade angular

Adicionalmente temos de considerar que o ponto material descreve uma trajectória circular movendo-se com uma velocidade de rotação chamada *velocidade angular* ω. A velocidade angular é uma *grandeza física* axial que se encontra no *eixo* do centro da circunferência.

Vamos, por isso, definir que o quociente $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ caracteriza a variação do ângulo de rotação em função do tempo. A expressão caracteriza a velocidade angular, dada pela letra grega ω (lê-se ómega).

A unidade da velocidade angular é $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = rad\ s^{-1}$.

Resumindo, a descrição do movimento circular uniforme dá-se com a introdução de outras grandezas complementares. A tabela seguinte ilustra isso. Nota que nada nos impede de imaginar que o movimento rectilíneo uniforme possa também ser descrito por *um vector de posição solidário ao movimento do ponto material* na forma $r = r\ (t)$.

Movimento rectilíneo uniforme (grandezas físicas)	Movimento circular uniforme (grandezas físicas)
$s = s\ (t)$ $v = v\ (t)$ $r = r\ (t)$	$r = r\ (t)$ $s = s\ (t)$ $\varphi = \varphi\ (t)$ $\omega = \omega\ (t)$

4.2.5 Velocidade linear

A velocidade linear serve para caracterizar um movimento rectilíneo uniforme e para descrever o movimento circular uniforme, isto é, quando o ponto material descreve uma trajectória circular.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Nota que Δs é o *comprimento* do arco descrito pelo ponto material. No intervalo de tempo Δt, o ângulo de rotação φ (lê-se *fi*) aumenta por um factor $\Delta\varphi$. A medida do arco relaciona-se com o ângulo de rotação pela expressão $\varphi = \frac{s}{r}$. Veja-se, por exemplo, que quando o ângulo de rotação completa, ou seja uma revolução completa, for 360°, o *comprimento* do arco perfaz 2 π, ou seja 360° = 2 π.

4.2.6 Relação entre a velocidade linear e a velocidade angular

Pela definição da velocidade angular

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

e tendo em consideração que

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r}$$

considerando ainda que

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

podemos substituir

$$\Delta s = r\,\Delta\varphi$$

teremos

$$v = \frac{\Delta\varphi . r}{\Delta t}$$

e logo

$$v = \omega r.$$

Definição da relação entre a velocidade linear e a velocidade angular.

4.2.7 Descrição do movimento circular por coordenadas cartesianas

O módulo do vector posição pode ser expresso como $|r|$ ou simplesmente r. Já vimos que o módulo do vector de posição é, portanto, o raio da circunferência. Entre x, y e r existe a relação:

$$r^2 = x^2 + y^2$$

Uma descrição apropriada do movimento circular consegue-se relacionando as coordenadas x, y e r com o ângulo φ. Pela figura 37 podemos definir as seguintes relações:

$$x = r\cos\varphi \qquad r^2 = x^2 + y^2$$
$$y = r\,\mathrm{sen}\varphi \qquad \varphi = \mathrm{arctg}(y/x)$$

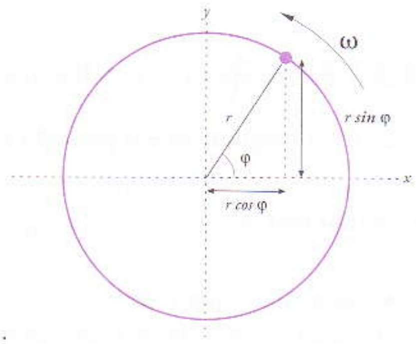


Figura 37: Movimento circular uniforme: coordenadas cartesianas.

4.3 Movimento circular uniforme

Todos os dias observamos o movimento circular em várias situações, por exemplo, a roda de um carro de passageiros, a roda da bicicleta, a roda da carroça de mão (vulgo *thôva*). Vamos considerar um ponto específico da roda: por exemplo, a válvula usada para a entrada do ar. A válvula da roda quando gira percorre caminhos iguais, ou seja descreve comprimentos de arco iguais nos mesmos intervalos de tempo. Diz-se que o corpo nestas condições realiza um movimento circular uniforme. Portanto, quando a velocidade é constante, temos um movimento circular uniforme. Assim sendo, a equação de definição da distância em função do tempo traduz a Lei do Movimento:

$$s\,(t) = vt + s_0$$

Esta equação já é conhecida do movimento rectilíneo uniforme. No movimento circular uniforme o ângulo varia de forma uniforme por unidade de tempo. O ângulo é proporcional ao tempo.

$$\varphi\,(t) = \omega t + \varphi_0$$

Esta lei estabelece a relação entre o ângulo de rotação e a velocidade angular.

4.3.1 Definição do período

O tempo para o qual o ponto material realiza uma volta completa (uma revolução) chama-se período e é representado pela letra T. O período T do movimento circular uniforme define o tempo necessário para uma revolução completa de um corpo. No tempo T necessário para uma volta completa o ângulo toma valor de 360° ou seja 2 π. Por isso a equação da velocidade angular

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

toma a forma de

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

4.3.2 Definição da frequência

A frequência do movimento circular uniforme indica quantas vezes o ponto material num determinado intervalo de tempo realiza a trajectória circular, ou seja,

$$f = n/t,$$

sendo n o número de vezes que o ponto material passa por um determinado ponto da trajectória circular.

4.3.3 Relação entre a frequência, o período e a velocidade angular

Entre a frequência e o período existe a seguinte relação

$$f = \frac{1}{T}.$$

Fazendo uso de

$$f = \frac{n}{t}$$

podemos dizer que o período

$$T = \frac{t}{n}.$$

Tendo em conta que o comprimento do arco para uma volta completa pode ser dado por

$$s = 2\pi r$$

(lembra-te que já vimos que $\varphi = \frac{s}{r}$) e fazendo uso da relação entre a velocidade linear e angular

$$v = \omega r$$

temos que

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

e substituindo o período pela frequência

$$v = 2\pi r f$$

encontramos uma relação entre a velocidade angular e a frequência

$$\omega = 2\pi f.$$

4.3.4 Vector velocidade no movimento circular uniforme

Vamos passar a observar o comportamento do *vector velocidade* no movimento circular uniforme. O vector velocidade é caracterizado pelo facto de fornecer informações sobre a direcção e a intensidade da velocidade. Já vimos que o módulo da velocidade é constante mas a direcção da velocidade não é. Vamos para o efeito analisar a figura 38 que mostra a localização r (t) e a velocidade $v\,(t)$ do ponto material no instante inicial e no instante subsequente: o raio da trajectória passa para $r\,(t + \Delta t)$ enquanto a velocidade $v\,(t + \Delta t)$. A velocidade sofre uma variação Δv devido à variação da orientação do vector. A questão principal é qual a orientação do vector Δv? Para responder a esta questão é: necessário esboçar graficamente vários instantes da posição do ponto material e da velocidade correspondente, que variam sob o mesmo ângulo de rotação. Uma parte deste momento é esboçada na figura 38.

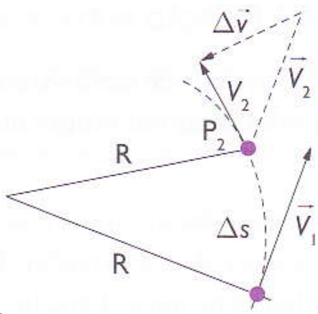


Figura 38: Representação geométrica da variação dos vectores de velocidade, mostra que Δv aponta na direcção do centro da trajectória circular.

Nota que a variação da posição do *vector de posição* (ou seja do raio da trajectória) permanece perpendicular ao *vector velocidade* uma vez que a rotação de ambos os vectores se dá sob o mesmo ângulo de rotação. Nota também que pela figura 39 se observa que o vector velocidade nos diferentes instantes $v\,(t)$ e $v\,(t + \Delta t)$ é sempre tangente à trajectória circular. No movimento circular uniforme a direcção do vector velocidade varia constantemente. Observa que os ângulos internos do triângulo formado pelos vectores $v\,(t)$, $v\,(t + \Delta t)$ e Δv perfazem 180° e observa que o vector Δv aponta para o centro. Sendo ambos os triângulos

$r\,(t)$, $r\,(t + \Delta t)$, Δr e $v\,(t)$, $v\,(t + \Delta t)$ e Δv

semelhantes, é válido, então, que

$$\frac{s_1 \cdot s_2}{r} = \frac{\Delta v}{v}.$$

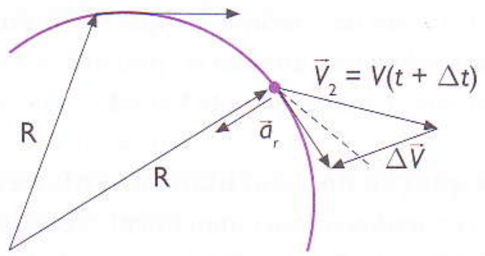


Figura 39: Variação em direcção do vector velocidade linear tangente à trajectória circular.

Dividindo ambos os membros da equação por Δt, obtemos

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Esta é a expressão que define a aceleração centrípeta ou a aceleração radial, ou seja, uma aceleração dirigida para o centro do círculo.

Aprendemos que o movimento circular uniforme é também um movimento uniformemente variado com uma aceleração. A aceleração, estando orientada para o centro, não produz nenhuma mudança do módulo da velocidade linear mas sim da direcção da velocidade.

4.4 Movimento circular uniformemente variado

Como já vimos, um movimento no qual a velocidade linear aumenta proporcionalmente em função do tempo é chamado movimento uniformemente variado. Sendo válida a relação entre a velocidade linear e angular

$$v = \omega r$$

então, o aumento da velocidade linear implica um aumento linear da velocidade angular. Assim, a taxa de variação da velocidade angular com o tempo é designada aceleração angular:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

No movimento circular uniformemente variado a aceleração angular é constante. No Sistema Internacional, a unidade da aceleração é

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 1\ rad\ s^{-2}$$

4.4.1 Relação entre a aceleração linear e a aceleração angular

Do *movimento rectilíneo uniformemente variado* aprendemos que a aceleração é devida à variação de velocidade em função do tempo

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Desta relação vimos que a direcção do *vector aceleração* é a mesma que a *variação do vector velocidade* Δv. A variação do módulo da velocidade no movimento circular uniformemente variado é acompanhada de uma aceleração tangencial, que surge na direcção do aumento ou da variação da *velocidade linear ou tangencial.*

O gráfico à direita (figura 40) mostra a relação entre os vectores aceleração no movimento circular.

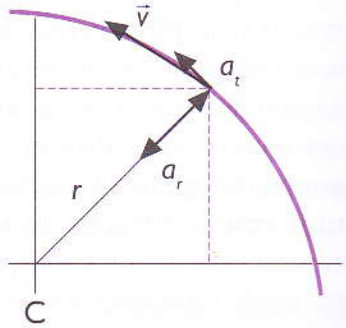


Figura 40: Vectores aceleração no movimento circular.

Entre a aceleração tangencial e a aceleração angular existe a seguinte relação:

$$a_t = \alpha \cdot r$$

Partindo da condição de que no instante inicial $t_0 = 0$ existe já uma velocidade angular ω_0, podemos escrever a Lei do Movimento Circular Uniformemente Variado como sendo

$$\omega(t) = \alpha \cdot t + \omega_0$$

Equação da velocidade angular em função do tempo.

Por analogia com o movimento rectilíneo uniformemente variado, podemos escrever a Lei do Movimento Circular Uniformemente Variado em termos de caminho percorrido em função do tempo.

$$s(t) = \tfrac{1}{2} a_t \cdot t^2 + v_0 t + s_0$$

Equação do caminho percorrido ou do comprimento do arco em função do tempo.

$$\varphi(t) = \tfrac{1}{2} \alpha \cdot t^2 + \omega_0 t + \varphi_0$$

Equação do ângulo de rotação em função do tempo.

O quadro seguinte permite sistematizar estes conceitos.

	Movimento circular	
	Movimento circular uniforme	Movimento circular uniformemente variado
Velocidade	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ $v = \frac{2r}{T}$ $v = \omega \cdot r$	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ O ponto material possui, em cada posição, uma velocidade instantânea ou momentânea.
	O módulo da velocidade é constante. A velocidade toma a direcção do movimento.	A variação do módulo da velocidade no movimento circular uniformemente variado é acompanhada de uma aceleração tangencial. O módulo da velocidade varia. A velocidade toma a direcção do movimento.
Aceleração	$a_c = \omega^2 \cdot r$ $a_c = \frac{v^2}{r}$	a_t A variação do módulo da velocidade é acompanhada de uma aceleração tangencial, que surge na direcção do aumento ou da variação da velocidade linear ou tangencial.
	O módulo da aceleração é constante.	O módulo da aceleração $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ é constante. Entre a aceleração tangencial e a aceleração angular existe a seguinte relação: $a_t = \alpha \cdot r$
	A aceleração toma a direcção perpendicular ao movimento.	A aceleração toma direcção variável ao longo da trajectória do movimento.

Exercício resolvido

1. O rotor de um gerador de corrente alternada de uma central eléctrica gira com uma frequência de 50 m/s e possui 1,2 m de diâmetro.
   1.1 Calcula o tempo que um determinado ponto material na periferia do rotor necessita para realizar uma volta completa.
   1.2 Calcula a velocidade linear.

Dados:
$f = 50$ m/s
$d = 1,2$ m

Procura-se:
t
v

Solução:
$v = \omega \cdot r$ e $\omega = 2\pi f$ logo
$v = 2\pi fr = 2\pi \times 50 \times 0,6 \cong 188,5\ ms^{-1}$
$f = \frac{n}{t} \Leftrightarrow t = \frac{1}{50} = 0,02$ s

Resposta:
1.1 Um ponto na periferia do rotor necessita de 0,02 s para dar uma volta completa.
1.2 O rotor apresenta uma velocidade linear de aproximadamente 188,5 m/s.

Exercícios não resolvidos

1. Um satélite orbita, a 500 km de altitude, sobre a superfície terrestre (RTerra = 6370 km). Sabendo que leva 1,57 h a dar a volta completa à Terra, determina:
   a) a sua velocidade angular ω;
   b) o valor da sua velocidade linear;
   c) o valor da aceleração centrípeta a que está submetido.

2. As rodas de uma bicicleta têm 33 cm de diâmetro e giram com velocidade angular constante $\omega = 18,2$ rad s^{1}.
   2.1 Calcula a frequência do movimento das rodas.
   2.2 Determina o valor da velocidade da bicicleta.

3. Um automóvel executa uma curva circular com o raio de 50 m mantendo a velocidade de 20 ms^{-1}.
   3.1 Determina a aceleração centrípeta experimentada pelo automóvel.

4. Uma centrifugadora de roupa opera a 600 rotações por minuto. Atendendo a que o tambor tem 40 cm de diâmetro, determina:
   a) o valor da aceleração das peças de roupa dispostas na periferia do tambor;
   b) a razão entre o valor da aceleração centrípeta experimentada pelas peças de roupa e o da aceleração da gravidade.

Vamos recordar...

Velocidade linear e velocidade angular

O movimento do ponto material sobre uma trajectória circular é descrito através da velocidade linear e da velocidade angular.

Definição da velocidade linear: $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$.

Definição da velocidade angular: $\omega = \dfrac{\Delta \varphi}{\Delta t}$.

Entre as duas grandezas existe a seguinte relação: $v = \omega \cdot r$.

A frequência f de um corpo ou de um ponto material, indica o número de vezes que o ponto material descreve, num dado intervalo de tempo, a trajectória circular no movimento circular uniforme.

Definição da frequência: $f = \dfrac{n}{t}$.

Entre a velocidade angular e a frequência existe a relação dada por $\omega = 2\pi f$.

Leis do movimento circular uniforme (ω = constante)

Equação de definição da lei sobre a distância-tempo: $s(t) = v \cdot t + s_0$.

Equação de definição da lei sobre a rotação angular-tempo: $\varphi(t) = \omega . t + \varphi_0$.

Equação de definição da lei sobre aceleração-tempo: $a_{rc} = \omega 2 r = \dfrac{v^2}{r}$.

Leis do movimento circular uniformemente variado

Equação de definição da lei sobre aceleração angular-tempo: $\alpha = \dfrac{\Delta \omega}{\Delta t} = const.$

Equação de definição da lei sobre velocidade angular-tempo: $\omega(t) = \alpha \cdot t + \omega_0$.

Equação de definição da lei sobre rotação angular-tempo: $\varphi(t) = \dfrac{\alpha}{2} \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t + \varphi_0$.

Aceleração tangencial: $a_t = const.$

Equação de definição da lei sobre velocidade linear-tempo: $v(t) = a_t \cdot t + v_0$.

Equação de definição da lei sobre distância-tempo: $s(t) = (\dfrac{a_t}{2})t^2 + v_0 \cdot t + s_0$.

5. Condição de equilíbrio de rotação e translação

Vamos iniciar o estudo do ramo da mecânica chamado estática.

A estática é a parte da Física que estuda corpos em equilíbrio, isto é, sistemas sob a acção de forças que se equilibram. No dia-a-dia assume especial interesse o estudo do equílibrio de forças. Vejamos um exemplo.

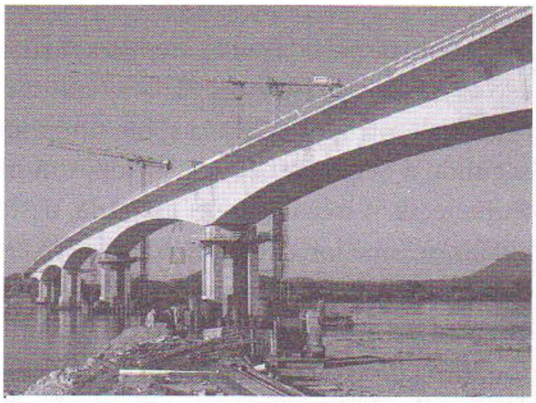


Figura 41: Construção da Ponte Armando Emílio Guebuza sobre o rio Zambeze, o quarto maior rio de África.

A ponte sobre o rio Zambeze baptizada com o nome do Presidente da República *Armando Emílio Guebuza* liga os distritos de Caia (província de Sofala) e Chimuara (província de Zambézia). Trata-se de uma nova infra-estrutura cuja construção começou em Março de 2006. Inaugurada recentemente, em Agosto de 2009, permite a travessia do rio Zambeze, que constitui o quarto maior rio de África. Esta infra-estrutura possui uma extensão de aproximadamente 2,4 quilómetros e 16 metros de largura. A ponte compreende duas faixas de rodagem, com 3,6 metros cada, para além de igual número de bermas de 2,5 metros e passeios de 1,9 metros. Tem, ainda, 13 metros de altura no leito do rio, permitindo a navegação mesmo no período de cheias. Para a implantação desta infra-estrutura foram movidos 225 mil metros cúbicos de solo, tendo sido necessários 71 mil metros cúbicos de betão, 9 200 toneladas de aço e construídos 2,5 quilómetros de acesso compartilhado por cada lado. A ponte principal tem seis vãos, quatro intermédios de 137,5 metros e dois vãos de 80 metros.

No estudo do movimento rectilíneo uniforme e do movimento rectilíneo uniformemente variado aprendemos que o movimento é estudado em relação a um dado sistema de referência e que as dimensões de um corpo extenso não teriam nenhuma importância. Assim consideramos um corpo extenso como um ponto material.

Qual deve ser a condição de equilíbrio para um corpo extenso (também se diz corpo rígido) quando este é sujeito à acção de muitas forças?

Para um dado referencial, um ponto material está em equilíbrio quando for nula a resultante do sistema de forças a ele aplicado.

Na tecnologia, e sobretudo na construção civil, encontramos vários exemplos de estruturas que devem suportar as mais diversas solicitações ou cargas. São exemplos: as vigas horizontais e barras verticais ou inclinadas. Uma ponte sobre um rio é uma estrutura que deve suportar grandes solicitações (cargas). Todavia, é importante que, apesar da ponte receber elevadas solicitações, permaneça em repouso. As estruturas civis (pontes, prédios, torres, etc.) estão sempre em estado de repouso (velocidade e aceleração nulas). Lembra-te que uma força é uma grandeza vectorial, com intensidade, direcção e sentido. A imposição de que a força resultante numa estrutura deve ser nula, traz como consequências duas condições para o equilíbrio global da estrutura:

ΣF_x o somatório de forças na direcção horizontal deve ser nulo;

ΣF_y o somatório de forças na direcção vertical deve ser nulo.

Deste modo, o equilíbrio de um corpo extenso requer, pelo menos, que a soma algébrica dessas componentes das forças aplicadas seja nula.

5.1 Relação entre o movimento rectilíneo (movimento de translação) e o movimento de rotação

O ponto de partida para a comparação do movimento de translação e do movimento de rotação são as três leis de Newton.

Se uma força for aplicada sobre um ponto material ou sobre um corpo extenso, este realiza, segundo a Segunda Lei de Newton, um movimento de translação, isto é, um movimento em linha recta. A força deve ser aplicada, neste caso, no centro do corpo rígido.

Mas, se uma força for aplicada fora do centro do corpo, este, ao invés de realizar a translação, gira em torno do seu eixo. Isso significa que à força corresponde uma nova grandeza que chamamos **torque ou momento de torção**, definido como o produto da força pela distância da força (ou linha de acção da força) em relação ao eixo de rotação.

Movimento rectilíneo (translação)	Movimento rotacional (rotação)
2.ª Lei: $F = m \cdot a$ (produto da massa e aceleração).	Momento de torção: $T = I \cdot \alpha$ (produto entre o momento inercial e a aceleração angular).
Trabalho: $W = F \cdot d$ (produto entre a força e o deslocamento provocado pela mesma).	Trabalho rotacional: $W = T \cdot \alpha$ (produto entre o momento angular e o ângulo de rotação).
Potência: $P = F \cdot v$ (produto da força pela velocidade atingida pelo corpo no movimento).	Potência: $P = T\omega = T2\pi f = T2\pi \frac{n}{t}$ (produto do momento e a velocidade angular), n é o número de rotações e t o tempo em que decorre o movimento.

O torque ou o momento de torção é uma grandeza com larga aplicação técnica. Nos relógios mecânicos aplica-se o torque para garantir o funcionamento regular e exacto do relógio. Qualquer carro moderno indica a potência como resultado das rotações por minuto do motor $P = T\omega = T2f = T2\pi(\frac{n}{t})$. O sistema de travagem baseia-se na eliminação das correntes de turbilhão. Uma simples ventoinha é posta em rotação como resultado da aplicação de um torque.

5.2 Momento de torção

Uma estrutura tem dimensões grandes e comportamento diferente de uma partícula sem grande dimensão. Além disso, as cargas actuam numa estrutura em vários pontos de aplicação. Nesse caso, a acção à distância de uma força deve ser considerada.

Vamos introduzir uma nova grandeza básica para o estudo do equilíbrio de rotação de um corpo extenso. O momento de torção M é uma grandeza física básica. Trata-se de uma grandeza que desempenha um papel fundamental para o movimento de rotação da mesma maneira que a força desempenha um papel fundamental no movimento rectilíneo.

O efeito de uma força F actuando à distância h é denominado momento:
$M = h \times F$
$[M] = 1$ N·m (lê-se *newtonmetro*)
(No Sistema Internacional de Unidades)

A soma algébrica dos momentos escalares das forças externas actuantes no corpo rígido, em relação a qualquer ponto, deve ser nula.

$$\Sigma M_{F externas} = 0$$

Esta função relacional entre a força e a altura da força é válida quando a força é perpendicular ao deslocamento e quando ambos (força e deslocamento) se encontram num mesmo plano perpendicular ao eixo de rotação.

Assim, o equilíbrio estático de um corpo rígido extenso ocorrerá quando o sistema de forças nele actuantes não determinar nem a translação (a resultante de todas as forças externas deve ser nula) nem a rotação (a soma algébrica dos momentos das forças externas deve ser nula).

Para equacionarmos o equilíbrio estático do ponto material e do corpo extenso rígido, é fundamental identificar as forças externas actuantes, os seus pontos de aplicação (para os corpos extensos) ou, pelo menos, as direcções das suas linhas de acção. Devem ser consideradas as forças de campo e as forças de contacto que surgem geralmente nos vínculos (apoios, pinos, cabos, articulações, etc.).

Vamos analisar em detalhe a equação de definição do momento de torção $M = h \times F$.

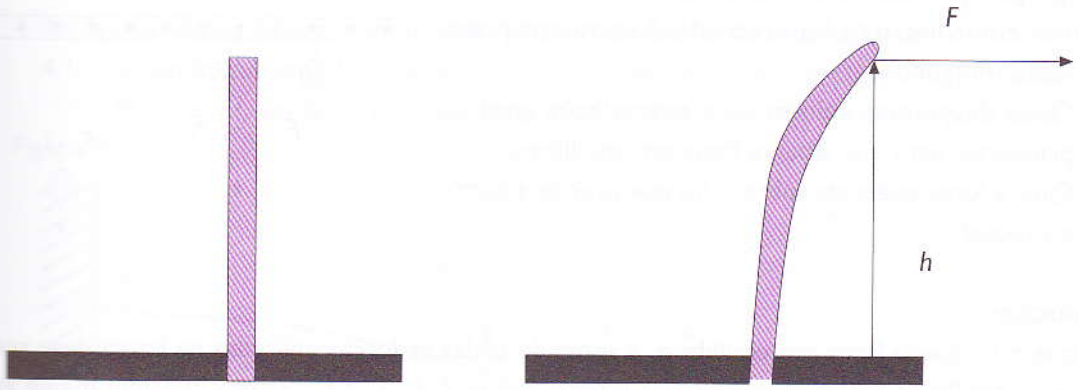


Figura 42: Uma estrutura inicialmente fixa perpendicularmente entre duas vigas, é submetida a uma força aplicada que leva à produção de um momento de torção. A torção da peça deve-se à acção do momento $M = F \times h$.

Se uma força F for aplicada a um corpo rígido (ou a uma peça) são produzidos efeitos que não dependem simplesmente do módulo e da direcção da força mas também do ponto de aplicação da força. Por isso, uma nova grandeza chamada *momento de torção* é introduzida com a finalidade de não só indicar a força aplicada envolvida mas também para destacar o ponto de referência em relação ao qual a força é aplicada para que se produza a rotação. A figura 43 procura ilustrar isso.

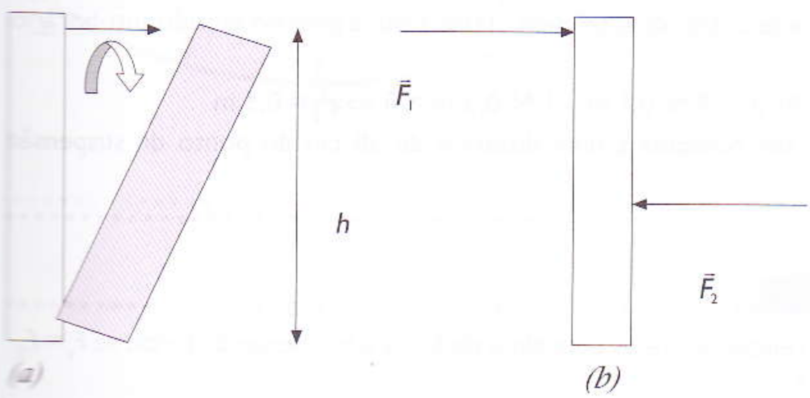


Figura 43: a) O momento de torção devido à acção de uma força impele a peça a entrar em rotação e produz a queda. b) À direita, na imagem, a acção de um binário de forças produz um momento total nulo para manter a peça em repouso. Este é um exemplo claro de que o momento desempenha na rotação $\sum M = 0$ o mesmo papel que a força no movimento rectilíneo, pois, para que a peça esteja em repouso, é necessário que $\sum F = 0$.

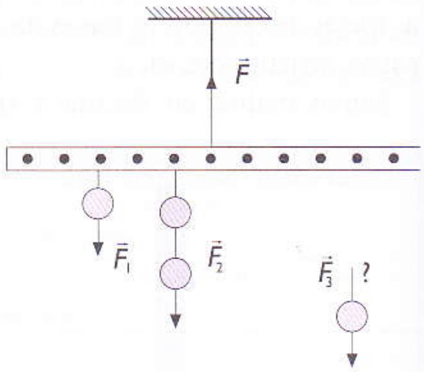
Assim, a Segunda Lei de Newton, para estruturas em repouso, pode ser aplicada também aos momentos: «o momento resultante numa estrutura deve ser nulo».

$\Sigma M = 0$: o somatório de momentos em relação a um ponto qualquer deve ser nulo.

Essa condição de equilíbrio garante que o corpo não vai girar. A figura 43 ilustra isso e mostra também um par de forças F_1 e F_2. Um par de forças consiste em duas forças aplicadas na peça, em diferentes pontos e em direcções contrárias.

Exercício resolvido

1. Penduram-se numa barra muito leve (de peso desprezável, como em geral se diz em Física) três bolas iguais que têm, cada uma, um peso de 1 newton (1 N). Elas são presas em pregos que estão a uma distância de 10 cm uns dos outros, como mostra a figura ao lado. A barra está presa no tecto. Pergunta-se:
   a) Onde deveremos colocar uma quarta bola, igual às primeiras, para que a barra fique em equilíbrio?
   b) Qual a força exercida sobre o fio que prende a barra ao tecto?



Resolução:

Para que o conjunto fique em equilíbrio, a soma de todas as forças aplicadas na barra deve ser igual a zero. Na figura estão representadas quatro forças: F, F_1, F_2 e F_3. Vamos considerar que as forças dirigidas para cima têm sinal positivo e as dirigidas para baixo, sinal negativo. Então

$$F - F_1 - F_2 - F_3 = 0 \Leftrightarrow F - 1\text{ N} - 2\text{ N} - 1\text{ N} = 0\text{ N} \Leftrightarrow F = 4\text{ N}$$

pelo que sobre o fio que prende a barra ao tecto temos uma força de 4 N.

Para que a barra não gire, a soma dos momentos das forças deve ser também igual a zero. Vamos chamar de M, M_1, M_2 e M_3 aos valores dos momentos das forças e escolher que o sentido de rotação horário é positivo.

O que faz a barra girar no sentido horário é a força F_3. A força F não faz a barra girar, pois está aplicada no ponto de suspensão e as outras duas tendem a fazer a barra girar no sentido anti-horário. Então teremos:

$$F_3 \cdot d_3 - F_2 \cdot d_2 - F_1 \cdot d_1 = 0 \Leftrightarrow 1\text{ N} \cdot d_3 - 2\text{ N} \cdot 0{,}1\text{ m} - 1\text{ N} \cdot 0{,}3\text{ m} = 0 \Leftrightarrow d_3 = 0{,}5\text{ m}$$

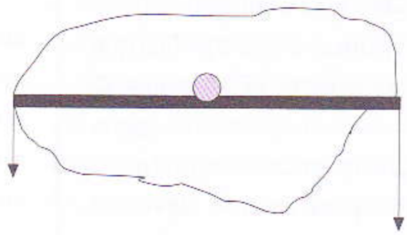
Dessa forma, a bola deverá ser colocada a uma distância de 50 cm do ponto de suspensão da barra.

Exercícios não resolvidos

1. Tendo em consideração a relação entre os conceitos de força e momento da força, se $F_1 = F_2$ será que também $M_1 = M_2$?

2. Explica que fenómenos indesejáveis podem ocorrer quando se põe um sistema mecânico em grande rotação.

3. Indica, com base no esquema da figura abaixo apresentada, a posição do eixo de rotação, quando se considera que *o torque* (T) resultante se anula. Tem em consideração que o corpo rígido tem um comprimento L e a força $F_2 = 2F_1$.

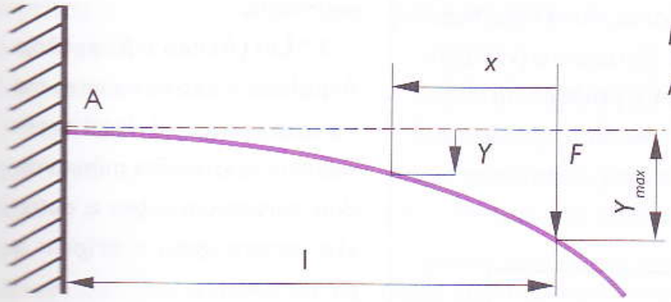


3.1 Indica graficamente a solução.

4. As figuras abaixo ilustram um modelo de uma estrutura da construção civil.

4.1 Sabendo que uma força aplicada na extremidade da peça produz um torque dado por $M = T = F.l$, verifica a posição da força aplicada e o cálculo do torque para cada caso.

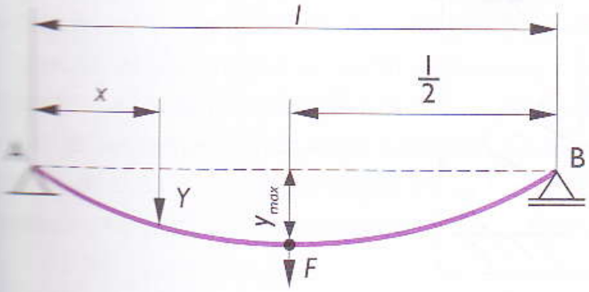
Figura A



$F_A = F$ $\quad M_x = Fx$

$M_{max} = Fl$

Figura B



$F_A = F_B = \frac{F}{2}$

$M_x = \frac{Fx}{2} \quad M_{max} = \frac{Fl}{4}$

Saber mais

A estrutura de uma ponte é resultante também de uma aplicação das Leis de Newton (ver caixa à direita).

Uma ponte tem de estar em repouso, o que significa que o somatório das forças externas é nulo $\sum F = m \cdot a = 0$, ou seja, $a = 0$. Uma ponte possui um conjunto de vigas e pilares. O peso total é muitas vezes superior a 245 000 N. Este peso é dirigido para baixo e deve ser suportado por, pelo menos, dois pilares. Neste caso, os pilares recebem, cada um, uma carga de 122 500 N. Supomos portanto que o peso de 245 000 N se distribui uniformemente.

No caso de dois pilares, cada um deve suportar uma força F_1 = 122 500 N e F_2 = 122 500 N. Portanto, os pilares reagem com uma força oposta se a estrutura for estável. A estrutura é estável se o terreno for forte, duro e rochoso de modo a poder transmitir uma força de reacção (validade da Terceira Lei). Caso contrário, a ponte pode afundar-se. Por isso se constrói em concreto (ou betão, uma mistura muito dura de areia, pedras, cimento e água) para suportar a força de peso dos pilares e da viga.

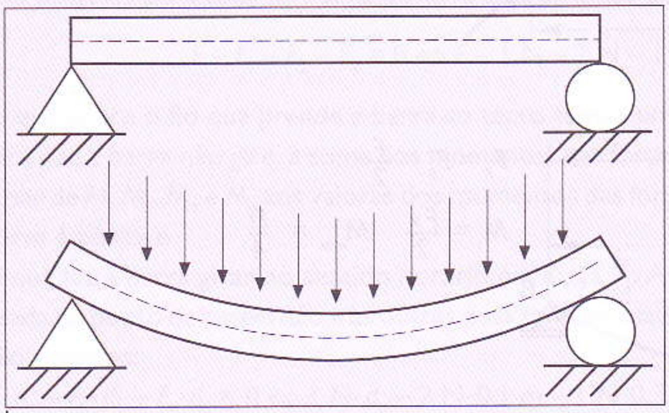


Figura 44: A figura mostra o modelo das solicitações (cargas) a que está sujeita uma ponte. A carga é exercida sobre a viga principal.

1.ª Lei (Inércia): Qualquer corpo continua no seu estado de repouso ou de movimento uniforme numa linha recta, a menos que seja forçado a mudar aquele estado por forças aplicadas sobre ele.

2.ª Lei (Quantidade de Movimento): A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direcção da linha recta na qual aquela força é imprimida.

3.ª Lei (Acção e Reacção): A qualquer acção há sempre uma reacção oposta e de igual intensidade, ou, as acções mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas a partes opostas.

6. Dinâmica do ponto material: Leis de Newton

Vamos iniciar o estudo das leis fundamentais da dinâmica. Até aqui discutimos a cinemática e a estática. Em contrapartida, a dinâmica estuda o movimento de corpos e as forças que produzem esses movimentos. Espera-se que sejas capaz de aplicar as Leis de Newton na resolução de exercícios concretos, que possas determinar geometricamente a resultante de um sistema de forças e explicar fenómenos do dia-a-dia aplicando as Leis de Newton. As competências já adquiridas no que concerne à construção e interpretação de gráficos de uma força constante em função da posição e em função do tempo devem ser consolidadas.

6.1 Linguagem e conceitos

Precisamos da linguagem quando temos de expressar um pensamento por vezes abstracto. É sempre difícil pensar clara e facilmente quando não temos uma linguagem apropriada. Portanto, precisamos de conceitos apropriados sobretudo para exprimir pensamentos abstractos da linguagem científica. Aprendeste já a necessidade de usar uma terminologia mais apropriada quando nos referimos, por exemplo, aos conceitos de espaço, distância, trajectória e deslocamento.

Adoptamos o termo *deslocamento* para nos referirmos a um vector que representa a mudança de posição de um ponto material ou de um objecto da sua posição inicial devido à acção de uma força. Nesta definição assumimos já que o deslocamento é afinal uma grandeza vectorial. Vais aprender a analisar estes aspectos no estudo das situações relacionadas com o conceito de *força*.

Observando atentamente a Natureza, certamente já te terás apercebido de muitos fenómenos associados ao conceito de força. O funcionamento de uma armadilha de caça, o funcionamento de uma ratoeira, o movimento de um pequeno barco de pesca, o movimento de um autocarro de passageiros, o movimento de uma bicicleta, o movimento das águas do mar, o movimento de tracção de um tractor ao puxar a charrua, a mudança de posição dos móveis do quarto de dormir, a mudança de posição dos móveis do escritório, etc. O funcionamento destes objectos requer genericamente uma força. Certamente, associas à noção de força outras palavras ou outros conceitos como força de gravidade, peso, força de uma mola elástica, força de uma corda, força muscular, força magnética, resistência do ar, força de aceleração, força de travagem, etc.

6.1.1 Grandezas físicas (revisão)

Em Física, a palavra *força* é usada para designar uma *grandeza física*, que, como sabes, se refere a uma propriedade que possa ser determinada quantitativamente (isto é, uma grandeza com valores numéricos obtidos por meio de *medições*). As *propriedades* de uma grandeza física podem ser determinadas directa ou indirectamente a partir de outras grandezas físicas. Uma *lei física* expressa pelo menos uma relação entre determinadas grandezas físicas. A expressão *grandeza física* caracteriza as *propriedades dos objectos*, mas os próprios *objectos* em si, sejam *concretos ou abstractos*, não constituem nenhuma grandeza física. Existem vários tipos de grandezas físicas que vais aprender ao longo da 11.ª classe. Umas, são grandezas específicas da área mecânica, outras da área da electricidade e outras da área da termodinâmica.

6.1.2 Valor numérico e unidade

A determinação do valor de uma grandeza física faz-se por meio de uma medição. A medição significa uma actividade planificada, destinada a enunciar quantitativamente uma informação sobre uma determinada grandeza, através da comparação da grandeza de medição com uma unidade. A expressão *grandeza de medição* significa a grandeza física que se pretende determinar. Aqui, o termo *unidade* refere-se a *unidade de medida*. Assim sendo, as grandezas físicas são associadas a valores e unidades. As grandezas físicas podem ser medidas directamente (aplicação directa de um instrumento de medição ao objecto a medir) ou indirectamente, isto é, a partir de outras grandezas físicas.

6.2 Grandezas físicas escalares e vectoriais

Conheces já algumas grandezas escalares, como a massa, a densidade, o volume, a temperatura, etc. Estas são grandezas que necessitam simplesmente de uma informação quantitativa, ou seja, numérica. Todavia, algumas grandezas possuem uma orientação no espaço, de modo que o seu valor depende da *direcção de medição* dessa grandeza. Por exemplo, a velocidade de um autocarro ao longo de uma direcção (s) tem o valor de 50 km/h, mas a velocidade medida perpendicularmente a esta direcção é nula. Isso significa também que o autocarro não possui nenhuma *componente de velocidade* naquela direcção perpendicular. Portanto, a velocidade é um vector; dizemos em Física que a velocidade é uma grandeza vectorial.

6.2.1 Uma grandeza vectorial: força

Vais aprender a analisar a força como grandeza física vectorial. Na 8.ª classe aprendeste a utilizar o conceito de *força* para explicar as propriedades gerais da matéria, especificamente para comparar as forças entre as partículas nos diferentes estados físicos e explicar fenómenos físicos com base nas propriedades gerais da matéria. Com base nas forças de adesão e de coesão, o conceito *força* foi usado também para explicar o fenómeno da capilaridade. No quotidiano, usas frequentemente a palavra *força*. As demonstrações devem mostrar, não só o efeito da força, como também as alterações da forma que concorrem para uma deformação do corpo, do repouso ou de movimento de um corpo, a mudança de direcção e sentido, elucidando assim que a força é uma grandeza vectorial. Para isso, é importante que avalies a intensidade da força e faças a representação gráfica desta.

A força indica com que intensidade um corpo actua sobre outro.

O símbolo da força é F.

Um instrumento de medição da força é um dinamómetro.

Para a unidade da força, escreve-se a letra entre parênteses rectos: $[F] = 1\ \text{N}$ (lê-se *um newton*). Sendo que $\text{N} = 1\ \text{kg m/s}^2$ (lê-se *um quilograma vezes metro sobre segundo ao quadrado*).

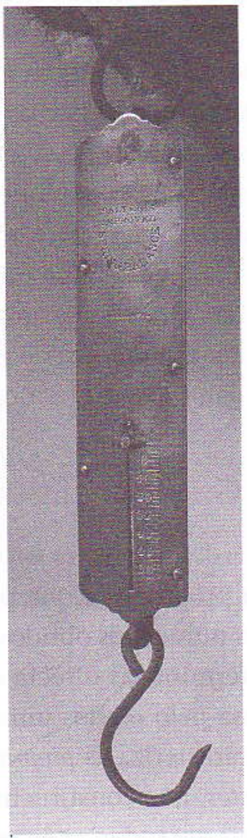


Figura 45: Dinamómetro.

A força é uma grandeza vectorial e é caracterizada claramente pela indicação do *módulo* (valor numérico) da direcção e sentido.

6.2.2 A notação vectorial

O símbolo usado para indicar as características vectoriais da força consiste numa pequena seta que vem por cima do próprio símbolo da força ou seja: $\vec{F}$. Num texto impresso (nos livros científicos do ensino superior, nomeadamente) um vector aparece sempre em negrito ***F***. A intensidade de um vector é sempre impressa em itálico. Estas propriedades são bem ilustradas pelos exemplos apresentados na figura 46. As setas mostram a *direcção e o sentido da força* que actua. A força é representada por uma seta que indica a direcção e o sentido em que a força actua e o comprimento da seta representa o módulo da força. Embora as forças na Natureza actuem em todas as direcções, vamos simplesmente concentrarmo-nos no estudo de forças que actuam num plano de superfície. Aprendemos que o deslocamento e a força podem ser grandezas físicas vectoriais. Este facto pode levar-te a indagares-te quando é que uma certa grandeza física (ou quantidade) é representada por um vector.

Para que uma grandeza física possa ser representada como um vector, deve ser caracterizada por:

- direcção;
- sentido;
- valor ou módulo;
- ponto de aplicação.

Assim sendo, pode ser-lhe aplicada a Lei da Adição do Triângulo.

A regra do triângulo enuncia que a soma de dois vectores F_1 e F_2, é definida pela construção geométrica apresentada na figura 46.

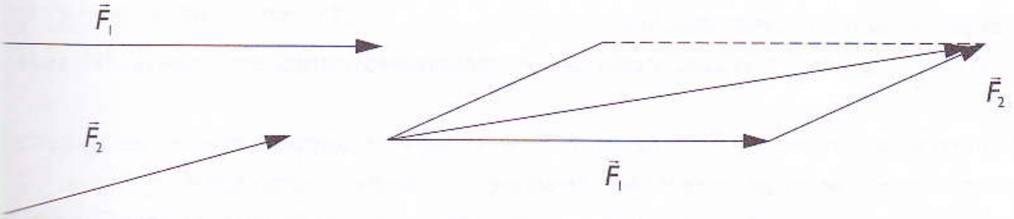


Figura 46: A Lei do Triângulo na adição de dois vectores $\boldsymbol{F}_1$ e $\boldsymbol{F}_2$

Vamos aprender a aplicar este enunciado para resolver os problemas de duas ou mais forças que actuam simultaneamente sobre um determinado corpo. Assim, quando duas forças, $\boldsymbol{F}_1$ e $\boldsymbol{F}_2$, actuam sobre um corpo, cada força actua como se a outra força não existisse. A *seta da força resultante* ou seja, o *vector da força resultante de* $F_1 + F_2$, obtém-se aplicando a regra do triângulo. A soma de dois vectores F_1 e F_2, é definida deslocando-se F_2 paralelamente a si mesmo, até que a origem de F_2 coincida com a extremidade de F_1. O vector traçado entre a origem de F_1 e a extremidade de F_2 é o vector soma $F_1 + F_2$.

Na subtracção de vectores, por exemplo, de $F_1 - F_2$ procede-se da seguinte maneira: define-se inicialmente o vector $-F_2$. Este vector pode ser definido a partir do vector F_2. Depois, deve proceder-se como anteriormente, ou seja, aplicando a Lei do Triângulo, como ilustrado na figura 46 e explicado no texto acima.

Saber mais

▸ Vectores num sistema de coordenadas cartesianas

O sistema de coordenadas cartesianas ocupa uma posição especial na Física. Para calcular com vectores é preciso conhecer o Sistema Cartesiano, geralmente definido em termos de três vectores unitários mutuamente perpendiculares, chamados *i*, *j*, *k*. A figura 47 mostra vectores unitários cartesianos ortogonais (isto é, que formam um ângulo de 90° entre si).

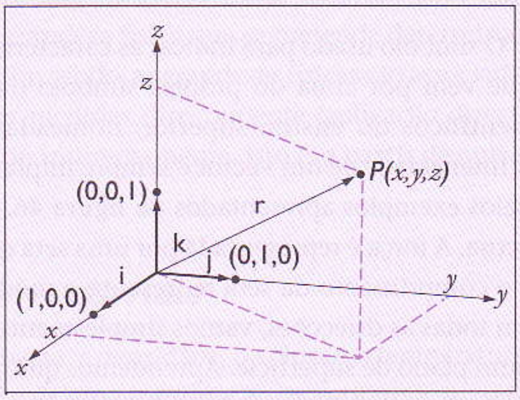


Figura 47: Sistema de eixos cartesianos.

O canto de uma parede de uma casa ilustra perfeitamente uma situação de vectores cartesianos ortogonais. A figura 48 também ilustra esta situação. Os vectores *i* e *j* são os versores dos vectores *x* e *y* do sistema a duas dimensões.

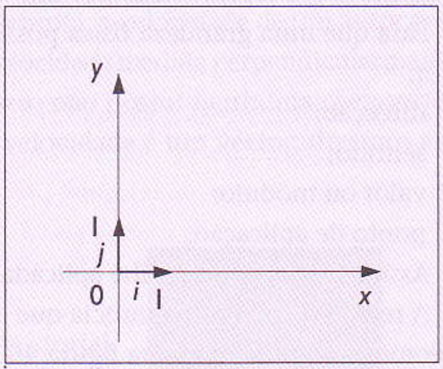


Figura 48: Versores dos vectores *x* e *y*.

Com a mão direita podes mostrar uma situação semelhante. A figura 49 da regra da mão direita ilustra essa situação dos vectores ortogonais. Portanto, vectores ortogonais são vectores perpendiculares (que formam um ângulo de 90°) entre si. Para simplificar, vamos considerar apenas dois vectores unitários, ou seja, *i* e *j*. Qualquer vector, por exemplo, força $F^{F-F,} + F_y$, pode ser definido como a soma das suas componentes $F_x + F_y$. Diz-se que F_x e F_y são «projecções» ou «componentes» do vector força, ou seja, *F*. Portanto, qualquer vector pode ser representado como uma soma das suas componentes.

A figura 48 ilustra que um vector *F* é a decomposição pelas suas componentes. Com ajuda da notação dos vectores unitários pode representar-se a componente *F* como $F = iF_x + jF_y$.

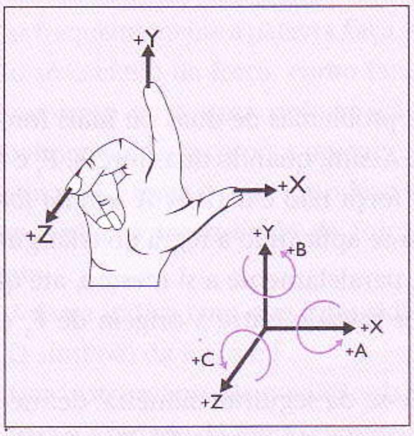


Figura 49: Regra dos três dedos da mão direita.

Nota que o carácter vectorial da componente F_x é atribuído pelo vector unitário *i* e o carácter vectorial da componente F_y é atribuído pelo vector unitário *j*. Mais uma vez, a figura 50 procura consolidar e mostrar esta ideia.

Qualquer vector pode ser representado como a soma vectorial das suas componentes ou pelas suas projecções.

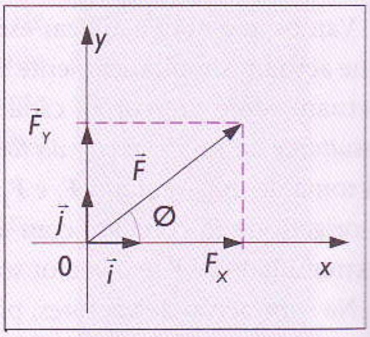


Figura 50: Projecções nos eixos *x* e *y* do vector *F*.

Definição da componente e da projecção sobre o eixo de coordenadas

Vamos considerar que F_x e F_y são projecções do vector sobre os eixos das coordenadas. Então: $F_x = |F|.cos(F, i)$.

De forma similar pode também definir-se a projecção de F_y como sendo: $F_y = |F|.cos(F, j)$.

A *componente de um vector* F_y não é mais do que a multiplicação do vector *Fy* com o seu respectivo vector unitário, ou seja $F_y = jF_y$.

Exercício resolvido

1. Uma carroça carregada com cerca de 100 kg é puxada por dois burros. As forças de tracção exercidas pelos animais formam um ângulo $\beta = 30°$ entre si.

1.1 Calcula o valor da força resultante.

Resolução:

Dados: $F_1 = 50$ N e $F_2 = 40$ N $\beta = 30$

Procura-se: F_r

Esboço: Representação geométrica das forças

$$F_r^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F^2 \cos\alpha$$

$$\alpha = \frac{(360° - 2 \times 30°)}{2} = 150° \qquad F_r = \sqrt{}$$

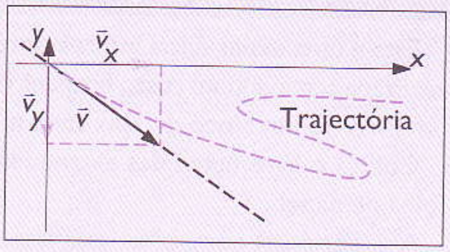
$$F_r = \sqrt{2500 + 1400 - 2 \times 50 \times 40 \times \cos 150°}$$

Pelo teorema dos co-senos, vale que $F_r =$ N.

A tarefa acima pode ser facilmente resolvida com base no sistema de coordenadas cartesianas. Lembremos que se procura F_r, ou seja, as componentes de F_r e o módulo $|F_r|$.

Exercícios não resolvidos

1. Um corpo desloca-se numa dada trajectória (ver figura). Sabendo que a sua velocidade é uma grandeza vectorial e as suas componentes nos eixos *x* e *y* são 2,24 m/s e −1,24 m/s respectivamente, representa o vector velocidade num eixo cartesiano e determina o valor do módulo da velocidade do corpo.



2. Um bloco de madeira é puxado por uma força de 6 N, aplicada no seu centro de massa, que faz um ângulo de 25° com a parte positiva do eixo dos xx. Determina as componentes da força aplicada.

Trabalhos de Experimentação Livre (TEL)

- Inércia do ar através do movimento brusco de uma folha de jornal.
- Inércia de uma garrafa puxando-a lenta e rapidamente.
- Inércia de um bloco ao ser puxado por um fio simples e duplo.
- Acção e reacção de uma flecha.
- Acção e reacção de dois corpos colocados nas extremidades de um corpo elástico esticado.
- Demonstração da relação entre a força e a aceleração através do movimento, num plano horizontal, de um carrinho ligado a uma massa suspensa através de uma roldana fixa.

6.3 Leis de Newton

6.3.1 Primeira Lei (Inércia)

O enunciado da Primeira Lei de Newton, também conhecida como Lei da Inércia, diz que um corpo permanece em estado de repouso ou de movimento rectilíneo uniforme enquanto sobre ele não estiver a actuar nenhuma força, ou se a resultante das forças que sobre ele actuam for nula.

A saída agitada da água quando se abre muito rapidamente a torneira é um exemplo do fenómeno da inércia. A inércia mostra-se pela tendência que a água manifesta de não sair prontamente, ou seja uma certa tendência de querer permanecer em estado de repouso. Um pouco antes de se abrir a torneira, a água encontra-se em repouso e sob uma alta pressão. Abrindo rapidamente a torneira, ela inicia a saída de forma convulsa e em pequenas quantidades apesar da máxima abertura da torneira. A saída convulsa das gotas de água é geralmente acompanhada de um ruído bem característico. Logo depois a situação restabelece-se, isto é, a água sob o efeito da pressão começa a sair de forma regular e contínua. No caso contrário, quando se tende a fechar a saída da água na torneira ou na mangueira, é visível o fenómeno da mesma procurando manter a pressão e saindo continuamente.

Genericamente, podemos dizer que, quando se pretende modificar o estado de repouso ou de movimento rectilíneo uniforme de um corpo, torna-se necessária a acção de uma força.

