República de Moçambique

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO

Ficha de Apoio à Aprendizagem de Matemática 7ª Classe

INDE

INSTITUTO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Dezembro, 2022

República de Moçambique

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO

Ficha de Apoio à Aprendizagem de Matemática 7ª Classe

INDE

INSTITUTO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Dezembro, 2022

FICHA TÉCNICA

COORDENAÇÃO GERAL:
Lourenço Lázaro Magaia

COORDENAÇÃO TÉCNICA:
Silvestre Valente Dava
João Jeque

Autores:
Abel Ernesto U. Mondlane
Dinis H. Guibundana
Elisa Adelino Manhiça
Félix J. Nhamaiaro
Helena Arnaldo Simone
Hortêncio Belunga Tembe

Colaboradores:
Anselmo Chuquela
Flugêncio Nhacumbe
Fernando Macuácua Júnior

Revisores:
Jeremias Emílio Móbriga
Pedro Mateus

Arranjo gráfico:
Auscêncio Machavane

Ano: 2022

ÍNDICE

10. ORIENTAÇÃO E LOCALIZAÇÃO NO PLANO

11. PROPORCIONALIDADE

PREFÁCIO

Caro(a) aluno(a)

Colocamos à tua disposição esta Ficha de Apoio à Aprendizagem, que aborda conteúdos e actividades, elaborados com base no programa de ensino, para que possas consolidar e aprofundar as matérias que terás, durante as aulas, de modo a melhorares a tua aprendizagem, enquanto o livro do aluno não esteja disponível para que continues os teus estudos.

Esta Ficha de Apoio à aprendizagem está sistematizada em 11 unidades temáticas onde irás encontrar as matérias apresentadas em forma de resumos, bem como diversas actividades em cada unidade temática.

As actividades estão sequenciadas progressivamente, partindo da mais simples para a mais complexa, em função do conhecimento, das habilidades, dos valores e das atitudes que pretendemos que desenvolvas até ao final do ano lectivo.

Estimado(a) aluno(a), a resolução das actividades propostas no final de cada unidade temática, ao longo da abordagem dos conteúdos, é essencial pois permite avaliar os conteúdos aprendidos e aperfeiçoar os teus conhecimentos.

É nossa convicção que uma boa utilização da presente Ficha de Apoio à Aprendizagem poderá ajudar a organizar melhor o teu estudo diário e, desta forma, obteres os melhores resultados.

O Director Geral do INDE

Lourenço Lázaro Magaia

LOURENÇO LÀZARO MAGAIA

INTRODUÇÃO

No âmbito da revisão curricular do Ensino Secundário, o Ministério de Educação e desenvolvimento humano (MINEDH), através do Instituto Nacional de Desenvolvimento da Educação (INDE), em reposta à Lei n° 18/2018, de 28 de Dezembro, do Sistema Nacional de Educação (SNE), concebeu um conjunto de medidas de ajusto do plano de estudos, programas de ensino, bem como a elaboração de orientações pedagógicas a serem seguidas para a melhoria da qualidade de ensino e aprendizagem.

Neste contexto, foi elaborado o presente caderno de actividades, tendo em consideração os diferentes conteúdos programáticos nas disciplinas leccionadas no ensino secundário. No caderno de Matemática é proposto um conjunto de actividades destinadas a complementar as acções desenvolvidas na aula bem como disponibilizar materiais opcionais ao desenvolvimento de competências pré-definidas nos programas.

A concepção deste caderno de actividades obedeceu à sequência e objectivos dos programas de ensino que privilegiam o lado prático com vista à resolução dos problemas do dia-a-dia. O presente caderno está estruturado em três partes, a saber:

I. Resumo dos conteúdos de cada unidade temática;

II. Exercícios propostos;