Um exemplo ilustrativo verifica-se geralmente com alguns alunos da escola de condução que por vezes têm tido dificuldades na fase inicial de aprendizagem das técnicas de condução. Depois de colocarem o motor a funcionar, esperam que o veículo inicie a marcha por si só. Mesmo que o motor esteja em funcionamento, este permanecerá em repouso e só pode iniciar alguma marcha quando houver uma força, que terá de ser convertida através do sistema de transmissão, em força motriz. Para o efeito, o condutor deverá pisar no acelerador ao mesmo tempo que estiver a largar o pedal de câmbio.

Vamos experimentar...

Esta é uma experiência interessante e por isso, aconselhamos que a realizes em casa. Pode ser realizada sem nenhum custo financeiro adicional e requer simplesmente algum material doméstico: um livro ou um bloco de apontamentos e uma folha de papel A_4.

Coloca o livro numa das extremidades de uma mesa. Por debaixo do livro, coloca metade da folha de papel.

A experiência comporta duas fases:

1. Retirar lentamente a folha do papel. Certamente que vais observar que a folha de papel ao ser puxada traz consigo o livro que chega a cair.
2. Repetir a experiência e restabelecer as condições iniciais. Agora, em vez de puxar lentamente, puxa muito rapidamente. Que acontece?

Repete a experiência para te assegurares que o resultado se mantém.

Como se chama o fenómeno observado? Recorre aos conhecimentos da 8.ª classe para explicar este resultado. A experiência anterior mostrou o fenómeno da inércia.

6.3.2 Segunda Lei (Quantidade do Movimento)

O enunciado da Segunda Lei de Newton, também conhecida como Lei da Quantidade do Movimento, diz que a mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direcção da linha recta na qual aquela força é imprimida.

Uma força é sempre necessária quando pretendemos mudar o estado de repouso ou do movimento rectilíneo uniforme. Já discutimos a situação de um aprendiz de condução de carros ligeiros ou pesados. Portanto, vimos que uma força pode colocar um corpo em movimento a partir de repouso.

Mas uma força também pode tornar o movimento mais rápido ou mais lento. Por isso, dizemos que um corpo pode ser acelerado através do efeito de uma força. Lembramos que a aceleração de um corpo é o resultado da variação da sua velocidade.

A variação da velocidade foi discutida já no movimento uniformemente variado. A variação da velocidade por determinados intervalos de tempo (ou seja aceleração) é tanto maior quanto maior for a força aplicada. Esta é uma situação frequente que conheces em várias ocasiões do dia-a-dia. Por exemplo: quanto maior for a força aplicada pelo ciclista ao pedalar maior será a aceleração. Outro exemplo ocorre quando um condutor pretende realizar uma ultrapassagem. Neste caso, o veículo terá de ir aumentando a sua velocidade, ou seja, quanto maior for a força aplicada ao motor maior será a aceleração.

Vamos experimentar...

Sobre uma superfície plana horizontal coloca um carrinho. Este possui uma certa massa (m) que, ao longo da experiência, permanece constante. O carrinho encontra-se ligado a um fio que passa através de uma roldana. Na extremidade do fio são colocados pequenos corpos de massas diferentes que produzem a aceleração do carrinho. Portanto, a aceleração é devida à força produzida por diferentes corpos de carga (m_1, m_2, m_3, etc.). Sempre que é colocada uma determinada massa, o carrinho é acelerado por uma força constante. Um outro valor de massa produz uma força maior e, consequentemente, uma outra aceleração. Pode determinar-se a aceleração se tivermos a informação sobre a distância percorrida e o tempo gasto no percurso através da relação $s = \frac{1}{2}at^2$.

A tabela seguinte mostra os resultados.

F (N)	m (kg)	s (m)	t (s)	a (m/s^2)
0,02	0,190	0,80	4,0	0,10
0,03	0,190	0,80	3,3	0,15
0,04	0,190	0,80	2,9	0,19
0,05	0,190	0,80	2,5	0,26
0,06	0,190	0,80	2,3	0,30

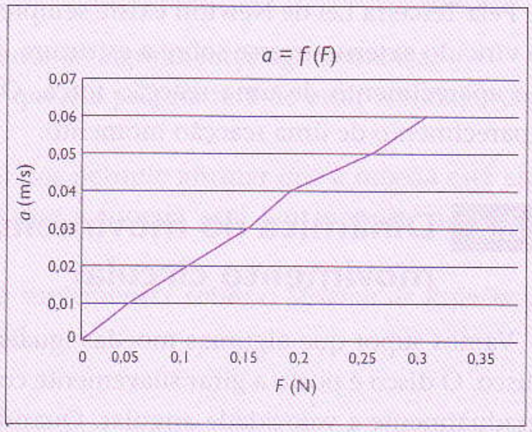


Figura 51: Gráfico da relação funcional entre aceleração e a força (massa constante).

Que relação funcional existirá entre a massa (m) e a aceleração? A massa (m) é a massa do carrinho e a carga da força aceleradora são as massas m_1, m_2, m_3, etc. Esta carga agora deve permanecer constante. Nota também que, nas experiências anteriores, a massa (m) foi mantida constante.

Em outras experiências podemos estudar também a relação funcional entre a aceleração e a sua massa. Portanto, em vez de se manter a massa do corpo constante, vai proceder-se de modo a alterar-se o valor da massa do corpo que sofre a acção da força aplicada. A tabela seguinte mostra alguns resultados experimentais.

m	s	t	a	F
(kg)	(m)	(s)	(m/s²)	(N)
0,80	2,0	0,40	0,036	0,090
0,80	2,4	0,28	0,039	0,140
0,80	2,8	0,20	0,038	0,190
0,80	3,2	0,16	0,038	0,240
0,80	3,6	0,13	0,038	0,290

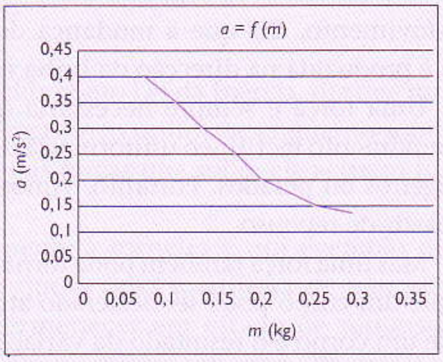


Figura 52: Gráfico da relação funcional entre aceleração e a massa (força constante).

Avaliação dos resultados

O gráfico da figura 51 mostra que à força é proporcional a aceleração, ou seja, $F \sim a$.

O mesmo gráfico reflecte também um outro aspecto da realidade: sem acção da força não há também nenhuma aceleração, ou seja, $F \sim a$ se $F = 0$ então $a = 0$.

O gráfico da figura 52 mostra que, sendo F = constante, vale $a \sim \frac{1}{m}$.

Então, podemos concluir que

$$F = ma.$$

Expressão matemática que traduz a Lei Fundamental da Dinâmica ou a Segunda Lei de Newton.

6.3.3 Terceira Lei (Acção e Reacção)

O enunciado da Terceira Lei de Newton, também conhecida como Lei da Acção e Reacção, diz que a qualquer acção há sempre uma reacção oposta e de igual intensidade, ou, as acções mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas a partes opostas.

Pela Terceira Lei de Newton existe sempre uma *reacção de apoio*, que é a *força ou momento* que o vínculo externo exerce sobre a estrutura. O impedimento a um deslocamento está associado ao aparecimento de uma reacção força. O impedimento de uma rotação está associado ao aparecimento de uma reacção momento.

6.4 Dinâmica do movimento de rotação: forças no movimento circular

Vamos supor que algumas moedas iguais repousam numa mesma linha de acção sobre um disco. O disco é posto a girar suavemente com a mão. Com ligeiro toque consegue aumentar-se gradualmente a velocidade angular. Quando a velocidade é suficientemente grande, a moeda na trajectória mais externa abandona o disco. Já sabemos que este fenómeno é resultante de alguma acção da força capaz de modificar o estado de repouso da moeda sobre o disco.

Que forças actuam numa moeda em movimento circular? Que forças actuam num veículo em movimento numa trajectória curva?

A resposta a estas perguntas leva-nos necessariamente às Leis de Newton. Especificamente à Segunda Lei de Newton, definida na forma

$$F = m \cdot a.$$

O lado esquerdo desta equação mostra que devemos considerar um somatório de todas as forças que actuam sobre um dado corpo, ou seja,

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = m \cdot a.$$

Num problema podem intervir muitas forças como seja a força gravitacional F_1 = P, a *Normal* F_2 = N, a força de atrito, dada por $F_3 = \mu N$, e finalmente a *força radial* F_4.

Vamos concentrar-nos na força radial. Já havíamos aprendido que no movimento circular surge uma aceleração que actua na direcção radial. Pela Segunda Lei de Newton, uma aceleração é sempre acompanhada de uma força proporcional à própria aceleração. Esta força é designada também de força radial F_r por estar dirigida também para o centro. O módulo desta força é dado por $F_r = m \cdot \omega^2 \cdot r$. Como a velocidade angular ω não varia no movimento circular uniforme, então a força radial também é constante.

Voltando ao problema anterior, podemos dizer que a moeda permanece em repouso no disco girante enquanto a força de atrito for superior ou igual à força radial:

$$F_{\text{atrito}} = F_r$$

ou seja:

$$\mu m g = m \omega^2 r$$

Eliminando a massa m na equação, obtemos:

$$\mu g = \omega^2 r$$

Tratando-se de um veículo em movimento numa trajectória curva, pode reescrever-se a equação como:

$$\mu g = \frac{v^2}{r}.$$

Esta condição não é satisfeita quando o veículo procura descrever uma curva com alta velocidade num pequeno raio.

Nota que agora a discussão deste movimento tornou-se mais complexa. Precisamos de algum sistema de referência para poder afirmar que um determinado corpo está em repouso ou em movimento. No caso das moedas sobre o disco giratório podemos afirmar que:

- a moeda está em repouso sobre o disco;
- a moeda só pode afastar-se do disco se algum agente ou alguma força agir sobre ela;
- a moeda repousa sobre um disco giratório, pelo que ela própria terá de estar a realizar um movimento circular.

Que referencial (ou seja, que corpo de referência) nos permite afirmar que a moeda está em movimento e que referencial nos permite dizer que a moeda está em repouso no disco girante?

A resposta para estes aspectos exige uma leitura suplementar sobre o *Sistema de Referência Inercial*. Vê o tópico «Saber mais» nas páginas 62 e 63.

Exercício resolvido

1. Um camião aumenta a sua velocidade de 50 para 80 km/h em 3 s.
   1.1 Calcula a aceleração.
   1.2 Calcula o deslocamento.
   1.3 Constrói o gráfico $v(t)$.
   1.4 Constrói o gráfico $s(t)$.

Dados: $t = 3$ s; $v_i = 50$ km/h; $v_2 = 80$ km/h **Procura-se:** *a, s*

Solução:

1.1 $a = \dfrac{\Delta v}{t}$

$a = v_2 - \dfrac{v_i}{t}$

$a = 80 \text{ m/h} - \dfrac{50 \text{ km/h}}{3 \text{ s}}$

$a = \dfrac{30 \text{ km/h}}{3 \text{ s}}$

$a = \dfrac{8{,}3 \text{ m/s}}{3 \text{ s}}$

$a = 2{,}8 \text{ m/s}^2$

Este resultado significa que a velocidade aumenta 2,8 m/s ou 10 km/h.

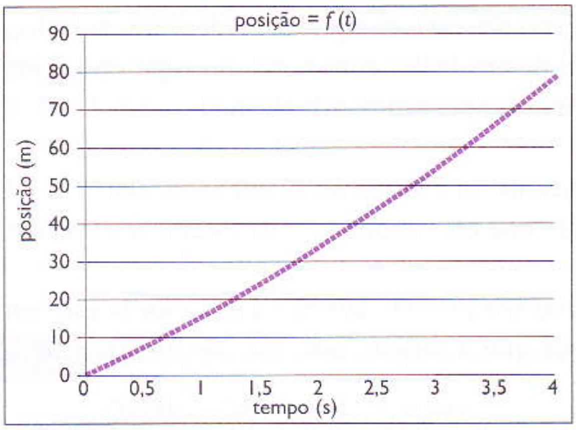
1.2 $s = \dfrac{v_i \cdot t + a}{2 \cdot t_2}$

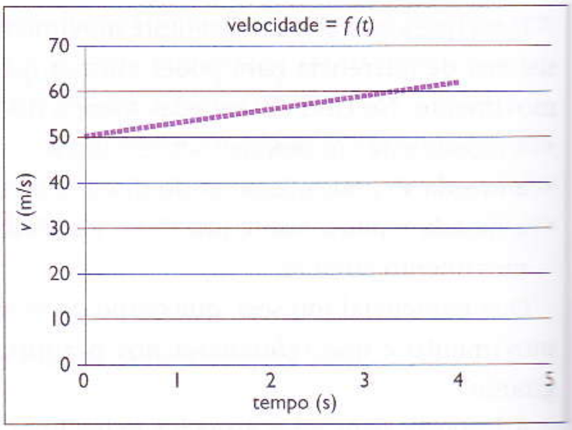
$s = 13{,}9 \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} + \dfrac{2{,}8 \text{ m/s}^2}{2 \cdot 3^2 \text{ s}^2}$

$s = 41{,}7 \text{ m} + 12{,}6 \text{ m}$

$s = 54{,}3 \text{ m}$

1.3 e 1.4 A equação horária $v = 50 + 2{,}8t$ permite a construção dos gráficos:



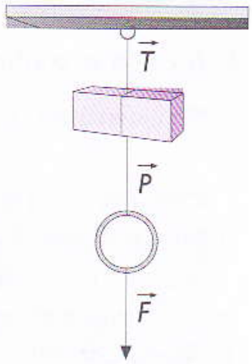


Resposta:

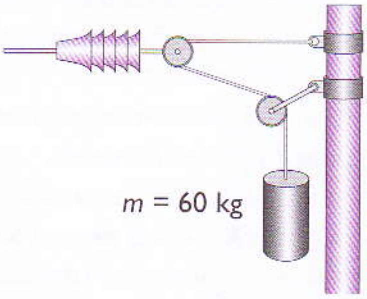
A aceleração é de 2,8 m/s². Nas condições do problema o carro percorre 54,3 m.

Exercícios não resolvidos

1. Um bloco de peso P é suspenso por um fio de tensão limite T. Num fio de igual qualidade, a partir do bloco, é também suspenso um anel. Considerando desprezável a massa dos fios e do anel, o que se passará quando se puxar repentinamente o anel com uma dada força F?
   a) Em caso de ruptura, parte-se sempre o fio superior?
   b) Parte-se sempre o fio inferior?
   c) Parte-se indiferentemente qualquer um dos fios?



2. Observa a figura em baixo. Qual é o valor da força para manter o cabo eléctrico sob tensão mecânica?



Saber mais

Massa gravítica e inercial

Na cinemática, aprendeste a descrever o movimento de um corpo através de duas leis:

$$v = v_0 + at \text{ e } \Delta s = s - s_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t.$$

Estas leis descrevem o movimento independentemente das causas que produziram tal movimento, ou seja independentemente da força e da sua massa.

No exemplo da queda livre isso significa que todos os corpos caem com a mesma aceleração gravitacional para a superfície da Terra, portanto independentemente da sua massa (experimentação de Galileu).

Por outro lado, na dinâmica aprendemos que a massa desempenha um papel importante quando associada a uma força e aceleração (veja-se os gráficos discutidos) ou as relações funcionais.

$$F \sim a \text{ e } a \sim 1/m.$$

Aprendemos que quanto maior for a massa de um corpo, tanto maior será a força necessária para o acelerar. A **massa possui propriedades inerciais**.

Isso significa também que quanto maior for a massa, maior também é a força com que um corpo é atraído para a superfície da Terra. **A massa possui propriedades gravitacionais**.

Dois corpos de massas diferentes, independentemente das suas propriedades inerciais e gravitacionais caem com a mesma aceleração $g = 9{,}81$ m/s^2 para a superfície da Terra. Sobre o corpo de maior massa terá de actuar uma maior força para que este tenha a mesma aceleração ($g = 9{,}81$ m/s^2) que o corpo de menor massa.

Sistema de Referência Inercial (SRI)

A posição ou o movimento de um corpo no espaço é determinada sempre em relação aos corpos. Chama-se *referencial* ou *sistema de referência* (SR) ao conjunto formado por um *corpo sólido* munido de um *sistema de coordenadas* e de um *relógio*. Com um SR pode determinar-se a posição ou o movimento de um corpo no espaço.

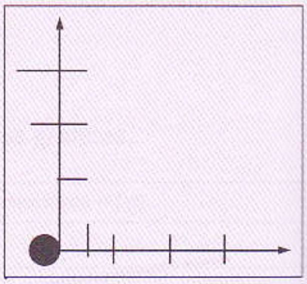


Figura 53: Sistema de coordenadas.

Chama-se *Sistema de Referência Inercial* (SRI) aquele sistema em que são válidas as Leis de Newton. Estas definem que as forças são devidas a *interacções* entre os corpos. Sistemas em que não sejam válidas as Leis de Newton são chamados *sistemas de referência não inerciais* (SRNI). Portanto *sistemas acelerados* (com aceleração *a*), ou melhor, todos os *sistemas de referência acelerados*, em relação ao SRI são SRNI.

Em sistemas de referência não inerciais actuam *forças fictícias*. *Forças fictícias* são forças que não resultam da interacção. São introduzidas de modo a poder aplicar as Leis de Newton em sistemas acelerados.

Vamos exemplificar no caso de um corpo de massa *m* que gira com velocidade angular constante em torno de um eixo vertical. Podes considerar neste caso um menino sentado na cadeira do carrossel. O carrossel constitui um SRNI. Como discute um observador este movimento quando situado:

a) no SRI?

b) e no SRNI?

No sistema de *referência inercial* (SRI) o observador analisa que uma *força radial* obriga o corpo de massa *m* a realizar o movimento circular em torno do eixo vertical.

No sistema de referência não inercial (SRNI), o observador viaja conjuntamente com a massa *m*. Assim, ele experimenta totalmente uma outra realidade. O observador experimenta uma força fictícia que tende a atirá-lo fora da trajectória circular. Se não fosse o fio em que se apoia estaria fora da circunferência. Esta força fictícia é chamada de força centrífuga. O equilíbrio (ou o repouso) do corpo de massa *m* que gira com velocidade angular constante ω em torno de um eixo vertical no SRNI é explicado pelo equilíbrio entre a *força centrífuga* e a *força de tensão* no fio, ou seja, $T + Fc = 0$.

Um outro exemplo, frequente em crianças, dá-se quando elas giram rapidamente o seu corpo; elas têm a impressão de que os objectos situados à sua volta giram simultaneamente em sentido contrário. É difícil para um observador situado no SRI encontrar alguma força que estaria a obrigar a girar os objectos. Como não actuam forças sobre os objectos que possam dar origem a essa aceleração, podemos dizer que, no SR acelerado do observador (SRNI), não valem as Leis de Newton. Neste *sistema acelerado* do menino girando actuam *forças fictícias*.

São exemplos de aplicações da força fictícia: a força centrífuga na bomba centrífuga, secadores e centrifugadores.

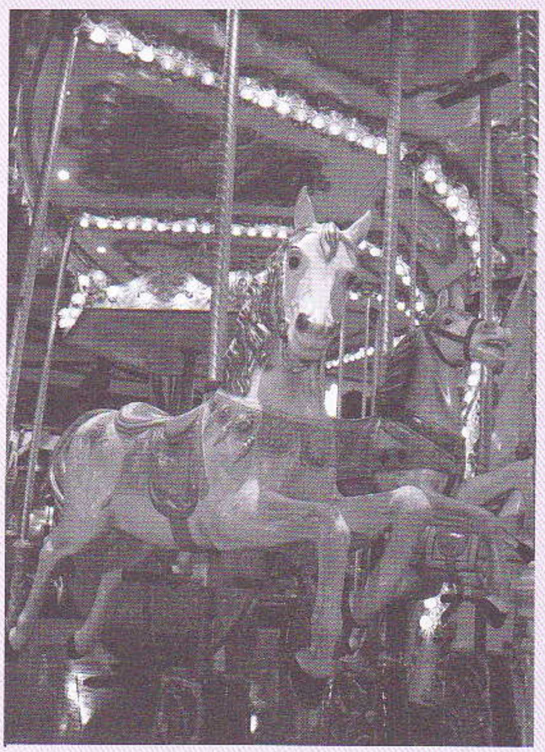
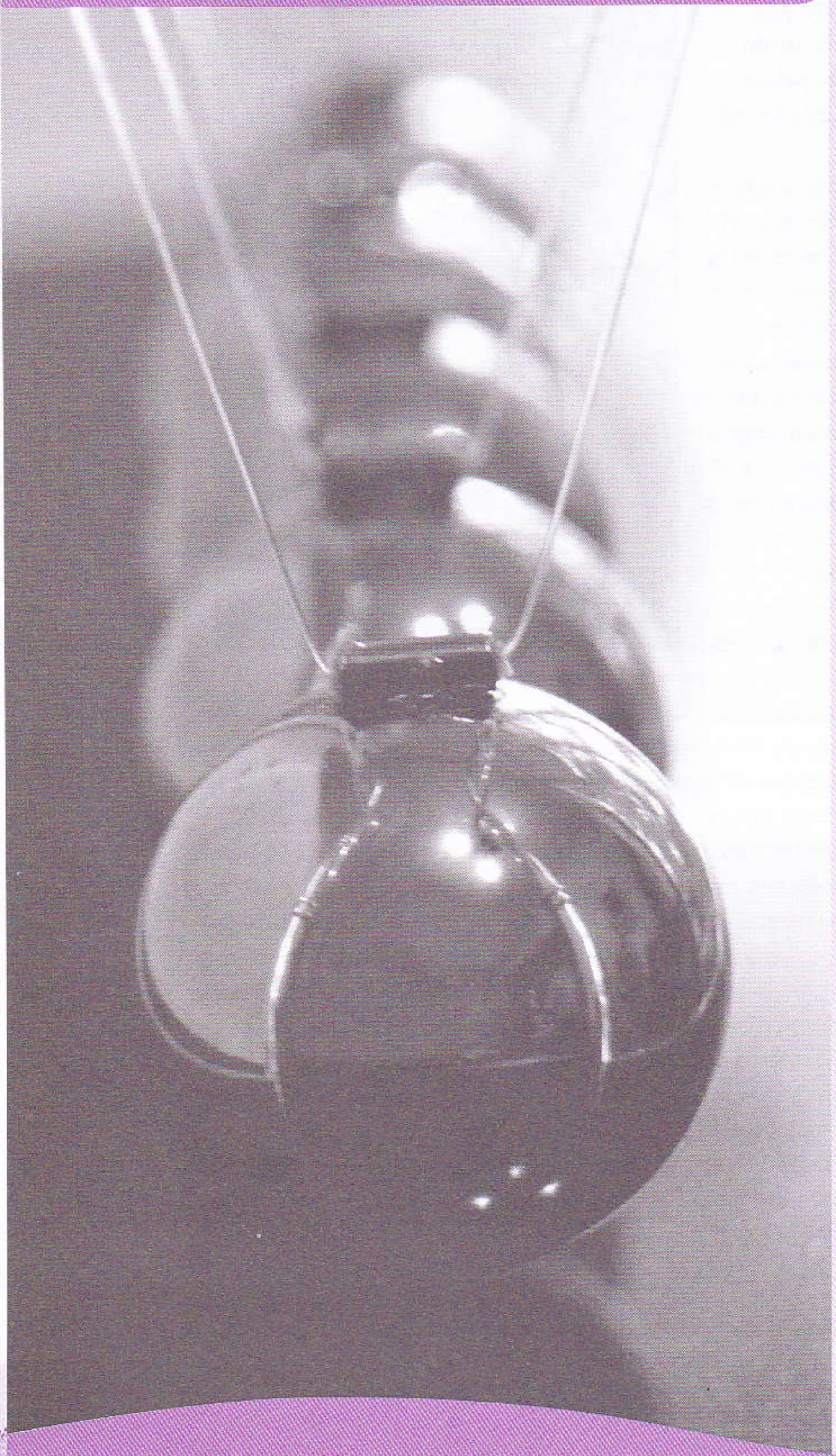


Figura 54: O carrossel constitui um SRNI.

Unidade 2

Trabalho e energia. Choques e colisões



No final desta unidade deverás ser capaz de:

- aplicar a equação do trabalho mecânico na resolução de exercícios concretos;
- aplicar os conceitos de energia potencial gravitacional e elástica, cinética e mecânica na resolução de exercícios concretos;
- aplicar a Lei da Conservação da Energia Mecânica na resolução de exercícios concretos;
- interpretar o gráfico da força em função da posição em situações do dia-a-dia;
- aplicar os conceitos de impulso e quantidade de movimento na resolução de exercícios concretos;
- interpretar o gráfico da força em função do tempo;
- aplicar a Lei da Conservação da Quantidade de Movimento na resolução de exercícios concretos.

Introdução

A experiência do dia-a-dia mostra-nos que o movimento de um corpo é o resultado directo da sua interacção com outros corpos que o cercam. Quando um jogador de futebol chuta uma bola, está a interagir com a bola e a modificar o seu estado de repouso ou de movimento. A trajectória de um projéctil em queda livre é o resultado da sua interacção com a Terra. O movimento de um electrão em torno de um núcleo é o resultado da sua interacção com o núcleo e os outros electrões quando existem. As interacções são traduzidas, em Física, por um conceito matemático chamado «força».

A compreensão de como os movimentos são produzidos é importante, tanto para o nosso conhecimento básico da Natureza, como para aplicações práticas na engenharia e técnica.

Os estudos que vamos fazer consistem na análise da relação entre a força e as variações de movimento de um corpo.

1. Trabalho e energia

1.1 Trabalho mecânico

No nosso dia-a-dia muitas são as situações em que se desenvolve trabalho mecânico. As situações representadas nas figuras 1 e 2 são fenómenos que mostram como o trabalho mecânico e energia potencial gravitacional são conceitos relacionados entre si.

Figura 1: O tractor na machamba realiza enormes esforços equivalentes ao trabalho de fertilização do solo para o plantio.

Figura 2: O guindaste realiza nas obras de construção predial enormes esforços de elevação de toneladas de carga de um sítio para outro e em elevadas alturas.

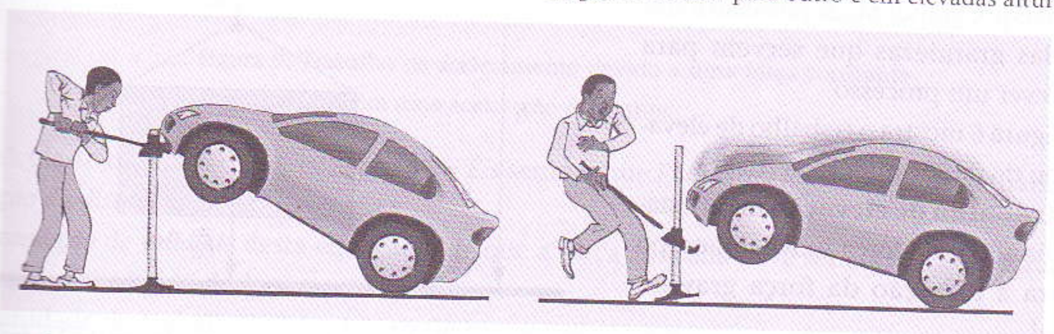


Figura 3: A realização de trabalho de deslocamento vertical para cima (trabalho de elevação) de um automóvel mostra uma das aplicações quotidianas da relação entre o trabalho e a energia potencial.

Figura 4: Conservação da quantidade de movimento e energia numa colisão.

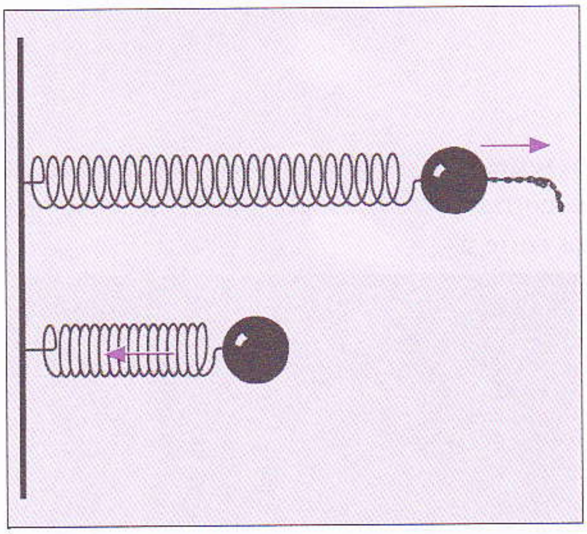


Figura 5: Mola esticada e mola comprimida. A energia total do sistema mantém-se constante.

O trabalho mecânico aparece geralmente em formas diferentes e é uma **grandeza de processo**. São designadas por grandezas de processo todas aquelas grandezas que servem para descrever um processo.

A figura 6 mostra o trabalho de elevação ou de deslocamento vertical.

O **trabalho de elevação** manifesta-se quando uma força move um corpo contra a direcção da força gravitacional.

Outra forma de trabalho mecânico é o trabalho de atrito.

Em todas as situações anteriores foi evidente a relação entre trabalho e energia.

Num jogo de berlindes ou de *snooker* realizam-se constantes colisões entre as bolas. De forma intuitiva, o jogador sabe que força deve aplicar para conseguir os seus objectivos no jogo. Isto só acontece porque todos estes processos são regidos por leis da Física. Com base na Lei da Conservação da Quantidade de Movimento e na Lei da Conservação da Energia, pode estimar-se o que acontece na colisão entre duas bolas e explicar as colisões sucessivas, tanto em termos de direcção e velocidade assumida no movimento como a respectiva energia.

Quando se fala de trabalho mecânico, estudam-se também as transferências de energia entre os corpos e entre os sistemas. A Lei da Conservação da Energia afirma que a energia total se conserva. Este enunciado aplica-se em vários fenómenos em que haja transformação de uma forma de energia em outras formas de energia. Este será um dos assuntos que aprofundaremos no decorrer do estudo desta unidade.

O trabalho é o definido pelo produto entre a intensidade da força e a distância percorrida pelo corpo a partir do ponto de aplicação da força na direcção do caminho. O símbolo do trabalho é W.

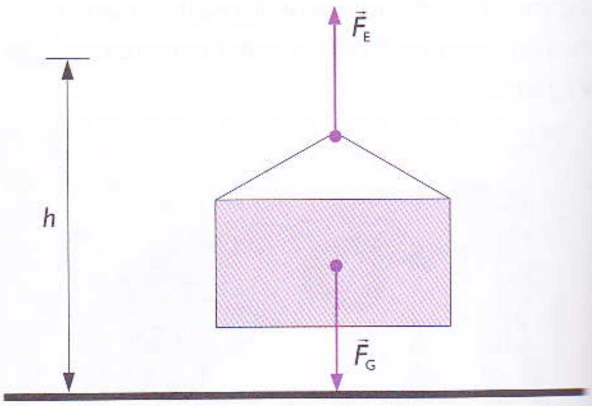


Figura 6: Trabalho de deslocamento vertical para um realizado por uma força aplicada contra a força gravitacional.

O **trabalho de atrito** corresponde ao trabalho realizado pelas forças de atrito quando um corpo se desloca em contacto com uma outra superfície. Neste caso, o corpo é forçado a mover-se contra as forças de atrito ou forças de resistência geradas na superfície de contacto.

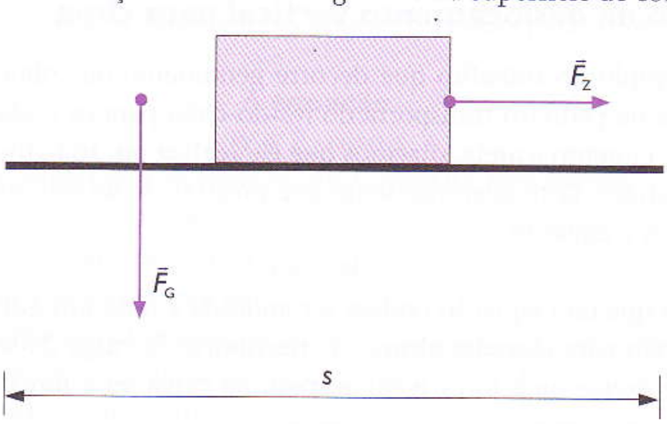


Figura 7: Trabalho realizado por forças aplicadas contra as forças de atrito (F_R).

Todas estas forças são aplicadas no centro da gravidade do corpo. Assim, faz-se a deslocação dos vectores-força para um mesmo ponto do corpo.

Existe ainda o *trabalho de aceleramento*, caracterizado pelo *deslocamento* de um corpo sob acção de uma *força constante* que imprime uma *aceleração*.

O **trabalho de aceleramento** manifesta-se quando se move um corpo de modo a imprimir uma determinada aceleração, sendo, por isso, a aceleração constante durante o processo.

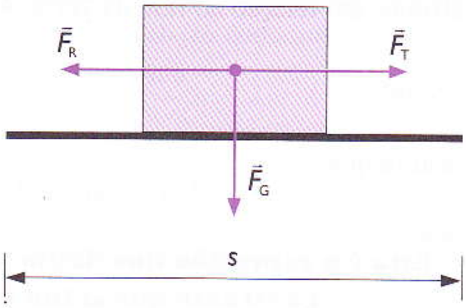


Figura 8: As forças aplicadas no centro de gravidade do corpo deslocam os vectores--força para um mesmo ponto.

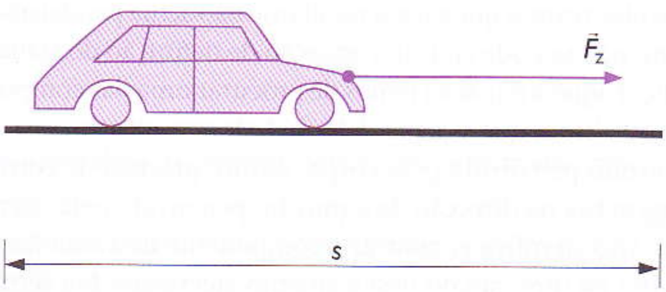


Figura 9: Trabalho de aceleramento devido a uma força constante que imprime também uma aceleração constante.

Calcula-se o trabalho pela equação $W = F \cdot s$ sempre que F for uma *força constante* actuando na *direcção da distância ou da trajectória s*.

A *condição de validade* desta equação é de que a força aplicada deve ser constante e actuar na direcção da linha do deslocamento.

A unidade do trabalho é 1 J = 1 N·m (lê-se *um joule é igual a um newton metro*).

1.1.1 Trabalho mecânico quando a intensidade da força é constante

1.1.1.1 Trabalho de deslocamento vertical para cima

Considera o exemplo do trabalho que decorre geralmente nas obras de construção civil. Quando o ajudante de pedreiro transporta do rés-do-chão para os andares de cima um balde de uma mistura de cimento e areia, dizemos que ele realiza um trabalho mecânico. A figura 6 (na página 66) ilustra-o. Já te apercebeste de que precisas de ter em atenção as condições de validade para aplicar a equação

$$W = F \cdot s.$$

Um exemplo em que esta equação poderá ser aplicada é o de um guindaste que ergue uma grande carga do chão para elevadas alturas. O transporte da carga dá-se geralmente em linha recta. O guindaste exerce uma força igual ao peso da carga ou a força gravitacional exercida sobre a carga,

$$F = mg.$$

Podemos considerar a força gravitacional constante, sobretudo quando ela actua em pequenas alturas, em relação ao raio da Terra. Assim,

$$W = F \cdot h$$

e como

$$F = mg$$

resulta que

$$W = mgh.$$

Sistema de Unidades:
$1\ W = 1\ \text{kg}\ \frac{1\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = 1\ \text{Nm}$
$1\ \text{Nm} = 1\ \text{J}$

Esta é a expressão que define o *trabalho de elevação* realizado por uma força constante que actua na direcção do deslocamento efectuado.

1.1.1.2 Vector força na realização do trabalho mecânico

Em muitas situações observamos que a força resultante não actua paralelamente ao deslocamento do corpo. Sendo assim, não se pode aplicar a equação de definição do trabalho mecânico acima apresentada. Para aplicar aquela equação temos de procurar uma das componentes do *vector força* que actua paralelamente, isto é, que seja paralela ao deslocamento, ou seja, uma componente da força colinear ao caminho percorrido pelo corpo. Assim, precisas de considerar nesses casos a projecção da força que actua na direcção do caminho percorrido pelo corpo.

Por outras palavras, isso significa encontrar a componente do *vector força* que contribui para a realização do trabalho na direcção do deslocamento efectuado. Em termos geométricos, este caso requer a projecção da força que actua na direcção do caminho percorrido pelo corpo.

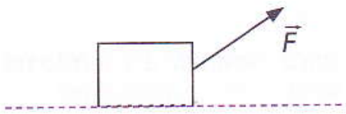


Figura 10: Uma força oblíqua aplicada no bloco.

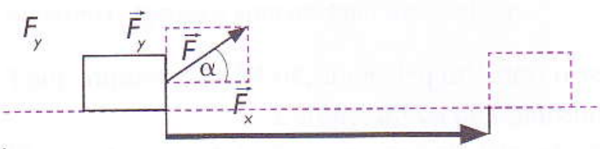


Figura 11: Uma componente da força oblíqua aplicada pode realizar-se na direcção do deslocamento.

A figura 11 mostra que a componente da força F que actua na direcção do deslocamento é $F_x = F \cdot cos\alpha$. Sendo o trabalho definido por

$$W = F_x \cdot s,$$

resulta $W = F \cdot cos\alpha \cdot s$, em que α representa o ângulo formado pela direcção da força e a do deslocamento.

A equação

$$W = F_x \cdot cos\alpha \cdot s$$

constitui a definição do trabalho mecânico.

Nos casos em que a força constante possui uma direcção diferente do caminho percorrido, α apresenta valor diferente de zero e a componente que realiza trabalho é inferior à força aplicada. No caso de α ser nulo, a equação adquire a formulação apresentada inicialmente, $W = F \cdot s$.

A figura 12 mostra que a componente da força na direcção do movimento pode ser determinada a partir da força e do ângulo entre a força e a direcção do movimento.

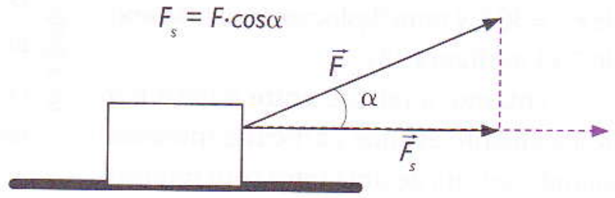


Figura 12: O vector resultante da força possui duas componentes. Segundo a regra do paralelogramo, trata-se de uma componente paralela ao deslocamento e outra perpendicular ao deslocamento.

Exercício resolvido

1. Num ângulo de 15°, um tractor puxa o arado com uma força de 30 kN.
   1.1 Sabendo que o comprimento do arado perfaz 1,40 m, calcula o trabalho necessário para desbravar o terreno de 1 ha de área.

Proposta de resolução:

Dados:	Procura-se:
$\alpha = 15°$	W
$A = 1 \text{ ha} = 10^4 \text{ m}^2$	
$F = 15 \text{ kN}$	
$\ell = 1{,}40 \text{ m}$	

Resposta:

A área A permite que se calcule o caminho percorrido pelo arado como $s = \frac{A}{\ell}$.

Assim, o trabalho realizado pelo arado é $W = \frac{F \cdot A}{\ell} \cdot cos\alpha$, logo $W = \frac{30 \cdot 103104}{1{,}40 \cdot cos\ 15° \text{ Nm}^2/\text{m}}$, ou seja, $W = 1{,}8 \cdot 108$ Nm, $W = 50$ kWh.

Exercícios não resolvidos

1. Um bloco de massa igual a 4 kg é puxado com velocidade constante através de uma distância $d = 5{,}0$ m ao longo de um soalho, por uma corda que exerce uma força constante de módulo $F = 8$ N, formando um ângulo de 20° com a horizontal.
   1.1 Calcula:
   a) o trabalho realizado pela corda sobre o bloco;
   b) o trabalho realizado pela força de atrito sobre o bloco;
   c) o trabalho total realizado sobre o bloco.

1.1.2 Gráfico do trabalho mecânico

Podemos representar graficamente a relação entre a força aplicada que realiza trabalho em função da variação do deslocamento horizontal. Como estamos a estudar os casos em que a força é constante, o gráfico $F = f(s)$ fornece uma *área* correspondente ao trabalho realizado. Por exemplo, vamos representar graficamente o caso em que um tractor puxa o arado com uma força útil constante de $F_{apl} = 30$ kN num deslocamento máximo de 200 m (figura 13).

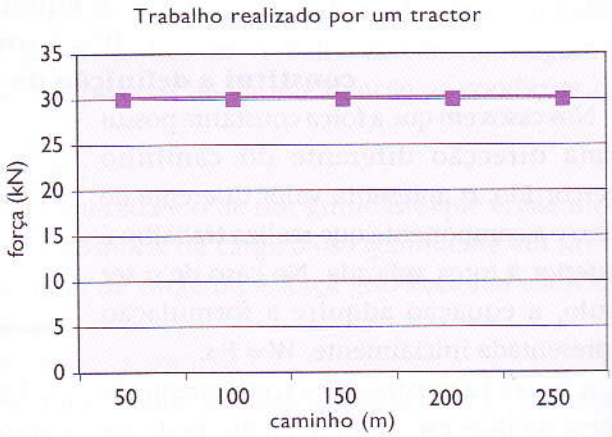


Figura 13: Trabalho realizado por um tractor.

No entanto, a relação entre a força e o deslocamento assume particular interesse quando se trata de uma força com intensidade variável.

Mais adiante abordaremos casos específicos de trabalho de uma força variável, nomeadamente o trabalho da força elástica.

1.1.3 Casos particulares da equação do trabalho mecânico

Já vimos pela figura 12 da página 69 que o trabalho do deslocamento horizontal é definido como sendo

$$W = F \cdot cos\alpha \cdot s.$$

Quando o ângulo entre a direcção da força e a direcção do deslocamento efectuado pelo corpo é $\alpha = 0$, o $\cos 0° = 1$, logo o trabalho é igual a

$$W = F \cdot s.$$

Quando o ângulo entre a direcção da força e a direcção do caminho percorrido, isto é, o deslocamento efectuado pelo corpo, é $\alpha = 180°$, o $\cos 180° = -1$, logo o trabalho é igual a

$$W = -F \cdot s.$$

Quando o ângulo entre a direcção da força e a direcção do deslocamento efectuado pelo corpo é $\alpha = 90$, o $\cos 90° = 0$, logo o trabalho é igual a

$$W = 0.$$

Este resultado enuncia que uma força perpendicular ao deslocamento não realiza nenhum trabalho.

Do exposto acima verificamos que:

- se o sentido da força aplicada e do deslocamento for o mesmo, o trabalho é motor (positivo);
- se o sentido da força aplicada e do deslocamento for contrário, o trabalho é resistente (negativo);
- se o sentido da força aplicada e do deslocamento for perpendicular, o trabalho é nulo.

1.2 Trabalho mecânico no movimento circular

Na unidade 1 vimos que, no movimento circular uniforme, apesar de o módulo da velocidade ser constante, aparece uma aceleração radial ou centrípeta. O aparecimento de uma aceleração radial está associado à acção de uma força radial devido à variação da direcção do vector velocidade. A força radial é perpendicular à direcção do movimento do ponto material. De acordo com

$$W = F \cdot \cos\alpha \cdot s$$

esta força não realiza trabalho. A discussão no ponto anterior mostrou isso.

A figura 14 mostra que uma força radial perpendicular à direcção do movimento circular não realiza trabalho. Esta é a situação de um satélite que não necessita de nenhuma força motriz para descrever um movimento circular em torno da Terra.

A acção de uma força agindo perpendicularmente à direcção do movimento não produz nenhum trabalho.

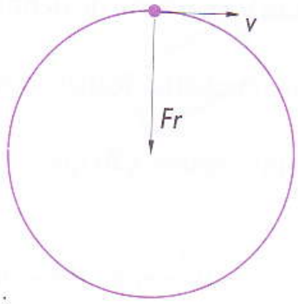


Figura 14: No movimento circular, o trabalho realizado por uma força radial perpendicular ao deslocamento do ponto material, é nulo.

1.2.1 Trabalho de elevação no plano inclinado quando a intensidade da força é constante

Com uma *força aplicada*, F_{apl}, (força aplicada por alguém, claro) sobre o corpo de massa m pode realizar-se trabalho de elevação fazendo o corpo subir o plano inclinado até uma altura h. Como calcular, neste caso, o trabalho mecânico realizado?

A figura 15 mostra o *trabalho de elevação* como sendo o trabalho do *deslocamento oblíquo para cima*. Pela análise da figura, entende-se que um corpo nestas condições está sujeito a várias interacções com outros corpos.

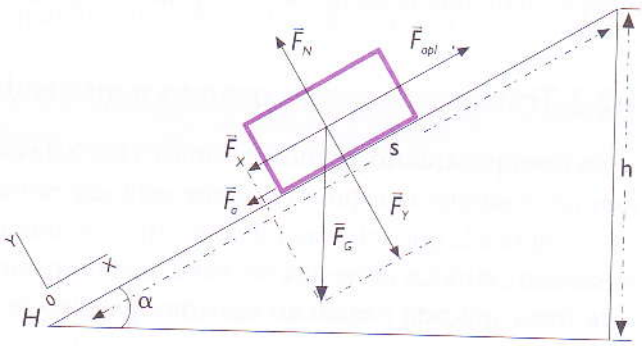


Figura 15: Um corpo no plano inclinado está sujeito à força gravitacional resultante. Uma força oblíqua para cima é necessária para mover o corpo a subir o plano inclinado.

Consequentemente, actuam no corpo as seguintes forças:

- *força aplicada* F_{apl} (que é a força exercida por alguém ao puxar o corpo no plano inclinado);
- *força gravitacional* $F_G = m \cdot g$ (qualquer corpo se encontra sujeito à acção da força da gravidade que o atrai à Terra);
- *força de atrito* $F = \mu_c N$ (quando um corpo é movido, torna-se necessária uma força para vencer o atrito devido à interacção entre o corpo e a superfície);
- *força normal* F_N (segundo a Terceira Lei de Newton, força com que reage a superfície em que se apoia o corpo; força igual e oposta à componente normal da força gravitacional).

Para simplificar, vamos supor inicialmente que a força de atrito não se faz sentir, ou seja, é nula. Assim sendo, a resultante das forças que é responsável pela subida do corpo é igual em módulo e de sentido contrário à componente tangencial da força gravítica.

$$F_x = F_G \cdot sen\alpha.$$

Da análise da figura 15 podemos verificar que a componente normal do peso do corpo (força gravítica) e a força normal da superfície se anulam.

Aplicando a expressão de definição do trabalho

$$W = F_{apl} \cdot s$$

resulta que o trabalho realizado na subida do corpo é

$$W = F_G \cdot s \cdot sen\alpha.$$

Tendo em consideração que

$$sen\alpha = h/s$$

resulta:

$$W = m \cdot g \cdot s \cdot h/s = mgh.$$

Este resultado mostra-nos que a equação $W = m \cdot g \cdot h$ para o cálculo do trabalho de elevação tem uma validade geral. A elevação pode realizar-se numa qualquer trajectória, apresentando o trabalho realizado sempre o mesmo valor. A figura 16 ilustra várias possibilidades de elevar um corpo de um nível A até um nível B. De acordo com o exemplo em análise, o trabalho realizado apresenta sempre o mesmo valor independentemente da opção do caminho seguido.

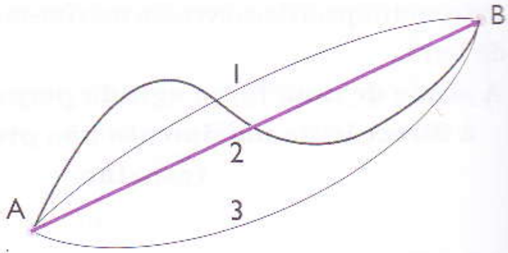


Figura 16: O trabalho de elevação corresponde à variação da energia potencial do movimento. Trata-se de trabalho realizado contra a força gravitacional, não dependente da trajectória.

1.2.2 Trabalho de atrito quando a intensidade da força é constante

No exemplo anterior menosprezámos a força de atrito. Se considerarmos a *força de atrito*, nesse mesmo exemplo, em que uma força aplicada eleva o corpo sobre um plano inclinado, então a força aplicada que actua ao longo da direcção do caminho procura compensar a força de atrito. Neste caso, o bloco move-se com velocidade constante. Portanto, o trabalho adicional realizado pela força aplicada é igual ao trabalho que é necessário realizar contra o trabalho da força de atrito ou seja:

$$W_{ap} = W_{atr} + W_{FGx}$$

Sendo

$$F_{atr} = \mu \cdot F_N$$

o trabalho da força de atrito é

$$W_{atr} = F_{atr} \cdot s = \mu \cdot N \cdot S.$$

Com a força normal $F_N = N$.

1.2.3 Trabalho de aceleramento e energia cinética

Um exemplo de trabalho de aceleramento apresenta-se geralmente quando um móvel se desloca sob a acção de uma força produzida por um motor. Pode tratar-se de uma pequena embarcação de pesca movida pela força motriz de um motor ou um automóvel. O importante é que uma força F é produzida para manter o movimento.

Sendo assim, pela Segunda Lei de Newton

$$F = m \cdot a$$

o corpo é acelerado. O trabalho realizado pela força motriz é chamado neste caso *trabalho de aceleramento.*

Pode calcular-se o trabalho de aceleramento a partir da noção de trabalho

$$W = F \cdot s,$$

das leis do movimento da cinemática da velocidade e do caminho percorrido (deslocamento), ou seja,

$$v = v_0 + a \cdot t \quad \text{e} \quad s = s_0 + v_0\, t + \tfrac{1}{2}\, a \cdot t^2.$$

Considerando que, no instante inicial, a velocidade inicial $v_o = 0$ e a posição inicial $s_o = 0$, estas expressões reduzem-se a

$$v = a \cdot t \quad \text{e} \quad s = \tfrac{1}{2}\, at^2.$$

Partindo da definição do trabalho e da Segunda Lei de Newton, temos

$$W = m \cdot a \cdot s.$$

Substituindo s por $s = \frac{1}{2}\, a \cdot t^2$ temos

$$W = \tfrac{1}{2} m \cdot a \cdot a \cdot t^2.$$

Sabendo que

$$v = a \cdot t$$

então o trabalho é igual a

$$W = \tfrac{1}{2} m \cdot v^2.$$

Esta equação é válida não só para o movimento uniformemente variado mas também para qualquer tipo de aceleração. Esta expressão define também a energia cinética.

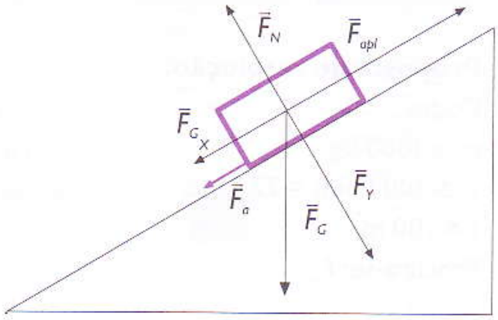


Figura 17: Um corpo no plano inclinado está sujeito à força gravitacional resultante. Uma força oblíqua para cima é necessária para levar o corpo a subir o plano inclinado.

Energia cinética: A energia cinética caracteriza a capacidade de realização de trabalho de um corpo devido ao seu estado de movimento.

O trabalho de aceleramento corresponde ao incremento da energia cinética. Pode realizar-se no *deslocamento horizontal, oblíquo* ou *circular.*

A equação para o cálculo da energia cinética obtém-se também a partir da equação de definição do trabalho de aceleramento, ou seja, $E_{cin} = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2$.

Se reescrevermos esta equação associando-a ao trabalho realizado pela força aplicada, podemos dizer que a variação da energia cinética está associada ao trabalho realizado pela força aplicada

$$\tfrac{1}{2} m \cdot v^2 - \tfrac{1}{2} m \cdot v_2 = F_{apl.} (s - s_o)$$

ou seja

$$\Delta E_{cin} = W.$$

Por outras palavras, o trabalho realizado pela força aplicada é igual à variação da energia cinética do ponto material.

Esta é a constatação do **teorema do trabalho-energia**. Trata-se de um teorema da mecânica clássica, segundo o qual o trabalho mecânico, W, realizado sobre um corpo de massa, m, por uma força, é igual à variação da energia cinética do corpo:

$$W = \Delta E_c.$$

onde ΔE_c é a diferença entre a energia cinética final, E_{cf}, e a energia cinética inicial E_{ci} do corpo,

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci}$$

Este teorema chama-se também Teorema da Energia Cinética.

Teorema da Energia Cinética:
$\Delta E_{cin} = W$

Exercício resolvido

1. Um microbus possui uma massa de $m = 2$ t e move-se com uma velocidade de $v = 100$ km/h. O motorista inicia a travagem do veículo para que este à distância de 100 metros esteja completamente parado.
   1.1 Calcula a força de atrito necessária para trazer o móvel ao repouso.

Proposta de resolução:

Dados:

$m = 1000$ kg

$v_0 = 100$ km/h $= 27{,}8$ m/s

$s = 100$ m

Procura-se: F_{atr}

Solução:

$W = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = F_{atr} \cdot s$

$F_{atr} = \dfrac{m \cdot v^2}{2\,s}$

$F_{atr} = 3{\cdot}9 \cdot 10^3$ N

Exercícios não resolvidos

1. Um projéctil de 20 g de massa, com velocidade de 240 m/s, atinge um tronco de uma árvore e perfura-o durante uma certa distância até parar.
   1.1 Determina a energia cinética do projéctil antes de atingir o tronco.
   1.2 Determina o trabalho realizado sobre o projéctil no seu movimento no interior do tronco até parar.
   1.3 Sabendo que o projéctil percorreu 18 cm no interior do tronco, determina a intensidade da força média da resistência que o tronco ofereceu ao movimento do projéctil no seu interior.

2. Deixou-se cair um objecto de uma altura de 80 m. Dois segundos mais tarde, lançou-se outro ao ar, na vertical e a partir do solo, com uma velocidade inicial de 20 m/s. Considerando a superfície da Terra como referência, determina:
   a) o tempo que levam a cruzar-se, a partir do momento em que o primeiro objecto caiu;
   b) a altura a que os objectos se cruzam.

3. Em consequência de uma enxurrada no cimo de uma montanha, uma pedra de 500 kg de massa desaba de uma altura de 100 m relativamente a uma pequena casa situada no vale. Durante a queda, 70% da sua energia potencial gravítica é transformada em energia cinética (considera $g = 10$ m/s^{-2}).
   3.1 Qual é a energia cinética da pedra ao atingir a casa?
   3.2 Qual o módulo da velocidade da pedra ao atingir a casa?

1.3 Trabalho mecânico quando a intensidade da força é variável

1.3.1 Sistema massa-mola

Massa ligada a uma mola é um sistema que obedece à Lei de Hooke, ou seja,

$$F_e = -K \cdot s,$$

onde s é a coordenada da extremidade da mola, isto é, o alongamento que a mola sofre. A Lei de Hooke enuncia a acção de uma *força restauradora linear* na direcção do deslocamento do ponto material.

Esta equação é conhecida como **Lei de Hooke**, devido ao cientista inglês Robert Hooke (1635–1703), que, em 1675, formulou a afirmação de que a força restauradora linear na direcção de s é directamente proporcional ao deslocamento.

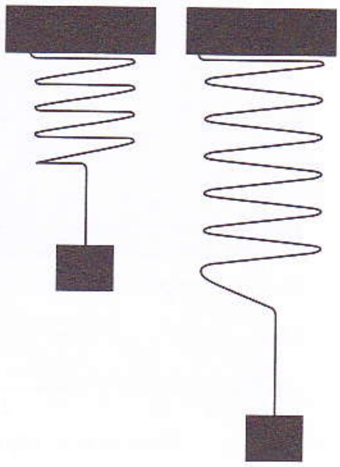


Figura 18: O sistema massa-mola está sujeito aos efeitos de uma força restauradora.

A experiência mostra que, quando as forças são de elevada intensidade, a deformação ultrapassa a região da proporcionalidade elástica e passa à região de deformação permanente, deixando, por isso, de ser válida a Lei de Hooke.

O factor K introduzido na lei recebe o nome de constante de elasticidade. Esta é uma nova grandeza que dá a medida da rigidez da mola. A unidade da constante de mola K é 1 N/m.

A *força restauradora* $F = -K \cdot s$ é *colinear* à direcção do deslocamento do corpo. A Lei de Hooke diz-nos que uma força restauradora linear é uma força directamente proporcional ao deslocamento, medido a partir de um ponto fixo, e aplicada na direcção tendente a opor-se ao deslocamento produzido.

A figura 19 mostra o deslocamento produzido por uma força aplicada, neste caso a força gravitacional sobre a mola. Para simplificar, podemos considerar que a própria mola é desprovida de massa e considerar que a massa m está ligada à extremidade da mola. Com base na Lei de Hooke

$$F_e = -K \cdot s$$

podemos, representando graficamente a força

$$F = f(s),$$

calcular o *trabalho realizado pela força aplicada*. Aumentando de forma gradual as cargas de massa m, aumenta-se consecutivamente a força aplicada, ou seja, a força gravitacional F_G sobre a mola. Uma vez que a velocidade da massa m é nula, a força gravitacional devido à massa m é igual à força restauradora $-K \cdot s$, ou seja,

$$F_G = F_e = -K \cdot s$$

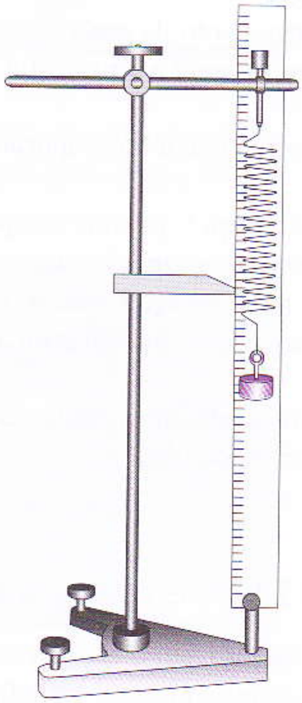


Figura 19: Quando se suspende uma massa na mola, a força gravitacional actua contra a força restauradora da mola. A experimentação mostra os resultados do deslocamento em função da força aplicada.

Medindo F_G, e o deslocamento s correspondente, obtêm-se os gráficos seguintes.

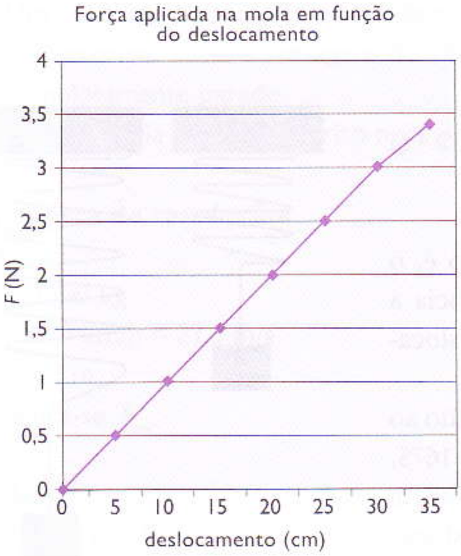


Figura 20: Gráfico de $F \times s$. Força aplicada na mola em função do deslocamento.

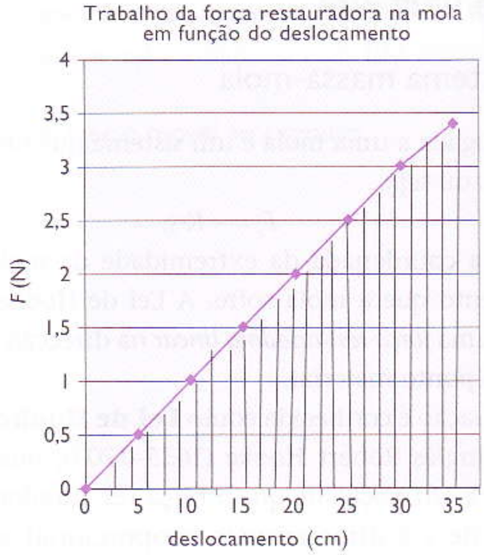


Figura 21: Trabalho da força restauradora na mola em função do deslocamento.

A figura 20 mostra o alongamento da mola em função da força aplicada para distendê-la. A figura 21 mostra que a *força restauradora* varia linearmente com o caminho percorrido (alongamento da mola). Nota que a força aplicada é medida quando a velocidade do corpo m é sempre igual a zero. Assim,

$$F_{apl} = F_G$$

Por sua vez, a força aplicada é igual à *força restauradora* ou a força elástica da mola

$$F_e = F_G$$

Esta força F_e procura sempre trazer o corpo à sua posição inicial de equilíbrio, ou seja, tende a restaurar a situação inicial de partida.

A representação gráfica, isto é, a área tracejada no gráfico, permite o cálculo do trabalho realizado pela força restauradora da mola contra o trabalho da força aplicada, ou seja,

$$W = \tfrac{1}{2} F_e \cdot s.$$

Assim, obtemos a equação do cálculo do trabalho realizado pela força elástica ou restauradora como sendo igual a

$$W = \tfrac{1}{2} F_e \cdot s.$$

1.3.2 Forças conservativas e não-conservativas

Este caso, em que o *cálculo do trabalho é independente da sua trajectória*, só se aplica quando as forças que realizam o trabalho são *forças conservativas*. *O trabalho realizado por forças conservativas é independente da trajectória ou do caminho*. São exemplos de forças conservativas: a gravitacional, a eléctrica, a força magnética e a elástica. Assim, o trabalho de elevação contra uma força gravitacional é um trabalho de forças conservativas e não depende da trajectória. Sendo positivo o trabalho de elevação, será negativo o trabalho da força gravitacional.

Em contrapartida, existem forças cujo trabalho realizado depende da trajectória: as *forças não-conservativas*, das quais a força de atrito é um exemplo típico.

Saber mais

Kitesurf na praia da Costa do Sol

Um exemplo interessante do trabalho realizado contra as forças de atrito vem da área desportiva. Chama-se *kitesurf* a uma modalidade emergente nas praias moçambicanas praticada por alguns banhistas nacionais e por estrangeiros, geralmente dos países vizinhos. As praias moçambicanas oferecem as condições adequadas para a prática desta modalidade desportiva, a qual é cada vez mais frequente, por essa razão.

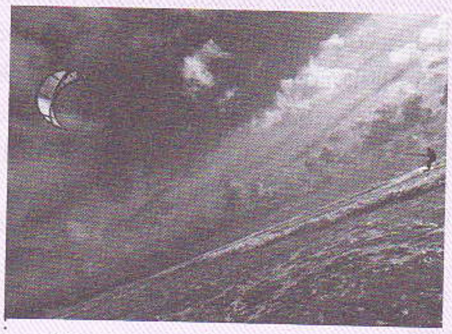


Figura 22: O *kitesurf* praticado na Costa do Sol.

A figura 22 mostra um atleta a praticar *kitesurf*. Muitos estrangeiros têm vindo à Praia da Costa do Sol para praticar esta modalidade (também conhecida por *kiteboarding* ou *flysurf*). O nome resulta da junção de duas palavras inglesas: *kite*, que significa «pipa» («papagaio» em Portugal) e *surf*, do verbo inglês *to surf*, que significa «navegar».

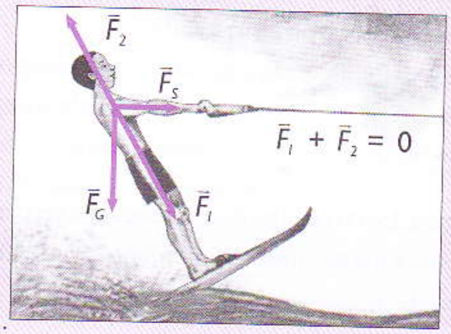


Figura 23: A força resultante exercida como força aplicada pelo motor de um barco ou pelo pára-quedas realiza trabalho de atrito.

O *kitesurf* possui uma prancha sobre a qual se posicionará o atleta. Um papagaio ou pipa pode ter a forma rectangular ou côncava. As cordas, muito resistentes, encontram-se fixas ao papagaio e ligadas a uma pequena barra. O atleta segura com força a barra para poder planar sobre a água da praia usando a força do vento. De facto a barra é um volante, com o qual o atleta pode modificar o sentido da força resultante sobre o pára-quedas devido ao efeito do vento. O volante encontra-se ligado ao pára-quedas pelas cordas extensas (com pouco mais de 15 metros de comprimento) que devem permanecer sempre esticadas durante o movimento. Uma vez a planar sobre a água, a força do vento determina na pipa a velocidade e aceleração do movimento. O atleta tem simplesmente a função de orientar, através do volante, a direcção resultante da força exercida pelo vento sobre a pipa.

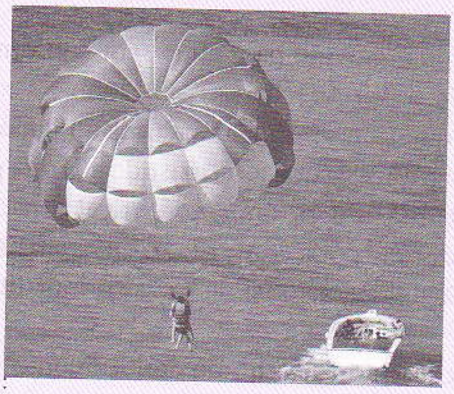


Figura 24: Voo de pára-quedas rebocado (*parasailing*).

Na figura 23 podemos ver uma representação das forças que actuam numa prancha: estão representadas a força gravitacional, a força normal, a força de atrito e a força aplicada (força aplicada pelo vento ou força motriz).

Existem outras modalidades em que se utiliza um pára-quedas. Este está sujeito também à acção de várias forças. Por exemplo, na figura 24, pode ver-se um exemplo da modalidade desportiva em que o pára-quedas é rebocado por um barco (*parasailing*). A força resultante é exercida pelas forças de tensão na corda ligada à prancha e ao próprio pára-quedista.

1.4 Energia potencial

Vamos recordar o deslocamento vertical para cima. Estudaste este movimento associando-o ao trabalho de elevação realizado pela força aplicada constante. Na medida em que uma força aplicada realiza o trabalho mecânico ao elevar o corpo até uma dada altura, podes imaginar que a inversão significa que o trabalho de deslocamento do ponto material para cima seja agora substituído pelo trabalho de deslocamento vertical para baixo.

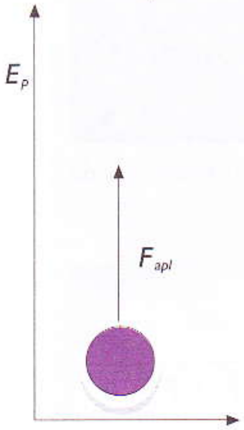


Figura 25: O trabalho de deslocamento vertical para cima eleva consequentemente a energia potencial.

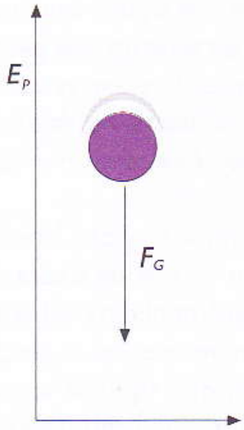


Figura 26: O trabalho realizado é armazenado na forma de energia potencial gravítica, que pode ser convertida em movimento de deslocamento vertical para baixo.

A figura 25 mostra o trabalho de elevação produzido no deslocamento vertical para cima.

A figura 26 mostra que o trabalho de elevação produzido no deslocamento vertical para cima corresponde a um aumento da energia potencial gravítica do corpo.

No caso em que a força aplicada é

$$F_{apl} = -F_G$$

o corpo é movido para cima sem nenhuma aceleração (ou seja, a velocidade constante). Nota que $F_{apl} + (F_G) = 0$.

Se questionarmos sobre a possibilidade de voltar a ganhar o trabalho de elevação realizado, isso significaria que teria existido alguma possibilidade de «armazenamento». Tal permitiria que o trabalho de deslocamento vertical para cima fosse invertido. A inversão significa que o *trabalho armazenado* pode converter-se em trabalho de deslocamento vertical para baixo. Assim, à custa da força gravitacional realiza-se o trabalho de deslocamento vertical para baixo, ou seja,

$$W_{apl} = W_G$$

À custa do trabalho de deslocamento para cima armazenado, o ponto material pode agora realizar o trabalho de deslocamento para baixo. Subentende-se que, se o *trabalho realizado ficou armazenado*, então pode procurar-se *recuperar o trabalho de deslocamento para cima* através da realização de um trabalho de deslocamento vertical para baixo, ou seja, no sentido contrário. Nota um conceito novo: a capacidade de um sistema mecânico armazenar trabalho.

A figura 27 (na página seguinte) mostra a mola comprimida à custa de uma força aplicada que realizou o trabalho de compressão ou de deformação. Comprimida a mola, o trabalho armazenado pode ser convertido para a realização do trabalho de alongamento, ou seja, para distender a mola.

A energia potencial gravítica é dada pela equação:

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h.$$

A energia potencial elástica é dada pela equação:

$$E_{pot} = \tfrac{1}{2}\, F_e \cdot s.$$

A primeira equação significa que, à altura h, o corpo tem energia potencial gravítica (possui a capacidade de executar trabalho ou de adquirir energia cinética) no valor de $m \cdot g \cdot h$ em relação à superfície da Terra.

Já analisámos o que acontece com a energia potencial quando um corpo sobre a superfície terrestre é elevado à altura h. Vimos que foi necessário aplicar-lhe uma força dirigida para cima

$$F_{apl} = -F_G.$$

Também notámos que o trabalho feito pela gravidade sobre o corpo que cai é igual ao trabalho que alguém realiza contra ela ao levantar o corpo.

No caso analisado, a energia potencial é adquirida pelo processo em que o corpo tenha sido deslocado verticalmente para cima ou quando uma mola tenha sido comprimida até que o corpo esteja em condições de realizar trabalho devido à sua posição.

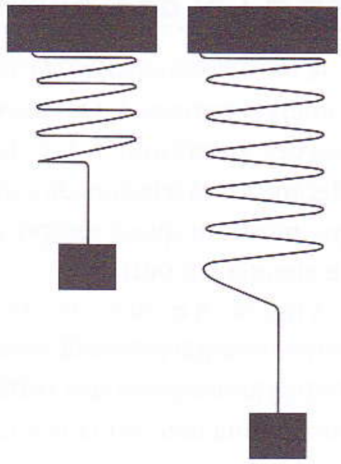


Figura 27: Uma mola comprimida à custa do trabalho armazena uma energia potencial. Quando ela se distende realiza trabalho de deslocamento à custa da energia armazenada.

Energia potencial: **A capacidade que um sistema mecânico tem de realizar trabalho devido à sua posição ou devido a alguma deformação produzida.**

1.5 Energia gravitacional

Num sistema constituído pelo corpo de massa m e a superfície da Terra de massa M, o trabalho de deslocamento vertical para cima ou para baixo, que se realiza sobre o corpo, aparece como *energia potencial gravitacional*, dado também por

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

Para o cálculo da energia potencial, é preciso definir o *nível de referência* a partir do qual se mede a altura h. A escolha é arbitrária. Geralmente escolhe-se a superfície terrestre como o nível referencial de $h = 0$.

Nota que, nos exemplos anteriores, falámos de um sistema mecânico. Um *sistema mecânico* é definido por um conjunto de corpos cuja posição e movimento se pretende investigar. Assim, o corpo de massa m e a Terra de massa M constituem um sistema mecânico. Também a massa m ligada a uma mola forma um sistema mecânico.

1.6 Energia elástica

Uma mola comprimida possui uma energia potencial. A energia potencial armazenada pode, por analogia, obter-se a partir da equação do trabalho realizado pela força elástica (isto é, a força restauradora da mola) como sendo

$$E_{pot} = \tfrac{1}{2}\, F_e \cdot s.$$

1.7 Lei da Conservação da Energia Mecânica

A *Lei da Conservação da Energia Mecânica* abarca os conceitos de trabalho, energia cinética e energia potencial. Os casos particulares destes conceitos já foram discutidos em detalhe nas secções anteriores. A Lei da Conservação da Energia Mecânica está relacionada com os fenómenos da Natureza que mostram quase sempre a conversão de uma forma de energia em outra.

A figura 28 mostra um caso impressionante da relação entre a energia potencial e a energia cinética: uma esfera desliza ao longo de um trilho a partir da altura h onde possui uma determinada energia potencial. Conseguirá a esfera descrever uma volta completa (uma revolução) sem se soltar do trilho circular?

Veremos com mais detalhe que a Lei da Conservação da Energia Mecânica permite encontrar uma resposta para este tipo de problemas.

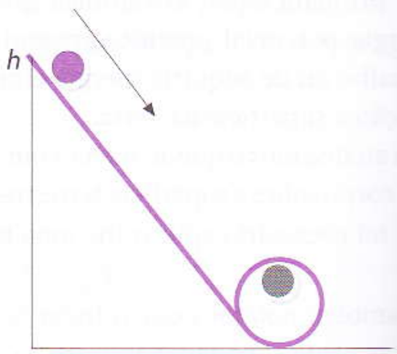


Figura 28: Esquema de um *loop*. Trata-se de uma calha parcialmente recta e parcialmente curva onde desliza um corpo.

1.7.1 Enunciado da Lei da Conservação da Energia Mecânica

O enunciado da Lei da Conservação da Energia Mecânica afirma que, **num sistema mecânico, a soma da energia potencial e da energia cinética é constante.** São permitidas as conversões de uma energia em outra, mas não as trocas de energia com o meio.

$$E_{mec} = E_{pot} + E_{cin}$$

Consideremos uma bola de borracha que se encontra a uma altura h e que, quando largada, atinge o solo e ressalta novamente até atingir quase a mesma altura. O processo repete-se continuamente.

Com efeito, este processo revela a Lei da Conservação da Energia no aspecto da transformação da energia potencial em energia cinética e vice-versa. Mas a própria experiência mostra que, com o decorrer do tempo, a bola já não atinge a altura inicial e vai diminuindo cada vez mais a altura atingida.

Este facto deve-se à transformação de parte da energia cinética em energia térmica quando do embate da bola no chão.

1.7.2 Enunciado da Lei da Conservação da Energia

A Lei da Conservação da Energia Mecânica é limitada por não considerar explicitamente todas as formas de energia. Por exemplo, o mais correcto é considerar a energia térmica que é dissipada no fenómeno.

Assim, pode ampliar-se a Lei da Conservação da Energia Mecânica para uma Lei da Conservação da Energia.

$$E_t = \text{constante}$$

Esta definição inclui explicitamente todas as formas de transformação de energia num dado fenómeno.

Exercício resolvido

1. Um corpo deve deslizar sem atrito num *loop* (um percurso de declive muito acentuado que termina em movimento circular) de raio r = 10 cm.

1.1 Calcula qual deve ser a altura de partida h_p mínima.

Proposta de resolução:

Dados:	**Procura-se:**
r = 10 cm	h_p

Para que o corpo consiga atravessar o ponto mais alto sem cair, a velocidade naquele ponto deve ter um valor mínimo v_2. Espera-se, assim, que com essa velocidade a força gravitacional se equipare à força radial.

$$F_r = F_g$$

$$\frac{m \cdot v_2^2}{r} = m \cdot g$$

$$v_2^2 = r \cdot g$$

Assim com a determinação da velocidade, e usando a Lei da Conservação da Energia Mecânica, pode calcular-se a altura de partida h_p.

$$E_p(1) + E_c(1) = E_p(2) + E_c(2)$$

$$m \cdot g \cdot h_p + 0 = m \cdot g \cdot h_2 + \frac{m \cdot v_2^2}{2}$$

Considerando que $h_2 = 2r$ e $v_2^2 = r \cdot g$

$$m \cdot g \cdot h_p = m \cdot g \cdot 2r + \frac{m}{2rg}$$

$$h_p = 2r + \tfrac{1}{2}r$$

$$h_p = \frac{5}{2}r$$

$$h_p = 25 \text{ cm}$$

Resposta:

Para que o corpo consiga atravessar o ponto mais alto sem cair, a altura mínima de partida h_p deve ser igual a 25 cm.

Exercícios não resolvidos

1. Um camião com uma massa de 1,3 t realiza um movimento ao longo de um percurso plano horizontal e depois inicia uma subida num plano inclinado de ângulo α = 4°. Em ambos os casos o camião realiza o percurso à custa de uma mesma força de tracção F que se mantém ao longo do tempo t_1 = 3 s. Sendo a força de tracção constante, a aceleração do camião, a = 2,9 m/s², é também constante ao longo do percurso plano e rectilíneo.

1.1 Calcula:

a) o trabalho W que o motor realiza no tempo t = 3 s ao longo do percurso plano;

b) a potência do motor P_m no tempo t = 3 s;

c) a aceleração a_{pi} ao longo do plano inclinado;

d) a potência do motor (P_{pi}) ao longo do plano inclinado.

1.8 Impulso e momento linear (quantidade de movimento)

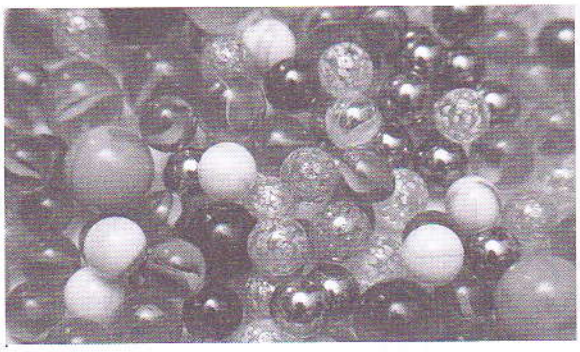


Figura 29: Berlindes usados nos jogos populares.

Jogo de berlindes – começa com um impulso do polegar para jogar a bolinha

Os jovens moçambicanos apreciam muito o jogo de berlindes. Um berlinde é uma pequena bola de vidro maciço, madeira ou metal, normalmente escura, com manchas ou muito colorida, de tamanho variável. Existem várias formas de realizar o jogo de berlindes. No *jogo à cova*, o objectivo é colocar o berlinde em pequenas covas previamente escavadas no solo e que se podem apresentar em número variável. O jogador que ficar até ao fim «sem morrer» – isto é, sem falhar –, ganha os outros berlindes do jogo. Podem participar vários jogadores. Uma das brincadeiras mais popularizadas consiste num círculo desenhado no chão, para onde os jogadores devem, com um impulso do polegar, jogar o berlinde. Os jogadores seguintes devem acertar no berlinde e, se conseguirem retirá-lo do círculo, eles tornam-se seus. Vence aquele que ficar com os berlindes dos seus companheiros.

No jogo de berlindes, o berlinde recebe do dedo indicador um *toque inicial*, ou seja, um *impulso* inicial. O berlinde é levado, assim, a chocar com outros berlindes.

Questão para reflexão

Certamente podes supor que alguma força esteja envolvida no estudo do problema da colisão dos berlindes. Assim, uma das questões que se podem colocar para compreender este caso poderia ser: Como definir o impulso que o berlinde recebe inicialmente?

Não há dúvida de que o dedo indicador exerce uma força temporária que dá início ao movimento do berlinde.

Como é que a força influencia a colisão?

1.8.1 Força em função do tempo

Figura 30: Diz-se que a bola recebe um impulso quando sobre ela actua uma força variável de elevada intensidade num curtíssimo intervalo de tempo.

Define-se *colisão* como sendo a interacção entre *partículas* livres (sejam átomos, moléculas, protões ou electrões) com um *corpo rígido*. Nessa interacção, as partículas aproximam-se o mais perto possível do outro corpo de modo a exercer uma certa influência mútua, geralmente através do contacto. Por vezes a interacção pode ser muito forte e dar-se mesmo sem contacto entre as partículas e o corpo.

Voltemos ao estudo do jogo de berlindes. O berlinde realiza colisões no seu movimento.

Tem sido útil discriminar duas situações no estudo das colisões: o movimento denominado *antes da colisão* e *depois da colisão.*

Vamos, pois, analisar em pormenor as causas do movimento antes da colisão. No caso do jogo de berlindes, o movimento é devido à actuação de uma *força inicial* que o berlinde recebe através do dedo. É uma *força de elevada intensidade* que actua num *curto intervalo de tempo* sobre o corpo: o berlinde. Isso caracteriza uma nova grandeza que se define como *impulso.*

$$\text{Impulso} = F_{méd.} \cdot \Delta t$$

Define-se *impulso* como sendo *o produto da força* pelo *intervalo de tempo em que ela actua.* Neste caso a força é de *grande intensidade* e actua num curtíssimo *intervalo de tempo.* Por essa razão alguns autores falam de *força impulsiva* para se referir ao *impulso.*

A *unidade de impulso* é definida também como o produto da unidade de força (newton) pela unidade de tempo (segundo):

$$[\text{impulso}] = [\text{N} \cdot \text{s}]$$

1.8.2 Força média e impulso

Durante uma colisão, a força que transmite o impulso não é constante, variando no intervalo de tempo em que actua sobre o corpo. Ela aumenta atingindo o máximo para, de seguida, diminuir. A área da figura desenhada pelo gráfico da função *F(t)* (figura 31) dá-nos o valor do impulso. O símbolo $<F>$ representa a *força média* que actua durante o intervalo $\Delta t = t_f - t_i$. Observa que a área sob o rectângulo tracejado é igual à área sob a curva *F(t)*. Então, o impulso é dado pelo produto da força média e o tempo,

$$I = <F> \cdot \Delta t$$

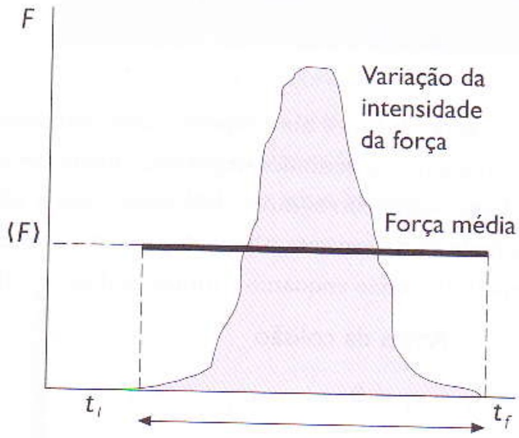


Figura 31: Variação da força em função do tempo durante uma colisão. A área sob a curva do gráfico é o valor *do impulso.*

1.8.3 Colisão

Já vimos que a colisão se manifesta pela interacção entre *partículas* livres ou entre *corpos*. Nessa interacção as partículas ou corpos aproximam-se o mais perto possível um do outro de modo a exercer uma certa influência.

Geralmente a colisão dá-se por contacto. Por vezes a interacção pode ser muito forte e dar-se mesmo sem contacto entre as partículas e o corpo, como referido anteriormente.

Figura 32: Dois berlindes de massas iguais e velocidades iguais que se chocam centralmente: a) antes da colisão e b) depois da colisão.

Vamos retomar o estudo do movimento do berlinde. Depois que o *impulso* <F>$\cdot\Delta t$ é transmitido, o berlinde move-se, por exemplo, numa trajectória rectilínea, até que colida com o berlinde que se encontrava em repouso. Os estados de repouso e de movimento dos berlindes modificam-se quando ocorre a *colisão*. A experiência da figura 33 ilustra este facto.

Vamos analisar em mais pormenor esta situação. O exemplo da figura 33 mostra que a esfera incidente permanece em repouso depois da colisão, enquanto isso, é transmitido um impulso à última esfera.

Figura 33: Esta é uma experiência de colisão usando cinco esferas ou berlindes suspensos. Quando se eleva e se larga o primeiro berlinde, este colide com o segundo berlinde. Curisosamente, o berlinde permanece em repouso depois da colisão enquanto o último berlide se solta.

Na colisão tanto o módulo como a direcção da velocidade podem variar.

Vamos retomar o exemplo da figura 33 considerando simplesmente a esfera que transmite o impulso e a última esfera que se solta. Esta situação é ilustrada na figura 34.

De acordo com o observado na experiência apresentada na figura 33, a última esfera está inicialmente em repouso e após lhe ter sido transmitido o impulso adquire velocidade. Isso leva-nos à necessidade de definir uma nova grandeza física que tome em conta a velocidade e a massa do corpo. Esta situação é ilustrada na figura 35.

Figura 34: A esfera m_1 permanece em repouso depois da colisão e transmite completamente a sua energia cinética e o momento linear à esfera m_2.

Essa nova grandeza física corresponde ao *momento linear* ou *quantidade de movimento,* que se define pelo produto da massa de um corpo pela sua velocidade.

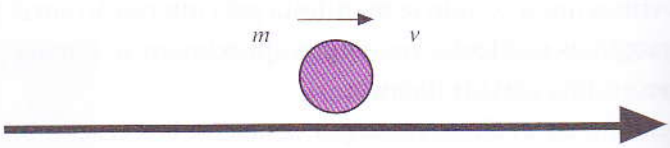


Figura 35: Uma bola de massa movendo-se com uma dada velocidade possui uma quantidade de movimento ou um momento linear.

A equação de definição da quantidade de movimento é a seguinte:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

No Sistema Internacional de Unidades, o *impulso* possui as seguintes unidades:

$$[p] = kg \cdot m/s$$

A *quantidade de movimento* ou *momento linear* é uma grandeza física que possui um módulo (intensidade) e uma direcção, sendo, portanto, uma grandeza vectorial.

Um corpo em movimento possui uma *quantidade de movimento* ou um *momento linear.*

Em geral, através da colisão, a *velocidade,* o *momento linear* e a *energia cinética* alteram-se. Por exemplo uma bola depois de chutada possui uma *quantidade de movimento dada por* $(m_b.v_b)$, onde m_b é a massa da bola e v_b a sua velocidade, e uma energia cinética, $E_c = \frac{1}{2}{\cdot}m{\cdot}v^2$.

A figura 36 ilustra esta situação.

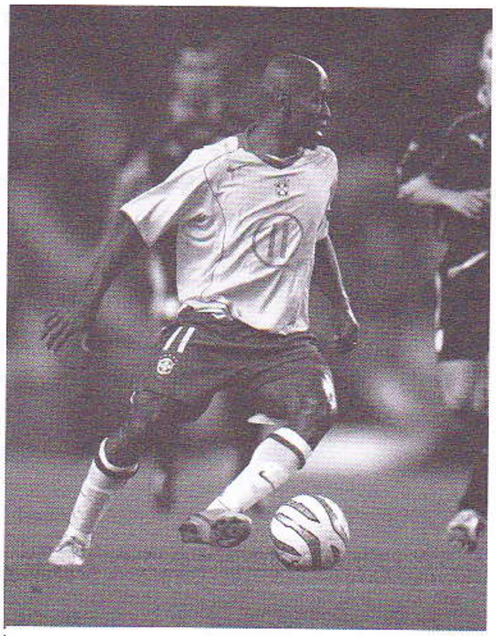


Figura 36: Um jogador de futebol prepara-se para dar um chuto na bola.

1.8.4 Carácter vectorial do momento linear

Num jogo de *snooker* ou num jogo de berlindes verifica-se que acontecem situações diferenciadas em cada colisão. O resultado da colisão entre dois corpos rígidos depende da forma como se processa a mesma. Assim, se, por exemplo, a colisão for frontal, a direcção do movimento é a mesma, antes e após a colisão. Não sendo frontal, depois da colisão o *berlinde incidente* move-se numa nova direcção.

A figura 37 ilustra a situação da mudança da direcção de velocidade de uma esfera ao colidir não frontalmente com a tabela de uma mesa de *snooker.*

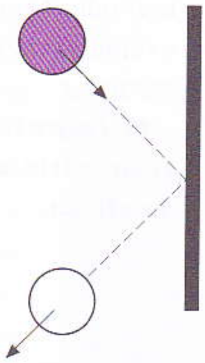


Figura 37: A mudança da direcção da velocidade e do momento linear depois da colisão duma bola de *snooker* com a tabela.

A figura 38 evidencia a mudança do módulo da velocidade no decorrer de uma colisão frontal, mantendo-se a direcção do movimento.

Figura 38: Ilustração de uma colisão central e elástica entre dois berlindes. O berlinde sombreado move-se com velocidade $\vec{u}_2 \neq 0$ depois da colisão enquanto que o berlinde que transmitiu o impulso permanece em repouso depois da colisão. Neste caso, o momento linear transmite-se integralmente para o segundo berlinde.

Portanto, os dois corpos que interagem na colisão podem mover-se com velocidades e direcções diferentes depois da colisão, dependendo da forma como se processa a mesma.

O momento linear ou a quantidade de movimento é uma grandeza vectorial definida por

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}.$$

O carácter vectorial da velocidade atribui também características vectoriais ao momento linear.

Analisemos agora as colisões de um outro ponto de vista. Considera a figura 39: um berlinde choca com outros dois que se encontram em repouso. Após a colisão, ambos os berlindes adquirem movimento, ficando o primeiro em repouso. Nesta situação, a quantidade de movimento e o impulso associados ao primeiro berlinde foram parcialmente transmitidos aos dois berlindes que se encontravam em repouso.

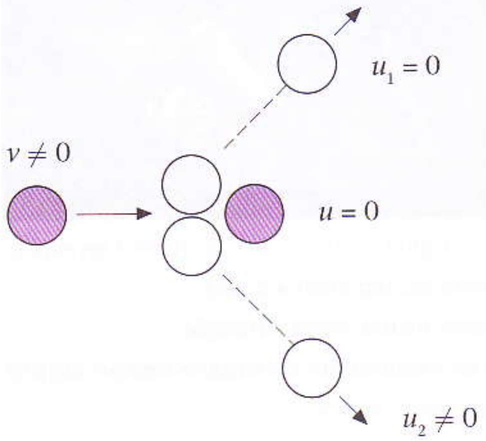


Figura 39: Colisão de um berlinde com dois berlindes inicialmente em repouso. Depois da colisão, os dois berlindes movem-se com velocidade v_1 e v_2 em diferentes direcções. O impulso, e assim o momento linear, transmite-se parcialmente para cada um dos berlindes.

Na figura 38, o berlinde inicialmente em movimento fica em repouso transmitindo integralmente a sua quantidade de movimento para o berlinde com o qual chocou frontalmente. Neste caso, na colisão ocorreu uma transmissão integral da quantidade de movimento e de impulso.

As figuras 38 e 39 mostram um aspecto fundamental da transmissão do impulso e do momento linear durante a colisão. A figura 38 mostra uma situação em que o impulso pode transmitir-se integralmente para o segundo berlinde. No entanto, noutras situações (figura 39), o impulso transmite-se parcialmente para cada um dos berlindes.

O impulso e o momento linear podem transmitir-se integral ou parcialmente durante a colisão.

Vamos recordar...

1. O enunciado da Primeira Lei de Newton, também conhecida como Lei da Inércia, diz que um corpo permanece em estado de repouso ou em estado de movimento rectilíneo uniforme quando sobre ele não estiver a actuar nenhuma força ou quando a resultante das forças que sobre ele actuam for zero.
2. Genericamente, podemos dizer que, quando se pretende modificar o estado de repouso ou de movimento rectilíneo uniforme, torna-se necessária a acção de uma força resultante diferente de zero.
3. A mudança de movimento de um corpo de massa é proporcional à força que sobre ele actua, sendo a Segunda Lei de Newton

$$F = m \cdot a = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t}.$$

Saber mais

Futebol

O **futebol** é um dos desportos colectivos mais praticados no mundo. Também é muito praticado em Moçambique. A sua popularidade estende-se a todas as províncias e atinge o seu auge nos jogos escolares e no campeonato nacional.

Em Moçambique, na sua forma popular, o futebol é também praticado em terra batida, mas, geralmente, é disputado num campo relvado rectangular por duas equipas, de onze jogadores cada.

O jogo é regido por regras bem definidas e realiza-se sob uma supervisão ou arbitragem muito cuidada. O principal objectivo é colocar a bola dentro das balizas da equipa adversária, de forma a conseguir o maior número de golos e vencer o jogo. Do ponto de vista da Física, o futebol é um desporto caracterizado pelos vários impulsos que são transmitidos à bola pelos vários jogadores.

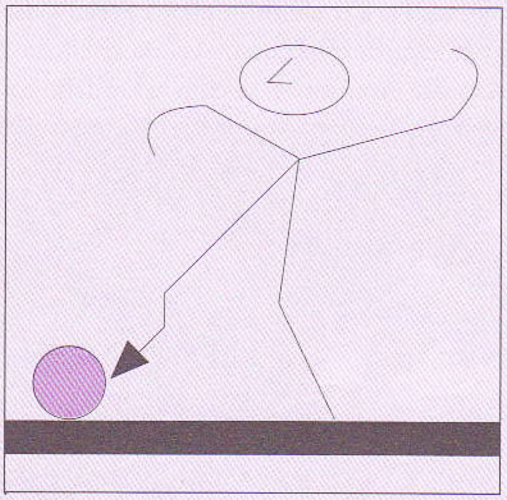


Figura 40: Um jogador de futebol, no momento do chuto, imprime à bola um impulso definido por $<F>\cdot\Delta t$.

Snooker

O jogo de *snooker* (ou *pool*) é um jogo praticado numa mesa revestida de feltro verde e limitada por tabelas; distribuídos pelos cantos e centro da mesa, encontram-se seis buracos. As bolas usadas no jogo são de marfim de várias cores; entre elas, geralmente, destacam-se as cores vermelha, branca e preta. As bolas são impelidas por um taco, que transmite um impulso $F\cdot\Delta t$. Nestas condições, uma bola que adquire uma certa quantidade de movimento pode trocar essa quantidade de movimento com outras bolas durante a colisão seguinte. O objectivo do jogo é introduzir as bolas nos seis buracos da mesa.

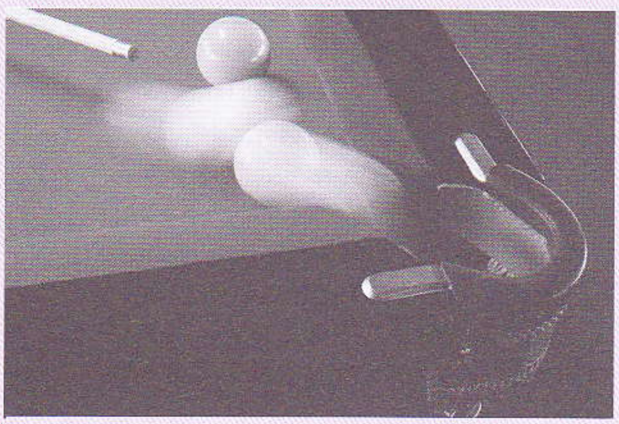


Figura 41: No jogo de *snooker*, as bolas são impelidas pelo taco $F\cdot\Delta t$ e à custa do momento linear chegam a colidir com outras bolas transmitindo assim uma certa quantidade de movimento $m\cdot v$.

Os conhecimentos de Física agora adquiridos sobre quantidade de movimento permitem verificar a importância da direcção e do módulo da força da colisão do taco na bola. Destes, dependem a direcção e valor da quantidade de movimento adquirido na colisão entre as bolas, e o sucesso no jogo.

Sistemas de travagem dos aviões

Existem muitas situações do quotidiano que ilustram que um *corpo* em movimento possui uma determinada quantidade de movimento.

No momento de aterragem, um avião *Boeing 747* precisa de reduzir a sua quantidade de movimento. Para o efeito, o piloto acciona asas que se abrem contra o vento. Neste instante, uma grande quantidade de massa de ar choca directamente com a superfície perpendicular das asas. A massa de ar move-se com velocidade contrária à do avião, transmitindo um certo impulso $F \cdot \Delta t$ e uma certa quantidade de movimento $\vec{P}_{ar}$, que actua na direcção contrária da quantidade de movimento do próprio avião $\vec{P}_{avião}$. O *Boeing* só se imobiliza no momento em que a soma vectorial dos momentos lineares dos corpos em interacção for nula.

A quantidade de movimento $p = m \cdot v$ caracteriza o estado de movimento do corpo.

Para que se consiga alterar a velocidade de um corpo, é necessário que haja uma transmissão de uma quantidade de movimento do corpo que se move. Assim, a quantidade de movimento caracteriza alguma propriedade inercial.

Figura 42: Os pneus constituem a parte principal da estrutura de um avião tanto para a descolagem como para a aterragem. A danificação dos pneus é mais acentuada na descolagem porque o avião é muito mais pesado (ou seja, tem muita massa e vai aumentando de velocidade e assim tem maior quantidade de movimento). Durante a aterragem, as rodas de borracha são submetidas a forças extremamente elevadas devido ao aumento da aceleração, levando a um aquecimento repentino que causa rompimento da borracha na pista. Este aquecimento pode resultar num incêndio. Por isso os pneus dos aviões são enchidos com nitrogénio.

Figura 43: Uma maneira de controlo e *diminuição do momento linear do avião* obtém-se através de *speed brake* ou *air brake*, ou seja, «travões aéreos». Trata-se de um dispositivo que é accionado perpendicularmente na parte traseira do avião para aumentar o coeficiente de atrito devido à corrente de ar. Os «travões aéreos» servem para reduzir a velocidade de voo (geralmente, quando o ângulo de subida é muito acentuado), para aumentar a velocidade de descida ou para diminuir a distância de aterragem.

Meteorito

Existem diferentes tipos de meteoritos que podem alcançar a superfície da Terra: aerólito (rochoso), siderito (metálico) ou siderólito (metálico-rochoso). Um meteorito é um corpo formado por restos de planetas desintegrados ou fragmentos de asteróides ou cometas. O seu tamanho pode variar: pode ser uma simples poeira ou corpos celestes com quilómetros de diâmetro.

Um dos maiores meteoritos encontrados é o *Hoba West*. Foi encontrado próximo de Grootfontein, na Namíbia; tem 2,7 m de comprimento por 2,4 m de largura e peso estimado de 59 toneladas.

Exercícios resolvidos

1. Um avião *Boeing 747* possui uma massa de um pouco mais de 136 t e move-se aproximadamente com uma velocidade de 800 km/h, o equivalente a cerca de 222 m/s.
   1.1 Determina a quantidade de movimento de que o avião *Boeing*, nestas condições, está munido.
   1.2 Compara a quantidade de movimento do *Boeing* com a quantidade de movimento de uma viatura de 1,5 t que se move a 60 km/h.
   1.3 Em qual das situações acima apresentadas é mais difícil modificar o estado de movimento dos corpos? Justifica.

Proposta de resolução:

1.1 A quantidade de movimento é dada pela expressão $p = mv$.
Assim, temos para o *Boeing*:
$p_{Boeing} = mv = 136\ 000\ \text{kg} * 222\ \text{m/s} \approx 30 \times 10^6\ \text{kg m/s}$.
Este é um valor muito elevado.

1.2 A quantidade de movimento da viatura é dada por:
$p = 1{,}5 \times 10^3\ \text{kg} * 16{,}7\ \text{m/s} \approx 25 \times 103\ \text{kg m/s}$

1.3 É mais difícil alterar o estado de movimento de um objecto que se move munido de um elevado *momento linear* que um corpo de menor momento. Assim, fica claro o que de forma empírica já sabíamos: é mais difícil alterar o estado de movimento do *Boeing* do que o da viatura, dada a diferença entre as quantidades de movimento de que estão munidos.

Exercícios não resolvidos

1. Um meteorito (na forma de simples poeira) de massa de 1 g penetra na atmosfera terrestre com a velocidade de 30 km/s. Uma viatura de massa 1 t move-se com a velocidade de 110 km/h.
   1.1 Compara a energia cinética e o momento linear de ambos os corpos.

2. Um vagão de carga, cuja massa é $3{,}0 \times 10^4$ kg, desloca-se a 1,6 m/s quando embate noutro de $2{,}4 \times 104$ kg que se move a 1,0 m/s no mesmo sentido. Sabendo que os vagões após a colisão se deslocam juntos à mesma velocidade, calcula a velocidade dos vagões após a colisão.

3. Durante a madrugada, um carro de luxo de massa igual a 2400 kg bate na traseira de um carro de massa total 1200 kg, que estava parado. O motorista do carro de luxo alega que o outro estava com as luzes apagadas e que ele vinha reduzindo a velocidade ao aproximar-se do sinal, estando a menos de 10 km/h quando o acidente ocorreu. A perícia constatou que o carro de luxo arrastou o outro numa distância igual a 10,5 m, e estimou que o coeficiente de atrito cinético com a estrada no local do acidente era 0,6.
   3.1 Calcula a velocidade real do carro de luxo no momento do embate.

2. Força e quantidade de movimento

Acabámos de recordar algumas características fundamentais sobre a força. O conceito de força está associado à mudança de estado de repouso e de movimento de um corpo. Vamos aprender a relacionar a força e o momento linear. Mais especificamente, vamos analisar que consequências da Segunda Lei de Newton se podem esperar sobre a quantidade de movimento.

Vejamos as duas afirmações que já conhecemos:

- Genericamente, podemos dizer que quando se pretende modificar o estado de repouso ou de movimento rectilíneo uniforme torna-se necessária a acção de uma força, isto é, *é necessária uma força para modificar o repouso ou o movimento.*
- É mais difícil alterar o estado de movimento de um objecto que se move munido de uma elevada quantidade de movimento do que um corpo de menor quantidade de movimento (vê o resultado da comparação feita entre a quantidade de movimento do *Boeing 747* e da viatura no exercício resolvido na página anterior). Assim podemos pensar que *parece óbvia a ideia de que entre a força e a quantidade de movimento deveria existir alguma relação.*

Partindo da relação

$$F = m \cdot a = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t}$$

vemos que

$$F = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ sendo } \Delta p = m \cdot \Delta v$$

Assim, obtemos:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

pelo que a força é a variação temporal da quantidade de movimento de um corpo.

(A taxa de variação da quantidade de movimento em função do tempo é a força necessária para modificar o estado de repouso ou de movimento de um corpo. Esta equação define a Segunda Lei de Newton como sendo a força em termos de variação da quantidade de movimento em função do tempo.)

Escrevendo as equações já estudadas de uma outra forma:

$$\Delta p = m \cdot \Delta v = F \cdot \Delta t$$

sendo que

$$I = F \cdot \Delta t$$

obtemos uma relação de igualdade entre o momento linear e o impulso, dada pela equação:

$$\Delta p = I$$

Esta equação define que a variação do momento linear é igual ao impulso.

Uma tacada com a raquete numa bola de ténis ou um chuto numa bola de futebol representam a acção do impulso, ou seja, a acção momentânea de uma força muito intensa num intervalo de tempo muito pequeno sobre a bola, que se transmite como variação do momento linear.

Um tenista imprime um grande impulso $F_{méd.} \cdot \Delta t$ que se transmite como momento linear à bola $\Delta p = m \cdot \Delta v = F \cdot \Delta t$. No momento de execução do *serviço*, os jogadores de ténis chegam a produzir uma velocidade superior a 150 km/h. A massa da bola é de 56,7 g mas não deve exceder 58,5 g.

Figura 44: O jovem Carlos Ols[illegible] uma tacada numa bola de ténis, [illegible] representa a acção do impulso.

O momento e a força média aplicada à bola de ténis podem ser calculados.

A relação entre o impulso e o momento linear é notória neste exemplo, ou seja,

$$\Delta p = m \cdot \Delta v = F_{méd.} \cdot \Delta t$$

Esta equação define que o impulso é igual à variação do momento linear, sendo $F_{méd.}$ a força média.

Trata-se de *grandezas vectoriais*. Nota que o *momento linear* é uma grandeza que caracteriza um *estado*, enquanto o *impulso* caracteriza um *processo*.

Exercício resolvido

1. Na prova de resistência do pára-choques de um carro, um veículo de 2300 kg desloca-se a uma velocidade de 15 m/s e colide com o parapeito de uma ponte, sendo parado em 0,52 s.

   1.1 Determina a força média que actuou no carro durante o impacto.

Dados:

$v = 15$ m/s

$m = 2300$ kg

$t = 0{,}52$ s

Procura-se:

$F_{méd.}$

Solução:

$$F_{méd.} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p - p_0}{t - t_0} = \frac{m \cdot v - m \cdot v_0}{t - t_0} = \frac{m \cdot 0 - m \cdot v_0}{t} - 0 = \frac{-m \cdot v_0}{t}$$

$$F_{méd.} = \frac{-m \cdot v_0}{t} = -\frac{2300 \times 15}{0{,}54} = -6{,}8 \times 10^4 \text{ N}$$

Exercícios não resolvidos

1. Uma bola de massa m e velocidade v bate perpendicularmente numa parede e recua sem perder velocidade.

   1.1 O tempo de colisão é Δt. Qual a força média exercida pela bola na parede?

   1.2 Avalia numericamente essa força média no caso de uma bola de borracha de 140 g à velocidade de 7,8 m/s, sendo de 3,9 s a duração do choque.

2. Um carrinho de 1,5 kg de massa move-se ao longo de um trilho a 0,20 ms^{-1} até chocar com um pára-choques fixo na extremidade do trilho.

   2.1 Calcula a variação da quantidade de movimento do carrinho e a força sobre ele exercida se, após 0,1 s desde o início do choque, ele:

   a) fica em repouso;

   b) recua com velocidade de 0,10 m^{-1}.

   2.2 Discute a conservação da quantidade de movimento na colisão.

2.1 Lei da Conservação da Quantidade de Movimento (momento linear)

A *variação da quantidade de movimento* e do *impulso* observa-se em vários exemplos do quotidiano. Nas estações dos caminhos-de-ferro é frequente a locomotiva transmitir um certo impulso imprimindo às carruagens uma certa *variação da quantidade de movimento* no momento de acoplamento. Esta situação pode ser idealizada como a colisão entre duas bolas.

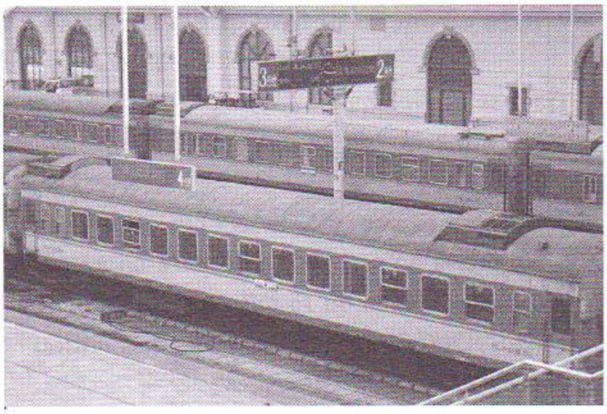


Figura 45: A locomotiva transmite às carruagens uma certa variação da quantidade de movimento.

Sabe-se da Física que a quantidade de movimento total de um sistema de partículas sujeitas somente às suas interacções mútuas permanece constante.

A figura 46 ilustra um caso de uma colisão. Antes da colisão ambos os corpos têm velocidades (v_1 e v_2). Depois da colisão ambos os corpos se deslocam com velocidades diferentes (u_1 e u_2), de modo que

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2.$$

Figura 46: Exemplo de conservação do momento linear. O momento linear antes da colisão é igual ao momento depois da colisão. Geralmente faz-se com que $m_1 = m_2$.

Analisemos um pouco mais pormenorizadamente a situação. Quando dois corpos colidem, dá-se também a interacção entre os corpos. Essa interacção é expressa geralmente pela Terceira Lei de Newton, ou seja, $F_1 = -F_2$ (o chamado princípio de acção e reacção). Assim, quando duas partículas interagem, a força sobre uma partícula é igual em módulo, e de sentido contrário, à força sobre a outra partícula.

Depois da colisão, no exemplo das esferas, elas deslocam-se com velocidades u_1 e u_2. Para simplificar, vamos retirar a *notação vectorial* mas conservando os *sinais positivos e negativos* para as forças e para as velocidades envolvidas.

Pela Terceira Lei de Newton, no momento de colisão os impulsos que se transmitem são definidos pela equação

$$F_1 \cdot \Delta t = -F_2 \cdot \Delta t.$$

Ou seja, quando dois corpos colidem transmitem-se mutuamente os seus impulsos. Nota que os índices 1 e 2 se referem ao primeiro e ao segundo corpo respectivamente.

Tendo em consideração que o impulso é igual à *variação do momento linear,* podemos afirmar que a acção mútua do impulso se transmite como sendo a *variação da quantidade de movimento,* ou seja,

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2.$$

Isso equivale a escrever a seguinte expressão:

$$m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot u_1 = -m_2 \cdot v_2 + m_2 \cdot u_2.$$

Reordenando os factores antes e depois da colisão, teremos

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2.$$

Este é o enunciado da Lei da Conservação da Quantidade de Movimento.

Este enunciado afirma que se

$$F = m \cdot a = 0$$

então

$$\Delta p = m \cdot \Delta v = F_1 \cdot \Delta t = 0.$$

Isso significa que

$$\Delta p = 0.$$

Se a variação da quantidade de movimento é nula, então a quantidade de movimento é uma grandeza conservativa. Por outras palavras, **a quantidade de movimento é uma grandeza física conservativa se, num determinado sistema fechado, o somatório de forças externas for nulo.**

2.2 Lei da Conservação da Quantidade de Movimento e Lei da Conservação de Energia

Podemos verificar processos de colisões em várias situações: no jogo de berlindes, no jogo de *snooker,* no acoplamento de vagões, nas reacções químicas e também no famoso jogo de futebol. De um modo geral, deve ser discutida e analisada, para cada caso, a aplicabilidade ou a validade nas colisões das duas leis que se seguem.

Genericamente, são duas as leis que permitem a explicação das colisões:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2.$$

Lei da Conservação da Quantidade de Movimento

A Lei da Conservação do Momento Linear por si só não seria suficiente para determinar as velocidades finais u_1 e u_2. Por isso tem sido fundamental incorporar a Lei da Conservação de Energia na resolução dos problemas de colisões:

$$\tfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2^2 = \tfrac{1}{2}m_1u_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2u_2^2 \quad \text{ou} \quad \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}.$$

Lei da Conservação da Energia Mecânica

Existem essencialmente dois tipos de colisões (colisões elásticas e inelásticas) em que se aplicam as leis de conservação. Vamos analisar os dois casos.

2.2.1 Colisões elásticas e colisões inelásticas

Colisões elásticas são aquelas colisões em que os corpos envolvidos experimentam interacções ou *deformações elásticas,* ou seja, depois da colisão restabelece-se o movimento independente de cada um dos corpos. Nas colisões deste tipo, a Lei da Conservação da Quantidade de Movimento e a Lei da Conservação da Energia são válidas.

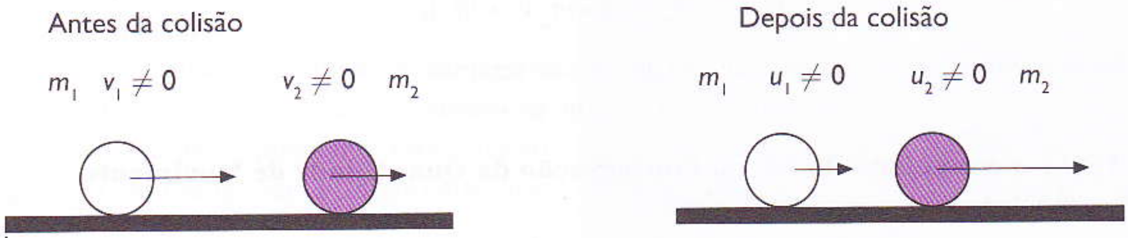


Figura 47: Um exemplo de uma colisão elástica envolvendo dois berlindes. Observa a variação das velocidades antes e depois da colisão e que os berlindes restabelecem o seu movimento independente. Geralmente, faz-se com que $m_1 = m_2$.

Colisões inelásticas são aquelas que ocorrem com *deformações permanentes* entre os corpos. A Lei da Conservação da Quantidade de Movimento permanece válida, contudo já a Lei da Conservação da Energia não é válida.

2.2.2 Aplicação das Leis da Conservação numa colisão elástica

Partindo do princípio de que numa colisão elástica são válidas:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

Lei da Conservação da Quantidade de Movimento

$$\tfrac{1}{2}m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v_2^2 = \tfrac{1}{2}m_1 u_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2 u_2^2 \quad \text{ou} \quad \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

Lei da Conservação da Energia

podemos a partir destas duas equações determinar as velocidades dos corpos depois da colisão. Para resolver este sistema de equações vamos multiplicar a segunda equação pelo factor 2 e reordenar os elementos como se segue:

$$m_1(v_1^2 - u_1^2) = m_2(u_2^2 - v_2^2) \qquad [1]$$

Da mesma forma reordenamos a primeira equação e obtemos:

$$m_1(v_1 - u_1) = m_2(u_2 - v_2) \qquad [2]$$

Dividindo a equação [1] pela equação [2] obtemos:

$$\frac{v_1^2 - u_1^2}{v_1 - u_1} = \frac{u_2^2 - v_2^2}{u_2 - v_2} \qquad [3]$$

Aplicando a fórmula dos casos notáveis da diferença de quadrados

$$a^2 - b^2 = (a + b)\cdot(a - b)$$

e procedendo às simplificações possíveis, obtemos

$$v_1 + u_1 = v_2 + u_2 \qquad [4]$$

Esta equação define a relação entre as velocidades dos parceiros na colisão e exclui completamente as massas envolvidas.

Resolvendo a equação [4] em ordem a u_2, temos

$$u_2 = v_1 + u_1 - v_2$$

que substituímos na equação [2] distinguindo os momentos antes e depois da colisão

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot (v_1 + u_1 - v_2)$$

Tirando os parênteses, reordenando e dividindo, obtêm-se a expressão para a velocidade u_1.

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

Procedendo de maneira semelhante podemos calcular a velocidade u_2.

Resumindo, o cálculo das velocidades depois da colisão é baseado nas seguintes equações:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

Estas equações são válidas se não houver nenhuma transformação de energia mecânica em outras formas de energia.

Se uma das velocidades for nula antes da colisão, o cálculo das velocidades depois da colisão simplifica-se para as seguintes equações:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$$

$$u_2 = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

As *colisões inelásticas* são um tipo de colisões em que geralmente ocorre a transformação da energia mecânica em outras formas de energia. Uma parte da energia cinética é convertida em *energia calorífica, Q*:

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2} + \Delta Q$$

Todavia numa *colisão inelástica* permanece válida a lei da conservação do momento linear. Assim podemos calcular a velocidade depois da colisão como

$$u_2 = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

2.2.3 Casos especiais de colisões elásticas

Vejamos alguns casos especiais de colisões elásticas unidimensionais que merecem destaque:

- Primeiro caso: partículas de igual massa com velocidade inicial.

  Após a colisão, as partículas trocam de velocidade. A velocidade final de uma é a velocidade inicial da outra.
- Segundo caso: a partícula alvo da colisão (m_2) está em repouso e a sua massa é muito maior que a da partícula projéctil, ou seja, $m_2 >> m_1$.

  Após a colisão, a velocidade da partícula projéctil inverte o sentido e a partícula alvo permanece praticamente em repouso.
- Terceiro caso: a massa da partícula projéctil (m_1) é muito maior que a da partícula alvo (m_2) ou seja, $m_1 >> m_2$.

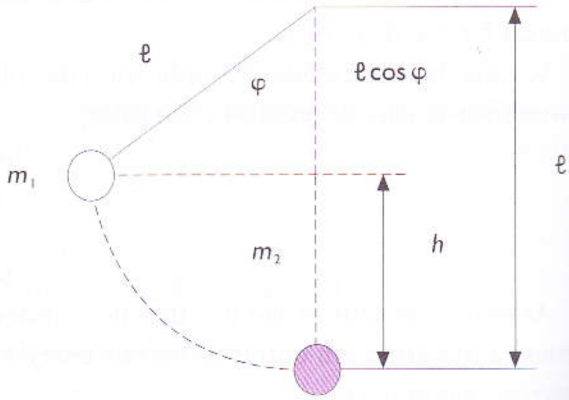
  Após a colisão, a partícula alvo passa a ter o dobro da velocidade e a partícula projéctil mantém praticamente a sua velocidade inicial.

Figura 48: Um exemplo de uma *colisão elástica* envolvendo dois berlindes. Observa a variação das velocidades antes e depois da colisão. Nota que, nesta colisão, $m_1 >> m_2$. Assim sendo, podemos, por aproximação, afirmar que $m_1 \approx m_1 + m_2$ e $u_1 \approx v_1$, enquanto $u_2 \approx 2 \cdot v_1$.

Exercício resolvido

1. Imagina um pêndulo de comprimento ℓ onde se encontra suspensa uma esfera metálica de massa m_1. Inicialmente a esfera é desviada pelo ângulo φ da sua posição de equilíbrio (ver figura) e seguidamente, solta-se. Depois, colide elasticamente com uma segunda esfera metálica de massa m_2 que se encontra em repouso no ponto de equilíbrio.

   1.1 Calcula a velocidade u_2 da esfera depois da colisão.



Proposta de resolução:

Dados:

$\ell = 1$ m $\varphi = 60°$

$m_1 = 30$ g $m_2 = 20$ g

Procura-se:

u_2

Por se tratar de uma colisão elástica, as duas leis (a Lei da Conservação da Quantidade de Movimento e da Conservação da Energia) são válidas.

Uma vez que a esfera m_2 se encontra em repouso, $v_2 = 0$ antes da colisão, podemos escrever as seguintes expressões:

$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 \cdot u_2$ [1]

e

$\frac{m_1}{2v_1^2} = \frac{m_1}{2u_1^2} + \frac{m_2}{2u_2^2}$ [2]

v_1 é a velocidade (máxima) do corpo m_1 antes da colisão. Ela pode ser calculada a partir da Lei da Conservação da Energia Mecânica, ou seja,

$m_1 gh = \frac{m_1}{2v_1^2}$ [3]

$v_1 = \sqrt{2gh}$ [4]

Sendo

$h = \ell - \ell \cos \varphi$ [5]

A expressão [4] combinada com [5] permite a determinação da velocidade a partir dos dados do problema (basta substituir os símbolos pelos valores fornecidos).

Para calcular u_2, pode expressar-se u_2 através de v_1 sendo para isso necessário eliminar u_1. O procedimento seguinte procura mostrar como isso se faz. O sistema de equações [1] e [2] pode ser resolvido em ordem a u_2. Assim, temos:

$m_1(v_1 - u_1) = m_2u_2$ [7]

e

$m_1(v_1^2 - u_1^2) = m_2u_2^2$ [8]

Tendo em conta que $v_1^2 - u_1^2 = (v_1 + u_1)(v_1 - u_1)$, vamos dividir [8] por [7] e obtemos

$v_1 + u_1 = u_2$ ou seja $u_2 = u_2 - v_1$

Vamos levar $u_2 = u_2 - v_1$ e substituir em [7]

$m_1v_1 = m_1(u_2 - v_1) + m_2u_2$

$2m_1v_1 = (m_1 + m_2)u_2$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1} + m_1v_1$$

Tendo em conta [4] e [5], pode determinar-se a velocidade u_2 como sendo

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1} + m_2 \cdot \sqrt{2g\ell}\ (1 - \cos \varphi)$$

$u_2 = 3,8$ m/s²

Exercícios não resolvidos

1. Num jogo de *snooker* uma bola preta, de massa m e velocidade v, colide frontalmente com uma vermelha de igual massa e em repouso.
   1.1 Após a colisão, qual é a velocidade da bola preta?

2. Durante as compras num supermercado, o Marcos empurra um carrinho de 10 kg contendo 15 kg de compras no seu interior, com velocidade constante de 0,1 m/s, num piso horizontal de atrito desprezável. Em dado momento, o Marcos distrai-se e solta o carrinho, que continua o seu movimento uniforme. A mãe do Marcos, preocupada com a situação, retira verticalmente do carrinho um saco de compras com a massa de 5 kg.
   2.1 Qual a velocidade final do carrinho?

3. Um carrinho A desloca-se a uma velocidade de 0,5 ms^{-1} em direcção a um outro carrinho B que se encontra em repouso. Após a colisão, A recua com velocidade 0,1 ms^{-1}, enquanto B se move à velocidade de 0,3 ms^{-1} no sentido contrário ao de A. Numa outra situação, A é carregado com uma massa de 1 kg e empurrado contra B a uma velocidade de 0,5 ms^{-1}. Neste caso, após a colisão, A fica em repouso e B move-se a 0,5 ms^{-1} no mesmo sentido em que se movia A.
   3.1 Determina a massa de cada carrinho.

Saber mais

▸ Estrutura e princípio de funcionamento do foguetão

O princípio de funcionamento do motor de foguetão baseia-se na Terceira Lei de Newton, a lei da acção e reacção, que diz que «a qualquer acção corresponde uma reacção, com a mesma intensidade, mesma direcção e sentido contrário». Por conservação da quantidade de movimento (massa multiplicada por velocidade), o foguetão desloca-se no sentido contrário com velocidade tal que, multiplicada pela sua massa, o valor da quantidade de movimento é igual ao dos gases expelidos.

Assim, o foguetão deslocar-se-á para cima por reacção à pressão exercida pelos gases em combustão na câmara de combustão do motor. Por esta razão, este tipo de motor é chamado de propulsão por reacção. Um foguetão é constituído por uma estrutura, um motor de propulsão por reacção e uma carga útil. Como no espaço exterior não há oxigénio para queimar com o combustível, o foguetão deve levar armazenado em tanques não só o propelente (combustível), mas também o oxidante (comburente). Qualquer veículo espacial que possua motor(es) de propulsão deste tipo é denominado foguetão ou míssil. Normalmente, o seu objectivo é enviar objectos (especialmente satélites artificiais e sondas espaciais) e/ou naves espaciais e homens para o espaço.

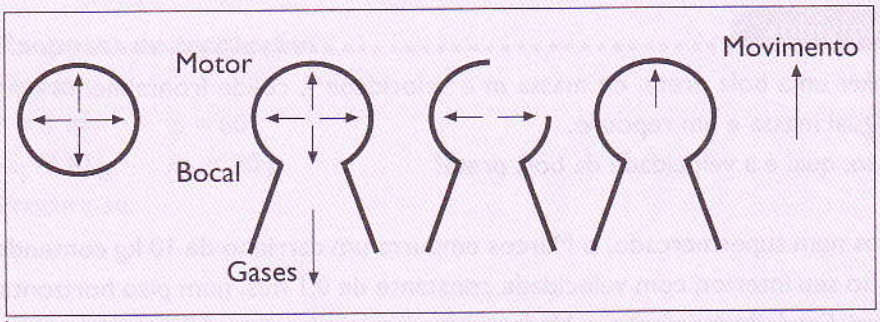


Figura 49: Princípio de funcionamento de um motor a propulsão por reacção.

A figura 49 mostra à esquerda uma câmara fechada onde existe um gás em combustão. A queima do gás irá produzir pressão em todas as direcções. A câmara não se moverá em nenhuma direcção pois as forças nas paredes opostas da câmara irão anular-se. Quando se introduz um bocal na câmara, por onde os gases possam escapar, haverá um desequilíbrio. A pressão exercida nas paredes laterais opostas continuará a não produzir força, pois a pressão de um lado anulará a do outro. Já a pressão exercida na parte superior da câmara não irá produzir *empuxo*, pois não há pressão no lado de baixo (onde está o bocal). O princípio de funcionamento do foguetão relaciona assim *o impulso accionado pela combustão dos gases (grandeza de processo)* como sendo igual *à variação do momento linear (grandeza de estado)* que imprime o movimento do foguetão. Note-se que o impulso e a variação do momento linear são *grandezas vectoriais*.

Um **foguete pirotécnico** ou **fogo-de-artifício** é um explosivo dotado de um sistema alimentado a combustão. Geralmente trata-se de uma torcida (ou pavio) que é o nome que se dá ao fio ou mecha ao qual se pega fogo. No fogo-de-artifício usam-se pavios de pólvora que se inflamam mais rapidamente. Para melhor direccionar o seu movimento pode colocar-se inicialmente o foguete pirotécnico na abertura duma garrafa. A combustão inicial provoca a rápida ascensão do foguete, que a certa altura explode violentamente. A combustão acciona o impulso do foguete. Pela conservação da quantidade de movimento do sistema (*foguete + combustão das substâncias químicas*), o *impulso total* deve permanecer constante. A quantidade de movimento é uma grandeza que está orientada para cima, enquanto o impulso está direccionado para baixo. Enquanto o impulso se dá ao longo do tempo igual à duração da combustão das substâncias químicas, o momento linear altera-se progressivamente, sendo que a sua velocidade aumenta continuamente. Estes foguetes são usados em festas populares ou celebrações para criar um efeito ruidoso no acontecimento, e como meio de aviso de que algum acontecimento está a iniciar ou a terminar. Também são usados em espectáculos nocturnos como fogos de artifício. Conforme o elemento químico adicionado à mistura explosiva, podem ser obtidas diferentes cores: amarelo (sódio; cálcio), vermelho (lítio), branco (magnésio), verde (cobre), dourado (ferro), etc.

Figura 50: Fogo pirotécnico.

Extinção do fogo com água bombeada

Os bombeiros precisam de exercer uma grande força para sustentar uma mangueira usada para apagar o fogo de grandes proporções. A quantidade de água que circula nestas mangueiras chega a ser de 3000 litros a uma velocidade geralmente acima de 20 m/s.

Pela Terceira Lei de Newton, a força com a qual a água escapa deve ser compensada por uma força contrária. Por vezes, são necessários dois bombeiros para segurar uma mangueira em tais circunstâncias.

Figura 51: Bombeiros a segurar a mangueira no combate a incêndios.

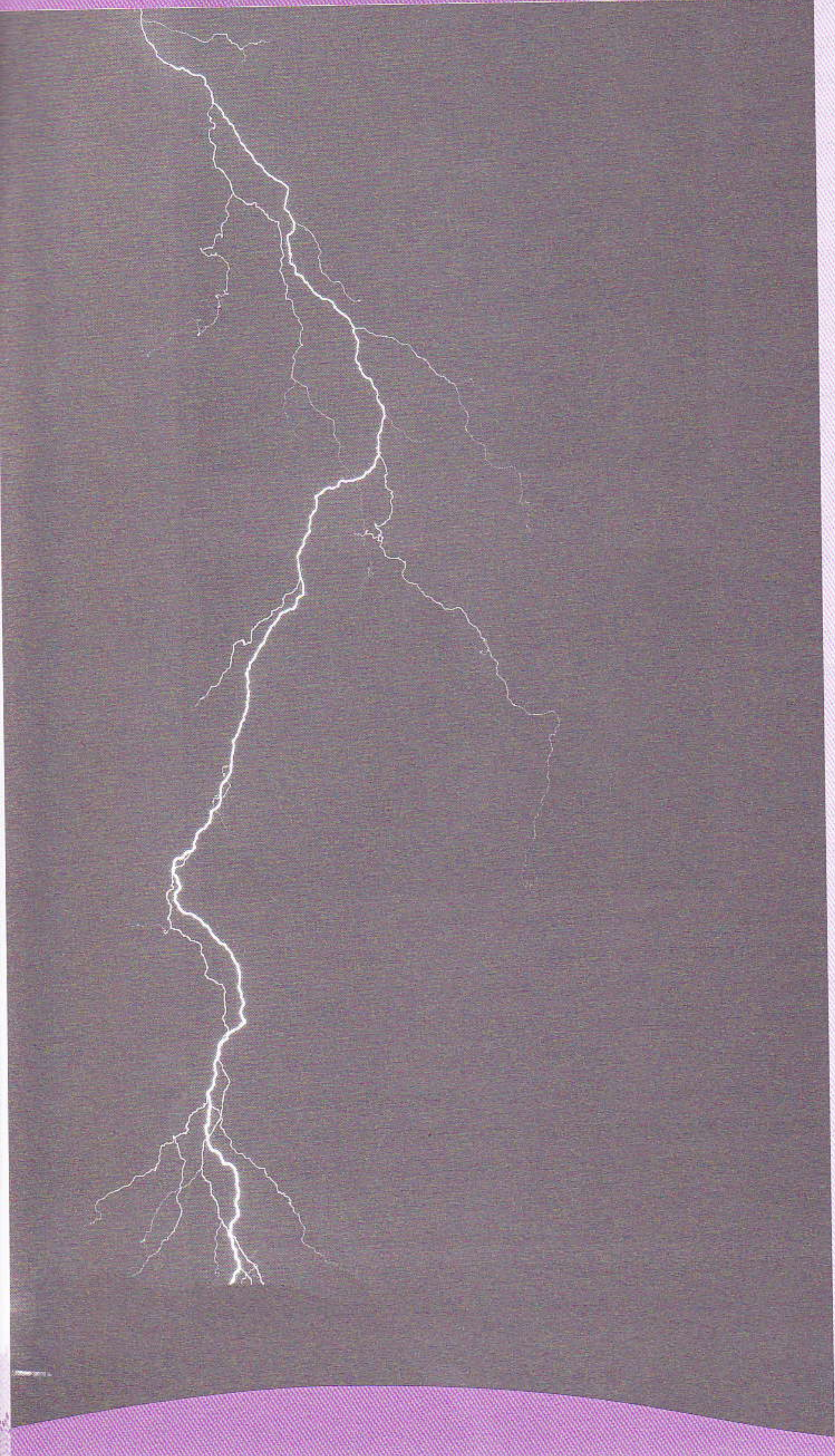
Exercício não resolvido

1. Um foguetão de massa de 1 t move-se com a velocidade de 8 km/s. A propulsão do foguete é realizada pela combustão do combustível que no intervalo de tempo de 20 s exerce uma força de 8 kN.

   1.1 Determina o impulso do foguetão.

Unidade 3

Electrostática



No final desta unidade, deverás ser capaz de:

- aplicar a Lei de Coulomb na resolução de exercícios concretos;
- determinar gráfica e analiticamente a resultante das interacções eléctricas de um sistema de cargas pontuais;
- determinar gráfica e analiticamente o campo eléctrico originado por uma carga eléctrica pontual e por um sistema de placas electrizadas;
- determinar gráfica e analiticamente a intensidade do campo eléctrico resultante de um sistema de cargas pontuais;
- determinar analiticamente o potencial eléctrico resultante de um sistema de cargas pontuais;
- determinar o trabalho realizado no transporte de uma carga eléctrica dentro de um campo eléctrico.

Introdução

A electrostática é o ramo da electricidade que estuda as propriedades e o comportamento de cargas eléctricas em repouso, ou os fenómenos de equilíbrio da electricidade nos corpos que de alguma forma ficam carregados de carga eléctrica, ou seja, electrizados.

Nesta unidade, vamos estudar a electrostática, ou seja, as cargas eléctricas consideradas em repouso. Começaremos com o conceito de carga eléctrica e do mecanismo da produção de carga eléctrica. Faremos a introdução à Lei de Coulomb, que nos permite estimar a força de interacção entre partículas electricamente carregadas. Depois, vamos definir o campo eléctrico e aprender a representá-lo por linhas de campo. Esta será a base para introduzir, mais tarde, o conceito de campo eléctrico. O cálculo vectorial da resultante da acção do campo eléctrico num ponto do espaço, o cálculo do potencial eléctrico (como grandeza escalar) e, finalmente, o cálculo do trabalho realizado (também como grandeza escalar) num campo electrostático, são aspectos que serão discutidos ao concluir esta unidade.

1. Constituição do átomo

Como já estudaste em anos anteriores nesta disciplina:

- Toda a matéria é constituída por *átomos*.
- Os átomos são constituídos por uma zona central compacta chamada *núcleo* e uma zona envolvente designada por *nuvem electrónica*.
- O núcleo é constituído por neutrões e protões e, em conjunto, representam praticamente toda a massa do átomo.
- A massa do átomo é igual à soma do número de protões e de neutrões.
- O número de protões é igual ao número atómico.
- A representação simbólica de um átomo faz-se da seguinte forma: ${}^{A}_{Z}X$, sendo X o símbolo químico do elemento, A o número de massa e Z o número atómico.

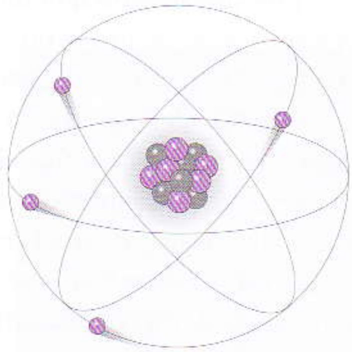


Figura 1: Modelo atómico de Rutherford.

- A nuvem electrónica é um espaço à volta do núcleo praticamente vazio onde giram os electrões.
- Os protões têm carga positiva e os electrões têm carga negativa. Os neutrões não têm carga. No átomo, o número de protões é igual ao de electrões, ou seja, o número de cargas positivas é igual ao de cargas negativas, pelo que o átomo é uma entidade neutra.
- A corrente eléctrica é um movimento orientado de cargas eléctricas através de um circuito fechado, ou seja, através de um circuito eléctrico.
- Existem materiais que conduzem bem a corrente eléctrica, chamados bons condutores, e outros materiais que não conduzem a corrente eléctrica, designados de maus condutores.
- A carga elementar do electrão é igual a $e = 1{,}602177.10^{-19}$C $\approx 1{,}60.10^{-19}$C. A *carga elementar*, tanto do electrão como do protão, é uma *propriedade intrínseca* das partículas. O mesmo acontece com a *massa*.
- Algo muito curioso da Natureza é o facto de a carga eléctrica do protão e a do electrão serem de valor exactamente igual. A carga do protão é $+e$, a do electrão $-e$, sendo e a carga elementar do electrão.

- A carga *eléctrica* apresenta-se na Natureza como um *múltiplo* da *carga elementar*, ou seja, $q = \pm N \cdot e$, sendo N um número natural/inteiro.
- Pelo facto de N ser geralmente muito grande, pode imaginar-se que as cargas eléctricas estejam distribuídas de forma contínua.

2. Interacção electrostática

O fenómeno de electrização por fricção era já conhecido na Grécia antiga. Os Gregos sabiam que o âmbar dos colares das mulheres atraía pequenos corpos quando friccionados em tecidos. No entanto, só com os trabalhos de Benjamin Franklin (1706-1790) se considerou a existência de partículas com dois tipos de carga eléctrica, positiva e negativa.

Hoje, sabemos que a matéria é constituída por átomos electricamente neutros, constituídos por electrões com carga negativa e protões com carga positiva.

Então, o que acontece quando um corpo é electrizado?

Quando penteamos o cabelo num dia seco e, em seguida, aproximamos o pente de pedacinhos de papel, verificamos que estes são atraídos pelo pente. Trata-se de um fenómeno de electrização.

A interpretação do fenómeno de electrização é feita com base na teoria atómica da matéria. A electrização de um pente ao pentear o cabelo ou de uma vareta de plástico friccionada num pano de lã (figura 2) consiste na transferência de electrões de um corpo para outro.

Prestemos atenção ao caso da electrização da vareta de plástico. Os electrões passam da vareta para o pano. A vareta fica electrizada positivamente e o pano fica electrizado negativamente. O pente e os pedacinhos de papel, bem como a vareta e o pano, ficaram electrizados, adquirindo cargas iguais mas de sinal contrário.

Tal como duas massas que, em presença uma da outra, originam uma interacção gravitacional, a presença de duas cargas origina uma interacção electrostática.

As cargas eléctricas podem ser, como sabemos, positivas ou negativas.

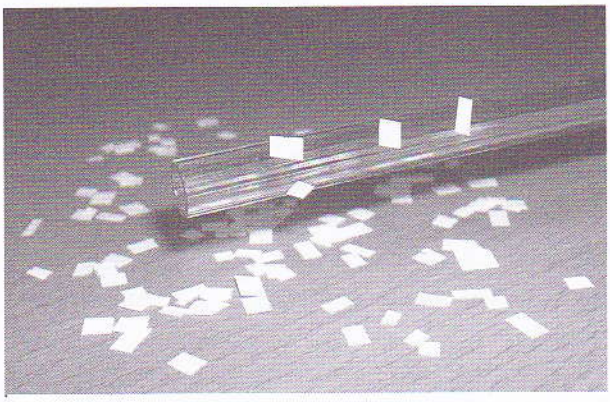


Figura 2: Pedacinhos de papel atraídos por uma barra de plástico electrizada (esferográfica).

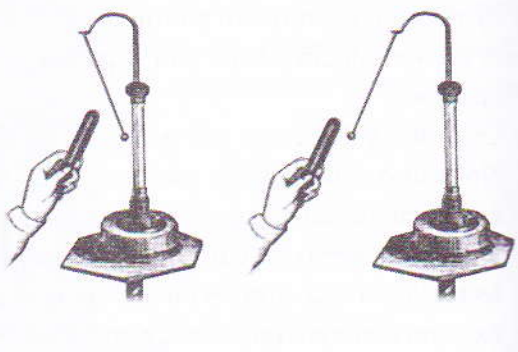


Figura 3: Repulsão entre cargas de sinais iguais e atracção entre cargas de sinais contrários.

Leis qualitativas das acções electrostáticas:

- cargas eléctricas de sinais iguais repelem-se;
- cargas eléctricas de sinais contrários, atraem-se;
- a carga total dos dois conjuntos permanece constante.

3. Electrização por fricção, contacto e indução

O processo de transferência de carga que ocorre na electrização pode ser conseguido por: fricção, contacto e indução ou influência.

Na electrização por fricção, os corpos adquirem carga de sinal contrário.

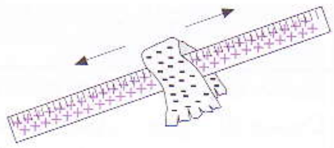


Figura 4: Electrização por fricção.

A electrização por contacto consiste em colocar em contacto dois condutores, geralmente metálicos, um electrizado e outro neutro. Na electrização por contacto, os corpos adquirem carga do mesmo sinal.

A electrização por indução consiste em aproximar, sem tocar, um corpo electrizado positivo de um condutor neutro. O corpo electrizado denomina-se por indutor e o condutor neutro é denominado induzido. Na electrização por indução, a parte do induzido mais próxima do indutor fica electrizada com carga de sinal contrário à do indutor, e a mais afastada com carga de sinal igual à do indutor.

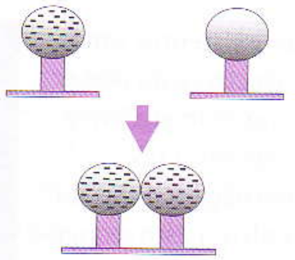


Figura 5: Electrização por contacto.

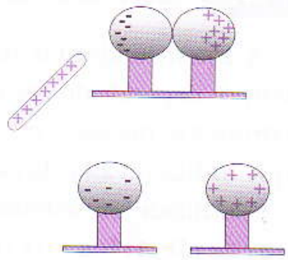


Figura 6: Electrização por indução.

A figura 7 mostra um tubo de plástico (PVC) que foi friccionado com um pedaço de pele de animal ou com um pedaço de lã. Depois de friccionado, o tubo de PVC é suspenso através de um fio pelas suas extremidades. Friccionando a extremidade de um outro tubo do mesmo material, com a mesma pele e aproximando este último do primeiro, verifica-se que ambos os tubos se repelem. Uma vez friccionados, os tubos ficam carregados electricamente. Aproximando um corpo eléctrico, este é atraído ou repelido, ocorrendo a electrização por indução.

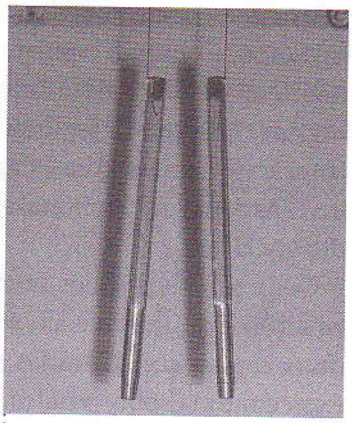


Figura 7: Um tubo plástico friccionado e pendurado por um fio é repelido pela aproximação de um outro tubo friccionado.

A tabela seguinte mostra os resultados das interacções entre diferentes tipos de bastões friccionados (electrização por fricção) usando diferentes materiais.

Fricção	Corpo de prova	Interacção eléctrica
Grupo A		
Bastão de vidro friccionado com seda Depois da fricção, o vidro permanece com carga positiva e a seda com carga negativa.	Cortiça	Atracção
Grupo B		
Plástico friccionado com pele de animal Depois da fricção, o plástico permanece com carga positiva e a pele com carga negativa.	Algodão	Atracção

Fricção	Corpo de prova	Interacção eléctrica
Plástico (tubo de PVC) friccionado com pele de animal Depois da fricção, o tubo permanece com uma carga positiva e a pele com carga negativa.	Bastão de plástico friccionado	Repulsão
Bastão de plástico friccionado com pele de animal Depois da fricção, o bastão permanece com uma carga positiva e a pele com carga negativa.	Pedaços de papel	Atracção

4. Lei de Coulomb

A intensidade das forças existentes entre corpos depende do grau de electrização destes corpos e expressa-se por um número algébrico, que indica o valor da carga eléctrica (q).

A unidade no Sistema Internacional (SI) da **carga eléctrica** é o Coulomb (C). Isto requer o estudo da Lei de Coulomb. A Lei de Coulomb rege a interacção eléctrica entre as cargas eléctricas.

Usando a balança de torção que ele próprio inventou, Coulomb confirmou experimentalmente a hipótese de Joseph Priestley, físico inglês (1773–1804), segundo a qual a força de interacção entre duas cargas eléctricas é inversamente proporcional ao quadrado da sua distância.

Coulomb resumiu os seus resultados numa equação que descreve as forças eléctricas que duas cargas consideradas pontuais (A e B) exercem uma sobre a outra:

$$F_{el} = \frac{k\, q_A q_B}{r^2}$$

F – intensidade da força eléctrica;

q_A e q_B – cargas eléctricas pontuais;

r – distância entre as cargas eléctricas;

k – constante de proporcionalidade.

Biografia

Nome: Charles Augustin de Coulomb (1736–1806)

Cientista francês, nasceu numa família com alta posição social, cresceu numa época de instabilidade política e tornou-se célebre pelas suas descobertas nos campos da electricidade e do magnetismo. Engenheiro de formação, foi sobretudo físico. Publicou sete tratados sobre a electricidade e o magnetismo e outros sobre os fenómenos de torção, o atrito entre sólidos, etc. Experimentador genial e rigoroso, realizou uma experiência histórica com uma balança de torção para determinar a força exercida entre duas cargas eléctricas (Lei de Coulomb). Em sua homenagem, o seu nome foi dado à unidade de carga eléctrica, o coulomb.

A força que uma carga q_1 exerce sobre uma carga q_2, e vice-versa, é repulsiva se as cargas tiverem sinal igual e é atractiva se tiverem sinal diferente.

A constante de proporcionalidade, k, é denominada Constante de Coulomb ou constante electrostática e é dada por:

$$k = \frac{1}{4}\pi\, \varepsilon_0$$

onde ε_0 representa a permitividade eléctrica do vazio. Assim, verificamos que a Constante de Coulomb depende do meio onde se dá a interacção electrostática.

No vazio ou vácuo,

$$k = \frac{1}{4}\pi\, \varepsilon_0 = 9{,}0 \times 10^9\ \text{Nm}^2\ \text{C}^{-2}$$

uma vez que a permitividade eléctrica no vazio, ε_0, é dada pelo seguinte valor:

$$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}\ N^{-1}m^{-2}\ C^2.$$

A permitividade eléctrica do meio traduz a interferência deste nas interacções electrostáticas e é constante para cada meio.

É comum comparar-se a permitividade eléctrica de um meio, ε, com a permitividade eléctrica do vazio, ε_0, através da permitividade relativa, ε_r, que se define pelo quociente: $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$.

Na tabela seguinte podemos consultar os valores de permitividade relativa de alguns meios.

Meio	Permitividade relativa ε_r
vácuo	1,0
ar (PTN)	1,0005
vidro	5,4
água	80,0

Podemos verificar experimentalmente a lei do inverso do quadrado da distância entre duas cargas pontuais,

$$F_{12} = \frac{k\ q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

medindo a força entre duas cargas, colocadas a diferentes distâncias.

Para o efeito, uma montagem experimental possível é semelhante à balança de torção de Cavendish, tal como procedeu Coulomb.

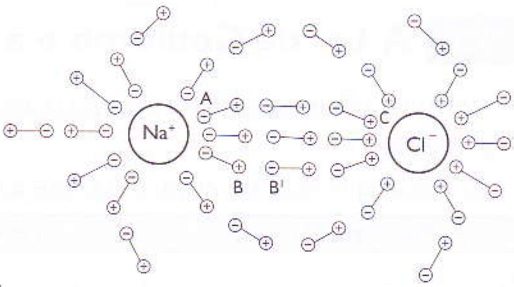


Figura 8: Dipolo eléctrico resultante da interacção entre os iões Na^+ e Cl^-.

4.1 Sobreposição de várias forças

Se uma carga q estiver sujeita à interacção de várias outras cargas, q_1, q_2, q_3, ..., q_n, a força resultante que actua sobre q é igual à soma vectorial das forças exercidas por cada uma das cargas:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_n$$

A figura 8 representa a força resultante que actua na carga q_0 por acção das cargas q_1, q_2 e q_3.

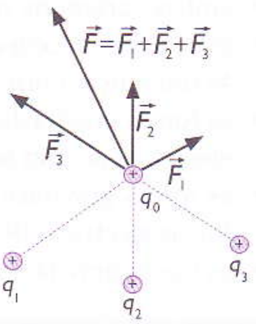


Figura 9: Interacção resultante de q_1, q_2, e q_3 sobre a carga q.

4.1.1 Efeitos químicos do dipolo

Um sistema formado por duas cargas eléctricas de valores absolutos iguais e de sinais opostos ($+q$ e $-q$), separadas por uma distância d, geram um dipolo eléctrico. Essa distribuição de cargas muito simples tem muita importância no electromagnetismo porque pode ser usada como modelo para várias situações de interesse técnico.

O momento do dipolo é definido por $p = ql$ onde l é o vector deslocamento que vai da carga negativa para a positiva.

Uma molécula de água, por exemplo, é formada por um átomo de oxigénio e dois átomos de hidrogénio. Os dois átomos de hidrogénio estão unidos ao oxigénio por meio de duas *ligações covalentes*. A ligação é denominada covalente quando dois electrões, cada um proveniente de um átomo, são compartilhados igualmente pelos dois núcleos atómicos.

A polaridade da água constitui uma das razões básicas da sua utilização como solvente em várias ligações químicas.

Por exemplo, o sal da cozinha é constituído por iões Na^+ e por Cl^- ordenados na rede cristalina. Estes iões atraem-se mutuamente em conformidade com a Lei de Coulomb quer seja no vácuo ou no ar. Mas, ao deitar-se o sal na água, estas forças ficam alteradas. Os iões de Na^+ e de Cl^- produzem uma reorientação das moléculas polares da água, que antes obedeciam a uma distribuição desordenada. A parte negativa do dipolo da água tende a orientar-se para os iões de Na^+ e a sua parte positiva para os iões de Cl^-. A rede cristalina do sal é assim quebrada, dizendo-se que o sal é dissociado na água. Trata-se de um sal solúvel em água.

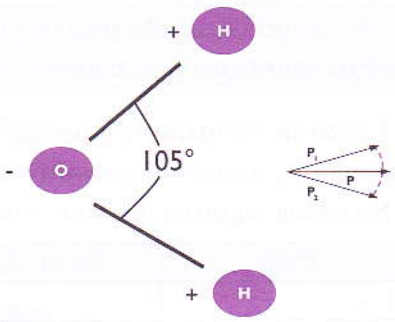


Figura 10: Molécula de água com um momento do dipolo permanente.

4.2 A Lei de Coulomb e a Lei da Gravitação de Newton

Considera dois corpos, 1 e 2, cujas massas e cargas eléctricas são, respectivamente, m_1 e m_2, q_1 e q_2 (figura 11).

As forças que actuam entre os corpos são:

Força gravitacional	Força eléctrica
$F_{12} = \vec{G}\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}\,\varepsilon_r = -F_{21}$	$F_{12} = \vec{k}\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\,\varepsilon_r = -F_{21}$

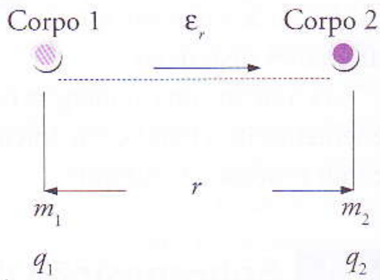


Figura 11: Corpos 1 e 2.

Entre estas duas leis existem semelhanças:

- ambas variam na razão inversa do quadrado da distância;
- as duas obedecem à terceira Lei de Newton.

As diferenças entre as duas leis são as seguintes:

- as forças gravitacionais são sempre atractivas, enquanto as eléctricas podem ser atractivas e repulsivas;
- as forças gravitacionais não dependem do meio em que os corpos se situam, enquanto as forças eléctricas dependem do meio onde se situam;
- as forças gravitacionais são muito menos intensas que as forças eléctricas.

Exercício resolvido

1. Num átomo de hidrogénio, a separação média entre o electrão e o protão é cerca de $5 \cdot 3 \cdot 10^{-11}$ m.

   1.1 Calcula o módulo da força electrostática de atracção do protão sobre o electrão.

Proposta de resolução:

Dados:

$r = 5 \cdot 3 \cdot Â\ 10^{-11}$ m

$q_e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

$q_p = +1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

$k = 8{,}99 \cdot 10^9$ Nm² C⁻²

Procura-se: F_{ep}

Solução:

$$F_{ep} = \frac{1}{4}\pi\,\varepsilon_0 \cdot \frac{q_e \cdot q_p}{r^2} = k\,\frac{q_e \cdot q_p}{r^2}$$

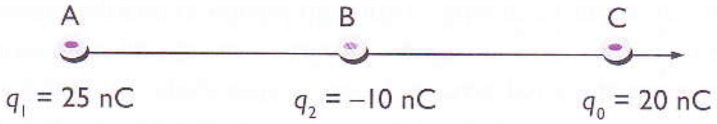
$$F_{ep} = 8{,}99 \cdot 10^9\ \text{Nm}^2\,\text{C}^{-2} \cdot \frac{(1{,}602 \cdot 10^{-19})^2\,\text{C}^2}{(5 \cdot 3 \cdot 10^{-11})^2} \cdot \text{m}^2 \leftrightarrow F_{ep} = 10 \cdot 10^{-9}\ \text{N}$$

Resposta:

$F_{ep}\ 10 \cdot 10^{-9}$ N

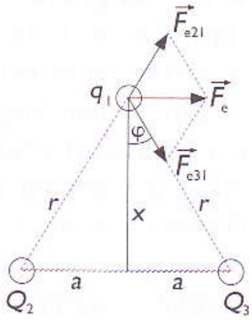
Exercícios não resolvidos

1. Três cargas pontuais estão sobre o eixo dos x. A carga q_1 = 25 nC está na origem, q_2 = –10 nC, em BC = 2 m e q_0 = 20 nC está em AC = 3,5 m (ver figura abaixo).



   1.1 Calcula a força resultante em q_0 provocada por q_1 e q_2.

2. Na figura ao lado estão representadas duas cargas eléctricas, Q_2 e Q_3, que estão situadas ao longo do eixo x e separadas por uma distância l. Esta distância pode ainda ser subdividida em dois segmentos, de modo que $l = 2 \cdot a$. Uma terceira carga, a carga de prova q_l, está situada na bissectriz do triângulo, como ilustrado.



   2.1 Qual é a força resultante que um sistema de duas cargas pontuais eléctricas Q_2 e Q_3 exercem sobre a carga de prova q_l?
   2.2 Expressa a equação da força resultante que é a soma das forças exercidas pelas cargas $Q_2 = Q$ e $Q_3 = -Q$ separadamente sobre q_l, em função do momento p do dipolo.

3. A força electrostática de atracção do protão sobre o electrão é muito pequena. Mostra que, apesar disso, a aceleração é extraordinariamente grande (8×10^{22} m/s^2).

4. Duas cargas pontuais de 0,05 μC estão à distância de 10 m uma da outra.
   4.1 Calcula o módulo da força electrostática entre elas.

5. Campo eléctrico

A lição sobre campo eléctrico é uma abordagem que procura trazer uma nova visão da interacção entre corpos carregados electricamente. Agora vamos usar um outro ponto de partida que envolve a acção à distância entre corpos carregados. Por outras palavras, vais aprender a operar com novos conceitos para caracterizar a mesma realidade que já conheceste antes. O campo eléctrico é criado pelos próprios corpos carregados electricamente. Assim, vamos aprender que a interacção entre os corpos distantes carregados electricamente se efectua por meio dos campos eléctricos.

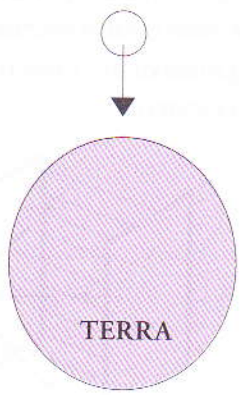


Figura 12: A queda da maçã como um resultado da acção de forças do campo gravitacional.

O *campo eléctrico* é um *espaço* onde se estudam as propriedades e comportamentos de cargas eléctricas. Isso permite descrever os processos que possam ocorrer sobre as cargas eléctricas trazidas ao interior do campo. Uma região do espaço onde se manifestam as acções ou os efeitos das forças denomina-se *campo*.

Por que razão a queda de uma maçã se dá sempre vertical e perpendicularmente à superfície da Terra? A causa deste fenómeno está na Terra que atrai a maçã. Esta é ainda hoje a ideia fundamental.

Todavia, pequenas alterações foram introduzidas na abordagem do fenómeno. Actualmente, diz-se que existe um *campo* que caracteriza a zona do espaço à volta de um corpo. Neste espaço actuam *forças* sobre os corpos para aí trazidos. Assim, a maçã está num campo gravitacional (figura 12). No campo gravitacional actuam forças de gravidade numa determinada direcção. A maçã pode ser vista como um *corpo de prova* que ajuda a compreender e a demonstrar a existência de um campo gravitacional. A figura 12 mostra um corpo qualquer, de massa arbitrária, sobre a superfície da Terra no campo gravitacional. O corpo experimenta uma força, por exemplo, de 520 N. Também entre a Terra e a Lua ou entre a Terra e o Sol existe um campo gravitacional e, assim, actuam forças gravitacionais entre eles. A grandeza física que actua no campo gravitacional é a força gravitacional, geralmente chamada *peso do corpo*. A força actua numa determinada direcção orientada para o centro da Terra $\vec{F}_g = m\,\vec{g}$, sendo, por isso, uma grandeza vectorial. O exemplo da figura 12 mostra que podemos encontrar vários pontos de uma determinada região do espaço e associar a cada ponto uma grandeza física que deve ser caracterizada por um valor (módulo), por uma unidade e por uma direcção. Sabemos que a Lua se move numa trajectória circular em torno da Terra. Esse movimento torna-se possível devido à acção duma força radial. A força radial neste caso é a força gravitacional que o Sol exerce sobre a Terra. A intensidade da força gravitacional F_{lt} é dada por

$$F_{lt} = \gamma \frac{m_l\, m_t}{r^2}$$

onde F_{lt} é a força gravitacional entre a Terra e a Lua, e γ é a constante de gravidade ($\gamma = 6{,}673 \cdot 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-1}), m_l m_t são as massas da Lua e da Terra e r é a distância entre o centro de massa dos planetas.

5.1 Linhas do campo eléctrico

Uma região do espaço onde se manifestam as acções ou os efeitos das forças denomina-se campo. Uma maneira de compreenderes o conceito de «campo» usado na Física é imaginares uma zona do espaço na qual a cada ponto do mesmo seja associada uma *grandeza física* dada por uma unidade e por um número (valor ou módulo). Para visualizar um campo eléctrico, precisas de associar um vector, isto é, um módulo, uma direcção e um sentido a cada ponto do espaço.

Observa as diferentes representações do campo eléctrico através de vectores numa região do espaço.

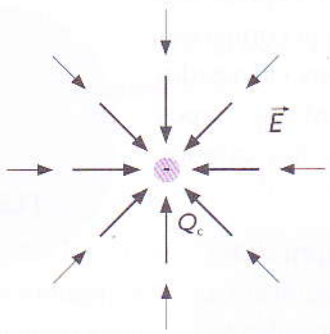


Figura 13: Campo eléctrico em vários pontos de um campo criado por uma carga eléctrica pontual negativa.

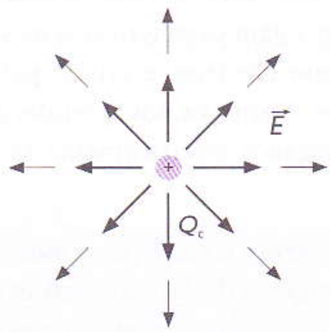


Figura 14: Campo eléctrico em vários pontos de um campo criado por uma carga eléctrica pontual positiva.

Podemos indicar o módulo, a direcção e o sentido de $\vec{E}$, em vários pontos, desenhando pequenas setas próximas desses pontos, fazendo as setas mais longas onde $\vec{E}$ for maior.

A partir da representação podemos verificar que se trata de um *campo eléctrico radial: centrífugo* se a carga fonte de campo for positiva ($Q_c>0$) e *centrípeto* se a carga fonte de campo for negativa ($Q_c<0$).

O comprimento de cada seta indica a intensidade do campo. O espaçamento entre os vectores depende do valor do campo. Afastando-se da carga, o campo torna-se mais fraco. A intensidade do campo eléctrico é um campo radial que diminui inversamente com a distância.

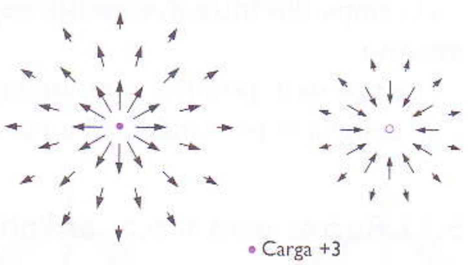


Figura 15: Representação do campo eléctrico.

Uma outra forma de ilustração do campo eléctrico faz-se recorrendo às chamadas *linhas de força* ou *linhas de campo*. Podemos unir cada ponto onde se faz sentir o efeito do campo através de uma curva tangente ao vector. Em qualquer ponto do campo, o vector campo eléctrico é, assim, tangente a uma das curvas.

Linhas de campo são curvas que indicam a direcção da força exercida sobre uma carga de prova positiva. A figura 16 mostra as linhas do campo eléctrico de uma carga pontual, positiva (16a), negativa (16b) e isoladas.

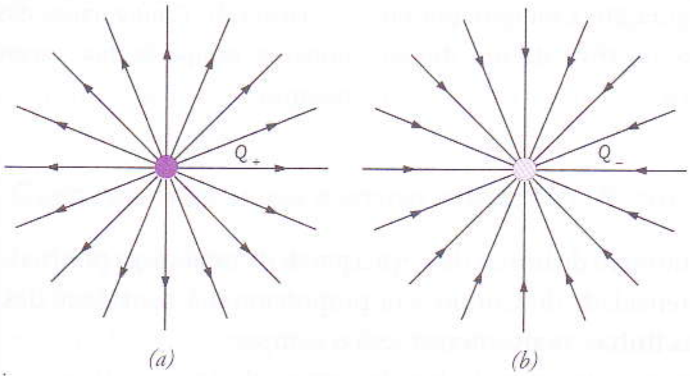


Figura 16: As linhas do campo eléctrico de duas cargas pontuais isoladas: a) carga pontual positiva; b) carga pontual negativa.

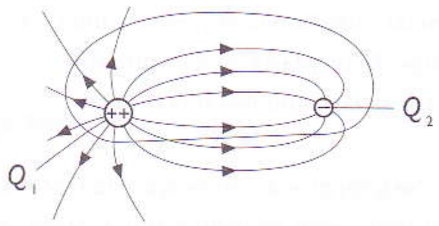


Figura 17: Linhas do campo eléctrico para uma configuração de duas cargas eléctricas $+2 \cdot Q_1$ e Q_2.

Observa que, da carga positiva, saem duas vezes mais linhas de força do que as que entram na carga negativa. Se circunscrevermos de forma arbitrária uma superfície fechada, observamos que existem linhas traçadas que saem do sistema.

Pode ser criado um campo eléctrico uniforme através de duas placas condutoras e paralelas, com cargas de sinal contrário separadas por uma distância pequena quando comparada com a área das placas condutoras. A figura 18 representa duas placas entre as quais o campo eléctrico é uniforme.

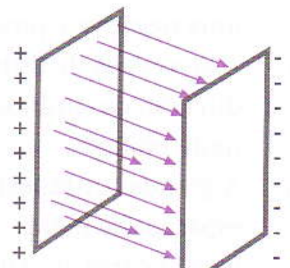


Figura 18: Linhas do campo eléctrico entre as placas de um condensador plano.

O campo eléctrico, $\vec{E}$, é constante e tem sempre o sentido da placa positiva para a placa negativa.

Este tipo de dispositivo, constituído por dois condutores separados por um isolador, neste caso o ar, designa-se por condensador plano ou capacitor plano.

5.1.1 Regras para traçar as linhas de campo eléctrico

A representação do campo eléctrico usando a configuração das linhas do campo eléctrico não passa de um *modelo representativo do campo real*, ao qual podemos chamar *modelo da configuração do campo eléctrico*. As figuras 19 a 21 ilustram uma representação no plano. Na realidade, o campo eléctrico existe em todo o espaço à volta da carga eléctrica.

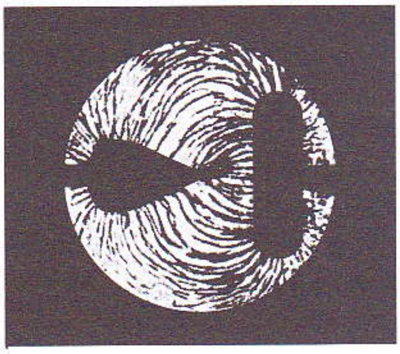


Figura 19: O campo eléctrico entre uma região pontiaguda de um metal carregado (à esquerda) e uma superfície plana electricamente carregada de um metal (à direita).

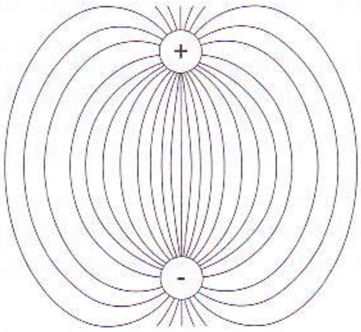


Figura 20: Configuração do campo eléctrico de um dipolo eléctrico.

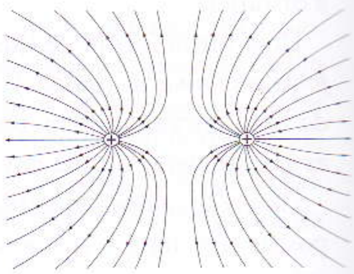


Figura 21: Configuração das linhas de campo de duas cargas positivas.

Se fizermos a convenção de traçar um número de linhas de força a partir de uma carga pontual, número este proporcional à carga, a intensidade do campo será proporcional à densidade das linhas. Quanto mais apinhadas forem as linhas, mais intenso será o campo.

Assim, deves aplicar as seguintes regras para traçar as linhas do campo eléctrico:

a) As linhas do campo eléctrico principiam nas cargas positivas e terminam nas cargas negativas;

b) O número de linhas do campo que divergem de uma carga positiva ou convergem para uma negativa é proporcional à carga;

c) A densidade de linhas (isto é, o número de linhas por unidade de área perpendicular à direcção das linhas) em torno de um ponto é proporcional ao valor do campo eléctrico neste ponto;

d) A grandes distâncias de um sistema de cargas, as linhas de campo são uniformemente espaçadas e radiais, como se fossem as do campo de uma única carga eléctrica pontual igual à carga eléctrica líquida do sistema;

e) Duas linhas de campo nunca têm um ponto de cruzamento, o que indicaria duas direcções de campo $\vec{E}$ no mesmo ponto do campo.

5.2 Enunciado quantitativo do campo eléctrico

5.2.1 Campo eléctrico na electrização por indução

Nos exemplos de electrização da página 103, aprendemos a observar que um bastão de plástico electrizado exerce a sua acção à distância mesmo sem se tocar o corpo a electrizar. O mesmo acontece ao aproximarmos um bastão carregado da esfera metálica localizada na parte superior da haste do electroscópio (figura 22). As folhas do electroscópio afastam-se devido à acção das cargas eléctricas do mesmo sinal.

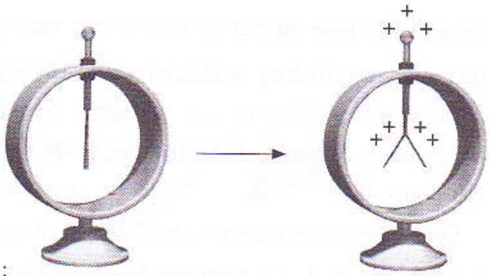


Figura 22: Um electroscópio quando sob o efeito da proximidade de um bastão electrizado mede o efeito da presença de cargas eléctricas ou do campo eléctrico.

Como pode um bastão electrizado exercer uma força sobre as cargas eléctricas que se encontram na esfera metálica da haste do electroscópio através do espaço vazio?

Para contornar este problema, na Física, introduz-se o conceito de *campo eléctrico*. Uma carga eléctrica ou várias cargas eléctricas do bastão produzem um campo eléctrico, como já verificámos no ponto anterior.

O campo eléctrico, E, num ponto P, é, por definição, a força eléctrica que actua por unidade de carga de prova positiva, q_0, colocada nesse ponto, à distância r da carga criadora, Qc.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

A unidade SI do campo eléctrico é o NC^{-1} ou N/C.

Características do campo eléctrico, $\vec{E}$, num ponto P:

- Ponto de aplicação: ponto P;
- Direcção: a mesma de $\vec{F}$;
- Sentido: o mesmo de $\vec{F}$ para carga de prova positiva e contrário ao de $\vec{F}$ para carga de prova negativa;
- Intensidade: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$.

Tendo em conta a Lei de Coulomb, a força exercida sobre uma carga de prova em qualquer ponto está relacionada com o campo eléctrico no ponto por

$$\vec{F} = q_0\vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\vec{E} = k\frac{q_0 \cdot Q}{q_0 r^2}$$

$$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}$$

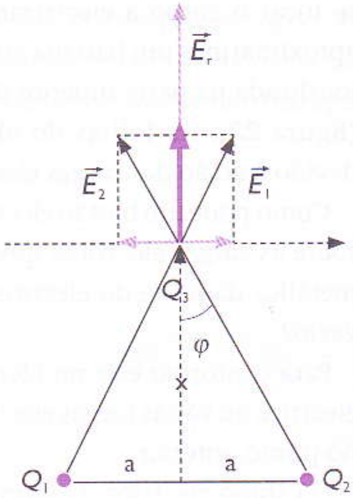
Como podemos constatar através da expressão, a intensidade do campo eléctrico é inversamente proporcional ao quadrado da distância do ponto à carga criadora do campo.

Esta equação pode ser usada para determinar gráfica e analiticamente o campo eléctrico originado por uma carga eléctrica pontual.

Exercício resolvido

1. A intensidade do campo eléctrico da Terra no ar é igual a 130 V/m.

Este valor é determinado a partir da relação $Q = -\varepsilon_0 EA$, considerando que a superfície da Terra tem o valor de $A = 5{,}1 \cdot 10^{14}$ m² e a permitividade do vácuo $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ F/m (permitividade absoluta do espaço livre ou permitividade no vazio) e tendo em conta o facto de a superfície terrestre possuir um excesso de cargas eléctricas na ordem de Q $10^5 \cdot$ C. Lembra-te que um *farad* é 1 F = 1 $\frac{C}{V}$.



Vamos considerar um sistema constituído por duas cargas pontuais positivas de valor igual. A figura ao lado ilustra essa situação.

Este exercício permite-nos determinar gráfica e analiticamente a intensidade do campo eléctrico resultante, $\vec{E}_r$, de um sistema de cargas pontuais num determinado ponto situado nas proximidades. Para o efeito precisamos de decompor os vectores do campo eléctrico $\vec{E}_2$ e $\vec{E}_3$ nas suas componentes vertical (representadas a violeta escuro) e horizontal (representadas a violeta claro). As componentes horizontais anulam-se por terem o mesmo valor, a mesma direcção e sentido contrários. As componentes verticais adicionam-se e contribuem para o vector resultante do campo eléctrico $\vec{E}_r$. Isto é,

$$E = E_2 \cdot cos\varphi + E_3 \cdot cos\varphi$$

Tendo em consideração que o campo de uma carga pontual se determina pela equação

$$E = k\frac{Q}{r_2}$$

podemos, para cada uma das cargas, determinar o campo eléctrico produzido por cada uma separadamente como

$$E_2 = k\frac{Q_2}{r^2} \text{ e } E_3 = k\frac{Q_3}{r^2}$$

Como já havíamos dito que

$$Q_2 = Q_3 = Q$$

então temos que o valor da intensidade do campo resultante é

$$E = k\frac{Q}{r_2} \cdot cos\varphi + k\frac{Q}{r_2} \cdot cos\varphi$$

Pela simetria da figura, pode escrever-se que

$$r^2 = x^2 + a^2 \text{ e que } cos\varphi = \frac{x}{r}.$$

Deste pensamento resulta que

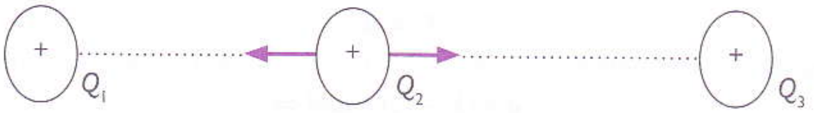
$$E = 2 \cdot k\frac{Q.x}{r^3} = 2 \cdot k\frac{Q.x}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Para grandes distâncias, pode desprezar-se a em relação a x e teríamos novamente, por aproximação, o campo eléctrico produzido por uma carga pontual determinado pelo valor de carga igual a $2 \cdot Q$.

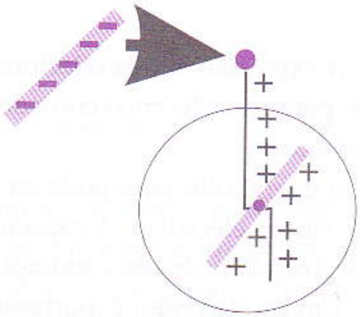
Em termos de campo eléctrico, a figura 20 comparada com a figura 21 (página 110) mostra a configuração do campo eléctrico de duas cargas eléctricas em função do tipo de carga. Observamos que da interacção entre duas cargas positivas e entre duas cargas negativas resultam configurações de campos eléctricos diferentes.

Exercícios não resolvidos

1. A que distância de $Q_1 = 2\ \mu C$ se deve colocar a carga $Q_3 = 1\ \mu C$ para que fique em equilíbrio electrostático no espaço entre as cargas Q_1 e $Q_2 = 3\ \mu C$ distantes de 15 cm uma da outra?



2. Um electroscópio encontra-se carregado positivamente, como ilustra a figura ao lado. Aproxima-se do electroscópio um bastão carregado negativamente, sem tocar nele. Diz se o desvio:
   a) será menor;
   b) não se altera absolutamente nada:
   c) será maior.



3. Tendo em conta a mesma figura, diz qual é a carga que fica depositada na esfera condutora do electroscópio no final.
   3.1 Justifica a tua resposta.

5.3 Intensidade do campo eléctrico de um capacitor ou condensador de placas planas paralelas

Um condensador de placas planas paralelas é simplesmente um dispositivo constituído por placas metálicas, delgadas, separadas e isoladas uma da outra por uma substância isoladora, como uma película de plástico, ou uma camada de ar. Alguns autores utilizam a expressão «sanduíche de plástico» quando se referem a um condensador deste tipo. O caso mais simples é aquele em que as placas delgadas metálicas estão separadas pela camada de ar. Devido à tensão eléctrica, é atribuída às placas carga de sinal contrário, ou seja, uma das placas é ligada electricamente ao pólo positivo e a outra ao pólo negativo. Uma das placas recebe assim carga $+Q$ e a outra $-Q$. Geralmente, a distância entre as placas é muito pequena, sendo que cada placa contribui para a criação de um campo eléctrico. O campo eléctrico criado é uniforme, tem a mesma direcção e sentido em todos os pontos e é representado por linhas de força paralelas. A figura 23 mostra um campo eléctrico entre as placas de um condensador de placas planas paralelas.

Consideremos uma carga de prova, q, positiva, abandonada num ponto A de um campo eléctrico uniforme. A carga q vai deslocar-se ao longo da linha de campo, de A para B, sendo d a distância entre estes dois pontos e $V_A - V_B$ a diferença de potencial entre eles.

O trabalho realizado pela força eléctrica, F_e, é dado pela expressão:

$$W_{A-B}(F_e) = q \times (V_A - V_B)$$

Por outro lado, e tendo em consideração a definição de trabalho, também podemos escrever:

$$W_{A-B}(F_e) = F_e \times d \times cos\alpha$$

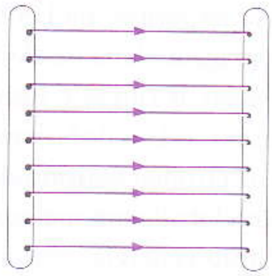


Figura 23: Intensidade do campo eléctrico entre as placas paralelas de um condensador.

Sendo o campo eléctrico uniforme, E e F_e são constantes, e o ângulo α entre E e F_e é de 0°; igualando as duas expressões anteriores, obtém-se:

$$q \times (V_A - V_B) = F_e \times d.$$

Como

$$F_e = qE$$

resulta

$$q \times (V_A - V_B) = qEd \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow E = \frac{V_A - V_B}{d}$$

A expressão obtida relaciona a intensidade de um campo eléctrico uniforme com a diferença de potencial eléctrico entre dois pontos A e B, de uma mesma linha de campo, à distância d um do outro.

A energia eléctrica pode ser armazenada em materiais condutores através do armazenamento de cargas eléctricas. A capacidade de armazenar cargas eléctricas é o que define a capacidade electrostática de um condutor, ou seja a sua capacitância.

Um condensador é, portanto, um dispositivo que armazena carga eléctrica. A sua capacidade de armazenar, a sua *capacitância,* é definida pela razão constante que existe entre o módulo da carga existente em cada armadura, em cada placa e a tensão existente entre elas,

$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

onde ε_r é a permitividade relativa do material (quociente entre a constante dieléctrica e a permitividade do vácuo), ε_0 é a permitividade do vácuo, A a área e d a distância entre as placas.

5.4 Trabalho do campo eléctrico

Com pele de coelho fricciona um bastão de plástico. Depois aproxima-o de muitos pedaços de papel (bocados de papel apropriados são aqueles que um furador de papel tem no seu depósito de lixo). O que verificaste? Os pedaços de papel são atraídos e acelerados contra o bastão.

Já sabemos que, ao friccionarmos o bastão, este fica carregado electricamente com cargas negativas. À volta das cargas eléctricas forma-se um campo eléctrico.

Qual é o papel do campo eléctrico no movimento dos pedaços de papel? Há realização de trabalho pelo campo eléctrico criado, ou seja, pelas forças electrostáticas.

Nota bem...

Nas lições anteriores desenvolveste conhecimentos sobre o carácter vectorial e do princípio de superposição na Lei de Coulomb. Em princípio, a Lei de Coulomb permite-nos fazer uma abordagem plena da electrostática.

Dadas as cargas e suas posições, podemos determinar todas as forças eléctricas. No mesmo sentido, as Leis de Newton são importantes na mecânica. No entanto, na mecânica, assim como no electromagnetismo, a introdução dos conceitos de energia e trabalho permite-nos uma visão mais global e um maior conhecimento.

Tanto a energia como o trabalho são, na electrostática, conceitos úteis, porque *as forças eléctricas são conservativas.*

Vamos considerar, em primeiro lugar, o trabalho que deve ser realizado no campo eléctrico para colocar corpos electrizados numa determinada configuração.

Quando se pretende mover cargas positivas no sentido contrário ao do campo eléctrico torna-se necessário realizar trabalho. A equação que nos permite determinar o trabalho realizado nestas circunstâncias e já conhecida é

$$W_{el} = U \cdot I \cdot t$$

em que:

- W_{el} representa o trabalho eléctrico realizado sobre os portadores de carga num campo eléctrico;
- U é a tensão eléctrica ou a diferença de potencial;
- I a intensidade de corrente eléctrica;
- t o tempo de transporte de cargas.

Uma situação frequente do cálculo do trabalho eléctrico num campo eléctrico apresenta-se na descarga de um condensador.

Geralmente, para a produção de um *flash* (uma luminosidade repentina) das máquinas fotográficas, necessita-se de um tempo para antes carregar-se o condensador. Depois, quando se tira a fotografia – sobretudo em locais de pouca luminosidade –, o acto é acompanhado de um *flash*. O *flash*, em fotografia, é uma luz auxiliar para fotos em locais de baixa luminosidade. Vamos analisar o processo de descarga de um condensador como estando associado à realização de trabalho eléctrico emitindo um *flash*.

Vamos considerar inicialmente um condensador de *elevada capacitância* ligado em série a uma grande *resistência óhmica* e alimentado por uma fonte de tensão. Um amperímetro é adicionado ao circuito. Quando se fecha o circuito, inicia-se um processo lento de transporte de cargas eléctricas para o condensador. O amperímetro regista a passagem dessas cargas e a intensidade da corrente eléctrica.

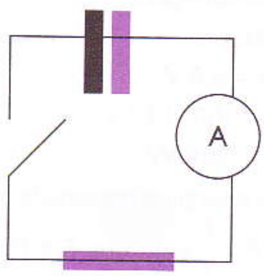


Figura 24: Processo de descarga do condensador. Imediatamente depois de se fechar o circuito, as cargas eléctricas negativas movem-se do pólo negativo para outro. Circula uma pequena corrente e a tensão diminui ligeiramente.

O processo de descarga do condensador mostra, em termos energéticos, que ocorre uma transformação da energia eléctrica armazenada em energia cinética. Uma parte da energia eléctrica é também convertida em energia térmica. A carga que é transportada de uma das placas do condensador para a outra placa pode ser calculada a partir da equação
em que:

$$Q = I \cdot t$$

- Q é a carga transportada;
- I, a intensidade da corrente eléctrica;
- t, o tempo em que decorre o processo de descarga do condensador.

Por substituição na equação do trabalho eléctrico $W_{el} = U \cdot I \cdot t$ obtemos

$$W_{el} = Q \cdot U$$

Definição do trabalho eléctrico num campo eléctrico.

Sendo $U = RI$, a descarga do condensador dá-se num tempo mais longo se a resistência óhmica for muito grande.

Para restabelecer o *flash*, é necessário agora armazenar novamente carga no condensador. Para tal, é preciso transferir energia sob a forma de trabalho para superar a repulsão da carga já existente no condensador.

Sendo $Q = UC$ e introduzindo a constante de valor igual a $\frac{1}{2}$, o trabalho para carregar um condensador é dado pela expressão:

$$W_{el} = \frac{1}{2}C \cdot U^2$$

em que:

- W_{el} é o trabalho eléctrico para o processo de acumulação da carga no condensador;
- C é a capacitância do condensador;
- U é a tensão ou diferença de potencial entre as placas do condensador.

Um condensador pode armazenar energia eléctrica. Quanto maior for a sua capacitância tanto maior é também a energia armazenada. Além disso, a energia armazenada aumenta proporcionalmente com o quadrado da tensão eléctrica.

Exercício resolvido

1. Um condensador de uma câmara fotográfica é carregado com uma tensão de 6 V. A energia eléctrica armazenada é depois usada para alimentar um *flash* de luz no intervalo de 100 μs. Sabendo que a potência do *flash* é de 200 W, determina a capacitância.

Resolução:

Dados:
$U = 6{,}0$ V
$t = 100 \cdot 10^{-6}$ s
$P = 200$ W

Procura-se:
C

A energia armazenada no condensador é $E = \frac{C}{2} \cdot U^2$ Para alimentar o *flash* é necessária uma potência de $P = \frac{E}{t}$ pelo que $E = Pt$, igualando as duas equações,

$$\frac{C}{2} \cdot U^2 = P \cdot t$$

e resolvendo em ordem à capacidade obtemos

$$C = \frac{2 \cdot P \cdot t}{U^2}$$

substituindo pelos valores dados no enunciado, obtemos o valor da capacidade:

$$C = \frac{2 \cdot 200\ \text{W} \cdot 100 \cdot 10^{-6}\ \text{s}}{36\ \text{V}^2}$$

$$C = 0{,}0011\ \text{F}$$

$$C = 1100\ \mu\text{F}$$

Conversão das unidades

$$[C] = \frac{\text{W} \cdot \text{s}}{\text{V}^2} = \frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}^2}$$

$$[C] = \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}} = \text{F}$$

Resposta:

O condensador é de 1100 μF.

Exercícios não resolvidos

1. Entre as placas de um condensador de placas paralelas foi ligada uma tensão de 5000 V. A distância entre as placas é de 0,5 cm. Calcula a intensidade do campo eléctrico no interior do condensador.

2. Um corpo com a carga de $0,6 \times 10^{-5}$ C e uma massa de 1,2 g encontra-se num campo eléctrico uniforme entre as placas do condensador. As placas estão dispostas horizontalmente a uma distância de 12 cm uma da outra. A direcção do campo eléctrico produzido pelas placas é tal que contraria a direcção do campo gravitacional. Nestas condições, a carga eléctrica do corpo flutua entre as placas. Faz o esboço deste problema e calcula a tensão eléctrica entre as placas do condensador.

6. Trabalho eléctrico e energia potencial

Uma abordagem mais fácil deste tema pode ser feita a partir dos conceitos já definidos na mecânica. Por exemplo, na figura 25, quais são as forças que realizam trabalho quando o corpo é deslocado verticalmente para cima? Que relação existe entre o trabalho realizado nesta situação e a variação da energia potencial?

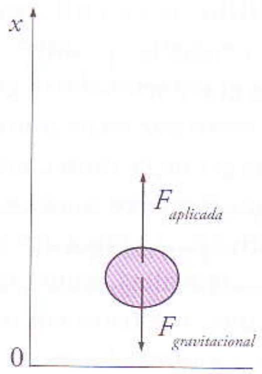


Figura 25: O corpo é deslocado para cima.

A força aplicada F realiza trabalho positivo de deslocamento vertical para cima, enquanto a força gravitacional realiza trabalho negativo no sentido contrário.

Muitas das forças que aparecem na Natureza não são conservativas, ou seja, no decorrer da sua actuação há dissipação de energia. São chamadas *forças dissipativas*. São exemplos de *forças não-conservativas* a força de atrito entre as componentes de uma máquina, a força de atrito do ar que depende da velocidade, etc.

No entanto, as forças do campo gravitacional e as forças do campo eléctrico são *forças conservativas*.

O trabalho mecânico, como é já do teu conhecimento, é definido como

$$W_{mec} = F \cdot d \cdot cos\varphi$$

Definição do trabalho mecânico para uma força constante.

Por analogia teríamos que o trabalho realizado num campo eléctrico

$$W_{eléctrico} = F_{eléctrico} \cdot d \cdot cos\varphi$$

Sendo $F_{eléctrica} = qE$, temos

$$W_{eléctrico} = qE \cdot d \cdot cos\varphi$$

Trabalho de forças do campo eléctrico realizado sobre portadores de carga num campo eléctrico uniforme.

Agora, respondendo à segunda questão levantada, recorda-te de que existe uma relação, estudada na mecânica, entre o trabalho da força gravítica e a energia potencial, relação traduzida pela expressão

$$\Delta E_{pot} = -W_{Fgrav}$$

A variação da energia potencial é igual ao negativo do trabalho realizado pelo campo gravítico.

Esta expressão é válida para relacionar o trabalho e a variação da energia potencial de forças de um campo conservativo.

Ela enuncia que a variação da energia potencial dum corpo é igual ao trabalho negativo realizado pelo campo sobre o corpo.

Se o *trabalho for positivo*, isso significa que a força conservativa F e o deslocamento (d) têm a mesma direcção e o mesmo sentido. Sendo assim, a energia potencial E_{pot} diminui.

Se o *trabalho for negativo*, então a força conservativa F e o deslocamento (d) têm a mesma direcção mas sentidos contrários. Neste caso, a energia potencial E_{pot} aumenta.

Recorda um exemplo da mecânica: obtém-se um *trabalho negativo* de forças conservativas quando, por exemplo, uma força muscular aplicada distende uma mola ou quando uma força aplicada levanta uma carga. A força aplicada para levantar tem sentido contrário ao da força gravitacional, que é uma força conservativa. No exemplo anterior, o trabalho de elevação realizado pela força aplicada é um trabalho positivo, enquanto o trabalho da força gravitacional é negativo.

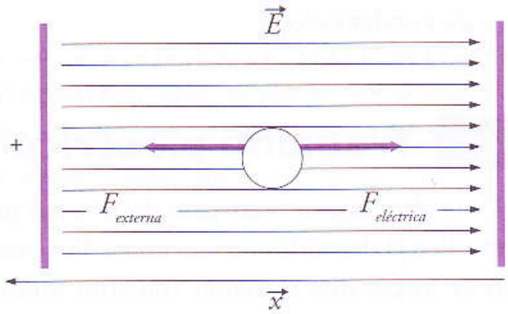


Figura 26: Representação das interacções sobre uma carga positiva num campo eléctrico uniforme.

Usemos este raciocínio e por analogia analisemos o que acontece num campo eléctrico.

Uma força externa é necessária para trazer a carga positiva para a placa ligada ao pólo positivo. A força aplicada realiza assim um trabalho positivo no deslocamento da carga eléctrica positiva contra o campo eléctrico, enquanto o trabalho da força do campo eléctrico realiza *trabalho negativo*. Sendo a força eléctrica uma força conservativa, $(F = qE)$, podemos escrever que a variação da energia potencial é igual ao negativo do trabalho realizado pelas forças do campo eléctrico:

$$\Delta E_{pot} = -W_{Feléctr}$$

Temos então

$$\Delta E_{pot} = -\,qE \cdot d \cdot cos\varphi$$

A variação da energia potencial é igual ao negativo do trabalho realizado pelo campo.

Nota que a energia potencial de uma carga eléctrica positiva que esteja a ser trazida para junto da placa positiva aumenta. Nota, ainda, que a força conservativa é uma força intrínseca ou interna e não uma força aplicada ou externa. Nota, também, que, no caso do exemplo dado, $\cos\varphi = \cos 0 = 1$, sendo φ o ângulo feito pela direcção da força e do deslocamento, d a distância percorrida pela carga no campo eléctrico e qE a força eléctrica.

Exercício resolvido

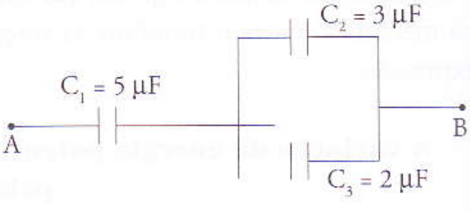
1. Considera a seguinte associação de condensadores (na figura):

1.1 Determina:

a) a capacidade equivalente da associação;

b) a carga e a d.d.p. sobre cada condensador;

c) a energia armazenada em cada condensador (considera a tensão entre os pontos AB como sendo U_{AB} = 12 V).



Resolução:

a) $C' = C_2 + C_3$

Logo $\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C}L = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \Rightarrow C_t = 2{,}5\,\mu F$

$C' = (3 + 2)\,\mu F = 5\,\mu F$

b) $Q_1 = Q_t;\ Q_1 = C_t \cdot U_t \Rightarrow Q_1 = 2{,}5 \cdot 10^{-6}\,F \cdot 12\,V \Rightarrow Q_1 = 3 \cdot 10^{-5}\,C$

$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{3 \cdot 10^{-5}\,C}{5 \cdot 10^{-6}\,F} \Rightarrow U_1 = 6V$

$U_1 = 6\,V$ pois $C_1 = C'$

$U_2 = U_3 = 6\,V$ pois na associação em paralelo a tensão é a mesma.

$Q_2 = C_2U_2 = 3 \cdot 10^{-6}\,F \cdot 6\,V = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\,C$

$Q_2 = C_3U_3 = 2 \cdot 10^{-6}\,F \cdot 6\,V = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,C$

c) $W_1 = \frac{Q_1 \cdot 10_1^{\,2}}{2} = \frac{3 \cdot 10^{-5}\,C \cdot (6\,V)^2}{2} = 5{,}4 \cdot 10^{-4}\,J$

$W_2 = \frac{Q_2 \cdot U_1^{\,2}}{2} = \frac{1{,}8 \cdot 10^{-5}\,C \cdot (6\,V)^2}{2} = 3{,}24 \cdot 10^{-4}\,J$

$W_3 = \frac{Q_3 \cdot U_3^{\,2}}{2} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-5}\,C \cdot (6\,V)^2}{2} = 2{,}16 \cdot 10^{-4}\,J$

Exercícios não resolvidos

1. Qual deve ser a distância a que se deve colocar a carga Q_B de valor igual a 6×10^{-7} C para que fique em equilíbrio na vertical entre a carga Q_A fixa e o chão? Considera a massa do corpo com a carga Q_B igual a 10 g, o valor de $Q_A = 4 \times 10^{-7}$ C e a aceleração gravitacional $g = 10\ m/s^2$. Indica primeiro o sinal que Q_B deve ter.

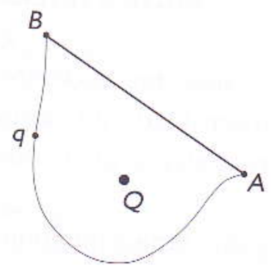
2. Um condensador plano possuiu uma área de 0,1 m^2 e as suas placas estão separadas por uma distância de 4 cm; sabendo que a tensão eléctrica (ou seja, a diferença de potencial eléctrico) é de 103 V, calcula:

   a) a capacidade; b) a carga do condensador; c) a energia armazenada.

3. Determina a energia potencial eléctrica que uma carga de 5 μC adquire a 0,1 m de uma carga de 0,2 μC, localizada no vácuo.

4. No campo produzido por uma carga pontual $Q = 5.10^{-3}$ C, qual é a energia potencial eléctrica de uma carga $q = -4 \cdot 10^{-8}$ C, situada a $9 \cdot 10^{-2}$ m de Q? Considera as cargas no vácuo.

5. Uma carga de 0,05 C, é transportada do ponto A ao ponto B, ao longo de uma trajectória curva, no interior de um campo eléctrico criado por uma carga Q, como mostra a figura. Tomando $U_A = 200$ V e $U_B = 100$ V, o comprimento do segmento AB de 10 cm, e o comprimento da trajectória da curva igual a 20 cm, determina o trabalho realizado nesse deslocamento em Joules.



6. Quando uma carga eléctrica se afasta de outra devido à repulsão mútua, a energia potencial eléctrica aumenta ou diminui?

   6.1 Quanto vale a energia potencial no infinito?

7. Potencial eléctrico

O conceito de potencial eléctrico é usado para designar o trabalho necessário para mover uma unidade de carga de determinada intensidade do infinito para um determinado ponto. O potencial electrostático pode ser negativo ou positivo, é uma grandeza escalar e depende da posição no ponto considerado, desde que estejam a actuar forças conservativas.

Partido do *teorema de energia-trabalho*

$$\Delta Ep_{eléct} = -W_{Feléct}$$

ou seja

$$\Delta E_{pot} = -qE \cdot d.cos\varphi.$$

Para facilitar, vamos considerar o caso em que o ângulo entre o sentido de actuação da força eléctrica e do deslocamento é de 180°, $cos\varphi = cos180 = -1$ e dividindo a variação da energia potencial pela carga eléctrica,

$$\frac{\Delta E_{pot}}{q} = E \cdot d$$

ou seja

$$\frac{E_{pot2} - E_{pot1}}{q} = E \cdot d$$

a expressão

$$\frac{E_{pot2} - E_{pot1}}{q} = U_2 - U_1.$$

Assim, podemos definir uma nova grandeza *U*, que corresponde ao potencial eléctrico

$$\frac{E_{pot}}{q} = U.$$

Resulta, então, que o potencial eléctrico num ponto é definido como a energia potencial por unidade de carga colocada nesse ponto.

O potencial eléctrico é medido em *joules/coulomb* ou JC^{-1}, e numa unidade chamada *volt*, cujo símbolo é V, em homenagem ao cientista italiano Alessandro Volta (1745-1827).

Nota que a *diferença de potencial eléctrico*

$$\frac{E_{pot2} - E_{pot1}}{q} = U_2 - U_1$$

é igual ao produto da intensidade do campo eléctrico pela distância

$$U_2 - U_1 = E \cdot d.$$

A *tensão eléctrica* é a diferença de potencial eléctrico entre dois pontos no campo eléctrico.

Podemos reescrever como

$$U = E \cdot d.$$

Definição da tensão eléctrica como produto entre a intensidade do campo eléctrico e a distância.

Nota que podemos usar esta fórmula para calcular a intensidade do campo eléctrico entre as placas planas paralelas de um condensador como

$$E = \frac{V}{d},$$

como vimos no ponto 5.3.

A figura 27 ilustra essa situação.

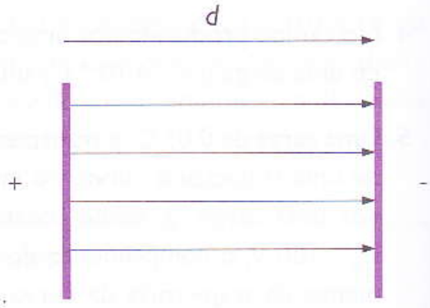


Figura 27: Num condensador de placas planas paralelas, podemos calcular a intensidade do campo eléctrico à custa da variação do potencial eléctrico e da distância entre as placas $E = \frac{V}{d}$.

Exercício resolvido

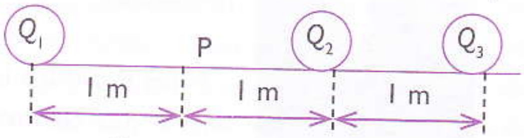
1. Calcula o valor do potencial eléctrico a uma distância de 20 cm em relação a uma carga $Q = 10^{-8}$ C.

Resolução: $U = 450$ V

Exercícios não resolvidos

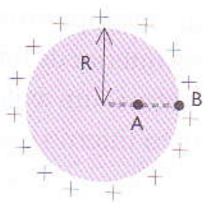
1. As cargas da figura estão alinhadas sobre uma recta. Calcula o potencial eléctrico do ponto P.

$Q_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ C $\quad Q_2 = -5 \cdot 10^{-3}$ C $\quad Q_3 = 6 \cdot 10^{-3}$ C



2. No campo eléctrico criado por uma carga eléctrica $Q = 3$ µC situada no vácuo, determina:
   a) o potencial eléctrico num ponto P situado a 0,3 m da carga Q;
   b) a energia potencial eléctrica que uma carga $q = 2$ µC adquire no ponto P.

3. Um condutor de raio R está carregado positivamente, como mostra a figura.
   Convencionando que o campo eléctrico, num ponto qualquer, tem módulo E e o potencial eléctrico, por V, pode afirmar-se que (assinala a hipótese correcta):



   a) $E_A > E_B$;
   b) $E_A = E_B$;
   c) $V_A = 0$;
   d) $V_A > V_B$;
   e) $V_A = V_B$.

8. Trabalho de aceleramento de cargas num campo eléctrico

Um caso especial e simplificado é o de um electrão sobre o qual se realiza trabalho de aceleramento quando trazido para um campo eléctrico uniforme. Neste caso, o trabalho realizado pelo campo corresponde ao ganho da energia cinética do electrão

$$W = \frac{1}{2}\, m_e \cdot v^2.$$

Sendo a carga do electrão e, temos que o trabalho realizado é também dado por

$$W = Q \cdot U = e \cdot U.$$

Igualando ambas as expressões

$$e \cdot U = \frac{1}{2}\, m_e \cdot v^2.$$

Expressão do trabalho de aceleramento no campo eléctrico.

A partir da expressão podemos concluir que, se um electrão no vácuo é acelerado por uma tensão de 1 V, a sua energia cinética é igual a 1 eV. (Lê-se um *electron-volt*). Define-se, assim, que 1 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Ws.

9. Protecção electrostática – a Gaiola de Faraday

Este nome deve-se a Michael Faraday (1791-1867), conhecido físico inglês que descobriu várias leis da Física, da electrólise à electricidade e ao magnetismo.

A Gaiola é constituída por um dispositivo fechado, construído à base de material eléctrico condutor na forma de uma rede ou grelha. A principal propriedade é a de não permitir que campos eléctricos externos penetrem no seu interior (sejam as baixas frequências ou as ondas electromagnéticas). Assim, um tal dispositivo permanece isolado dos campos eléctricos. Para frequências muito altas, como, por exemplo, da luz ou radiações ionizantes, requerem-se outras formas de protecção. Uma Gaiola de Faraday pode ser uma viatura, um avião ou uma casa com o sistema de pára-raios montado. Num dispositivo deste tipo não é possível a captação de ondas de rádio e de telefone. A descarga de um relâmpago não afecta as pessoas que estejam no interior de uma Gaiola de Faraday (seja uma viatura, um avião), uma vez que o campo eléctrico interno é geralmente muito pequeno.

Biografia

Nome: Charles Michael Faraday (1791–1867)

Físico e químico britânico, foi um dos cientistas mais influentes de todos os tempos. As suas contribuições mais importantes foram no âmbito da electricidade e do magnetismo. As suas conferências eram muito populares graças à sua capacidade oratória e ao seu talento como cientista. Faraday foi descrito como o melhor experimentalista na história da Ciência.

9.1 Funcionamento da Gaiola de Faraday

Os materiais que são usados na Gaiola de Faraday são materiais condutores. Os condutores possuem portadores de carga que, devido à presença de um campo eléctrico externo, sofrem uma redistribuição. Interessa-nos o estado estacionário de carga e campo eléctrico que resulta depois de todas as redistribuições de carga se terem processado.

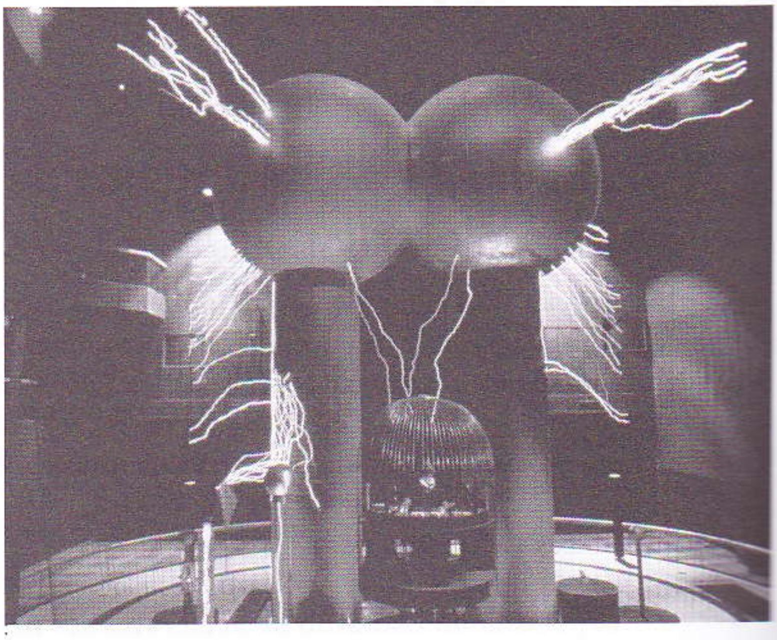


Figura 28: Gaiola de Faraday.

A questão que se coloca é: qual é o campo eléctrico resultante em todo o espaço e como se distribui a carga no condutor sujeito a um campo eléctrico externo?

A resposta é que logo que as cargas fiquem estacionárias atinge-se um equilíbrio, ou seja, não há mais movimento de cargas. Então, se não houver mais movimento de cargas, não haverá nenhuma força sobre os portadores de carga ($F = qE$), logo, conclui-se que o campo eléctrico no interior da substância condutora deve ser nulo.

A situação é a seguinte: os portadores de carga que se acumulam nas extremidades da superfície condutora acabam por criar um campo no interior do corpo, o qual tende a anular o campo original. O movimento dos portadores de carga só cessa quando o campo original tiver sido, precisamente, anulado. O equilíbrio estático existe se o campo for nulo. Se não fosse nulo, os portadores de carga, móveis, sofreriam uma força que os colocaria em movimento. Assim, não teríamos um equilíbrio estático. Sendo assim, todas as regiões internas ao condutor estão no mesmo *potencial*. (Se $E = 0$, a *diferença de potencial* $\Delta V = E \cdot \Delta l = 0$, logo o *potencial não varia, isto é, o potencial é constante*).

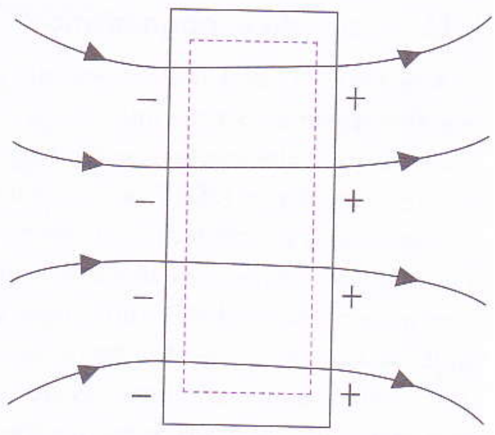


Figura 29: Os portadores de carga redistribuem-se devido à acção do campo eléctrico.

Fora do condutor o campo eléctrico não é nulo. A superfície do condutor torna-se uma *superfície equipotencial*.

9.2 Protecção contra campos eléctricos fortes

Alguns dos dispositivos de sistemas eléctricos ficariam danificados na presença de campos eléctricos fortes.

Para evitar tais situações, alguns elementos de circuitos eléctricos possuem um revestimento especial. Para uns, recorre-se a uma blindagem constituída por cápsulas metálicas (por exemplo: encapsulamento metálico de transístores); para outros, por uma série de revestimentos dos condutores principais (por exemplo: revestimento plástico, isolador dieléctrico interno e tela de cobre no cabo coaxial).

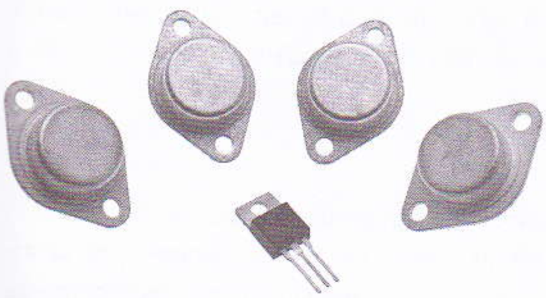


Figura 30: Encapsulamento metálico de transístores de alta potência.

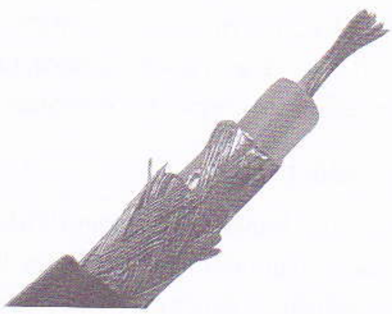


Figura 31: Revestimento do cabo coaxial.

Saber mais

Electricidade e magnetismo

Figura 32: A electricidade e o magnetismo desempenham um papel preponderante no quotidiano da vida moderna. Um telemóvel funciona à custa da energia eléctrica e das ondas electromagnéticas.

A história da Física mostra-nos que a descoberta do electromagnetismo teve início com a descoberta do magnetismo. Tales ocupou-se do magnetismo antes de Cristo. Por volta de 1250, Pierre de Maricourt descreveu o magnetismo e introduziu a noção de pólo magnético, determinando experimentalmente algumas propriedades dos ímanes. Entre 1540–1603, uma obra de Gilbert intitulada *De Magnete* aborda os temas principais da electricidade e do magnetismo. Gilbert utilizou a palavra «electricidade», derivada da palavra grega «*elektron*», que era o nome que os gregos davam ao âmbar. Gilbert reconheceu que a propriedade electrostática não era restrita ao âmbar amarelo: muitas outras substâncias também a manifestavam – entre elas, várias resinas, vidros e o enxofre, entre outros compostos sólidos. Gilbert descobriu que os pólos magnéticos são inseparáveis e consolidou a noção de electricidade e a noção de que a Terra é um íman permanente.

A bússola magnética foi descoberta na China e introduzida na Europa por volta de 1195. Contudo, o estudo da electricidade só viria a ter lugar entre 1706–1790, realizado pelo físico Benjamin Franklin. Este, com a sua experiência sobre as descargas atmosféricas, demonstrou o poder das pontas inventando o pára-raios. Porém, foi Coulomb, em 1785, quem executou o primeiro estudo sistemático e quantitativo da estática, demonstrando que as repulsões e atracções eléctricas são inversamente proporcionais ao quadrado da distância. O cientista descobriu ainda que a electrização ocorrida nos condutores é superficial.

Em 1909, Robert Millikan (1868–1953) mostrou que a carga eléctrica é um múltiplo inteiro da carga do electrão, designada carga elementar (e).

De acordo com a mecânica quântica, diz-se que a carga eléctrica (q) está quantizada. Assim, $q = N\,e$, em que N é um número inteiro. Outras experiências realizadas na mesma época mostram que o electrão tem carga $-e$ e o protão, carga $+e$.

Carga eléctrica

O americano Benjamin Franklin (1706–1790) explicou, pela primeira vez, que corpos neutros podem adquirir um determinado valor de quantidade de electricidade, designando-a por carga. Segundo Franklin, a carga eléctrica pode ser cedida ou adquirida por um corpo electricamente neutro. Assim, um corpo poderia ter um excesso ou um defeito de carga eléctrica. Ao corpo carregado electricamente por excesso de carga chamou corpo de carga negativa, usando o sinal (–), e ao corpo com defeito de cargas eléctricas negativas (ou excesso de cargas positivas) chamou corpo positivo, de sinal (+). Assim, segundo Franklin, depois de friccionado com seda, o bastão de vidro adquiria carga eléctrica positiva e a seda carga eléctrica negativa. Um bastão de plástico friccionado com pele de animal também adquiria uma carga negativa, e a própria pele ficava carregada electricamente com cargas positivas.

Lei de Coulomb

A Lei de Coulomb deve-se à investigação realizada por Charles Augustin de Coulomb (1736–1806). Este usou uma balança de torção para a determinação da força entre cargas eléctricas. Esta experiência é semelhante à experiência para a determinação da força usando a balança de torção de Cavendish, onde as massas atractivas são substituídas por pequenas esferas carregadas electricamente. Esta balança (figura 33) permitiu verificar experimentalmente a Lei do Inverso do Quadrado medindo a força entre duas cargas dadas, colocadas a diferentes distâncias.

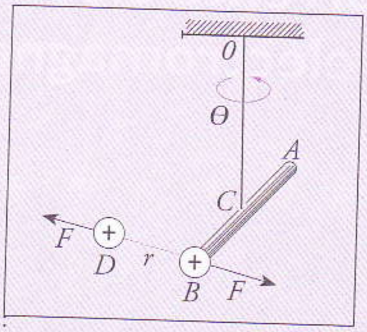


Figura 33: Arranjo experimental da balança de torção de Cavendish.

Num dos braços da alavanca da balança foi fixa uma esfera prateada, enquanto a alavanca interfixa foi suspensa por uma fibra de modo a girar em torno do seu eixo. Ao aproximar-se uma outra esfera electrizada, ocorria a repulsão eléctrica. A força entre as duas cargas foi determinada medindo-se o ângulo que devia fazer girar a fibra para restaurar o equilíbrio, variando as distâncias entre as esferas e usando esferas electrizadas com quantidades diferentes de cargas.

O conteúdo físico significativo da Lei de Coulomb é a afirmação da dependência da interacção electrostática entre duas partículas carregadas com o inverso do quadrado da distância entre elas e a implicação que o efeito da carga eléctrica é aditivo. Observa que a força está na direcção do vector $\vec{r}$. Nota também que o produto de duas cargas não é uma nova carga. Não importa quantas cargas existam no sistema: a Lei de Coulomb pode ser usada para calcular a interacção de cada par. Esta é a base de um princípio de sobreposição.

Campo electrostático da Terra

O campo electrostático da Terra resulta do facto de a superfície terrestre possuir um excesso de cargas eléctricas da ordem de $6 \cdot 10^5$ C. Estas cargas são originadas pela acção dos raios ionizantes do universo, ou seja, dos raios cósmicos e dos ventos do Sol. Neste processo, as partículas positivas ionizantes são aceleradas em direcção à Terra, enquanto as partículas ionizantes negativas são aceleradas na direcção contrária. Nas proximidades da Terra existem cerca de 10^3 iões por metro cúbico. Um metro cúbico contém, à pressão normal, cerca de $3 \cdot 10^{19}$ moléculas. A atmosfera contém iões positivos e iões negativos, mas a maior parte é constituída por iões positivos. Esta carga espacial positiva origina, por indução (electrização por indução), uma concentração de iões negativos na superfície da Terra. Entre estas camadas forma-se assim um campo eléctrico. A figura 34 ilustra esse facto.

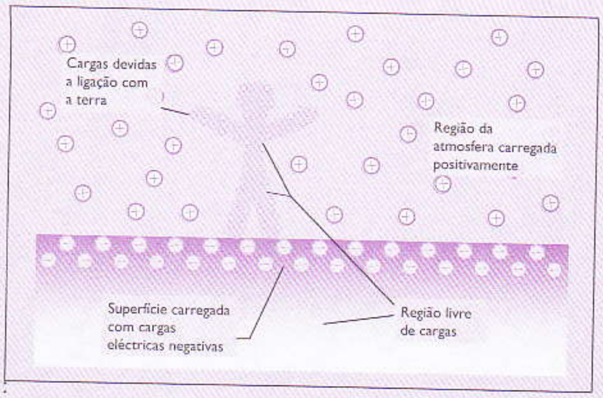
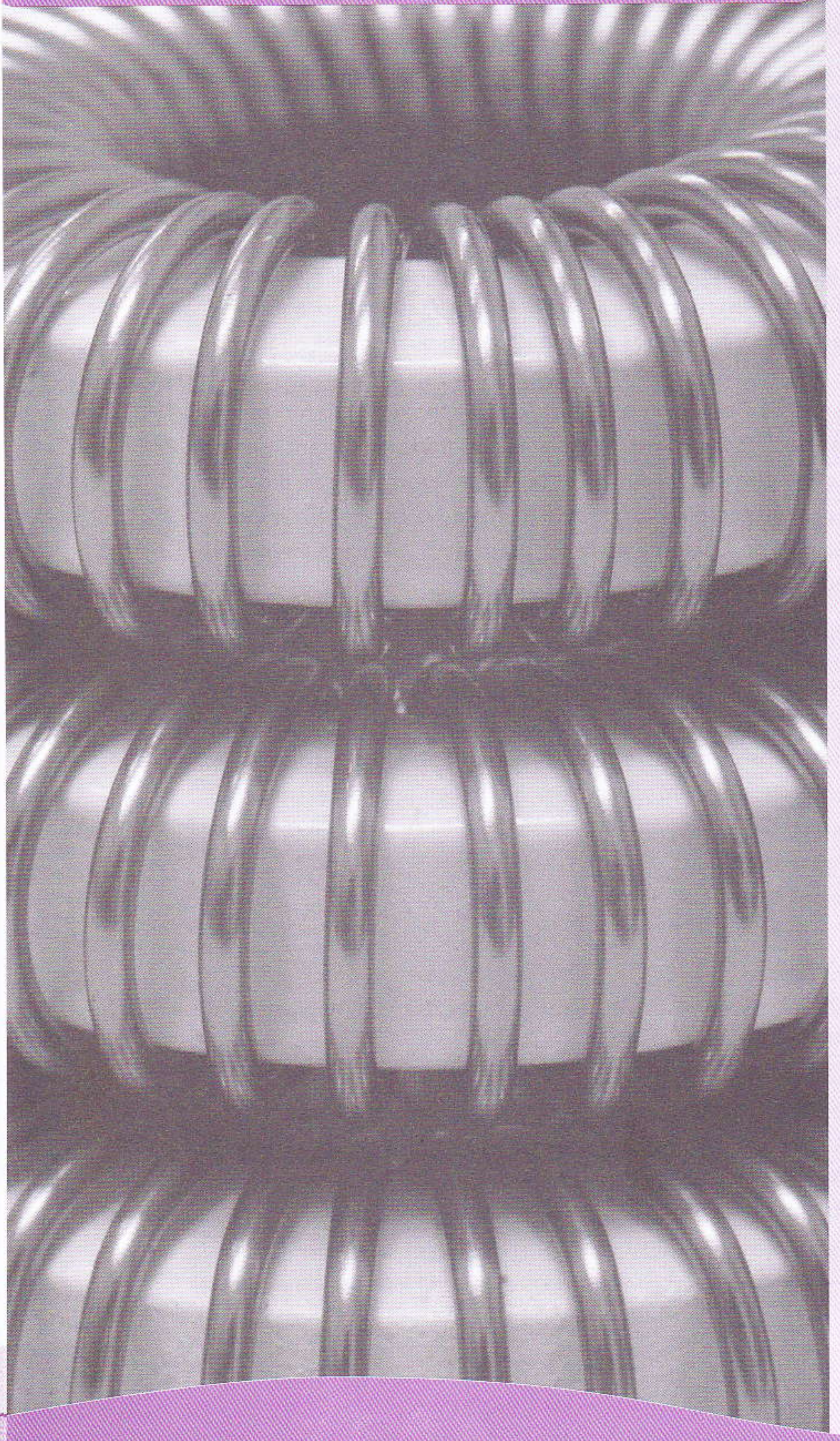


Figura 34: A concentração de iões positivos influencia, através da indução, o surgimento de cargas eléctricas negativas na superfície da Terra.

Unidade 4

Corrente eléctrica contínua. O electromagnetismo



No final desta unidade, deverás ser capaz de:

- aplicar as Leis de Kirchhoff na resolução de exercícios concretos;
- determinar gráfica e analiticamente o campo magnético resultante de um sistema de condutores rectilíneos;
- determinar graficamente os campos magnéticos originados por uma corrente circular e por uma corrente helicoidal;
- determinar geométrica e analiticamente a força sobre um condutor atravessado por uma corrente e mergulhado num campo;
- determinar geométrica e analiticamente a força sobre uma carga eléctrica em movimento no interior de um campo magnético;
- explicar o funcionamento de um motor eléctrico;
- aplicar as Leis de Faraday e Lenz na determinação do sentido de uma corrente induzida num condutor linear, circular e numa bobina;
- explicar o fenómeno da auto-indução e da indução mútua;
- explicar o funcionamento do transformador de corrente eléctrica.

Introdução

Como já referimos, a electricidade e o magnetismo desde há muito que suscitam a curiosidade do Homem. Nesta unidade vamos abordar conceitos relacionados com redes eléctricas, aplicar as Leis de Kirchhoff na determinação de grandezas eléctricas e representar redes eléctricas ou circuitos mais simples recorrendo à representação esquemática. Posteriormente, vamos analisar a relação entre corrente eléctrica e campo magnético. Por fim, vamos estudar o efeito electromagnético, sua importância e suas aplicações técnicas mais variadas.

1. Um pouco de história...

Os fenómenos de electricidade sempre suscitaram no ser humano muita curiosidade.

Devemos recuar muito para recordar que tão antiga como a descoberta da electricidade na sua forma de âmbar electrizado é a descoberta do electromagnetismo na sua forma de pedra de Magnésia, certamente a magnetite ou ferro magnético, já referido por Demócrito.

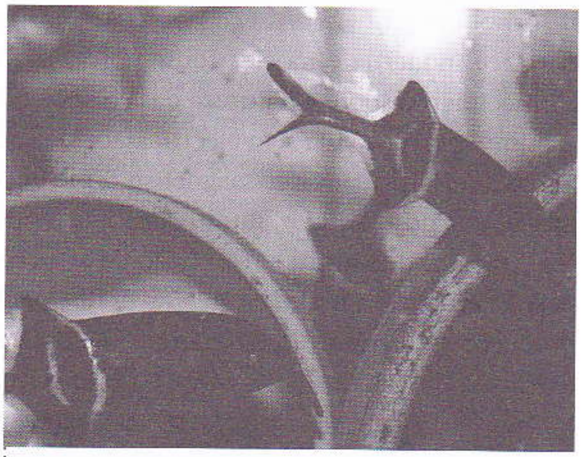


Figura 1: Os peixes da família *mormyridae* apresentam propriedades eléctricas. Em águas turbulentas, a sua visão é muito fraca, por isso utilizam o campo eléctrico para identificar os objectos em seu redor e para comunicar com outros peixes. O campo eléctrico produzido é inferior a 1 V/cm e é emitido com uma frequência que varia entre 0,1 e 10 kHz.

Os fenómenos eléctricos, principalmente o relâmpago, atraíam a atenção dos homens desde a Antiguidade. Benjamin Franklin fez várias pesquisas para demonstrar que o relâmpago é um fenómeno eléctrico e, já em 1749, afirmava que o raio e a faísca eléctrica são manifestações do mesmo tipo: os dois são praticamente instantâneos, produzem luz e sons semelhantes, podem incendiar objectos e fundir metais, atingem sempre pontas afiadas e lugares altos, e podem destruir ou inverter a polaridade de um íman – além de serem capazes de matar seres humanos. Em 1752, realizou a sua famosa experiência com o «papagaio de papel», recolhendo a descarga de um raio numa garrafa de Leyden e provando, experimentalmente, que essa carga era do mesmo tipo que as obtidas numa máquina eléctrica.

Entre 1777 e 1851, Oersted descobriu o efeito magnético da corrente eléctrica de forma qualitativa. A partir dos seus resultados, estava estabelecida a relação entre a electricidade e o magnetismo.

A repercussão das experiências de Oersted chamou a atenção de Ampère (1775-1836). Nas suas pesquisas, Ampère estudou a acção recíproca de dois fios eléctricos paralelos percorridos por uma corrente e constatou a atracção ou a repulsão dos dois fios conforme as correntes são do mesmo sentido ou de sentidos contrários. As bases da acção mútua entre as correntes foram, assim, estabelecidas por Ampère.

Entretanto, entre 1789 e 1854, Ohm descobriu a proporcionalidade entre a tensão eléctrica e a corrente eléctrica, conhecida posteriormente como a Lei de Ohm.

Pouco tempo depois da descoberta da relação entre a electricidade e o magnetismo por Oersted, entre 1791 e 1867, Michael Faraday descobriu a indução electromagnética, o paramagnetismo e o diamagnetismo e introduziu o conceito de linhas de força ou linhas de campo. Pesquisou, ainda, a electrólise.

Entre 1779 e 1878, tanto Henry como Faraday descobriram a auto-indução como um fenómeno produzido ao ligar-se e ao desligar-se a corrente eléctrica.

Entre 1804 e 1865, Lenz formulou a sua regra/lei sobre a direcção da corrente induzida e fez várias contribuições para o desenvolvimento do electromagnetismo.

A existência de geradores, de transformadores e de motores deve-se fundamentalmente ao profundo trabalho de pesquisa científica realizado pelos cientistas na incansável procura de uma fonte inesgotável de energia para a Humanidade.

Embora se tenham alcançado grandes resultados, a pesquisa na área do electromagnetismo, na física moderna e na electrodinâmica, continua com o objectivo de encontrar um melhor conhecimento sobre a natureza das coisas e destes fenómenos.

É impensável a vida sem electricidade na sociedade actual. Na vida quotidiana, dependemos muito da electricidade e do magnetismo, melhor dizendo, da interacção entre estes dois fenómenos. Elevadores nos edifícios, iluminação nas residências, projecção de filmes, produção de luz nos espectáculos de música e realização de artes cénicas, comunicação a distância (nomeadamente pela Internet e a comunicação através de fibra óptica), radiografia com os raios X nos hospitais, produção e distribuição da energia eléctrica a partir da Barragem de Cahora-Bassa, etc., são exemplos ilustrativos dessa nossa relação com a electricidade e o magnetismo.

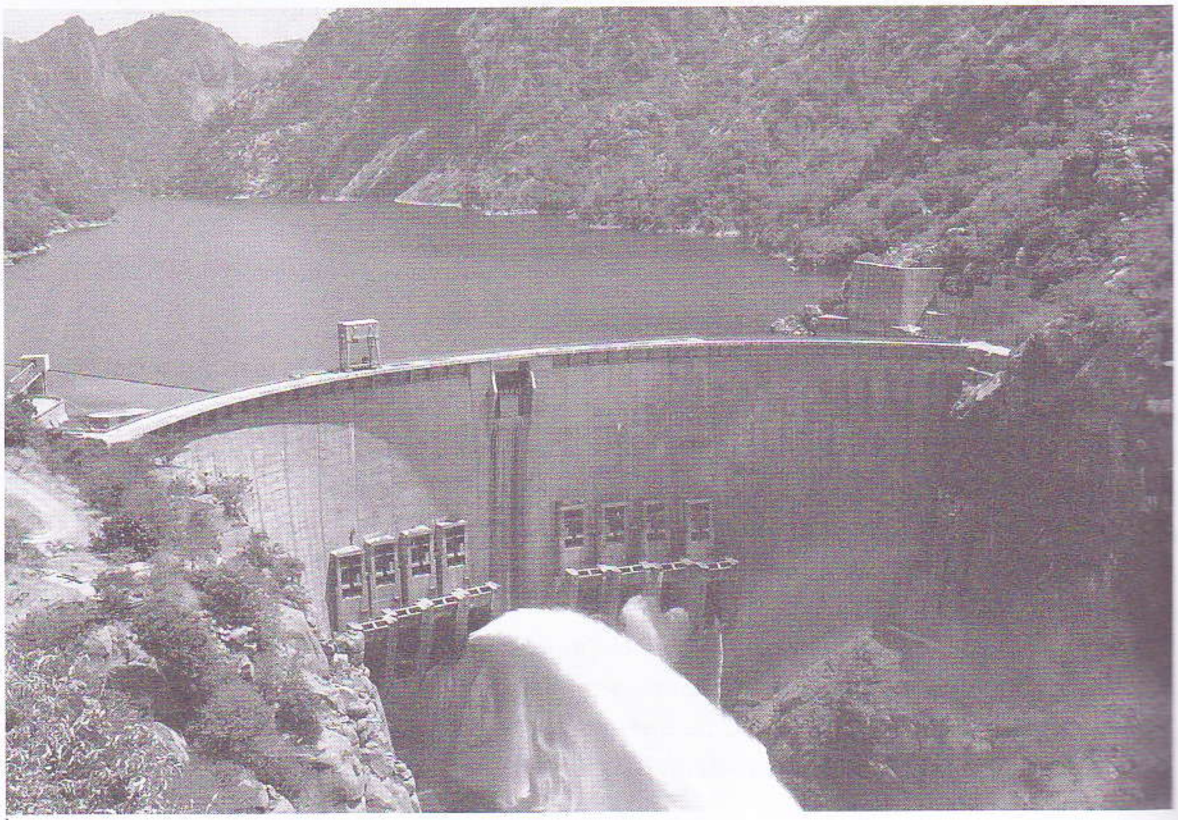


Figura 2: Desde 2008, a Barragem de Cahora-Bassa garante o fornecimento de cerca de 900 kW de energia eléctrica ao País e cerca de 900 kW de energia eléctrica aos países da SADC.

2. Redes eléctricas

A expressão «rede eléctrica» é largamente utilizada em vários contextos da ciência e da tecnologia. Por exemplo, na tecnologia da electrificação, uma rede eléctrica constitui o conjunto formado por geradores eléctricos, transformadores, linhas de transmissão e linhas de distribuição para levar a energia eléctrica aos utentes (ou ao consumo). Uma rede eléctrica possui uma determinada função.

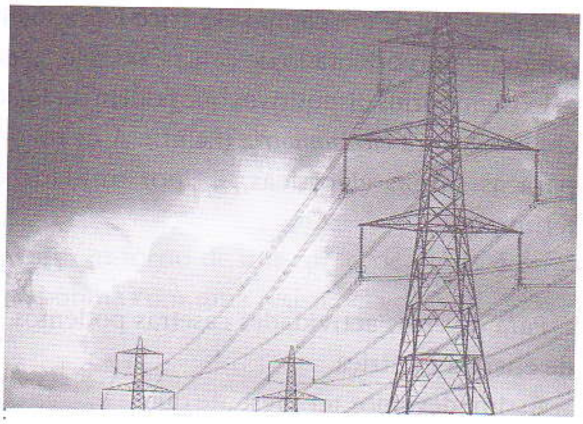


Figura 3: Uma rede eléctrica de transporte da energia eléctrica a partir da Barragem de Cahora-Bassa fornece mais de 2000 MW de energia eléctrica à África do Sul por meio de cabos eléctricos, geralmente de cobre ou de alumínio e torres.

As *ciências informáticas* aplicam o conceito de rede num outro contexto: grupo de computadores interligados através de um conjunto de componentes de *hardware* e *software*, que permite a partilha de informações. Também se define por rede um conjunto de meios físicos e lógicos necessários para permitir a comunicação entre, pelo menos, dois sistemas computacionais. Distingue-se a *área de rede local* (LAN: *Local Area Network*) e área de rede global (WAN: *Wide Area Network*).

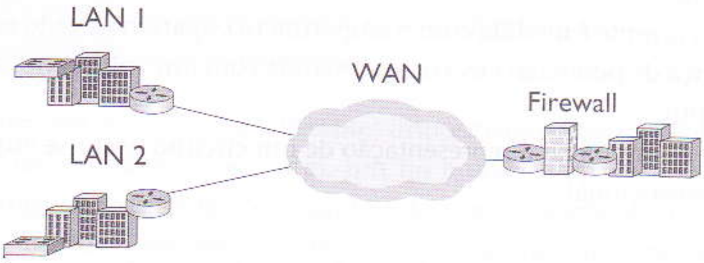


Figura 4: Uma rede de tecnologias de comunicação a ligar uma rede de computadores.

Embora o conceito de rede seja aplicável em diferentes contextos, é mais frequente a sua utilização na área da electricidade. Neste contexto, as redes são circuitos eléctricos com maior ou menor complexidade.

Já sabes que os dispositivos eléctricos têm geralmente dois terminais definidos. Nestes terminais são estabelecidas ligações entre dispositivos através de fios de cobre e por vezes cabos (fios de grande diâmetro). Uma tomada possui dois terminais, onde geralmente são introduzidos três fios de ligação (por vezes dois fios). A figura 5 mostra um televisor ligado através de fios à tomada eléctrica.

O mesmo acontece quando se liga um ferro de engomar ou mesmo um candeeiro eléctrico a uma fonte de energia eléctrica através da tomada ou de um dispositivo que possa fornecer energia eléctrica (por exemplo, uma bateria).

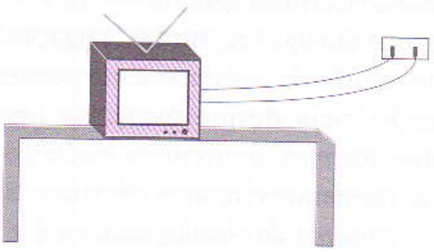


Figura 5: Representação de um circuito envolvendo uma tomada na parede (como fonte de energia eléctrica), fios de ligação e um dispositivo comum (televisor).

A energia eléctrica proveniente da tomada é transportada para outros dispositivos através da corrente eléctrica que circula nos fios de ligação. Como vimos na unidade anterior, uma carga q na presença de um campo eléctrico E fica sujeita a uma força eléctrica $F_e = qE$. Esta força permite o movimento orientado de cargas, ou seja, gera uma corrente eléctrica.

Existem vários dispositivos que podem ser ligados a uma fonte de energia eléctrica genericamente chamada *força electromotriz* (f.e.m.). A f.e.m. de um gerador é a energia que o gerador transfere para as cargas eléctricas, E_e, por unidade de carga, ΔQ, transportada através dos seus terminais.

$$F.e.m. = \frac{E_e}{\Delta Q}$$

Para diversas actividades caseiras podemos considerar a tomada da parede como uma fonte de energia eléctrica.

Assim, devemos ter presente que:

- A corrente eléctrica é um movimento orientado de cargas eléctricas através de um circuito fechado, isto é, através de um circuito eléctrico;
- Para que um circuito funcione correctamente é necessário que contenha, no mínimo, uma fonte de energia, um receptor de energia eléctrica e fios de ligação;
- Os receptores são dispositivos que transformam a energia eléctrica noutras formas de energia, como, por exemplo, energia térmica e energia cinética;
- Os fios de ligação estabelecem a ligação entre a(s) fonte(s) de energia e o(s) receptor(es), fechando o circuito;
- A intensidade da corrente é medida com o amperímetro, aparelho ligado em série no circuito, e a d.d.p. (diferença de potencial eléctrico) é medida com um voltímetro, aparelho ligado em paralelo no circuito.

Para uniformizar e simplificar a representação de um circuito usam-se esquemas de circuitos com simbologia convencional.

3. Esquema de um circuito eléctrico

Um circuito eléctrico pode ser considerado simples quando contém um número mínimo de elementos eléctricos ligados entre si numa ligação em série ou em paralelo. Um circuito eléctrico complexo possui geralmente vários elementos e pode ter também vários tipos de ligações, incluindo um elevado número de malhas.

Um circuito eléctrico é geralmente constituído por vários elementos que são ligados entre si. A ligação é estabelecida por fios de resistência extremamente pequena (chamados fios de resistência desprezável). As ligações podem ser simples, formando circuitos eléctricos simples, ou complexas, formando circuitos eléctricos complexos.

Assim, o *esquema do circuito eléctrico* é a representação através de símbolos convencionais das ligações entre os *elementos* ou *dispositivos eléctricos (fontes de energia, receptores de energia e fios de ligação)*, contendo ou não *interruptores*.

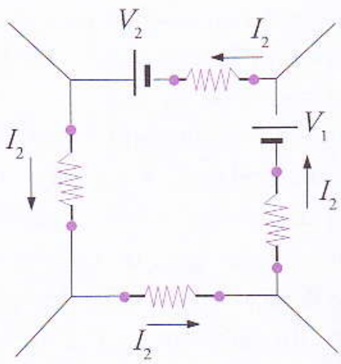


Figura 6: Um circuito eléctrico representado esquematicamente por meio de símbolos da resistência eléctrica, fios de ligação e duas fontes de energia eléctrica (f.e.m.).

Vejamos alguns exemplos de elementos receptores utilizados em circuitos simples:

- Um simples fio de constantan de 5 Ω;

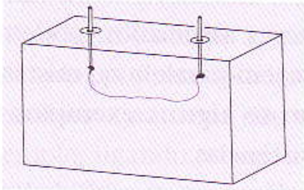


Figura 7: Fio de constantan com os terminais num suporte transparente.

- Fio de cobre enrolado com cerca de 1500 espiras em torno de um corpo de plástico ou de madeira de forma cilíndrica, constituindo uma bobina com uma resistência de 5 Ω;

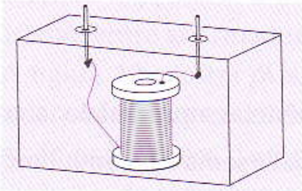


Figura 8: Bobina de 1500 espiras num suporte transparente.

- Fio constituído por um filamento de uma lâmpada incandescente de uma resistência de 70 Ω.

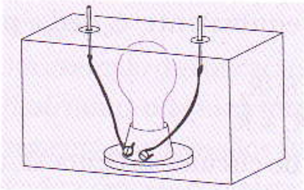


Figura 9: Filamento de uma lâmpada num suporte transparente.

Os exemplos anteriores mostram que diferentes dispositivos podem ser considerados, do ponto de vista eléctrico, uma mesma coisa; assim, um fio e uma lâmpada podem ser considerados simplesmente resistores ou resistências. No entanto, estes e outros elementos de um circuito eléctrico, como um resistor, possuem sempre dois terminais e, quando integrados num circuito, são representados por símbolos específicos contendo os terminais, como ilustra a tabela seguinte.

Nome	Símbolos
Condutor	
Intersecção de condutores sem conexão	
Intersecção de condutores com conexão	
Elemento galvânico	+ −
Gerador	
Lâmpada	
Resistência (consumidor)	
Interruptor	
Bornes (fronteiras)	
Amperímetro	A
Voltímetro	V
Galvanómetro	
Resistor (resistência)	ou

4. Associação de resistências

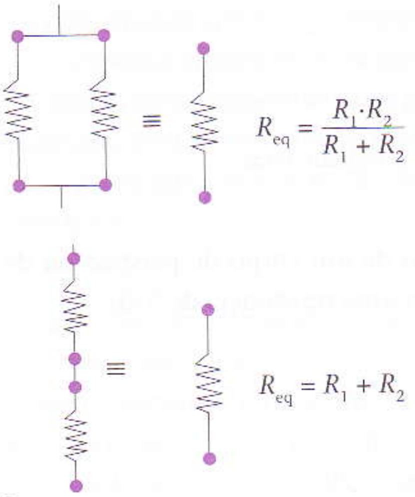


Figura 10: Circuitos eléctricos complexos podem ser reduzidos a circuitos mais simples aplicando as regras de adição das resistências em série e em paralelo.

Na maior parte dos circuitos eléctricos encontramos várias resistências ou resistores associados, podendo essas associações ser em série, em paralelo ou mistas.

Na figura 10 representam-se alguns exemplos de diferentes associações de resistências.

A resistência equivalente dá-nos a possibilidade de simplificar os circuitos para efeito de cálculos.

Numa associação de resistências em série, R_1 e R_2, a resistência equivalente, R, é dada pela soma das resistências associadas:

$$R = R_1 + R_2$$

Numa associação de resistências em paralelo, a condutância equivalente, $\frac{1}{R}$, é igual à soma das condutâncias das resistências associadas:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Ou seja, a resistência equivalente é dada pela expressão:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

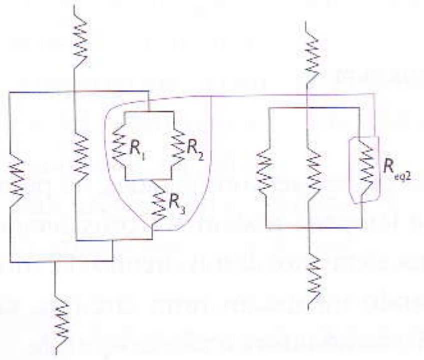


Figura 11: Circuitos eléctricos complexos podem ser reduzidos a circuitos mais simples aplicando as regras de adição das resistências em série e em paralelo.

Consideremos o exemplo do circuito da figura 11, que representa uma determinada associação mista de resistências.

Pode simplificar-se o circuito considerando o cálculo de uma *resistência equivalente* pela equação

$$R_{eq1} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

das duas resistências ligadas em paralelo. A *resistência equivalente* encontra-se, por sua vez, ligada em série com a resistência seguinte e pode ser calculada pela relação $R_{eq2} = R_{eq1} + R_3$.

Por sua vez, as duas resistências de *ligação em série* podem ser substituídas por uma única resistência equivalente. Este processo continua até que se consiga um circuito mais simples das associações das resistências ou de outros elementos do circuito. Nota que, no primeiro cálculo (figura 11), foram aplicadas as regras de adição das resistências para resistores ligados em paralelo e em série.

Posteriormente, procedeu-se de igual modo para o circuito resultante, como se pode verificar na mesma figura.

5. Circuitos RC

Um circuito RC é um circuito constituído por uma resistência e um condensador.

Vimos, na unidade 3, que um condensador é um dispositivo constituído por dois condutores separados por um isolador. Uma vez carregado, o condensador manter-se-á com carga nas suas armaduras enquanto não existir um circuito fechado que permita a sua anulação mútua – por exemplo, ligando as suas armaduras através de uma resistência.

Nesta situação, as cargas têm possibilidade de se deslocar através da resistência, criando uma corrente que existirá enquanto as cargas de sinal contrário presentes nas armaduras não se anularem.

Durante o processo de descarga do condensador, a energia armazenada no campo eléctrico existente entre as armaduras, será dissipada sob a forma de calor na resistência.

A figura 12 mostra o circuito eléctrico para carregar um condensador. Esquematicamente representa-se num circuito usando os símbolos da fonte de tensão, do condensador, da resistência, do interruptor e dos fios de ligação.

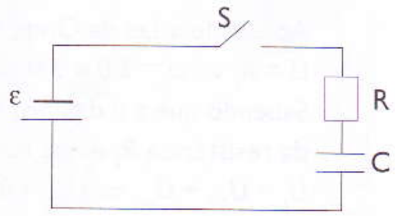


Figura 12: Um circuito eléctrico para carregar e descarregar um condensador.

A corrente neste circuito circula num só sentido e a sua intensidade varia ao longo do tempo; é uma corrente não estacionária.

Um exemplo da aplicação de um circuito RC é o da lâmpada de *flash* numa máquina fotográfica. Neste circuito, uma pilha carrega um condensador através de uma resistência em série. Quando a carga se completa, o *flash* está pronto a ser disparado. No momento em que se tira a fotografia, o condensador descarrega. Este ciclo repete-se e o *flash* está pronto para ser usado novamente.

Num circuito RC:
- Durante a carga e descarga de um condensador, a corrente não é contínua; diminui exponencialmente com o tempo.
- A diferença de potencial no condensador é igual à diferença de potencial na resistência.

Exercício resolvido

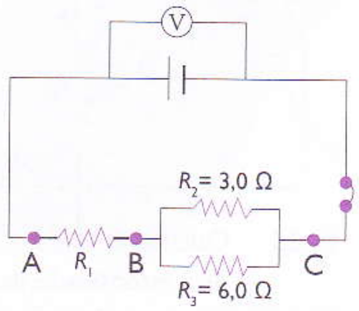
1. O gerador representado na figura tem uma força electromotriz de 12,0 V e uma resistência interna de 1,0 Ω.

1.1 Determina:

a) o valor da intensidade da corrente que percorre o circuito, sabendo que o voltímetro marca 9,0 V;

b) a diferença de potencial nos terminais das resistências R_1 e R_3 (entre A e C) associadas em paralelo;

c) o valor da resistência R_1.



Proposta de resolução:

a) Tendo em conta os dados fornecidos, o valor da intensidade da corrente pode ser calculado pela expressão:

$U = \varepsilon - R_1$

Substituindo os valores, temos

$9{,}0 = 12{,}0 - 1{,}0I \Leftrightarrow I = I\dfrac{2{,}0 - 9{,}0}{1{,}0} \Leftrightarrow I = 3{,}0\ \text{A}$

b) Numa associação em paralelo, temos:

$\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}$

Pelo que a resistência equivalente à associação é:

$\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{3{,}0} + \dfrac{1}{6{,}0} \Leftrightarrow R = 2{,}0\ \Omega$

Aplicando a Lei de Ohm, temos:

$U = R_1 \Leftrightarrow U = 2{,}0 \times 3{,}0 \Leftrightarrow U = 6{,}0\ \text{V}$

c) Sabendo que a d.d.p. nos terminais do gerador é dada pela soma das d.d.p. nos terminais da resistência R_1 e nos terminais da resistência equivalente a R_2 e R_3, temos:

$U_g = U_{AB} + U_{BC} \Leftrightarrow U_{AB} = 9{,}0 - 6{,}0 \Leftrightarrow U_{AB} = 6{,}0\ \text{V}$

Aplicando novamente a Lei de Ohm, temos:

$U_{AB} = R_1\, I \Leftrightarrow 6{,}0 = R_1 \Leftrightarrow 3{,}0 \Leftrightarrow R_1 = 1{,}0\ \Omega$

Exercícios não resolvidos

1. A placa de um fogão eléctrico possui os seguintes dados eléctricos: $\dfrac{250\ \text{V}}{1\ \text{kW}}$. Qual é a potência deste fogão quando este é alimentado por uma tensão de 200 V?

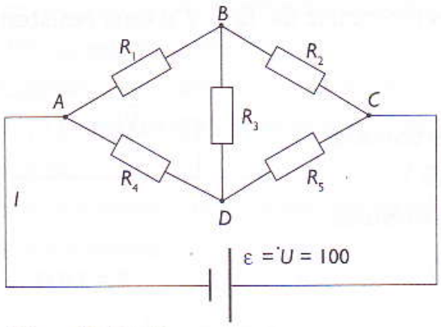
2. Um resistor usado para o aquecimento de água possui uma resistência de 45 ohm. Calcula a intensidade da corrente eléctrica e a potência consumida quando se liga uma tensão de 220 V.

3. Atenta na figura em baixo e nos dados seguintes:

$R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 10\ \Omega$

$R_2 = 20\ \Omega$

$U = 100\ \text{V}$



3.1 Calcula:

a) a intensidade das correntes;

b) a resistência equivalente do sistema.

Saber mais

Circuitos eléctricos

Os circuitos eléctricos determinam o funcionamento de muitos dispositivos quando ligados entre si. Um automóvel possui vários circuitos para as diversas finalidades do funcionamento eléctrico: o circuito da buzina, o circuito do limpa-pára-brisas, o circuito do pisca-alerta, o circuito de ignição, o circuito de arranque, o circuito da carga da bateria, o circuito das luzes, etc. O sistema eléctrico de um automóvel está dividido em circuitos, cada um dos quais com diferentes funções básicas, constituindo uma parte importante do funcionamento do automóvel.

O esquema de um circuito é constituído por fios da instalação que apresentam cores diversas e que correspondem a um código de identificação, pelos cabos de alta tensão da ignição e pela bateria. A bateria fornece energia (a f.e.m. é geralmente de 12 volts) quando o motor estiver parado. Quando o carro estiver em marcha e o motor a funcionar, a bateria é carregada pelo alternador que fornece simultaneamente a energia eléctrica para alimentar outras partes dos acessórios de circuitos eléctricos como circuito da buzina, circuito do limpa-pára-brisas, circuito do pisca-alerta, etc. Um sistema de ignição permite o fornecimento de uma tensão de 30 000 volts para alimentar as velas de ignição. A bateria, quando associada a fusíveis e a interruptores, permite alimentar o circuito de ignição, o circuito de arranque, o circuito da carga da bateria e o circuito das luzes.

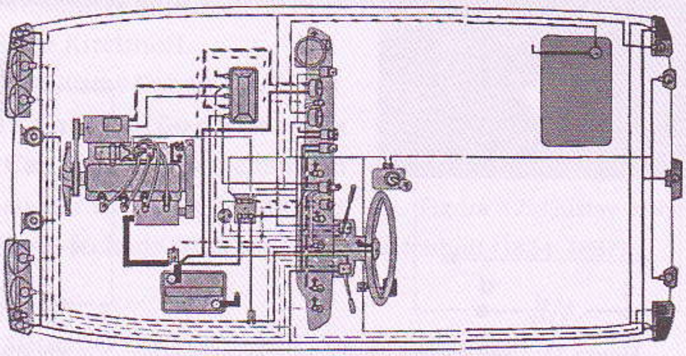


Figura 13: Circuitos eléctricos num automóvel.

As grandes companhias planeiam entrar no mercado internacional com novos tipos de automóveis eléctricos. Estes estão a ser projectados para circularem tanto nas cidades como no campo. Inicialmente estarão em condições de percorrer distâncias de pouco mais de 100 km com uma velocidade um pouco acima dos 100 km/h.

Um motor possui no seu interior uma câmara de combustão onde uma mistura comprimida de vapores de gasolina e ar é posta em combustão através de uma faísca. O sistema eléctrico tanto produz a faísca como fornece a energia eléctrica necessária para o motor de arranque. Cabos eléctricos estabelecem a ligação do circuito eléctrico entre a bateria e o motor de arranque onde circula uma corrente de cerca de 400 A.

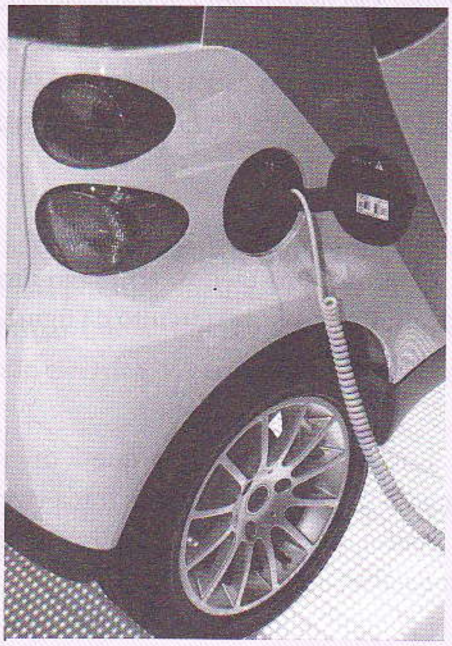


Figura 14: Automóvel eléctrico.

6. As Leis de Kirchhoff

6.1 Fonte de energia eléctrica: fontes de força electromotriz (f.e.m.)

Já aprendeste que um esquema de um circuito eléctrico é a representação através de símbolos convencionais das ligações entre os elementos ou dispositivos eléctricos, contendo ou não interruptores e fontes de energia eléctrica.

Vamos agora considerar um esquema de circuito eléctrico básico que tenha fios de ligação, fonte electromotriz, interruptor (chave) e uma resistência. A figura 15 ilustra-o.

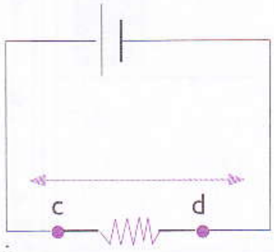


Figura 15: Uma bateria ideal é aquela que mantém constante a diferença de potencial entre os seus terminais para qualquer corrente que esteja a circular no circuito.

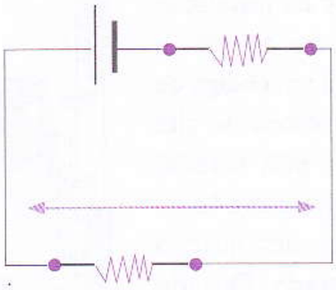


Figura 16: Numa bateria real a diferença entre os terminais, a chamada *voltagem da bateria*, não é igual à da fonte da f.e.m. Isso deve-se ao facto de qualquer bateria estar associada a uma resistência interna.

Uma fonte de força electromotriz (f.e.m.) é uma fonte constante de energia eléctrica. Estas fontes são usadas em circuitos eléctricos para produzir e manter constante a corrente eléctrica. São exemplos de fonte de f.e.m. baterias, pilhas e geradores. Uma fonte de f.e.m. realiza o trabalho eléctrico sobre as cargas eléctricas. Pode definir-se que o trabalho eléctrico realizado por unidade de carga eléctrica é a f.e.m., representada por um símbolo V_0. Assim,

$$V_0 = \frac{W_{el}}{q_e}.$$

A unidade fonte de f.e.m. é o volt.

Para todos os efeitos, ao longo desta unidade de aprendizagem, vamos considerar baterias ideais. Com base no circuito da figura 15 nos pontos *c* e *d*, a tensão fornecida pela bateria é igual à f.e.m., ou seja,

$$V_d - V_c = V_0.$$

Esta equação confirma que a diferença de potencial nos terminais da resistência é igual à tensão da bateria, ou seja, à força electromotriz (f.e.m.).

Assim, neste circuito simples circula uma corrente eléctrica na resistência, *R*, de intensidade constante igual a

$$I = \frac{V_0}{R}.$$

Os fios de ligação de cobre têm uma resistência extremamente pequena, que deve ser considerada desprezável ou insignificante para efeito de cálculos.

6.2 Enunciados das Leis de Kirchhoff

Muitos circuitos eléctricos apresentam uma certa complexidade. Nestes casos, não é possível determinar a totalidade das tensões e correntes presentes num circuito apenas com o conhecimento dos elementos que constituem o circuito e respectivas equações características. Por exemplo, embora a *Lei de Ohm* na forma

$$I = \frac{V_0}{R}$$

seja válida, não pode ser aplicada directamente na determinação da corrente total que circula num circuito com diversas ramificações.

Surge, então, a necessidade de conhecimento e aplicação de duas importantes leis, conhecidas como Leis de Kirchhoff.

Descobertas em 1845 pelo físico alemão Gustav Robert Kirchhoff, estas leis são baseadas no **Princípio da Conservação da Energia** e no **Princípio da Quantidade da Carga Eléctrica** e têm em conta que um potencial volta sempre ao seu valor original depois de uma volta completa por uma trajectória fechada (malha).

Figura 17: Gustav Robert Kirchhoff (1824–1887).

6.2.1 Noção de malha, ramo e sentido da corrente de circulação

Para simplificar o estudo quantitativo de circuitos eléctricos, vamos introduzir os conceitos de *rede*, *malha* e *nó*.

Define-se como *rede eléctrica* o sistema de circuitos eléctricos interligados entre si.

Definimos como sendo um *nó* o encontro de três ou mais condutores. São chamados *nós* os pontos em que se ligam os diferentes circuitos do sistema. Na figura 18 temos dois nós, o ponto A e o ponto B.

Por *malha* entende-se um circuito eléctrico arbitrário fechado dentro de uma rede. A figura 18 representa um circuito com três malhas assinaladas a tracejado.

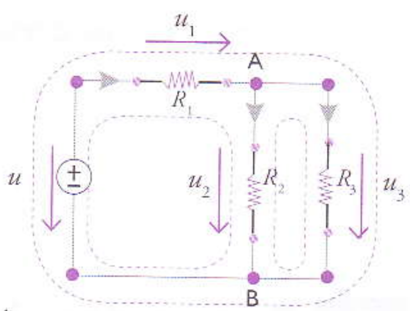


Figura 18: Um circuito eléctrico.

Observa atentamente o sistema do circuito apresentado nas figuras 15 e 16 (página 136), onde estão representados dois circuitos simples constituídos apenas por uma malha.

Neste caso, a aplicação da Lei de Ohm permite-nos afirmar que a intensidade da corrente eléctrica, I, que circula, deve ser igual ao quociente entre tensão eléctrica, V, e o valor da resistência, R, ou seja,

$$I = \frac{V}{R}.$$

Já na figura 18 temos um circuito mais complexo, ou seja, um circuito constituído por três malhas, o que requer a aplicação das Leis de Kirchhoff.

6.2.2 Lei dos Nós ou Primeira Lei de Kirchhoff das Correntes

Num *nó*, ponto no qual se interligam dois ou mais fios de um circuito eléctrico, a corrente eléctrica subdivide-se e a soma algébrica das correntes eléctricas deve ser nula. Assim, num dado *nó*, a soma das correntes que entram é igual à soma das correntes que saem, ou seja, um *nó* não acumula carga.

A regra dos *nós* aplicada à figura 18 significa que

$$I_1 + I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0.$$

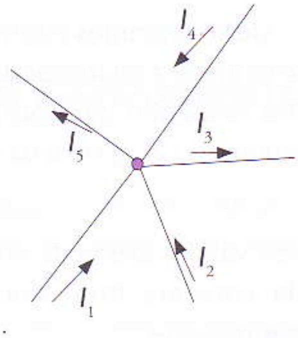


Figura 19: O *nó* de uma rede eléctrica.

6.2.3 Lei das Malhas ou Segunda Lei de Kirchhoff das Tensões

A soma algébrica das variações de potencial eléctrico ou das tensões eléctricas deve ser nula. A figura 20 ilustra essa situação:

$$V_1 - V_2 + I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 - I_4R_4 = 0$$

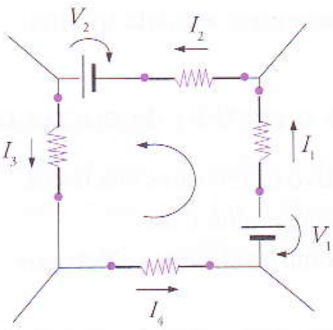


Figura 20: A *malha* de uma rede eléctrica.

7. Regras dos circuitos eléctricos

A partir das Leis de Kirchhoff deduzem-se regras específicas sobre circuitos de ligação em série e em paralelo.

Pelo esquema (figura 21), para um circuito de ligação em série, verifica-se que não existe nenhum *nó* entre as resistências.

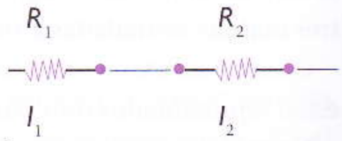


Figura 21: Aplicação das Leis de Kirchhoff em circuito de ligação em série.

Com base na Lei de Ohm

$$V_1 = I\,R_1 \text{ e } V_2 = I\,R_2$$

a intensidade da corrente eléctrica que circula pelas resistências é a mesma, I.

Assim, a resistência equivalente é dada por

$$R_{eq} = R_1 + R_2.$$

A Regra da Tensão afirma que

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Generalização:

$$V_i \sim R_i.$$

Num circuito de ligação em série, a tensão (ou a diferença de potencial) é tanto maior quanto maior for a resistência.

A partir das Leis de Kirchhoff também é possível deduzir as regras específicas sobre *circuitos de ligação em paralelo.*

Pelo esquema (figura 22), para um circuito de ligação em paralelo, verifica-se que existe uma *malha* contendo duas resistências ligadas paralelamente.

Com base na Lei de Ohm, a intensidade de corrente eléctrica que circula pelas resistências é agora diferente, pois

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \text{ e } I_2 = \frac{V}{R_2}.$$

Ambas as resistências experimentam uma mesma diferença de potencial V.

Assim, a *resistência equivalente* é dada por

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

A regra da corrente relaciona

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Generalização:

$$I_i \sim \frac{1}{R_i}.$$

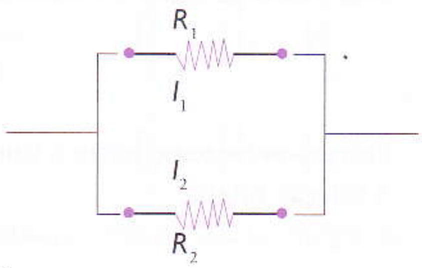


Figura 22: Aplicação das Leis de Kirchhoff em circuito de ligação em paralelo.

Num circuito de ligação em paralelo, a intensidade da corrente eléctrica que circula é tanto maior quanto menor for a resistência.

7.1 Regras gerais para a resolução de problemas com circuitos eléctricos

Observa o circuito eléctrico representado na figura 23.

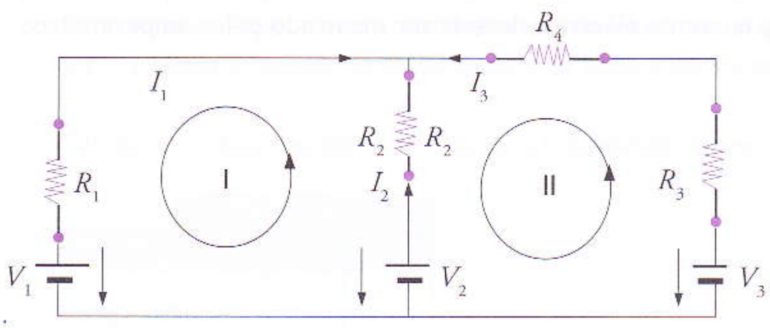


Figura 23: Exemplo de uma rede eléctrica constituída por dois circuitos eléctricos de duas malhas.

A figura mostra que, depois de ler um problema, é aconselhável adoptar um método que deverá compreender os seguintes passos:

1. Esboçar um diagrama do circuito eléctrico identificado a partir do problema;
2. Identificar, depois, o sentido das fontes de f.e.m.;
3. Proceder de igual modo para as malhas, ou seja, identificar os sentidos das malhas;
4. Identificar os sentidos das correntes em cada ramo;
5. Escrever o sistema das equações aplicando as Leis de Kirchhoff para as malhas;
6. Escrever o sistema das equações aplicando as Leis de Kirchhoff para os nós;
7. Resolver o sistema de equações em ordem às grandezas físicas procuradas.

Para o caso da figura 23, encontras facilmente o seguinte sistema de equações:

$$\text{I: } V_1 - V_2 = -I_1R_1 + I_2R_2$$
$$\text{II: } V_2 - V_3 = -I_2R_2 + I_3(R_3+R_4)$$
$$\text{N: } 0 = I_1 + I_2 + I_3$$

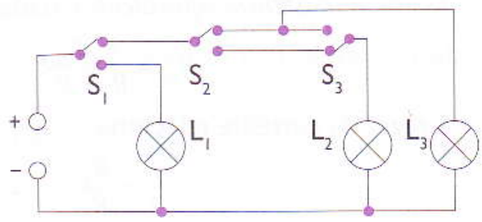
Procura-se neste exercício o valor da corrente I_2.

A solução final é:

$$I_2 = \frac{(V_1 - V_2)(R_3 + R_4) - (V_2 - V_3)R_1}{R_1R_2 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

Exercício resolvido

1. Indica em que condições se devem ligar os interruptores (S) para que:
   a) somente a lâmpada L_1 acenda;
   b) somente a lâmpada L_2 acenda;
   c) somente a lâmpada L_3 acenda;
   d) as lâmpadas L_1 e L_3 acendam.

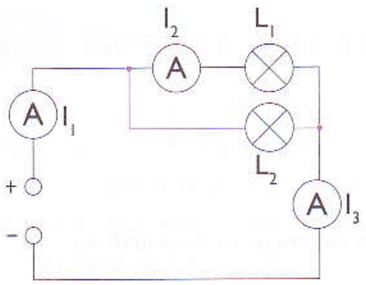


Solução:

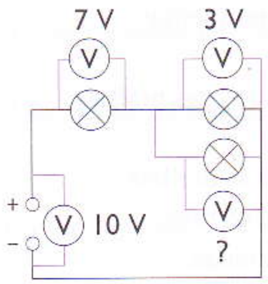
a) S_1 para baixo; S_2, S_3 sem importância.
b) S_1 para cima; S_2 para baixo, S_3 para baixo.
c) S_1 para cima; S_2 para cima; S_3 para baixo.
d) Não é possível.

Exercícios não resolvidos

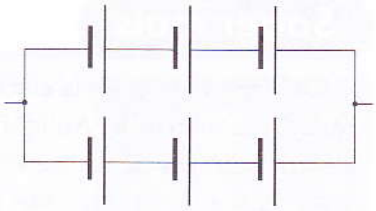
1. Neste circuito ambas as lâmpadas são idênticas. A corrente indicada pelo amperímetro I_2 mostra 250 mA. Que valor de corrente eléctrica deveria ser mostrado pelos amperímetros restantes (I_1 e I_3)?



2. Que valor da tensão eléctrica deve ser indicado pelo voltímetro no ponto de interrogação?

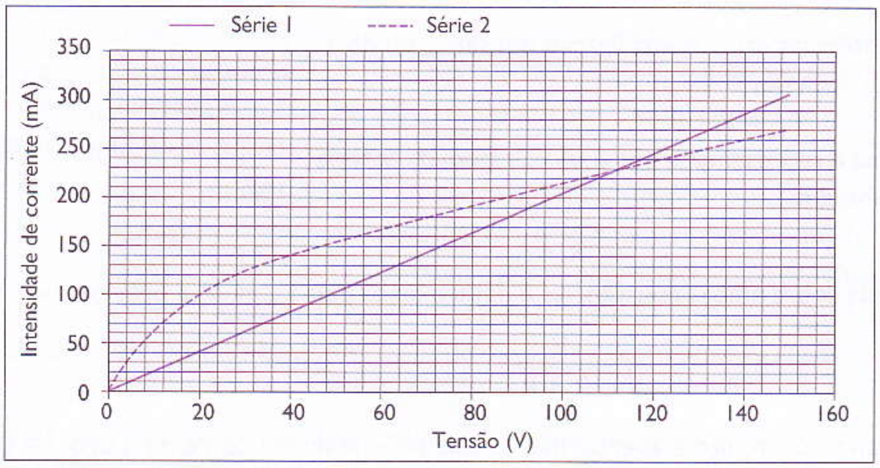


3. Num reprodutor de cassetes são ligadas pilhas de 1,5 V em circuito. Três delas são ligadas em série e as outras restantes em paralelo. (Ver figura.)
   3.1 Calcula o valor da tensão total (voltagem).
   3.2 Justifica a escolha deste tipo de circuito combinado.



4. Uma bateria de um carro fornece 13,2 V e possui uma resistência interna de 0,03 Ω. Na ignição circula uma corrente de 240 A.
   4.1 Calcula a voltagem (U_k).

5. Numa experimentação foram feitas as seguintes medições envolvendo uma bobina e uma lâmpada incandescente.



   5.1 Indica o gráfico correspondente a cada elemento respectivamente.
   5.2 Calcula a resistência da lâmpada e da bobina para a tensão 20 V, 100 V e 140 V.

6. Calcula, com base na tabela em baixo, a intensidade da corrente eléctrica.

	U		
R	20 V	40 V	80 V
5 ohm			
10 ohm			
20 ohm			

   6.1 Que relação pode reconhecer-se entre as grandezas nas colunas e nas filas?

7. Um motor eléctrico possui um coeficiente de eficiência igual a 90%. O que significa isso?

Saber mais

Cada fonte de energia eléctrica ou bateria real é caracterizada pela fonte de f.e.m. V_0 e pela resistência interna R_i. Ao ligar-se e fechar-se o circuito eléctrico, passa a circular uma corrente eléctrica através da resistência interna, existindo uma queda de potencial definida como sendo $V_i = I \cdot R_i$. Assim, a tensão nos terminais do circuito eléctrico (a voltagem da bateria V_b) já não é igual à tensão da fonte de f.e.m., mas é menor do que a tensão fornecida por esta. Este comportamento pode ser escrito como

$$V_b = V_0 - I\,R_i.$$

Usando a regra da tensão dada por $\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2}$, podemos reescrevê-la como

$$\frac{V_b}{V_0} = \frac{R}{R_i + R}.$$

Nota que as duas resistências estão numa ligação em série, sendo a resistência equivalente dada por

$$R_{eq} = R_i + R.$$

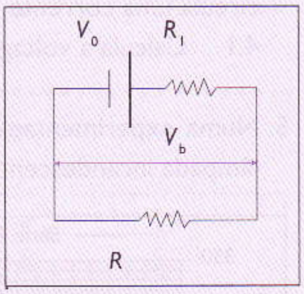


Figura 24: Circuito eléctrico de uma bateria real.

A resistência externa é representada por R. A voltagem da bateria é dada assim pela expressão

$$V_b = \frac{V_0 R}{R_i + R}.$$

e a corrente que circula sobre ambas resistências é determinada pela f.e.m. V_0 e pela Lei de Ohm. Assim,

$$I = \frac{V_0}{R_i + R}.$$

Casos especiais:

Ponto-morto: Quando o circuito é aberto, não circula nele nenhuma corrente. Logo, $I = 0$, e assim a voltagem da bateria é igual à tensão da f.e.m. $V_b = V_0$. Isto significa que a resistência externa é muito grande ($R_c \to \infty$), impossibilitando a passagem de corrente.

Curto-circuito: Quando a resistência externa é muito pequena ($R_c \to 0$), circula no circuito uma corrente eléctrica de grande intensidade. Como $R_c \to 0$, a voltagem da bateria é igual a zero $V_v = 0$. Assim, a corrente é dada pela expressão

$$I = \frac{V_0}{R_i} + R = \frac{V_0}{R_i},$$

chamada corrente do curto-circuito. Esta corrente produz-se, geralmente, quando se ligam directamente entre si os terminais de uma bateria com um simples fio. O fenómeno é acompanhado de uma faísca, que pode danificar a bateria e todos os dispositivos ligados ao circuito, provocando incêndio.

Exercícios não resolvidos

1. Durante a ignição do motor de um automóvel ligeiro, a fonte de f.e.m. diminui de intensidade para um valor igual à voltagem da bateria $V_{1b} = 9{,}8$ V. Nesta fase, circula no circuito uma corrente $I = 170$ A. Considerando que a tensão da fonte f.e.m. é $V_0 = 12{,}8$ V (antes de se ligar alguma resistência externa), calcula o valor da resistência interna da bateria e o valor da resistência da ignição R.

2. No Inverno, a bateria arrefece muito e a sua resistência interna eleva-se para $R_i = R$.
   2.1 Qual é o valor da voltagem de bateria V_{2b} neste caso?

8. Campo magnético

Figura 25: H. Christian Oersted (1819–1820).

Vamos ter de recuar na história da Física para compreender como a relação entre o magnetismo e a electricidade foi descoberta. Esta deveu-se a Hans Christian Oersted (1819-1820), que leccionava Electricidade, Galvanismo e Magnetismo a estudantes da Universidade de Copenhaga, na Dinamarca.

A palavra «electricidade» significava, naquela altura, «electrostática»; por outro lado, a palavra «galvanismo» referia-se aos efeitos produzidos pela corrente contínua de bateria, assunto iniciado pela descoberta casual de Galvani e pelas experiências subsequentes de Volta. O *magnetismo* tratava da antiga ciência dos ímanes, das agulhas magnéticas e do campo magnético terrestre.

Parecia claro para alguns que deveria existir uma relação entre as correntes galvânicas e a carga eléctrica (hipótese); Oersted e outros cientistas tinham uma noção talvez vaga, mas perseguida com tenacidade, de que o magnetismo, como a corrente galvânica, poderia ser uma espécie de «forma oculta» de electricidade.

Tacteando no sentido de descobrir alguma manifestação disso, Oersted realizou, durante a sua aula, a experiência de passar uma corrente galvânica através de um fio localizado sobre uma agulha magnética, perpendicularmente à mesma. Não houve qualquer efeito até que ele descobrisse a necessidade de modificar a experiência colocando o fio paralelo à agulha. Nessa altura, a agulha magnética desviou-se bastante; quando invertido o sentido da corrente, ela desviou-se para o outro lado.

Esta experiência foi seguida de uma febre de experiências e descobertas em todos os laboratórios do mundo.

Em pouco tempo, Marie Ampère, Michael Faraday e outros lograram uma descrição essencial, completa e exacta da acção magnética da corrente.

8.1 Noção de campo (revisão)

Para a mudança de estado de repouso ou de movimento de um corpo é sempre necessária uma força. Vimos isso no ponto 6.3 da Unidade 1. Apercebeste-te também de que uma força pode tornar o movimento mais rápido ou mais lento. Por isso, dizemos que um corpo pode ser acelerado através do efeito de uma força. A acção de uma força esteve sempre associada à acção directa de um corpo sobre outro. Desta forma, vimos que a aceleração de um corpo é o resultado da variação da velocidade devido à acção de uma força.

O exemplo da queda livre – definido como sendo aquele movimento que se dá livremente na Natureza, geralmente, com a aceleração da gravidade ($g = 10\ m/s^2$) – é um movimento que mostra que na Natureza existe um novo tipo de interacção entre corpos. Assim, a queda de um corpo não resulta da acção directa de uma força aplicada. No caso da queda livre existe uma força que actua, mas essa força encontra-se no espaço entre os corpos. Dizemos que a interacção entre os corpos distantes efectua-se por meio do campo de gravidade.

Agora vais aprofundar os teus conhecimentos da 10.ª classe sobre o campo magnético. A configuração do campo gravítico é semelhante ao campo magnético produzido por um íman.

8.2 Campo magnético originado por um íman permanente

Como já viste nas classes anteriores, o campo magnético de um íman pode ser representado por uma fina limalha de ferro. Obtém-se uma ilustração do *espectro magnético*, ao espalhar-se a limalha de ferro sobre uma folha de papel sobreposta a um íman. A imagem típica do espectro magnético de um íman rectangular é representada na figura 26.

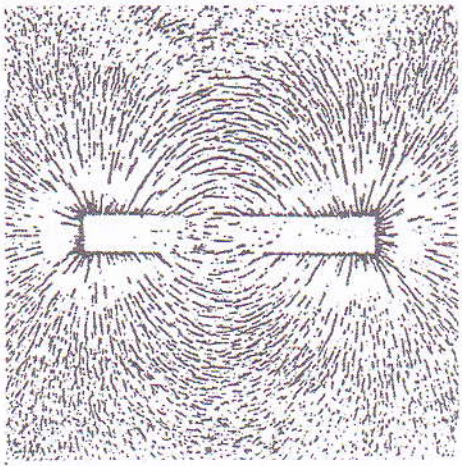


Figura 26: O espectro magnético no plano do papel de um íman rectangular é obtido pelo alinhamento dos bocados de limalha de ferro.

O campo magnético é responsável por muitos fenómenos do quotidiano e da técnica. Por exemplo:

- As portas dos frigoríficos possuem ímanes fixos nas proximidades da porta que permitem que esta feche automaticamente.
- A bússola possui uma agulha magnética que se orienta no campo magnético da Terra.
- Um íman atrai corpos de ferro (de cobalto ou de níquel).
- A intensidade da força magnética é maior nos pólos de um íman.

Com base na figura 26, vamos resumir, dizendo o seguinte:

1. Um corpo magnetizado é chamado de *magneto* ou *íman*.
2. O campo magnético corresponde à região na qual actuam *forças magnéticas*, ou seja, à região do espaço na qual se podem detectar a presença e os efeitos de forças magnéticas. Portanto, a região em torno de um corpo magnetizado, representa um campo magnético.
3. O campo magnético existe no espaço e, portanto, não se limita à área definida pelo papel. Na realidade temos uma família de curvas magnéticas que ocupam todo o espaço à volta do íman.
4. Nota que as *linhas de força* são chamadas também *linhas de campo magnético*.
5. A representação do campo magnético usando a configuração das linhas do campo magnético no plano do papel, não passa de um modelo a que podemos chamar *modelo da configuração do campo magnético* ou *modelo do espectro magnético*. Não podemos falar em termos de modelo do campo magnético, pois é algo real, não se tratando, portanto, de nenhum modelo.

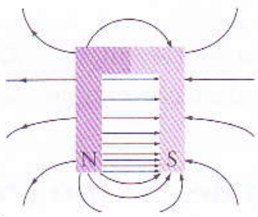


Figura 27: O espectro do campo magnético representado com as linhas de força do campo magnético no plano do papel.

6. Em cada ponto do espaço passa só uma linha de força. Por isso, não há intercepção de linhas de força do campo magnético.
7. Se fizermos a convenção de traçar um número de linhas de força proporcional à intensidade do campo, então a densidade das linhas será proporcional à intensidade do campo. Quanto mais apinhadas forem as linhas, mais intenso será o campo. Para um íman permanente, as linhas do campo magnético principiam no pólo norte e terminam no pólo sul do íman; para um íman, as linhas do campo são circulares na parte externa do próprio íman.

8. O campo magnético é uma grandeza física vectorial. Isso significa que possui um módulo (intensidade), direcção e sentido. Esta grandeza é designada genericamente por *indução magnética*. É representada pelo símbolo B.
9. O símbolo usado para designar a intensidade do campo magnético é H. Ambas as grandezas, a intensidade e o campo magnético, estão relacionadas através de uma constante, chamada *constante magnética* μ_0. Assim,

$$B = \mu_0 H.$$

10. Chama-se *pólo magnético* à região próxima das extremidades de um íman permanente. As linhas de força do campo magnético convergem num pólo e divergem no outro. Nos pólos é maior a intensidade do campo magnético.
11. Se suspendermos uma agulha magnética (caso da agulha magnética da bússola), o pólo norte da agulha magnética é atraído pelo pólo sul do campo magnético terrestre.
12. Entre ímanes permanentes actuam forças magnéticas. Os pólos de ímanes diferentes (por exemplo, pólo norte e pólo sul) atraem-se e os pólos iguais repelem-se. Por outras palavras, a interacção entre pólos magnéticos iguais é repulsiva, e a interacção entre pólos magnéticos diferentes é atractiva.
13. Com ajuda da limalha de ferro podemos visualizar o espectro do campo magnético entre dois ímanes permanentes próximos um do outro (figura 28).

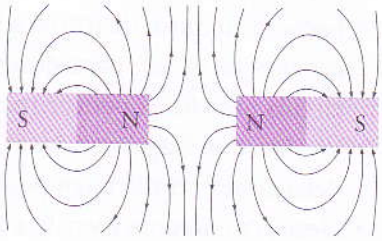


Figura 28: Espectro magnético de ímanes que se repelem mutuamente.

Vamos experimentar...

É muito importante que tenhas alguma experiência directa com ímanes. Para o efeito, procura velhos altifalantes ou dirige-te às oficinas de reparação de frigoríficos para coleccionar ímanes. Tem muito cuidado no manuseio dos ímanes, pois podem quebrar-se produzindo ferimentos na tua mão.

Aproxima dois ímanes um do outro. Assinala arbitrariamente com «N» e «S» o pólo norte e sul de cada íman. Se tiveres mais ímanes, usa este íman como referência para assinalar os pólos dos outros ímanes. Podes colar um pedaço de papel de cartolina de cores diferentes com o formato do íman para diferenciar os pólos.

Para visualizar o espectro magnético, coloca uma folha de papel A_4 sobre o íman e espalha (pulverizando) limalha de ferro sobre o papel. Anota a figura observada e procura desenhá-la no papel.

Para visualizar o comportamento das linhas de campo magnético ao aproximarmos dois pólos iguais de ímanes diferentes, coloca uma folha de papel A_4 sobre dois ímanes dispostos de forma a aproximar dois pólos iguais.

Anota a figura observada e procura desenhá-la no papel. A figura 29 compara o espectro eléctrico e o espectro magnético. Verifica que as linhas do campo magnético são externas e internas ao próprio íman.

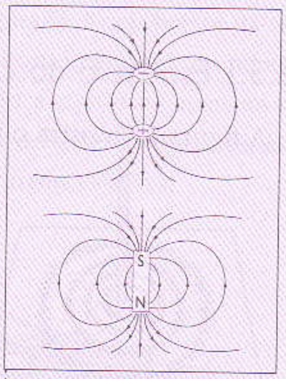


Figura 29: Comparação dos espectros eléctricos e magnéticos.

8.3 Campo magnético originado por uma corrente eléctrica rectilínea

Como já verificámos, na história da electricidade e do magnetismo, foi considerada a hipótese de que entre a electricidade e o magnetismo pudesse existir alguma relação. A descoberta dessa relação deveu-se a uma experiência notável realizada por Christian Oersted em 1820.

Vamos experimentar...

Trata-se de uma experiência simples que vamos reproduzir:

- Para tal, liga, num circuito eléctrico, um fio condutor esticado horizontalmente e ligado a uma pequena resistência;
- Por debaixo do condutor coloca, também horizontalmente, uma agulha magnética ou uma bússola. Coloca um interruptor para estabelecer a ligação a uma bateria como f.e.m.;
- Fecha o circuito, de forma a fazer passar uma corrente eléctrica pelo condutor (diz-se uma *corrente rectilínea*, para dizer que a corrente eléctrica circula num fio condutor rectilíneo);
- Verifica que a agulha magnética posta horizontalmente debaixo do fio sofre um pequeno *desvio;*
- Desliga a corrente e verifica que a agulha retorna ao seu estado anterior, ou seja paralelo ao fio e no sentido do campo magnético da Terra;
- Elabora um pequeno relatório e discute com os teus colegas e professor os factos observados.

Constata que esta experiência mostra que uma corrente eléctrica rectilínea produz um campo magnético circular em seu redor.

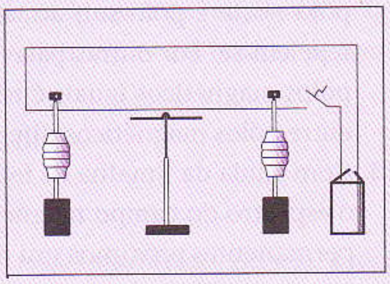


Figura 30: A experiência de Oersted consiste num circuito eléctrico simples realizado com fios condutores, uma agulha magnética e uma pilha como f.e.m.

8.3.1 Espectro do campo magnético

A figura 31 mostra o percurso tomado pela limalha de ferro por acção do campo magnético gerado e ajuda a visualizar o *espectro do campo magnético* produzido pela corrente eléctrica rectilínea. Também se obtém uma ilustração do campo magnético ao espalhar-se a limalha de ferro sobre uma folha de papel atravessada verticalmente por um fio rectilíneo no qual circula uma corrente eléctrica.

O sentido das linhas de campo magnético pode ser determinado pela regra da mão direita, tal como se explica na figura 32.

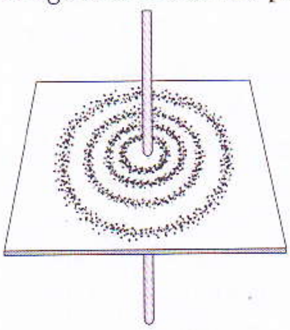


Figura 31: O alinhamento da limalha de ferro em torno de um condutor rectilíneo de corrente eléctrica.

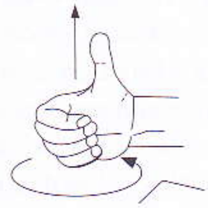


Figura 32: Regra da mão direita. O dedo polegar indica o sentido da corrente eléctrica e a mão recurvada o sentido das linhas do campo magnético.

8.4 Campo magnético originado por uma corrente circular

Pouco tempo depois da descoberta de Oersted, em 1820, Schweigger descobriu uma maneira de aumentar o efeito magnético produzido pela corrente. Conseguiu-o dobrando um fio, que, quando percorrido pela corrente, aumentava a intensidade do campo magnético. O efeito ficou conhecido como Multiplicador de Schweigger.

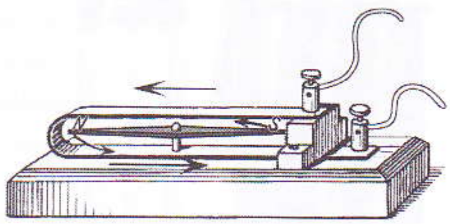


Figura 33: Multiplicador de Schweigger. Composto por um condutor curvado na forma de U, no interior do qual foi colocada uma agulha magnética.

A intensidade do campo magnético aumenta, pois cada parte do condutor produz parte do campo. Assim, a parte superior produz um campo que resulta da actuação de muitas espiras de uma bobina.

O efeito multiplicador pode ser observado com uma simples bobina de 100 espiras, através da qual pode obter-se uma boa imagem do campo magnético circular.

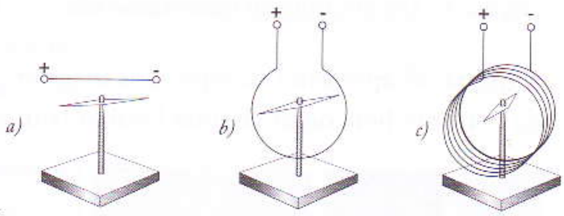


Figura 34: Da experiência de Oersted (a) ao efeito do aumento da indução magnética através de espiras (b/c).

A vantagem da bobina reside no facto de, ao dobrar-se um fio condutor de modo a formarem-se várias espiras e fazendo circular uma corrente, se obter um reforço da indução magnética.

A intensidade do campo magnético aumenta substancialmente.

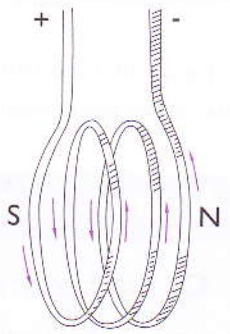


Figura 35: Numa bobina dá-se o aumento da intensidade da indução magnética através do aumento do número de espiras quando percorridas pela corrente eléctrica.

> Um fio condutor com várias espiras é designado por bobina ou solenóide. Num solenóide o comprimento da bobina deve ser superior ao seu diâmetro. A intensidade da indução magnética de um solenóide é dada pela seguinte relação
> $B = \mu_0 \, N/\ell \, I$, sendo $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ N/A^2 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, I a intensidade da corrente eléctrica que atravessa o solenóide, N o número de espiras e ℓ o comprimento da bobina.

Do exposto podemos verificar que:

- no caso de uma espira circular, as linhas de campo são linhas curvas fechadas em torno da espira percorrida pela corrente, num plano perpendicular à espira;
- no caso do solenóide, as linhas de campo são praticamente paralelas no seu interior, curvando-se no exterior; o campo magnético é uniforme;
- em qualquer dos casos, o sentido das linhas de campo magnético pode ser dado pela regra da mão direita.

Colocando-se um núcleo de ferro no espaço interno da bobina, aumenta-se quase mil vezes a intensidade da indução magnética.

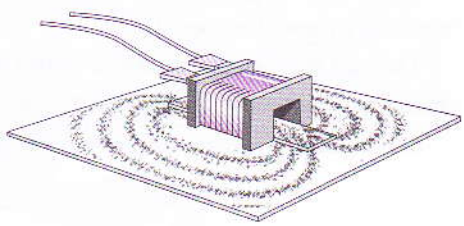


Figura 36: Espectro magnético de uma bobina percorrida pela corrente eléctrica.

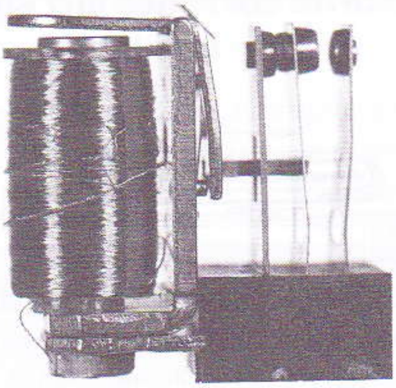


Figura 37: Um electroíman usado como relé.

Uma bobina de várias espiras com armadura de ferro no seu interior é denominada electroíman. A indução magnética $B = M_0 M_R \frac{NI}{l}$ sendo μ_r o coeficiente de permeabilidade magnética.

$[\mu_r] = 1\ H/m$

A figura 38 apresenta os espectros magnéticos produzidos por uma corrente rectilínea e por uma corrente helicoidal de uma bobina com várias espiras.

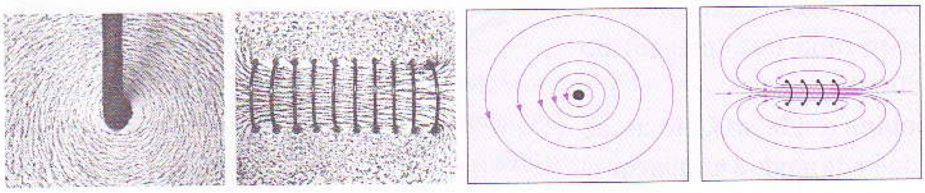


Figura 38: Espectros magnéticos produzidos por uma corrente rectilínea e por uma corrente helicoidal (corrente de uma bobina com várias espiras.)

Vamos experimentar...

Como fazer uma bobina

Agora vais aprender a técnica de produzir artificialmente o campo magnético com um solenóide ou bobina.

Para o efeito, precisas de um fio cuja parte externa esteja isolada e de um corpo cilíndrico qualquer (seja um tubo plástico ou PVC ou de cartolina dos rolos de papel higiénico). Precisas somente de enrolar o fio em torno do tubo de modo que as espiras do fio estejam muito próximas umas das outras mas não sobrepostas. Produz desta maneira cerca de 20 a 30 espiras. Liga as extremidades dos fios aos terminais de uma pilha de 1,5 V.

Com este dispositivo investiga o comportamento de materiais de ferro (sejam pregos, clipes, agulhas magnéticas, etc.).

Elabora um relatório dando conta dos fenómenos observados e discute os resultados com os teus colegas e com o professor.

8.5 Campo magnético uniforme

Um campo magnético uniforme é aquele que se estende por um espaço em que a direcção e o módulo sejam constantes.

É fácil produzir um campo eléctrico uniforme colocando duas placas carregadas expostas paralelamente (é o caso do condensador de placas paralelas). Um campo magnético aproximadamente uniforme pode ser produzido ao dobrar na forma de U uma longa barra magnética.

No espectro de um campo magnético uniforme, as linhas de campo são paralelas e equidistantes.

Pode considerar-se que o campo magnético no interior de um solenóide muito comprido seja praticamente uniforme.

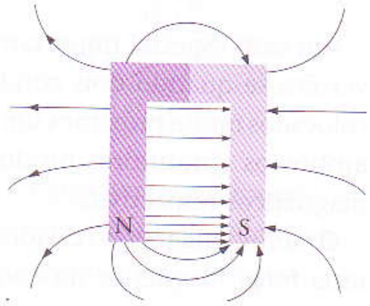


Figura 39: As linhas do campo magnético no interior do íman são praticamente equidistantes.

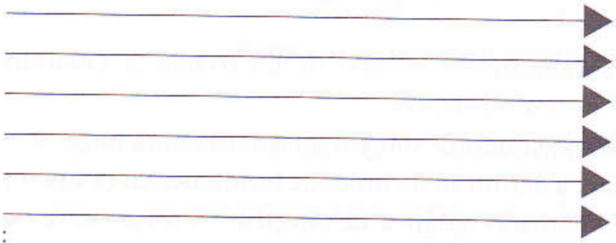


Figura 40: Campo magnético uniforme.

8.6 Acção de um campo magnético sobre cargas em movimento

O campo magnético, $\vec{B}$, também denominado densidade de campo magnético, num dado ponto do espaço, é definido em termos de força magnética, F, exercida sobre uma carga eléctrica, com carga, q, a deslocar-se a velocidade v.

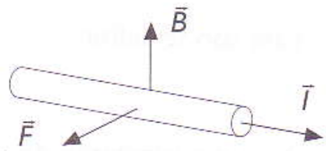


Figura 41: Relação entre F, I e B.

A força magnética exercida sobre a corrente num campo magnético chama-se força de Ampère (F_A).

A regra da mão direita aplica-se para determinar a relação entre a direcção do campo magnético, a direcção da corrente eléctrica e a direcção da força produzida sobre um condutor.

Figura 42: A regra da mão direita: o dedo polegar indica a causa (corrente eléctrica), o dedo indicador o meio (campo magnético) e os dedos recurvados o efeito (a força aplicada).

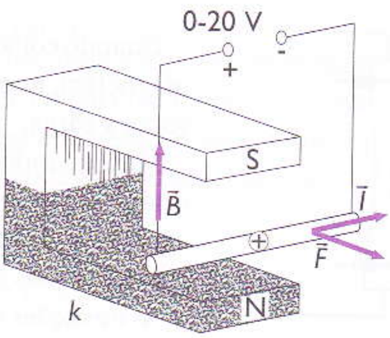


Figura 43: Um condutor situado num campo magnético de um íman quando percorrido pela corrente eléctrica experimenta uma força dada pela regra da mão direita.

8.7 Forças exercidas pelo campo magnético entre condutores de corrente eléctrica

Um caso especial importante da força de Ampère verifica-se quando dois condutores rectilíneos são colocados muito próximos um do outro, uma vez que ambos os condutores produzem os seus campos magnéticos respectivos.

O campo magnético criado pela corrente I_1 exerce uma força magnética no condutor percorrido pela intensidade da corrente I_2 e vice-versa.

A intensidade da força magnética exercida é dada pela expressão:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi r} l \cdot I_1 \cdot I_2$$

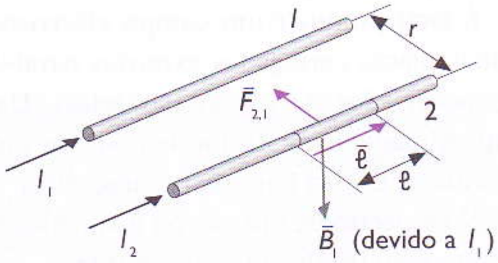


Figura 44: Campo magnético criado por duas correntes paralelas.

Quando o sentido da corrente eléctrica nos condutores é o mesmo, os fios atraem-se. Quando percorridos por correntes de sentidos opostos, os fios repelem-se.

A figura 44 mostra que l é o comprimento do fio condutor sobre o qual actua uma força.

Este arranjo experimental constitui a base para a definição da unidade fundamental (ampère) da corrente eléctrica. O dispositivo usado é chamado balança de Ampère. A força entre os condutores de corrente eléctrica é dada por mg. Medindo-se os comprimentos l e de separação r dos fios condutores, a corrente é dada por $\sqrt{\frac{mgr}{2 \times 10^{-7}\, l}}$.

Para isso se define

$$\mu_0 = \frac{4\pi \times 10^{-7}\ \text{N}}{\text{A}^2} = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{H/m}$$

como uma constante do campo magnético, sendo r a distância inicial de separação entre os condutores. Um ampère é a intensidade de corrente eléctrica que, percorrendo dois condutores rectilíneos, paralelos, de grande comprimento, separados por uma distância de 1 metro e situados no vácuo, produz em cada condutor uma força de 2×10^{-7} N por metro de condutor.

8.8 Força de Lorentz sobre uma carga eléctrica em movimento

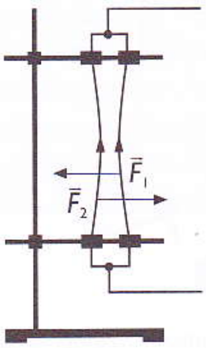


Figura 45: Força de Lorentz entre condutores de corrente eléctrica rectilínea.

Quando colocamos uma carga eléctrica em repouso num campo magnético, nenhuma força especial ou de interacção é observada sobre a carga.

Mas, quando uma carga eléctrica se movimenta numa região onde há um campo magnético, uma nova força é observada sobre a carga em adição àquelas resultantes das suas interacções gravitacionais e eléctricas.

As medições realizadas da força experimentada no mesmo ponto do campo magnético por diferentes cargas que se movem em diferentes direcções permitiram obter a relação:

$$F = qvB\,sen\ \alpha$$

sendo α o ângulo formado por v e B.

A força exercida por um campo magnético sobre uma carga em movimento é proporcional à carga eléctrica e à sua velocidade. A direcção da força é perpendicular ao plano definido por v, velocidade da carga, e B.

Aqui o vector B é o vector de indução magnética e pode variar de ponto a ponto num campo magnético, mas em cada ponto é verificado experimentalmente como sendo o mesmo para todas as cargas e velocidades.

Portanto, B descreve uma propriedade, que é característica do campo magnético, denominada *indução magnética* ou *densidade do fluxo do campo magnético*.

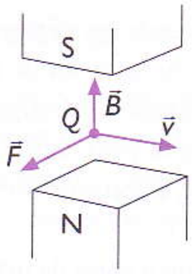


Figura 46: Uma carga eléctrica em movimento num campo magnético permanente produzido por ímanes.

Quando a partícula se move numa região onde coexista um campo eléctrico e um magnético, a força resultante é a soma da força eléctrica e da força magnética

$$F = qE + qvBsen\ \alpha.$$

Esta é a expressão completa da força de Lorentz.

8.8.1 Propriedades da equação da força de Lorentz

A força é perpendicular à velocidade e igualmente perpendicular ao campo.

A relação entre os três vectores $\vec{I}$, $\vec{B}$ e $\vec{F}$ é mostrada na figura 41 (página 149). O processo de determinação desta relação é chamado *regra de Maxwell* ou *regra da mão direita* ou *regra do parafuso*.

A intensidade da força (módulo) é calculada pela expressão:

$$F = qvBsen\ \alpha$$

A força máxima ocorre quando

$$\alpha = \frac{\pi}{2},$$

isto é, quando a velocidade é perpendicular ao campo:

$$F = qvB.$$

A força mínima (nula) ocorre quando a velocidade é paralela ao campo.

Podemos usar a expressão $F = qvB$ para definir a unidade da *indução magnética* (B).

Um tesla corresponde ao campo magnético que produz uma força de um newton sobre uma carga de um coulomb movendo-se perpendicularmente ao campo com a velocidade de um metro por segundo:

$$1[T] = \frac{1[N]}{[C]\ [m/s]}$$

Vimos que a força magnética, $\vec{F}$, que actua sobre uma carga eléctrica móvel, num campo magnético, é sempre perpendicular à velocidade $\vec{v}$ da partícula. Por isso, o trabalho realizado pela força magnética é zero. Portanto, um campo magnético estático altera a direcção da velocidade, mas não o valor da velocidade nem da energia cinética da partícula, pois se:

$$W_{Fm} = 0 \rightarrow W_{Fext} = 0$$

e como

$$W_{Fext} = \Delta E_c \text{ resulta } \Delta E_c = 0 \rightarrow E_c = const. \rightarrow v = const.$$

ao considerarmos

$$W_{Fm} = W_{Fext}$$

estamos a admitir que não existem campos eléctricos ou gravitacionais na região onde a partícula com carga se encontra.

Já aprendeste, certamente, como resolver o cálculo da força quando as cargas eléctricas se movem no interior de um condutor. Um raciocínio interessante neste caso seria o de, ao invés de se considerar a carga eléctrica, tomar-se em consideração a intensidade da corrente eléctrica I que passa pelo condutor de comprimento ℓ.

Assim, a força de Lorentz poderia ser definida pela seguinte expressão:

$$F = I\,\ell\,B sen\alpha$$

aplicando a regra da mão direita para determinar a relação entre a direcção do campo magnético e a direcção da corrente eléctrica na determinação da força. Repara que ampliamos o conhecimento da Física ao introduzir o produto vectorial $l \times \vec{B}$ ao invés da equação $F = \vec{I}\, l\vec{B}$ aprendida anteriormente.

Exercício resolvido

1. Sob que condições um feixe de iões positivos experimenta uma força de desvio no campo magnético uniforme?
   1.1 Qual é o valor dessa força?

Solução:

O feixe não deve percorrer um caminho paralelo às linhas do campo. Por definição, essa força corresponde à força de Lorentz dada pelo produto da carga dos iões, velocidade e intensidade do campo magnético, vezes o seno do ângulo entre a velocidade e o campo magnético.

Exercícios não resolvidos

1. Electrões acelerados com uma tensão de 150 V atravessam perpendicularmente um campo magnético de 0,85 T, descrevendo uma trajectória circular de 48 mm de raio.
   1.1 Calcula a razão e/m (carga específica do electrão).
   1.2 Calcula a velocidade de emissão dos electrões.
   1.3 Calcula o tempo necessário para uma volta completa.

2. Uma partícula eléctrica de carga $q = 4 \cdot 10^{-6}$ C desloca-se com velocidade $2 \cdot 10^{2}$ m/s, formando um ângulo de 45° com um campo magnético uniforme de intensidade $16 \cdot 10^{4}$ T.
   2.1 Determina a força magnética que actua sobre a partícula.

3. Colocado no campo magnético de um íman, um fio percorrido por uma corrente sofre a acção de uma força magnética, em determinado sentido. Quais as alternativas possíveis para inverter o sentido dessa força?

4. Um fio condutor de 2 m de comprimento, percorrido por uma corrente eléctrica de 2 A encontra-se mergulhado numa região onde existe um campo magnético uniforme de 0,02 T.
   4.1 Determina a intensidade da força magnética a que está submetido este condutor, quando:
   a) o fio está colocado perpendicularmente ao campo magnético;
   b) o fio forma um ângulo de 30° com a direcção do campo magnético.

9. Fenómeno da indução electromagnética

Vamos abordar agora um fenómeno que ocupa um lugar cimeiro nas leis da Natureza: trata-se da indução electromagnética. São requisitos básicos para a compreensão desta unidade, conhecimentos sólidos sobre os campos eléctricos e magnéticos. No entanto, vamos agora considerar não apenas campos eléctricos e magnéticos estacionários, mas vamos ver que estes campos são dependentes do tempo.

Vamos iniciar a abordagem da indução electromagnética analisando os trabalhos científicos de experimentação realizados pelo cientista britânico Michael Faraday.

Trata-se assim de uma abordagem histórica. Serão introduzidos novos conceitos também, como é o caso do fluxo magnético, para explicar a natureza da indução electromagnética. Outra abordagem para explicar a natureza da indução electromagnética faz-se recorrendo à força de Lorentz. Possuis, portanto, quase todos os requisitos necessários para compreender este assunto complexo e assim será mais fácil formulares as leis que governam este fenómeno.

De um modo geral, deves realizar as experimentações sugeridas neste texto, com recurso a matérias de baixo custo (tubos de PVC, núcleos dos rolos de papel higiénico, electroímanes já usados das lâmpadas fluorescentes, garrafas plásticas, ímanes velhos dos altifalantes, ímanes dos aparelhos eléctricos, etc.).

9.1 História da descoberta da indução electromagnética

Podes associar o fenómeno da *indução electromagnética* ao fenómeno de produção de energia eléctrica no «dínamo» da bicicleta.

Historicamente, a descoberta do fenómeno da indução electromagnética deveu-se ao cientista inglês Michael Faraday.

Faraday começou a pesquisa na área da indução electromagnética, até então desconhecida, quando tinha 20 anos de idade, no século XIX. Ele usou dois circuitos (*A* e *B*) constituídos por fios paralelos (figura 47).

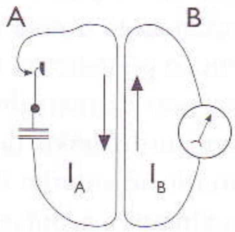


Figura 47: Dois circuitos muito próximos um do outro. Pode a corrente do primeiro circuito produzir corrente eléctrica no segundo circuito?

O circuito primário à esquerda (circuito A) era constituído por uma fonte de tensão (uma pilha) e um interruptor. O segundo circuito (B) era constituído simplesmente por um fio ligado a um instrumento de medição – galvanómetro – capaz de detectar a passagem da corrente eléctrica pelo fio.

Indução electromagnética: diz-se do fenómeno que leva à produção de uma f.e.m. num condutor devido à variação do fluxo magnético.

A questão para Faraday foi: como se pode influenciar a produção de uma corrente eléctrica no segundo circuito?

Este processo não foi nada simples e levou mais de dez anos. Mais tarde, a 29 de Agosto de 1831, Faraday descobriu que era possível «influenciar» a produção da corrente eléctrica no circuito secundário ligando e desligando o interruptor do circuito primário.

Faraday descobriu, mais tarde, o fenómeno da indução magnética, partindo de um outro pressuposto: a ideia de inverter a experiência de Oersted. O que significa isso?

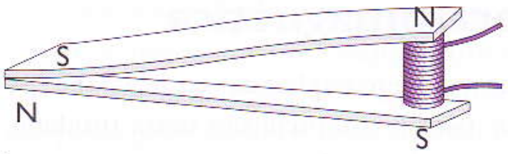


Figura 48: Indução electromagnética com barras de ímanes sobre um electroíman ligado a um voltímetro.

Quando se liga e desliga a corrente que atravessa um condutor disposto nas proximidades de uma agulha magnética, ela sofre um desvio da sua posição inicial. O que significa então a inversão desta experiência? A resposta a esta questão não foi automática como pode parecer para qualquer estudante. A figura 48 mostra uma cópia do desenho feito por Faraday para demonstrar a produção da «electricidade» usando duas barras de ímanes que repousam sobre um electroíman (bobina contendo um núcleo de ferro).

Vamos designar o fenómeno por *indução electromagnética de movimento* quando esta ocorre devido ao movimento de ímanes nas proximidades de uma bobina, e vamos chamar o fenómeno por *indução electromagnética de repouso* quando este fenómeno é devido à variação da corrente numa bobina primária nas proximidades de uma bobina secundária (figura 49).

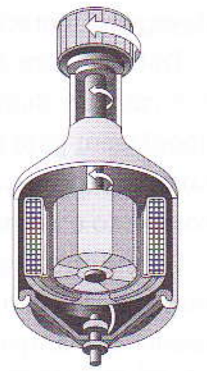


Figura 49: Esquema de um dínamo de bicicleta.

Vamos seguir o método histórico trilhado por Michael Faraday na descoberta e explicação do efeito da indução, usando o conceito de linhas de campo. Vejamos os principais resultados da experiência de indução electromagnética de movimento usando ímanes e bobinas.

Todas a figuras aqui apresentadas ilustram os seguintes casos:

1. Com um íman parado não se verifica nenhum desvio da agulha magnética. O ponteiro permanece em repouso.
2. Aproximando o pólo norte de um íman para dentro da espira na direcção do centro da bobina o ponteiro do voltímetro mostra um desvio temporário.
3. Retirando o íman de dentro da bobina verifica-se novamente o desvio do ponteiro, mas agora no sentido contrário ao anterior (figura 50).
4. Aproximando agora o pólo sul do mesmo íman perto e na direcção do centro da espira da bobina o ponteiro do galvanómetro mostra um desvio temporário num sentido contrário ao desvio produzido com o pólo norte (figura 50).

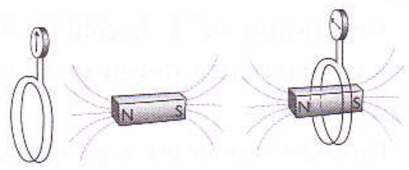


Figura 50: Situação referida nos pontos 1 e 2.

5. Mais uma vez, enquanto o íman estiver parado não se verifica nenhum desvio do ponteiro. O ponteiro permanece em repouso.
6. Retirando o íman de dentro da bobina verifica-se novamente o desvio do ponteiro, mas agora no sentido contrário ao anterior.
7. Aumentando o número de espiras da bobina (N = 4) verifica-se que o desvio também é mais acentuado. O valor indicado pelo ponteiro é cada vez maior (figura 51).
8. Tomando dois ímanes sobrepostos em vez de um, o desvio do ponteiro é mais acentuado.
9. Todos os resultados anteriores se repetem quando, ao invés de se mover o íman, a bobina ligada ao instrumento de medição for movimentada enquanto o íman permanece em repouso.

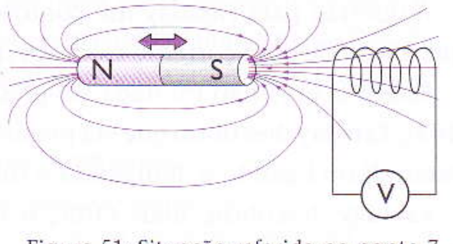


Figura 51: Situação referida no ponto 7.

10. Substituindo o íman por uma bobina de algumas espiras percorrida por uma corrente eléctrica obtêm-se os mesmos resultados (de 1 a 8) ao aproximar ou ao afastar-se a bobina.
11. Agora podes realizar a experiência mantendo as duas bobinas em repouso, mas ligando e desligando uma das bobinas. Anota também todos os resultados que obtiveres.
12. Se for possível trazer a bobina ligada ao galvanómetro para dentro de um campo magnético uniforme e fazê-la girar por um ângulo de 180 graus obtém-se um efeito nítido de desvio do ponteiro. O desvio do ponteiro dá-se numa outra direcção sempre que a rotação for realizada num outro sentido contrário.
13. O movimento da bobina ao longo da direcção das linhas de campo (paralelamente ao campo B) não produz nenhum desvio do ponteiro.
14. Quando se leva a espira a atravessar perpendicularmente as linhas de campo (portanto perpendicularmente ao campo B), dá-se o desvio à entrada num determinado sentido; à saída da espira do campo magnético, o desvio dá-se num outro sentido.
15. O desvio do ponteiro significa que alguma carga eléctrica é transportada pelo fio condutor.
16. O desvio do ponteiro indica quase sempre um mesmo valor, desde que o deslocamento do íman seja cuidadosamente realizado sob as mesmas condições.
17. Tanto o íman como a bobina percorrida pela corrente eléctrica possuem um campo magnético representado pelas linhas de campo.
18. Quando o ponteiro se desloca numa outra direcção, isso significa que a carga eléctrica é transportada no sentido contrário.
19. Quando o ponteiro permanece em repouso isso significa que não ocorre nenhum transporte de cargas eléctricas.

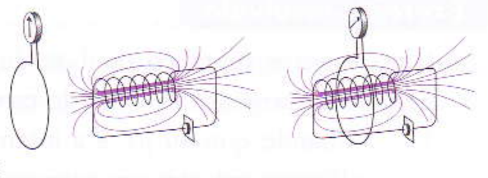


Figura 52: Situação referida nos pontos 10 e 11.

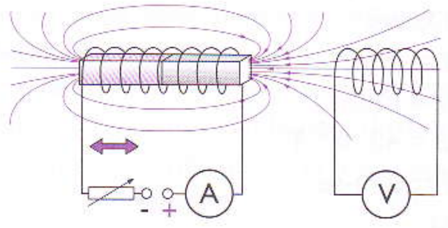


Figura 53: Situação referida no ponto 12.

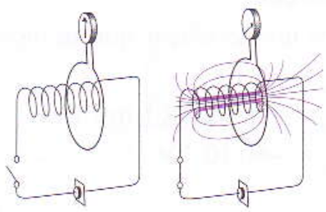


Figura 54: Situação referida no ponto 12 em que o campo magnético é criado pela bobina percorrida pela corrente eléctrica.

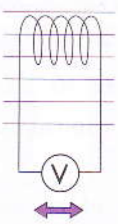


Figura 55: Movimento de uma bobina no interior de um campo magnético uniforme.

Assim sendo, vamos passar a distinguir o fenómeno de *indução electromagnética por movimento*, que ocorre devido ao movimento de ímanes nas proximidades de uma bobina, e o fenómeno de *indução electromagnética de repouso*, que é devido à variação da corrente numa bobina primária nas proximidades de uma bobina secundária, envolvendo a variação do campo magnético.

Na indução electromagnética por movimento é induzida uma tensão eléctrica, definida por

$$U_{\text{ind}} = -\ell \cdot B \cdot v$$

$$\text{SI: } [U_{\text{ind}}] = [\text{m}] \cdot [\text{T}] \cdot [\frac{\text{m}}{\text{s}}] = [\text{m}] \cdot [\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}] \cdot [\frac{\text{m}}{\text{s}}] \equiv \text{V}$$

de acordo com a Lei de Faraday, como veremos no próximo ponto.

Exercício resolvido

1. Um condutor metálico de 1 m de comprimento é movido com a velocidade de 1 m/s perpendicularmente às linhas do campo magnético da Terra.

   1.1 Sabendo que 40 μT é a intensidade do campo magnético, calcula o valor da tensão eléctrica induzida nos terminais do condutor.

Resolução:

Dados:

$l = 1$ m

$v = 1$ m/s

$B = 40 \cdot 10^{-6}$ T

Procura-se:

U_{ind}

Solução:

Para um condutor que se move com velocidade perpendicular ao campo magnético vale:

$U_{ind} = -B \cdot l \cdot v$

$U_{ind} = -40 \cdot 10^{-6} R \cdot 1\ \text{m} \cdot 1\ \text{m/s}$

$U_{ind} = -40 \cdot 10^{-6}$ V

Resposta:

Nos terminais do condutor é induzida uma tensão eléctrica (voltagem) de 40 μV.

Exercícios não resolvidos

1. No interior de um solenóide de comprimento 0,16 m, regista-se um campo magnético de intensidade $5\pi \cdot 10^{-4}$ T, quando ele é percorrido por uma corrente de 8 A.

   1.1 Quantas espiras tem esse solenóide? (Adoptando $\mu 0 = 4 \cdot 10^{-7}$ T·m/A.)

2. A corrente eléctrica induzida numa espira circular será (assinala com X a resposta correcta):

   a) nula, quando o fluxo magnético que atravessa a espira for constante. ☐

   b) inversamente proporcional à variação do fluxo magnético com o tempo. ☐

   c) no mesmo sentido da variação do fluxo magnético. ☐

   d) tanto maior quanto maior for a resistência da espira. ☐

   e) sempre a mesma, qualquer que seja a resistência da espira. ☐

9.2 Lei de Faraday

Também chamada Lei da Indução Magnética, esta lei, elaborada a partir de contribuições de Michael Faraday, Franz Ernst Neumann e Heinrich Lenz, entre 1831 e 1845, quantifica a indução electromagnética.

9.2.1 Fluxo magnético

Em determinadas condições ao movimentar-se o íman, ao girar uma bobina, ao ligar-se ou desligar-se a corrente, dá-se uma variação do fluxo magnético.

Esta grandeza, chamada *fluxo magnético*, não havia sido definida na altura em que Faraday descobriu o fenómeno. Todavia a explicação dada por Faraday continua válida para ilustrar o aspecto fundamental das regularidades envolvidas no fenómeno, conforme viria a afirmar o cientista inglês, James Maxwell, quando formulou a equação da indução electromagnética.

Quando se trata de calcular o fluxo através de uma bobina com várias espiras temos de considerar *N* espiras e multiplicar por *N* a expressão para a determinação do fluxo através de uma única espira. Assim, o fluxo magnético numa bobina é dado por:

$$\Phi_{mag} = N\,B\,A\cos\alpha.$$

Como *fluxo magnético* define-se uma grandeza dada pelo produto da indução magnética pela área. O fluxo magnético é caracterizado pela quantidade de linhas de campo atravessando uma determinada área de secção

$$\Phi_{mag} = A \cdot B\cos\alpha,$$

em que α é o ângulo entre a normal à área de secção e a direcção do campo magnético. Se o campo magnético atravessa perpendicularmente a área de secção, então a equação do fluxo simplifica-se para

$$\Phi_{mag} = A \cdot B.$$

O fluxo magnético é tanto maior quanto maior for a indução magnética e quanto maior for a área de secção atravessada pelo campo magnético.

A unidade do fluxo é o *Weber* definido como

$$\Phi = [B]\cdot[A] = \mathrm{Wb} = 1\ \mathrm{V \cdot A} = 1\ \mathrm{T \cdot m^2}.$$

Portanto, à custa da variação do fluxo magnético, podemos albergar ambos os tipos de indução num único fenómeno. A esta possibilidade chamamos Lei da Indução Magnética, embora ela se refira a dois princípios diferentes. Portanto, a Lei de Faraday para a indução electromagnética é formulada em termos de variação do fluxo magnético da seguinte forma:

$$V_{ind} = \frac{-N\,\Delta\Phi_{mag}}{\Delta t}$$

Lei de Faraday (Lei da Indução Electromagnética).

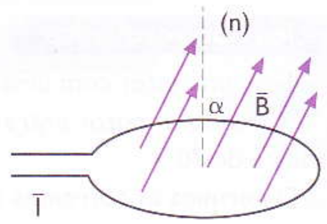


Figura 56: Campo magnético que atravessa uma dada secção definida pela área da espira.

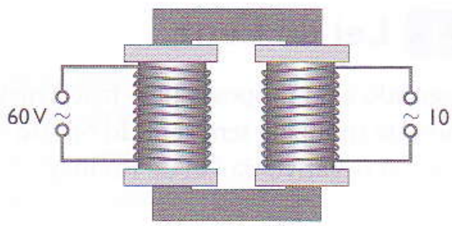


Figura 57: Indução electromagnética por variação do campo magnético. Princípio do funcionamento do transformador.

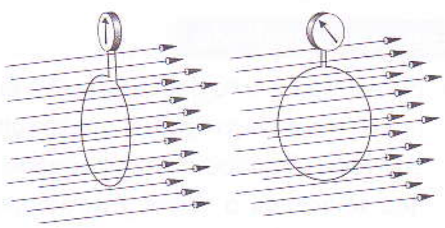


Figura 58: Indução electromagnética por variação da configuração do condutor. Princípio de funcionamento do gerador.

A variação do fluxo magnético no fenómeno da *indução electromagnética* pode ser devida:

a) à variação do campo magnético (princípio de funcionamento do *transformador*);

b) à alteração da configuração do condutor em relação ao campo magnético constante (princípio de funcionamento do *gerador*).

Exercício resolvido

1. Uma bobina de 200 espiras quadradas, tem uma resistência de 2 Ω. Cada espira com 18 cm de lado, encontra-se mergulhada num campo magnético uniforme perpendicular ao plano das espiras. Se o campo magnético variar linearmente de 0 a 0,5 T em 0,8 s, qual será a magnitude da força electromotriz induzida na bobina?

Resolução

$A = l^2 = (0{,}18\ \text{m})^2 = 0{,}0324\ \text{m}^2$

$t = 0\ \text{s} \Rightarrow \Phi_m = 0$

$t = 0{,}8\ \text{s} \Rightarrow \Phi_m = BA = 0{,}5\ \text{T} \times 0{,}0324\ \text{m}^2 = 0{,}0162\ \text{T m}^2$

$\varepsilon = N \times \dfrac{\Delta\Phi_m}{\Delta t} = 200 \times 0{,}0162\ \text{T m}^2/0{,}8\ \text{s} = 4{,}1\ \text{T m}^2/\text{s}$

Exercícios não resolvidos

1. Considera um motor com uma resistência de 10 Ω na bobina, alimentado por uma tensão de 120 V. Quando o motor entra na sua velocidade de rotação máxima, a força electromotriz induzida é de 70 V.

   1.1 Determina as correntes nas bobinas:

   a) quando o motor está ligado;

   b) quando o motor alcança a sua velocidade máxima de rotação.

9.3 Lei de Lenz

Segundo a lei proposta pelo físico russo, Heinrich Lenz, a partir de resultados experimentais, a corrente induzida tem sentido oposto ao sentido da variação do campo magnético que a gera.

O sinal negativo da Lei de Faraday

$$V_{ind} = \frac{-N\,\Delta\Phi_{mag}}{\Delta t}$$

é uma consequência da Lei da Conservação da Energia e é explicado pela Lei de Lenz, que diz que tensões induzidas e correntes induzidas se opõem sempre às variações que as produziram.

A determinação do sentido da corrente induzida numa espira, quando um íman se move para o seu centro, pode ser feita por aplicação da regra da mão direita.

Exercício resolvido

1. Na estrada, perto dos semáforos, encontra-se escondida por baixo do pavimento uma bobina em forma de laço ligada a um circuito eléctrico alimentado por uma f.e.m. Quando um carro atravessa esta bobina, um pequeno impulso leva a que se acenda o verde. Este impulso é registado por um simples amperímetro que mostra a variação da corrente eléctrica.

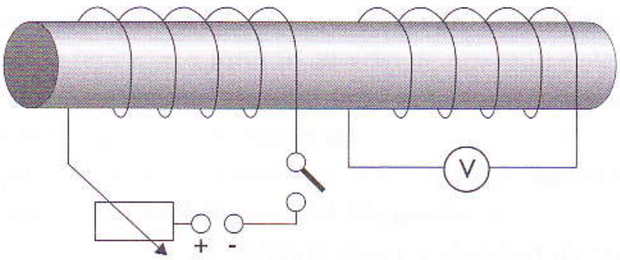
   1.1 Explica como surge a variação da corrente eléctrica no circuito.

Solução:

O circuito ilustrado na figura mostra uma bobina ligada a uma f.e.m. Assim, a bobina é percorrida por uma determinada intensidade de corrente eléctrica. A corrente eléctrica produz um campo magnético que atravessa perpendicularmente a própria bobina de laço. O ferro do carro actua de modo a aumentar a intensidade do campo magnético. Quando um carro (um condutor metálico) se aproxima, altera-se o campo magnético e dá-se uma auto-indução. Isso leva à variação da intensidade da corrente eléctrica, variação essa que é registada.

Exercícios não resolvidos

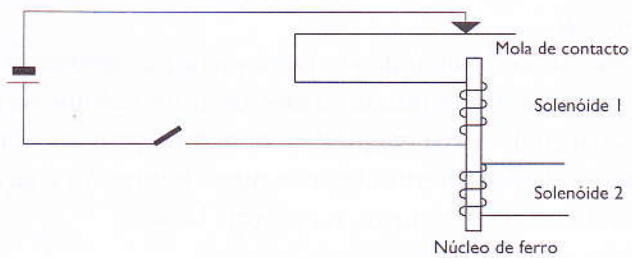
1. Na figura está representada uma experiência que mostra um núcleo de ferro. Sobre o núcleo encontram-se duas bobinas. A primeira é alimentada por uma f.e.m. e possui adicionalmente uma resistência variável (reóstato) no circuito. A segunda bobina está ligada simplesmente a um medidor de tensão (voltímetro).



1.1 Indica, justificando, qual das seguintes opções poderia produzir uma tensão induzida na segunda bobina:
   a) fechar e abrir o interruptor;
   b) mover o reóstato (varia a resistência);
   c) mover a primeira bobina repentinamente para a esquerda;
   d) mover a primeira bobina repentinamente para a direita;
   e) mover a segunda bobina repentinamente para a esquerda;
   f) mover a segunda bobina repentinamente para a direita.

2. A figura mostra um circuito eléctrico que alimenta com uma f.e.m. um electroíman. Uma mola de ferro muito delgada fecha o circuito. O segundo electroíman partilha o mesmo núcleo de ferro da primeira bobina.

2.1 Justifica o que deveria acontecer na segunda bobina ao ligar-se e desligar-se a chave (interruptor).



9.4 Indutância e auto-indutância

Uma corrente que percorre a espira produz um campo magnético B proporcional à própria corrente I. Assim sendo, a corrente eléctrica está associada a um fluxo que atravessa uma secção de área de uma espira definido pela seguinte relação:

$$\Phi = L \cdot I.$$

Definição de auto-indutância.

Nesta expressão, L é uma constante denominada *auto-indutância da bobina*. A auto-indutância depende da forma geométrica da bobina. A unidade da indutância no SI é o Henry, representado pelo símbolo H.

$$[L] = \frac{\Phi}{[I]}$$

$$1\ \text{H} = 1\ \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = 1\ \frac{\text{T}\cdot\text{m}^2}{\text{A}}.$$

No caso de tratar-se de uma bobina, a auto-indutância pode ser calculada directamente: o fluxo magnético de uma bobina de comprimento l e N espiras percorrido pela corrente é calculado pela expressão:

$$\Phi = \mu_0 N^2 I A/l.$$

Definindo

$$n = N/l.$$

podemos reescrever Φ como

$$\Phi = \mu_0 N^2 I A/l = \mu_0 n^2 I A\ l.$$

A constante de proporcionalidade é a auto-indutância

$$L = \frac{\Phi}{I} = \mu_0 N^2 A/l = \mu_0 n^2 A\ l.$$

É frequente que a indutância da bobina seja mais elevada quando se tem um núcleo de ferro. Assim temos de considerar, além da constante de permeabilidade no vácuo μ_0, a *permeabilidade no meio* μ_r.

Assim, a auto-indutância toma a seguinte forma

$$L = \frac{\Phi}{I} = \mu_r \mu_0 N^2 A/l.$$

Auto-indutância de uma bobina.

μ_0 é a permeabilidade no vácuo cuja unidade no SI é $[\mu_0] = N/A^2$.

Também pode ser expressa em *henry por metro:*

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{H/m}.$$

O valor de μ_r depende da intensidade do campo magnético

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

válida para o magnetismo na matéria. Assim, por exemplo, para um núcleo de ferro puro ou para materiais ferro-magnéticos, a permeabilidade chega a variar entre 60 a 7900, dependendo da intensidade do campo, H.

Lembrando que o fenómeno de *indução electromagnética de repouso* é devido à variação da corrente numa bobina primária nas proximidades de uma bobina secundária, isso envolve consequentemente a variação do fluxo magnético na bobina primária e na bobina secundária. Podes agora associar a variação da corrente eléctrica numa bobina à variação do fluxo magnético e consecutivamente à indução de uma f.e.m. na própria bobina.

Tendo em consideração a lei de Lenz podemos escrever

$$V_{\text{ind}} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{-L\ \Delta I}{\Delta t}.$$

Quando se usa um circuito contendo um electroíman da mais elevada indutância, o crescimento da corrente chega a durar alguns segundos. O momento em que se liga a corrente eléctrica significa a ocorrência de uma variação da corrente eléctrica de zero para um valor máximo. Ora, uma variação da corrente eléctrica é acompanhada pela produção de uma f.e.m.

Pela Lei de Lenz, a f.e.m. leva a que, no circuito da bobina, circule uma corrente eléctrica no sentido contrário ao do aumento da corrente eléctrica. Se uma lâmpada estiver ligada num circuito contendo um electroíman com elevado valor de auto-indutância, a lâmpada leva mais tempo a acender do que num circuito sem o electroíman.

Se tivermos um circuito no qual o electroíman esteja ligado paralelamente à resistência, quando se desliga a corrente, esta não cessa imediatamente quando se abre a chave, pois logo depois a corrente começa a diminuir e inicia a indução de uma tensão que procura, de acordo com a Lei de Lenz, aumentar a corrente e manter a f.e.m.

Uma importante aplicação do fenómeno da indução electromagnética é no funcionamento de um motor eléctrico.

Como funciona um motor eléctrico?

Assim como a agulha de uma bússola gira e se alinha com o campo magnético terrestre, ou dois ímanes se atraem ou se repelem, a rotação do eixo de um motor eléctrico é o resultado da interacção entre o rotor, que corresponde à agulha da bússola, e um campo magnético semelhante ao campo magnético terrestre, que é estabelecido no interior do motor. A força motriz resultante (aquela que faz com que o motor gire) depende directamente da intensidade deste campo magnético: quanto mais forte o campo, maior é a capacidade de produção de força motriz.

Vamos experimentar...

Podes verificar o funcionamento de um motor usando equipamento simples. Vê na Internet como proceder consultando a ligação http://www.youtube.com/watch?v=Mdc4D8idxEs.

Materiais:

- Dois clipes;
- Uma pilha de 1,5 V;
- 1 m de fio de cobre esmaltado;
- Um íman em barra.

Procedimento:

- Enrola o fio na pilha de forma a obter uma espira. Retira e envolve a espira com as pontas do fio, mas de forma a deixar uma ponta de cada lado.
- Raspa as pontas de forma a retirar o isolamento do fio.
- Abre os clipes e coloca-os um em cada pólo da pilha, presos com fita cola.
- Coloca a pilha com os clipes sobre a mesa de trabalho e suspende a espira preparada.
- Coloca o íman sobre os clipes encostado à pilha.
- Observa e discute com os teus colegas o observado tendo em conta o que estudaste sobre indução electromagnética.

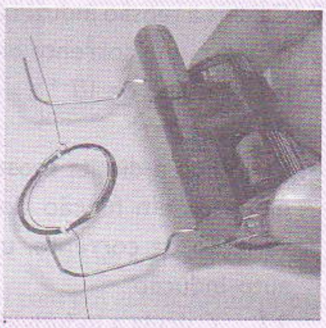


Figura 59: Construção resultante do procedimento.

Exercício resolvido

1. Uma espira quadrada de lado R = 20 cm é imersa num campo magnético uniforme de intensidade 2 T.

   1.1 Indica o fluxo de indução nessa espira em cada um dos seguintes casos:

   a) o plano da espira é paralelo às linhas de indução;

   b) o plano da espira é perpendicular às linhas de indução.

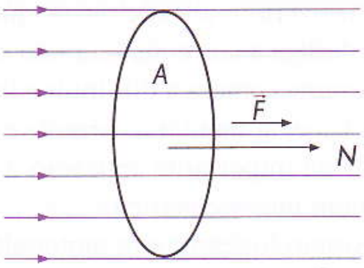
Proposta de resolução:

a) Neste caso, o ângulo formado pela normal à área da espira e a direcção do campo magnético é de 90°.

Assim, o fluxo magnético é dado pela expressão:

$$\Phi_{mag} = A \cdot B\cos\alpha$$

Temos que o fluxo é zero, uma vez que cos90° = 0.



b) Sendo o plano da espira perpendicular à direcção do campo magnético, o ângulo α formado pela normal à área da espira e a direcção do campo são de 0°. Assim o fluxo magnético é dado pela expressão:

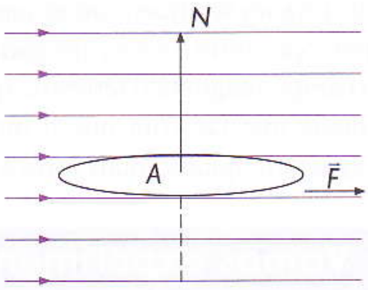
$$\Phi_{mag} = A \cdot B\cos 0°$$

$$\Phi_{mag} = A \cdot B$$

Sendo $A = 0{,}2^2 = 0{,}04\ m^2$:

$$\Phi_{mag} = A \cdot B$$

$$\Phi_{mag} = 2 \times 0{,}04 = 0{,}08\ Wb$$



Exercícios não resolvidos

1. Uma espira circular tem raio de 5,0 cm e 2,0 Ω de resistência. A espira está imersa num campo magnético uniforme de tal forma que o campo magnético é normal ao plano definido pela espira e aumenta à taxa de 0,20 tesla por segundo.

   1.1 Determina:

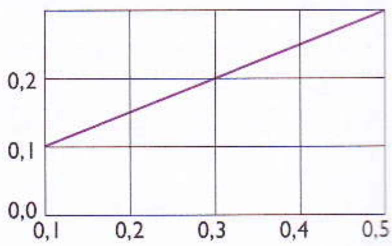
   a) a força electromotriz induzida nos bornes da espira;

   b) a intensidade da corrente que irá circular na espira caso se feche o circuito.

2. Calcula a tensão induzida por auto-indução ao desligar-se uma bobina de 0,2 H de indutividade, quando uma corrente eléctrica de 2 A diminui linearmente no intervalo de 10^{-4} s.

3. O gráfico à direita mostra o comportamento da corrente eléctrica em função do tempo numa bobina. Durante a variação da corrente, uma tensão de 1 V é induzida por auto-indução.

   3.1 Calcula a indutividade da bobina.



10. Transformador de corrente eléctrica

Geralmente, os telemóveis necessitam de energia eléctrica para o seu funcionamento. Na linguagem corrente fala-se de *carregar* o telemóvel quando se traz a energia eléctrica através de um dispositivo chamado transformador. O transformador é ligado a uma tomada de 230 V de *corrente alternada* e nos seus terminais de saída fornece uma tensão eléctrica de 12 V de corrente alternada. A tensão alternada é depois rectificada por meio de díodos semicondutores. É a tensão rectificada que carrega o telemóvel.

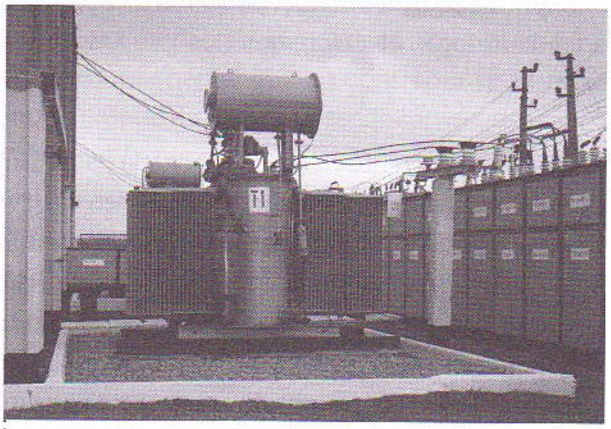


Figura 60: Central transformadora de tensão.

Os *transformadores* têm uma vasta aplicação na técnica. São muito empregues nas estações e nas subestações eléctricas. Os transformadores recentes empregues na técnica possuem já um rendimento superior a 95%. Nas estações e subestações eléctricas, realiza-se a conversão da tensão nas seguintes proporções:

- 380 kV → 110 kV
- 110 kV → 20 kV
- 20 kV → 230 kV

Transformador: dispositivo que permite a conversão da tensão ou da corrente alternada.

10.1 Constituição de um transformador

Um *transformador* é constituído por um núcleo de aço ou ferrito, em torno do qual se enrolam duas bobinas. As bobinas são chamadas também de enrolamentos. As bobinas possuem um diferente número de espiras. Considera-se *enrolamento primário*, aquela bobina que é ligada ao circuito de corrente alternada. O *enrolamento secundário* fica ligado ao receptor.

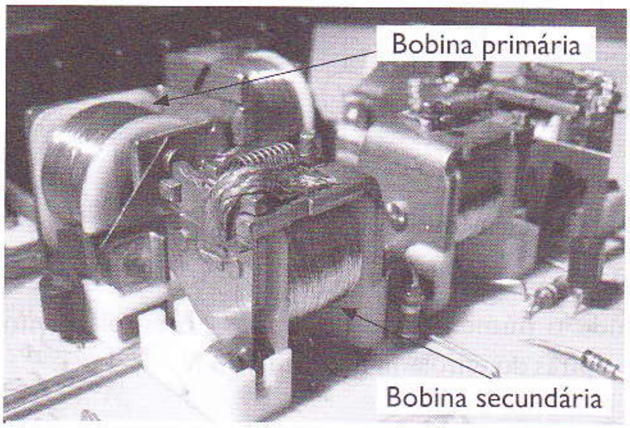


Figura 61: Um transformador com dois enrolamentos (bobina primária e bobina secundária).

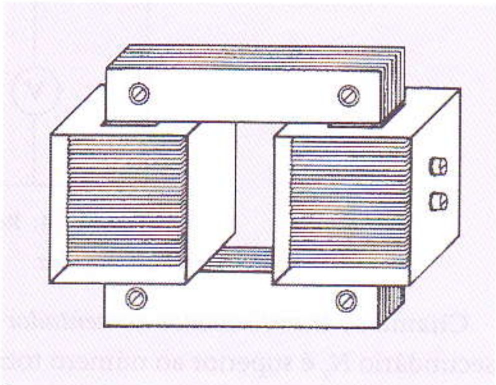


Figura 62: Desenho esquemático de um transformador com um enrolamento primário e secundário num núcleo de aço.

10.2 Funcionamento de um transformador

Explica-se o funcionamento do transformador usando a lei da indução electromagnética

$$V_{ind} = \frac{-N\,\Delta\Phi_{mag}}{\Delta t}.$$

Quando a corrente eléctrica alternada passa através da bobina primária, gera um fluxo magnético variável. Este fluxo atravessa completamente o interior do núcleo de aço. É este fluxo magnético variável que gera na bobina secundária uma f.e.m. induzida de igual grandeza.

Repara que, pelo facto de no enrolamento primário a corrente variar (corrente alternada), dá-se também a variação do fluxo magnético que gera uma tensão induzida ou f.e.m. induzida no enrolamento primário (V_{i1}); é esta que por sua vez gera uma f.e.m. induzida no enrolamento secundário (V_{i2}). Uma vez que a resistência do enrolamento primário é muito pequena, a queda de tensão será também pequena, ou seja, a tensão V_1 será ligeiramente superior à f.e.m.

Quando a queda de potencial nas extremidades não é muito grande, considera-se que ($V_{i1} \cong V_1$) e ($V_{i2} \cong V_2$) e por aproximação

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

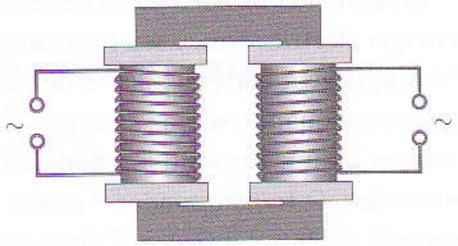


Figura 63: O enrolamento primário é alimentado com uma tensão alternada e dá-se a produção de uma tensão induzida (V_{i1}) no enrolamento primário que gera no enrolamento secundário e regista-se a tensão (V_{i2}).

Uma *f.e.m. de auto-indução* nos enrolamentos é directamente proporcional ao número total de espiras desses enrolamentos

$$\frac{V_{i1}}{V_{i2}} = \frac{N_1}{N_2}$$

A expressão anterior é válida quando o circuito associado ao enrolamento secundário se encontra interrompido.

Diz-se que o transformador se encontra num *regime em vazio*. Neste caso, circula no enrolamento primário uma corrente muito fraca denominada *corrente em vazio*.

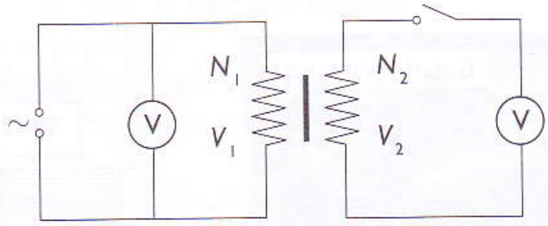


Figura 64: Representação esquemática de um transformador.

Chama-se *transformador-aumentador* quando o número total de espiras do enrolamento secundário N_2 é superior ao número total de espiras do enrolamento primário N_1.

Chama-se *transformador-redutor* quando N_2 é inferior a N_1.

A relação entre o número de espiras do enrolamento primário e do enrolamento secundário recebe a designação de *coeficiente de transformação n*.

10.3 Transformador num regime em carga

Diz-se que um transformador se encontra num regime em carga quando se fecha o circuito associado ao enrolamento secundário. Isso quer dizer que passa a circular uma corrente I_2 no enrolamento secundário. Esta também gera um fluxo magnético que irá contrapor-se ao fluxo produzido pelo enrolamento primário, enfraquecendo o próprio fluxo e diminuindo consecutivamente a f.e.m. induzida no enrolamento primário. A corrente I_1 que circula no enrolamento primário terá de aumentar para compensar o enfraquecimento do fluxo. Assim, nestas condições de aumento de I_1, o fluxo magnético total no interior do núcleo ficará com o mesmo valor.

Um vez que

$$\Phi = \frac{\mu_0 N^2 I A}{\ell} = \mu_0 n^2 \ell I A = \mu_0 N I A$$

é directamente proporcional ao número total das suas espiras e à intensidade de corrente, podemos por aproximação escrever que

> A intensidade de corrente nos enrolamentos é inversamente proporcional ao número total de espiras.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Se os ângulos de desfasamento diferirem pouco entre si [dado que a tensão alternada é dada por $V = V_{max} sen(wt + d)$], podemos dizer que a potência P_1 do enrolamento primário deve ser igual à potência do enrolamento secundário P_2, ou seja $I_1 \cdot V_1 = I_2 \cdot V_2$.

Exercício resolvido

1. Num transformador usado para soldar, geralmente é necessária uma corrente eléctrica de elevada intensidade, o que significa que o transformador funciona num regime em carga. O transformador desta natureza é alimentado com uma tensão de 230 V e o seu enrolamento primário possui um número total de espiras igual a 400 e o secundário 75.

   1.1 Calcula o valor da intensidade de corrente no enrolamento secundário considerando que a corrente no enrolamento primário é igual a 8 A.

Resolução:

Dados:

$N_1 = 400$

$N_2 = 75$

$V_1 = 230$ V

$I_1 = 8$ A

Procura-se:

I_2

Solução:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

logo:

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot N_1}{N_2}$$

$$I_2 = \frac{8\ \text{A} \cdot 400}{75}$$

$$I_2 = 43\ \text{A}$$

Vamos recordar...

Possibilidades de aplicação do transformador

Transformador

Num transformador dá-se a transformação da tensão e da corrente alternada devido à indução electromagnética que ocorre entre as bobinas primária e secundária localizadas num núcleo de aço fechado. A variação constante do fluxo gera uma f.e.m. induzida. Esta expressão

$$\left(\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}\right)$$

é válida quando o circuito associado ao enrolamento secundário se encontra interrompido. Diz-se que o transformador encontra-se num *regime em vazio*. Se o segundo enrolamento estiver ligado a um consumidor, circula no circuito secundário uma corrente eléctrica. A intensidade de corrente nos enrolamentos é inversamente proporcional ao número total de espiras

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Auto-indução

Quando a corrente eléctrica varia, gera-se uma f.e.m. induzida na própria bobina:

$$V_{ind} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\,\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Este fenómeno é chamado *auto-indução*. Devido à indução electromagnética, a intensidade de corrente numa bobina é menor no circuito de corrente alternada do que num circuito de corrente contínua. Na bobina verifica-se que à f.e.m. induzida e à corrente induzida opõem-se sempre as variações de corrente eléctrica que as produziram.

Aplicações técnicas de diferentes transformadores

Transformador-aumentador

$N_2 >> N_1 \rightarrow V_2$ *grande*

Bobina de chamada de um carro

12 V $\rightarrow$ 25 kV

Transformador do tubo de raios catódicos

230 V $\rightarrow$ 15 kV

Transformador-redutor

$N_2 << N_1 \rightarrow V_2$ *pequeno*

Transformador da campainha

230 V $\rightarrow$ 12 V : 6 V

Transformador de corrente eléctrica

Muitas aplicações técnicas requerem correntes muito altas

$N_2 << N_1 \rightarrow I_2$ *grande*

Transformador de soldadura = 500 A

Galvanoplastia electrolítica = 1000 A

Fornos de fundição eléctrica = 15 000 A

Soluções

Unidade 1

MRU (pp. 14–16)

1.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s (m)	–4	–4	2	5	8	11	14	17	20	23	26

2.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s (m)	28	24	20	16	12	8	4	0	–4	–8	–12

3. a) $s = -20 + 50\,t$
   b) t = 230 km da cidade A
   c) $t = 0{,}4$ h
   d) $t = 6{,}4$ h
4. a) $s = 80 - 40\,t$ (SI)
   b) –1120 m do ponto Q
   c) $t = 2$ s
   d) $s = 560$ m
5. $t = 60$ s, $d_A = 450$ m, $d_B = 1050$ m
6. $s = 200$ m
7. a) $sa = -7 + 30\,t$ e $s_B = 3 + 10\,t$
   b) $t = 0{,}5$ h
   c) $s = 8$ km
   d) $d_A = 15$ km e $d_B = 5$ km
8. $s = 5$ km
9. $s = 10 + 5\,t$ (SI), $s = 50 - 10\,t$ (SI)
10. $t = 15$ min
11. a) $t = 1{,}5$ s
    b) $s = 45$ m
12. a) $s = -42 - 12\,t$
    b) $s = -90$ m
    c) Não, porque parte da posição –42 m e faz o movimento no sentido negativo da trajectória.
13. $v_{som} = 340$ m/s
14. a) $x = 20$ m
    b) $x = 140$ m
    c) $x = 100$ m
15. a) $x_0 = 40$ m
    b) $x = 0$ m
    c) $\Delta x = 32$ m
    d) $t = 7{,}5$ s
    e) $t = 5$ s
    f) $x = 80$ m
16. a) $x_A = -6 + 8{,}33\,t$ (SI); $x_B = 4 + 2{,}78\,t$ (SI)
    b) $t = 1{,}8$ s
    c) $x = 9$ m
    d) $x_B = 6$ m
    e) $x = 70$ m
17. $x = 12$ km

17.1 $t = 3{,}6$ min

Saber mais (pp. 18–19)

1. $v_{méd} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

$v_{méd} = \dfrac{s_f - s_i}{t_f} - t_i$

$v_{méd} = \dfrac{(200 - 100)\text{ m}}{(80 - 50)\text{ s}}$

$v_{méd} = \dfrac{100}{30\text{ m/s}}$

$v_{méd} = 3.3$ m/s

2. Sidney 2000: $v_{méd} = 6{,}9$ m/s; Atlanta 1996: $v_{méd} = 6{,}8$ m/s; Paris 2003: $v_{méd} = 6{,}7$ m/s; Edmonton 2001: $v_{méd} = 6{,}8$ m/s; Estugarda 1993: $v_{méd} = 7{,}0$ m/s; Sevilha 1999: $v_{méd} = 6{,}9$ m/s; Atenas 1997: $v_{méd} = 6{,}8$ m/s
3. 1.º: $v_{méd} = 5{,}6$ m/s; 2.º: $v_{méd} = 5{,}6$ m/s; 3.º: $v_{méd} = 5{,}5$ m/s; 4.º: $v_{méd} = 5{,}5$ m/s; 5.º: $v_{méd} = 5{,}5$ m/s; 6.º: $v_{méd} = 5{,}4$ m/s; 7.º: $v_{méd} = 5{,}4$ m/s; 8.º: $v_{méd} = 5{,}4$ m/s; 9.º: $v_{méd} = 5{,}3$ m/s; 10.º: $v_{méd} = 5{,}3$ m/s

MRUV (pp. 25–26)

1.1 $v = 75$ m/s

2.1 $a = 13{,}9$ m/s²

3.1 $= 8{,}64$ m/s²

3.2 $x_1 = 259{,}3$ m; $x_2 = 15\,555{,}6$ m; $x_3 = 1\,400\,000$ m

4. a) $V_0 = 20$ m/s; $a = 4$ m/s²
   b) $v_4 = 36$ m/s
   c) $t = 0$ s

5.1 $a = 4$ m/s²

5.2 $v = 20 + 4\,t$

5.3 $v = 100$ m/s

6.1 $a_A = 3{,}7$ m/s²; $a_B = 5{,}56$ m/s²

6.2 14,84 m

Queda livre (p. 32)

1. Proposta de resolução:

1.1 $s = \frac{1}{2}gt^2$

$s = \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times 4^2$

$s = 78{,}5$ m

1.2 $v = g{\cdot}t$

$v = 9{,}81\text{ m/s}^2{\cdot}4\text{ s}$

$v = 39{,}2$ m/s

$v = 141{,}3$ km/h

1.3 A metade do percurso: 39,3 m

$s = \frac{g}{2 \cdot t^2}$

$t_{\frac{1}{2}} = \sqrt{2\frac{s}{g}}$

$t_{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2 \times 39{,}3\ \text{m}}{9{,}81\ \text{m/s}^2}}$

$t_{\frac{1}{2}} = 2{,}83\ \text{s}$

1.4 O tempo para os primeiros 58 m:

$t_{58} = \sqrt{2\frac{s}{g}}$

$t_{58} = \sqrt{\frac{2 \times 58\ \text{m}}{9{,}81\ \text{m/s}^2}}$

$t_{58} = 3{,}44\ \text{s}$

Este tempo é reduzido do tempo total:

$t_{20} = t - t_{58}$

$t_{20} = t - t_{58}$

$t_{20} = 4\ \text{s} - 3{,}44\ \text{s}$

$t_{20} = 0{,}56\ \text{s}$

1.5 Ao tempo de queda junta-se o tempo de que o som necessita para chegar ao cimo da torre.

$t_g = t + \frac{s}{v_s}$

$t_g = 4\ \text{s} + \frac{78{,}5\ \text{m}}{320\ \text{m/s}}$

$t_g = 4{,}25\ \text{s}$

2.1 Dados:

$v_s = 330\ \text{m/s}$

$t = 3\ \text{s}$

Procura-se: s

Solução:

Tanto o som como a pedra em queda se deslocam para baixo. O som realiza um MRU, enquanto a pedra MRUV. O tempo total obtém-se pela soma dos dois tempos:

$t_{total} = t_1 + t_2$

As distâncias percorridas em ambos os movimentos são iguais e correspondem à profundidade do poço:

$s = s_1 = s_2$

Podemos calcular essas distâncias com base nas equações horárias de cada movimento.

Para a queda livre:

$s_1 = \frac{gt_1^2}{2}$

para o som:

$s_2 = v_s \cdot t_2$

Ambas as distâncias são iguais. Assim:

$\frac{gt_1^2}{2} = v_s \cdot t_2$

Esta equação não pode ser resolvida pelo facto de possuir duas incógnitas. Mas, substituindo uma das incógnitas pela equação do tempo total, tem-se que:

$t_2 = t_T - t_1$

Assim, temos:

$\frac{gt_1^2}{2} = v_s(t_{ges} - t_1)$

$\frac{gt_1^2}{2} = v_s \cdot t_{ges} - v_s \cdot t_1$

A única incógnita é agora o tempo da queda livre:

$\frac{g}{2 \cdot t_1^2} = v_s \cdot t_{ges} - v_s \cdot t_1$

$0 = \frac{-gt_1^2}{2} + v_s \cdot t_{ges} - v_s \cdot t_1$

$0 = t_1^2 + \frac{2 \cdot v_s}{g \cdot t_1} - 2 \cdot v_s \cdot \frac{t_{ges}}{g}$

Resolve-se normalmente como uma equação quadrática:

$t_1 = \frac{-v_s}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_s}{g}\right)^2 + 2 \cdot v_s \cdot \frac{t_{ges}}{g}}$

$t_1 = -\frac{330\ \text{m/s}}{9{,}81\ \text{m/s}^2} \pm \sqrt{\frac{330^2\ \text{m}^2/\text{s}^2}{9{,}81^2\ \text{m}^2/\text{s}^4} + \frac{2 \cdot 330\ \text{m/s} \cdot 3\ \text{s}}{9{,}81\ \text{m/s}^2}}$

$t_1 = -33{,}639\ \text{s} \pm \sqrt{1131{,}59\ \text{s}^2 + 201{,}835\ \text{s}^2}$

$t_1 = -33{,}639\ \text{s} \pm 36{,}516\ \text{s}$

$t_{11} = 2{,}877\ \text{s}$

$t_{12} = -70{,}155\ \text{s}$

O valor negativo não tem sentido para a solução. Assim, a pedra cai no tempo de 2,877 s. Portanto, só restam 0,123 s para a distância para cima.

Se tudo estiver certo, as distâncias calculadas deveriam ser iguais:

$s_1 = \frac{gt_1^2}{2}$

$s_1 = \frac{9{,}81\ \text{m/s}^2}{2} \times 2{,}877^2\ \text{s}^2$

$s_1 = 40{,}6\ \text{m}$

$s_2 = v_s \cdot t_2$

$s_2 = 330\ \text{m/s} \cdot 0{,}123\ \text{s}$

$s_2 = 40{,}6\ \text{m}$

Resposta:

A profundidade do poço é de 40,6 m.

2.2 Desprezando o percurso do som, teríamos de aplicar directamente a equação do deslocamento do MRUV:

$$s_1 = \frac{gt_1^2}{2}$$

$$s_1 = \frac{9{,}81\ \text{m/s}^2}{2} \times 3^2\ \text{s}^2$$

$$s_1 = 44{,}1\ \text{m}$$

Se o erro sistemático for na ordem de 0,3 s, então não é tão necessário realizarem-se cálculos exactos com equações quadráticas, pois a determinação do som tem uma mesma ordem de grandeza de erro.

Movimento circular (p. 43)

1. a) $\omega = 1 - 1{,}11 \times 10^{-3}\ rad\ \text{s}^{-1}$
   b) $v = 2{,}8 \times 10^3\ \text{ms}^{-1}$
   c) $a_c = 3{,}113\ \text{ms}^{-2}$

2.1 $f = 0{,}34$ Hz

2.2 $v = 3\ \text{ms}^{-1}$

3.1 $a_c = 8\ \text{ms}^{-2}$

4. a) $\omega = 20\pi\ rad\ \text{s}^{-1}$ e $a_c = 7{,}9 \times 10^2\ \text{ms}^{-2}$
   b) $\frac{a_c}{g} = 8 \times 10$

Condição de equilíbrio e rotação (pp. 48–49)

1. $M = Fh$ se $F_1 = F_2$, $M_1 = M_2$ se a distância de actuação for igual.

3. $F_1 L_1 = F_2 L_2 \Leftrightarrow L_1 = 2L_2$

4.1 Figura A $M = F$

Figura B $M = \frac{FL}{4}$

Saber mais (p. 55)

1. $v = 2{,}56$ m/s
2. $F_x = 5{,}44$ N e $F_y = 2{,}54$ N

Leis de Newton (p. 61)

1. Pressupostos: Fios do mesmo material, de massa desprezável, bem como o anel.

   T – tensão máxima suportada pelo fio; F – força do puxão; P – peso do bloco. $T>P$

   Situação 1: $F<T$ e $F + P<T$ – nenhum fio se parte

   Situação 2: $F<P$ e $F + P>T$ – parte-se o fio de cima

   Situação 3: $F>T$ —> $F + P>T$ – partem-se os dois fios

   Em nenhuma circunstância o fio de baixo se parte isoladamente.

   A resposta correcta é a a).

2. $F = 600$ N

Unidade 2

Trabalho mecânico (p. 69)

1.1 a) $W_F = Fd\cos\alpha = 37{,}59$ J
   b) sendo $\mu = 0{,}46$, $W_{Fa} = \mu.\cos 180° \cdot d$ N $= -90{,}25$ J
   c) $W_T = W_F + W_{Fa} = 37{,}59 - 90{,}52 = 52{,}66$ J

Trabalho mecânico no movimento circular (p. 74)

1.1 $E_c = 576$ J

1.2 $W = -576$ J

1.3 $F_m = 3200$ N

2. a) Os dois objectos cruzam-se no instante $t = 3{,}5$ s.
   b) Os dois objectos cruzam-se a 20 m do solo.

3.1 $E_c = 3{,}5 \times 10^5$ J.

3.2 $v = 135\ \text{km h}^{-1}$

Lei da Conservação da Energia Mecânica (p. 81)

1. Dados:

   $m = 1{,}3\ t$

   $\alpha = 4°$

   $t = 3$ s

   $a = 2{,}9\ \text{m/s}^2$

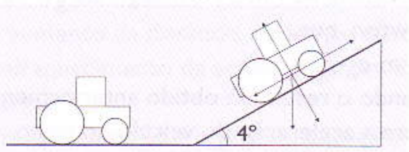
   Procura-se:

   W

   a_{pi}

   P_m

   Esquematização do problema:



1.1 a) No tempo $t = 3$ s o camião percorre a distância s e realiza o trabalho W.

   $W = F{\cdot}s{\cdot}$ Considerando que a força do motor $F = m{\cdot}a$ resulta que $W = m{\cdot}a{\cdot}s$. Sendo a = constante, temos um MRUV, $s = \frac{a}{2\,t^2}$ logo vale que $W = \frac{m{\cdot}a{\cdot}at^2}{2}$

   $W = 49$ kW $= 1.4 \times 10^{-2}$ kWh

   b) No tempo $t = 3$ s o camião percorre a distância no plano horizontal com a velocidade v.

   Assim pode calcular-se a potência do motor como sendo:

   $P = F{\cdot}v = F{\cdot}a{\cdot}t$

   $P = m{\cdot}a{\cdot}a{\cdot}t$

   $P = 33$ kW

   A potência desenvolvida pelo motor no plano horizontal é $p = 33$ kW.

c) A aceleração a_2 do veículo ao longo do plano inclinado deve ter em conta a equação da Segunda Lei de Newton. As forças que actuam no veículo ao longo do plano são a força do motor (força de tracção) e a força gravitacional F_g. A componente da força gravitacional F_{gx} opõe-se à força do motor. Assim,
$ma = F_m - F_{gx}$.
Nota que, nas condições do problema, o motor continua a exercer uma mesma força que no plano horizontal.
$F_m = ma_m$
Pelo esboço da figura, a componente da força gravitacional é:
$F_{gx} = m.g.sen\alpha$.
A equação do movimento toma a forma seguinte: $ma = ma_m - m \cdot g\ sen\alpha$
Podemos assim calcular a aceleração no plano inclinado:
$ma = ma_m - m \cdot g\ sen\alpha$
$a = 2 \cdot 2\ m/s^2$

d) A potência do veículo (P_{pi}) ao longo do plano inclinado pode ser calculada a partir da força do motor e da velocidade v_i do veículo no plano inclinado no tempo t_1.
$P_{pi} = F_m \cdot v_{i2}$
Isso significa, considerando a equação da velocidade no MRUV e a Segunda Lei de Newton, que
$P = m \cdot a_m \cdot a_{pi} \cdot t_1$
Usando o resultado obtido anteriormente sobre a aceleração do veículo no plano inclinado $a = a_m - g\ sen\alpha$, obtemos $P = ma_w (a_w - g\ sen\ \alpha)t_1 = 25$ kW

Resposta:

O veículo realiza um trabalho no plano inclinado de $W = 49$ kW $= 1,4 \times 10^{-2}$ kW/h com uma potência de $P = 33$ *kW*. Esta potência diminui no plano inclinado para $P = 25$ kW se o motor tiver ainda de produzir uma mesma força.

Saber mais (p. 89)

1.1 Proposta de resolução:
Viatura

$$E_{cin} = \frac{mv_2}{2}$$

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \times 1000 \times (30,6)^2$$

$E_{cin} = 466\ 820,98\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
$p = m \cdot v$
$p = 1000\ kg \cdot 30,6\ m \cdot s^{-1}$
$p = 30\ 600\ kg \cdot m \cdot s^{-1}$
Meteorito

$$E_{cin} = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_{cin} = \frac{0,001 \times (30\ 000)^2}{2}$$

$E_{cin} = 450\ 000\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
$p = m \cdot v$
$p = 0,001\ kg \cdot 30\ 000\ m \cdot s^{-2}$
$p = 30\ kg \cdot m \cdot s^{-1}$

Resultados:
O meteorito possui uma energia cinética de $450\ 000\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$. que é por aproximação igual à energia cinética da viatura ($466\ 821\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$.); O momento da viatura ($30\ 600\ kg \cdot m \cdot s^{-1}$) é cerca de 1000 vezes superior ao momento do meteorito ($30\ kg \cdot m \cdot s^{-1}$). Por isso, é mais simples alterar o estado de movimento do meteorito em análise do que o estado e movimento de uma viatura.

2. $v = 1,3$ m/s
3. $v = 60$ km/h

Força e quantidade de movimento (p. 91)

1. Proposta de resolução:
Dados:
1.1 $m, v, \Delta t$
1.2 $m = 140$ g, $v = 7,8$ m/s, $t = 3,9$ s
Procura-se:
1.1 $F_{méd}$ ou seja $= -6,8 \times 10^4$ N

Resposta:

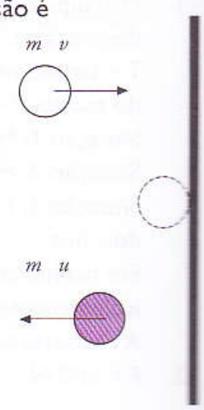
1.1 A força média envolvida na colisão é

$$\langle F \rangle = \frac{\Delta p}{\Delta t} = m \cdot u - \frac{m \cdot v}{t_f - t_i}$$

Sendo a $u = -v$ então

$$\langle F \rangle = \frac{\Delta p}{\Delta t} = -m \cdot v - \frac{m \cdot v}{\Delta t} = \frac{-2m \cdot v}{\Delta t}$$

$$\langle F \rangle = \frac{-2m \cdot v}{\Delta t}$$



1.2 O módulo da força média é

$$\langle F \rangle = -2 \times 0,140 \times \frac{7,8}{3,9} \times m/s^2$$

$\langle F \rangle = -5,6 \times 10^2$ N

Soluções

2.1 a) $\Delta p = -0{,}3$ kgms^{-1} ; $F = -3$ N
b) $\Delta p = -0{,}45$ kgms^{-1} ; $F = -4{,}5$ N
2.2 A quantidade de movimento do carrinho não é conservada porque actua sobre ele uma força externa.

Lei da Conservação da Quantidade de Movimento (p. 97)
1.1 v (bola preta) = 0
2.1 $v_f = 0{,}125$ m/s
3.1 $m_A = 1$ kg e $m_B = 2$ kg

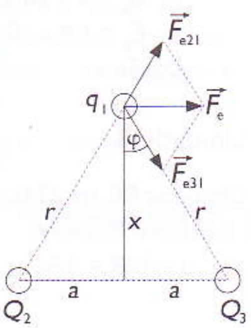
Saber mais (p. 99)
1.1 Proposta de resolução:
Dados:
$F = 8$ kN = 8000 N
$t = 20$ s
$m = 1000$ kg
$v = 8000$ m/s
Procura-se:
Impulso
Resolução:
Impulso = $\langle F \rangle \cdot \Delta t$
$I = \langle F \rangle \cdot \Delta t = 8000$ N·20 s = $1{,}6 \cdot 10^5$ N·s

Unidade 3

Lei de Coulomb (p. 107)
1.1 Dados:
$q_1 = 25$ nC está em $x = 0$ m
$q_2 = -10$ nC está em $x = 2$ m
$q_0 = 20$ nC está em $x = 3{,}5$ m
Procura-se: F_r

$F_r = 8{,}27 \times 10^{-10}$ N

2. Proposta de resolução:
Procura-se: F_r
Não é necessário calcularem-se as forças F_{23} e F_{32} (lê-se força sobre a carga Q_2 devido a carga Q_3), mas precisamos de encontrar as componentes das forças F_{21} e F_{31} sobre a carga de prova. A figura apresenta já os vectores das forças F_{21} e F_{31}, cuja resultante é F_r.



2.1 Na base do princípio de sobreposição resolve-se o problema como uma simples adição de vectores. A força resultante é a soma vectorial das forças exercidas pelas cargas separadamente sobre q_1 ou seja $F_r = F_{21} + F_{31}$. Cada força pode ser determinada pela lei de Coulomb e expressa na forma das respectivas componentes cartesianas. As duas componentes das forças $F_{21}.\cos\varphi$ e $-F_{31}.\cos\varphi$ anulam-se, uma vez que possuem o mesmo valor e direcção contrária. As restantes componentes paralelas ao eixo dos xx adicionam-se $F_r = \dfrac{2 \cdot k\, q_1 \cdot Q}{r^2} \cdot \text{sen}\varphi$. Tendo em consideração que $r^2 = a^2 + x^2$ e que $\text{sen}\varphi = \dfrac{a}{r}$, obtemos

$$F_r = \frac{2 \cdot k\, q_1 \cdot Q}{r^2} \cdot \frac{a}{r} = \frac{2 \cdot k\, q_1 \cdot Q}{r^2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{k\, q_1 \cdot Q \cdot l}{r^3}$$

Pelo que $F_r = \dfrac{k\, q_1 Q l}{r^3}$

2.2 Sendo o momento do dipolo eléctrico definido por $p = Q \cdot l$ e substituindo na expressão anterior, obtemos:

$$F_e = \frac{k\, q_1 \cdot Q \cdot l}{r^3} = \frac{k \cdot q_1 \cdot p}{r^3}$$

Esta é a equação da força resultante exercida sobre q_1, expressa em função do momento p do dipolo. Nota que a força exercida pelo dipolo de cargas eléctricas diminui drasticamente com o aumento da distância devido ao efeito de enfraquecimento da acção recíproca das duas cargas.

3. Entre o electrão e o protão, a força eléctrica é uma força centrípeta relativamente à orbita circular do electrão em torno do núcleo. Então:
$F_e = ma$
Por outro lado, a mesma força é dada pela expressão:

$$F_e = k\frac{|q_1|\,|q_2|}{r^2}$$

Pelo que

$$ma = k\frac{|q_1|\,|q_2|}{r^2}$$

Logo:

$$a = \frac{k\,|q_1|\,|q_2|}{mr^2} = 8 \times 10^{22}\ \text{m/s}^2$$

4.1 $F = 2{,}25 \cdot 10^{-3}$ N

Soluções

Campo eléctrico (p. 113)

1. A condição de equilíbrio: $F_{1,3} = F_{2,3}$

$$\frac{KQ_1Q_3}{r_1^{\,2}} = \frac{KQ_2Q_3}{r_2^{\,2}} \text{ mas } r_1 + r_2 = 15 \text{ cm} = 1{,}5\cdot10^{-1} \text{ m}$$

Então $r_2 = 1{,}5\cdot10^{-1} - r_1$.

Assim: $\frac{Q_1}{r_1^{\,2}} = \frac{Q_2}{r_2^{\,2}} = Q_1(15 - r)^2 = Q_2\cdot r_1^{\,2}$

$= Q_1(225 - 30r_1 + r_1^{\,2})^2 = Q_2\cdot r_1^{\,2}$

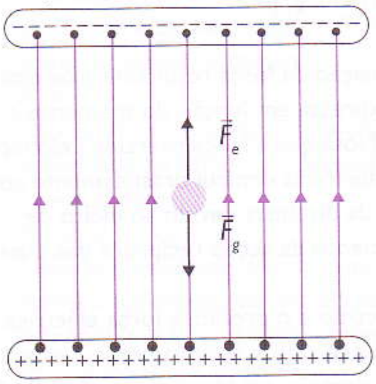
Resposta: $r_1 = 6{,}75$ cm

2. Opção a).
3. A carga final é positiva.

3.1 Com a aproximação do objecto carregado negativamente aumenta o número de cargas positivas na esfera do electroscópio e diminui nas suas lâminas. Logo, aproximam-se uma da outra. Ao tocarem-se, ambos os corpos neutralizam-se e as lâminas fecham-se.

Trabalho do campo eléctrico (p. 117)

1. $E = \frac{V}{d} = \frac{5000 \text{ V}}{0{,}005 \text{ m}} = 1 \times 10^6 \text{ Vm}^{-1}$
2. Proposta de resolução:



Como a carga flutua entre as placas encontra-se em equilíbrio, portanto,

$F_R = 0$, então $F_R = F_G + F_e = 0 \Leftrightarrow F_G = -F_e$

$F_G = mg = 1{,}2 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 9{,}8 \text{ ms}^{-2} = 1{,}176 \times 10^{-2}$ N

$F_e = -1{,}176 \times 10^{-2}$ N,

sendo $U = Ed$, temos que $U = 196 \times 0{,}12 = 23{,}5$ V.

Trabalho eléctrico e energia potencial (p. 119)

1. A carga Q_B deve estar a uma distância de 14,7 cm da carga Q_A.
2. a) $22\,p\,F$

   b) $Q = 2{,}2 \times 10^{-8}$ C

   c) $W = 1{,}1 \times 10^{-5}$ J

3. $U = \frac{kQ}{d}$

$U = 9\cdot10^9 \frac{\text{Nm}^2/\text{C}^2\cdot0{,}2\cdot10^{-6} \text{ C}}{0{,}1 \text{ m}}$

$U = 9\cdot10^9 \text{ Nm/C}\cdot2\cdot10^{-6}$

$U = 18\cdot10^3$ Nm/C

$U = \frac{E_p}{q}$

$E_p = U\cdot q$

$E_p = 18\cdot10^3 \text{ Nm/C}\cdot5\cdot10^{-6}$ C

$E_p = 90\cdot10^{-3}$ J

4. $U = \frac{kQ}{d}$

$U = \frac{5\cdot10^8 \text{ Nm}}{\text{C}}$

$U = \frac{E_p}{q}$

$E_p = -1{,}26\cdot10^{-16}$ J

5. $W = -10$ J
6. Quando uma carga eléctrica se afasta de outra devido à repulsão mútua, a energia potencial eléctrica diminui porque é transformada em energia cinética.

6.1 Quando a separação tende para o infinito a energia potencial eléctrica é nula.

Potencial eléctrico (p. 121)

1. $U_1 = \frac{k\,Q_1}{d_1} = 9\cdot10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^2 \frac{2\cdot10^{-3} \text{ C}}{1 \text{ m}} = 18\cdot10^6$ Nm/C

$U_2 = \frac{k\,Q_2}{d_2} = 9\cdot10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \frac{-5\cdot10^{-3} \text{ C}}{1 \text{ m}} = -45\cdot10^6$ Nm/C

$U_3 = \frac{k\,Q_3}{d_3} = \frac{9\cdot10^9 \text{ Nm}^2}{\text{C}^2\ 6\cdot10^{-3} \text{ C}/2 \text{ m}} = 27\cdot10^6$ Nm/C

$U_P = U_1 + U_2 + U_3 = (18 - 45 + 27)\cdot10^6$ Nm/C $= 0$

O potencial no ponto P é nulo.

2. a) $U_p = 9 \times 10$ V

   b) $E_p = 1{,}8 \times 10^{-1}$ J

4. Opção e).

Unidade 4

Circuitos RC (p. 134)

1. $P = 0{,}826$ kW
2. $I = U/R = 4{,}9$ A

Soluções

3.1 Pela Regra das Malhas, vale que:

a) $I_1 = 100\text{ V} - 23{,}1\text{ A }\Omega/20\ \Omega = 3{,}85\text{ A}$

$I_4 = I_1 + I_3 = 4{,}62\text{ A}$

$I_5 = I_4 + I_3 = 4{,}62\text{ A} + 0{,}77\text{ A} = 5{,}39\text{ A}$ e

$I_2 = I_1 + I_3 = 3{,}85\text{ A} - 0{,}77\text{ A} = 3{,}08\text{ A}$

$I = I_1 + I_4 = 8{,}47\text{ A}$

b) $R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{100\text{ V}}{8{,}47\text{ A}} = 11{,}8\ \Omega$

Regras dos circuitos eléctricos (pp. 140–141)

1. Nas lâmpadas ligadas em paralelo circula uma mesma intensidade de corrente. Nos amperímetros restantes (I_1 e I_3), pela Regra dos Nós, circula uma corrente total de 500 mA.
2. 3 V pois temos uma ligação em paralelo.

3.1 A tensão total é de 4,5 V.

3.2 A ligação em paralelo aumenta o tempo de vida das pilhas pois estas fornecem somente metade da corrente eléctrica necessária para a produção da corrente total do circuito.

4.1 Dados:

$U_Q = 13{,}2\text{ V}$ $\quad I = 240\text{ A}$ $\quad R_i = 0{,}03\ \Omega$

Procura-se: U_K

Solução:

Temos uma ligação em série entre duas resistências: a resistência interna da bateria e a resistência externa. A ignição possui uma resistência elevada em comparação com a resistência interna da bateria. A queda da tensão (voltagem) é mais acentuada.

$U_K = U_Q - R \cdot I$

$U_K = 13{,}2\text{ V} - 0{,}03\ \Omega \cdot 240\text{ A}$

$U_K = 13{,}2\text{ V} - 7{,}2\text{ V}$

$U_K = 6\text{ V}$

Podes ver que, quanto menor for a resistência interna, maior será a voltagem.

Resposta: A voltagem é de 6 V.

5.1 O gráfico (série) 1 pertence à bobina. Existe uma proporcionalidade directa entre a tensão e a corrente. O gráfico (série) 2 pertence à lâmpada. Não existe uma proporcionalidade directa entre a tensão e a corrente. A resistência não é constante pois a lâmpada aquece. A sua resistência varia.

5.2

	Gráfico 1	Gráfico 2
20 V	500 ohm	200 ohm
100 V	500 ohm	aproximadamente 450 ohm
140 V	500 ohm	aproximadamente 540 ohm

6.

	U		
R	20 V	40 V	80 V
5 ohm	4 A	8 A	16 A
10 ohm	2 A	4 A	8 A
20 ohm	1 A	2 A	4 A

6.1 *Filas*: Para uma resistência constante, a corrente depende da tensão aplicada. Aumentando a tensão, aumenta proporcionalmente a corrente. A corrente e a tensão são directamente proporcionais.

Colunas: Sendo a tensão constante, a corrente depende da resistência. Aumentando a resistência diminui a corrente. A resistência e a corrente são inversamente proporcionais entre si.

Diagonal: Aumentando ao mesmo tempo a tensão e a resistência numa mesma proporção, a corrente permanece constante.

7. Significa que a relação entre a energia mecânica e a energia eléctrica é igual a 90. Fazendo a proporção de 90:100 = 0,9 de eficiência, o que equivale a 10% de energia dissipada. Cerca de 10% da energia aplicada perde-se, por exemplo, na forma de atrito.

Saber mais (p. 142)

1. Dados:

$V_{1b} = 9{,}8\text{ V}$

$V_0 = 12{,}8\text{ V}$

$I = 170\text{ A}$

$R_i = R$

Procura-se:

$R_i = ?$

$R = ?$

$V_{2b} = ?$

Proposta de resolução:

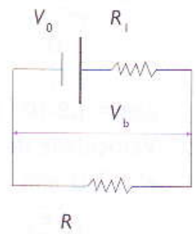
A voltagem da bateria é definida como sendo $V_{1b} = V_0 - I\,R_i$, assim

$$R_i = \frac{V_0 - V_{1b}}{I}$$

$$R_i = \left(\frac{12{,}8 - 9{,}8}{170\text{ A}}\right)$$

$$= 0{,}0176\ \Omega$$

$$R_i \approx 0{,}02\ \Omega$$



Soluções

A resistência externa R pode ser calculada a partir da voltagem da bateria.

$V_{lb} = I\,R \Rightarrow R = \frac{V_{lb}}{I}$

$R = \frac{9{,}8\ V}{170\ A}$

$R = 0{,}0576\ \Omega$

$R \approx 0{,}06\ \Omega$

2.1 Quando a *resistência interna* deve ser igual à *resistência externa* ($R_i = R$), temos a partir da equação $V_{2b} = V_0 R/R_i + R$, que

$\frac{V_{2b}}{V_0} = R/R + R = \frac{1}{2}$

$V_{2b} = \frac{V_0}{2} = \frac{12{,}8\ V}{2}$

$V_{2b} = 6{,}4\ V$

Campo magnético (p. 152)

1. Dados:
$U = 150\ V$
$B = 0{,}85\ mT$
$r = 48 * 10^{-3}\ m$
Procura-se:
e/m
v, t
Solução:

1.1 Razão e/m:

$E_{el} = E_{cin}$

$U \cdot e = (\frac{1}{2})mv^2$

$v^2 = 2 \cdot U \cdot e/m$

Igualdade de forças: a força radial é devida à força de Lorentz.

$F_R = F_L$

$\frac{m \cdot v^2}{r} = e \cdot v \cdot B$

$\frac{m^2 \cdot v^4}{r^2} = e^2 \cdot v^2 \cdot B^2$

$\frac{m^2 \cdot 4 \cdot e^2 \cdot U^2}{r^2 \cdot m^2} = e^2 \cdot 2 \cdot U \cdot e \cdot B^2/m$

$e/m = \frac{2 \cdot U}{B^2 \cdot r^2}$

$e/m = 1{,}8 \cdot 10^{11}\ C/kg$

1.2 Velocidade de emissão dos electrões:

$v^2 = 2 \cdot U \cdot e/m$

$v = \sqrt{2\,U(\frac{e}{m})}$

$v = 7{,}26 \cdot 10^6\ m/s$

1.3 Tempo para uma volta completa:

$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$

$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v}$

$T = 4{,}15 \cdot 10^{-8}\ s$

Resposta: A carga específica do electrão é $1{,}8 * 10^{11}\ C/kg$.
O electrão é emitido com uma velocidade de $7{,}26 * 10^6\ m/s$ e necessita de $4{,}15 * 10^{-8}\ s$ para descrever uma volta completa.

2.1 $F = qvB \cdot \text{sen}\alpha$

$F = 4 \cdot 10^{-6}\ C \cdot 2 \cdot 10^2\ m/s \cdot 16 \cdot 10^4\ T \cdot \text{sen}\ 45°$

$F = 128\ N \cdot \text{sen}\ 45°$

$F = 128\ N \cdot \sqrt{\frac{2}{2}} = 64\sqrt{2}\ N = 90{,}5\ N$

3. Invertendo o sentido da corrente e invertendo a polaridade do íman.

4.1 a) $F = IlB \cdot \text{sen}\alpha$

$F = 2\ A \cdot 2\ m \cdot 0{,}02\ T \cdot \text{sen}\ 90°$

$F = 0{,}08\ N \cdot 1 = 0{,}08\ N$

b) $F = IlB \cdot \text{sen}\alpha$

$F = 2\ A \cdot 2\ m \cdot 0{,}02\ T \cdot \text{sen}\ 30°$

$F = 0{,}08\ N \cdot 0{,}5 = 0{,}04\ N$

Indução electromagnética (p. 156)

1.1 $B = \mu Ni/l$

$N = \frac{Bl}{\mu i}$

$N = \frac{5\pi \cdot 10^{-4}\ T \cdot 0{,}16\ m}{4\pi \cdot 10^{-7}\ Tm/A \cdot 8\ A}$

$N = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}16}{4 \cdot 10^{-7} \cdot 8}$

$N = \frac{0{,}8 \cdot 10^{-4}}{32 \cdot 10^{-7}} = 0{,}025 \cdot 10^3$

$N = 25$ espiras

2. Opção a).

Lei de Faraday (p. 158)

1.1 a) $\frac{I = \varepsilon}{R} = \frac{120\ V}{10\ \Omega} = 12\ A$

b) $I = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{ind}}{R} = \frac{120\ V - 70\ V}{10\ \Omega} = 5\ A$

Lei de Lenz (p. 159)

1.1 a).

2.1 Na segunda bobina surge uma corrente alternada.

Soluções

Indutância e auto-indutância (p. 162)

1. Proposta de resolução:

Dados:

Raio = 5,0 cm = 5×10^{-2} m

$\Delta B = 0{,}20$ T

$\Delta t = 1$ s

$R = 2{,}0\ \Omega$

Procura-se:

$\Delta\varphi_{mag} = ?$

$V_{ind} = ?$

$I = ?$

Tendo em consideração a definição de fluxo magnético:

$\varphi_{mag} = B\,A\cos\alpha$.

E atendendo que $\alpha = 90°$ e que a área se mantém constante, temos:

$\varphi_{mag} = \Delta B\,A$

sendo a área da espira dada pela expressão πr^2.

Utilizando a expressão da Lei de Faraday, temos:

$$V_{ind} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{AB\pi r^2}{\Delta t} =$$

$$= 0{,}2 \times \pi \times \frac{(5 \times 10^{-2})^2}{1} = 1{,}6 \times 10^{-3}\ \text{V}$$

Aplicando a Lei de Ohm determinamos a intensidade da corrente induzida:

$$I = \frac{V_{ind}}{R} = \frac{1{,}6 \times 10^{-3}}{2{,}0} = 0{,}8 \times 10^{-3}\ \text{A}$$

2. Dados:

$L = 0{,}2$ H

$\Delta I = 2$ A

$\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s

Procura-se: U_{ind}

Solução: Como a corrente diminui, devemos dizer que a variação da corrente é negativa. Aplicando a tensão induzida por auto-indução:

$$U_{ind} = \frac{-L\,\Delta I}{\Delta t}$$

$$U_{ind} = \frac{-0{,}2\ \text{H} \cdot 2\text{A}}{1 \cdot 10^{-4}\ \text{s}}$$

$$U_{ind} = -4000\ \text{V}$$

Resposta: Nos terminais da bobina é induzida uma tensão de 4000 V.

3.1 Dados:

$U_{ind} = 1$ V

$\Delta I = 0{,}2$ A

$\Delta t = 0{,}4$ s

Procura-se: L

Solução:

A Lei da Indução Electromagnética:

$$U_{ind} = \frac{-L\,\Delta I}{\Delta t}$$

Resolvendo a equação em ordem a L:

$$L = \frac{U_{ind} \cdot \Delta t}{\Delta I}$$

$$L = \frac{1\ \text{V} \cdot 0{,}4\ \text{s}}{0{,}2\ \text{A}}$$

$$L = 2\ \text{H}$$

Resposta: A bobina possui uma indutividade de 2,0 H.

Ficha técnica
Título: *Pré-Universitário – Física 11*
Editor: Longman Moçambique
Impressão e acabamentos: Clyson Printers, Maitland, Cape Town

Autor:
Mário Suarte Balói

Doutorado em Didáctica de Ciências Físicas pela Universidade Técnica de Dresden (ex-República Federal da Alemanha), é docente de Ciências Físicas (nas áreas de Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica e Física Moderna), Metodologia de Pesquisa, Didáctica da Física e História da Física. Ocupou vários cargos de direcção académica na Universidade Pedagógica e noutras instituições.

Foi consultor em programas e projectos do Ministério da Educação e da Universidade Pedagógica, em Organizações Não-Governamentais e em universidades privadas.

Dedica-se à investigação nas Ciências Físicas, especificamente no campo da produção de protótipos de equipamentos laboratoriais para o ensino da Física em Moçambique. Pesquisa e enquadra modelos de tecnologias tradicionais (por exemplo, de armadilhas tradicionais) como protótipos ou *kits* no ensino da Física.

© Longman Moçambique, Lda
Avenida 24 de Julho, n.º 776
Maputo, Moçambique

ISBN 9780636097117

Registado no INLD sob o número: 6488/RLINLD/2010

Créditos fotográficos:
Pág. 122 – Gaiola de Faraday – Peter Menzel / Science Photo Library

SÍMBOLOS DA REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

Bandeira

Emblema

Hino Nacional

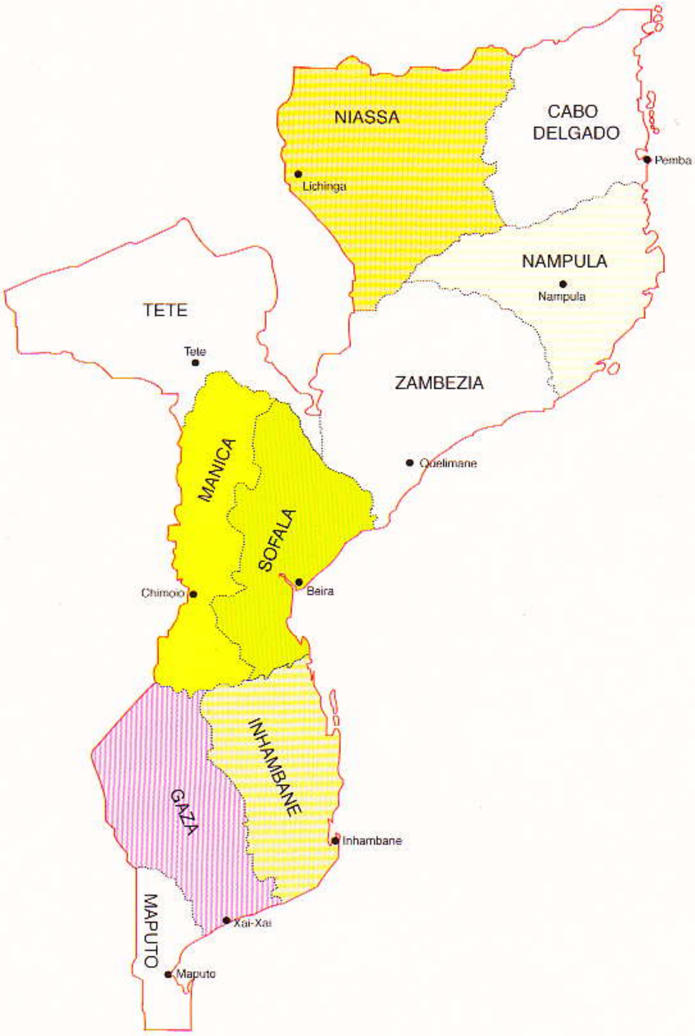
Pátria Amada

Na memória de África e do mundo
Pátria bela dos que ousaram lutar
Moçambique o teu nome é liberdade
O sol de Junho para sempre brilhará.

Coro
Moçambique nossa terra gloriosa
Pedra a pedra construindo o novo dia
Milhões de braços, uma só força
Ó pátria amada vamos vencer.

Povo unido do Rovuma ao Maputo
Colhe os frutos do combate pela paz
Cresce o sonho ondulado na Bandeira
E vai lavrando na certeza do amanhã.

Flores brotando no chão do teu suor
Pelos montes, pelos rios pelo mar
Nós juramos por ti, ó Moçambique.
Nenhum tirano nos irá escravizar.



ISBN 978-06360-971-1-7

Longman Moçambique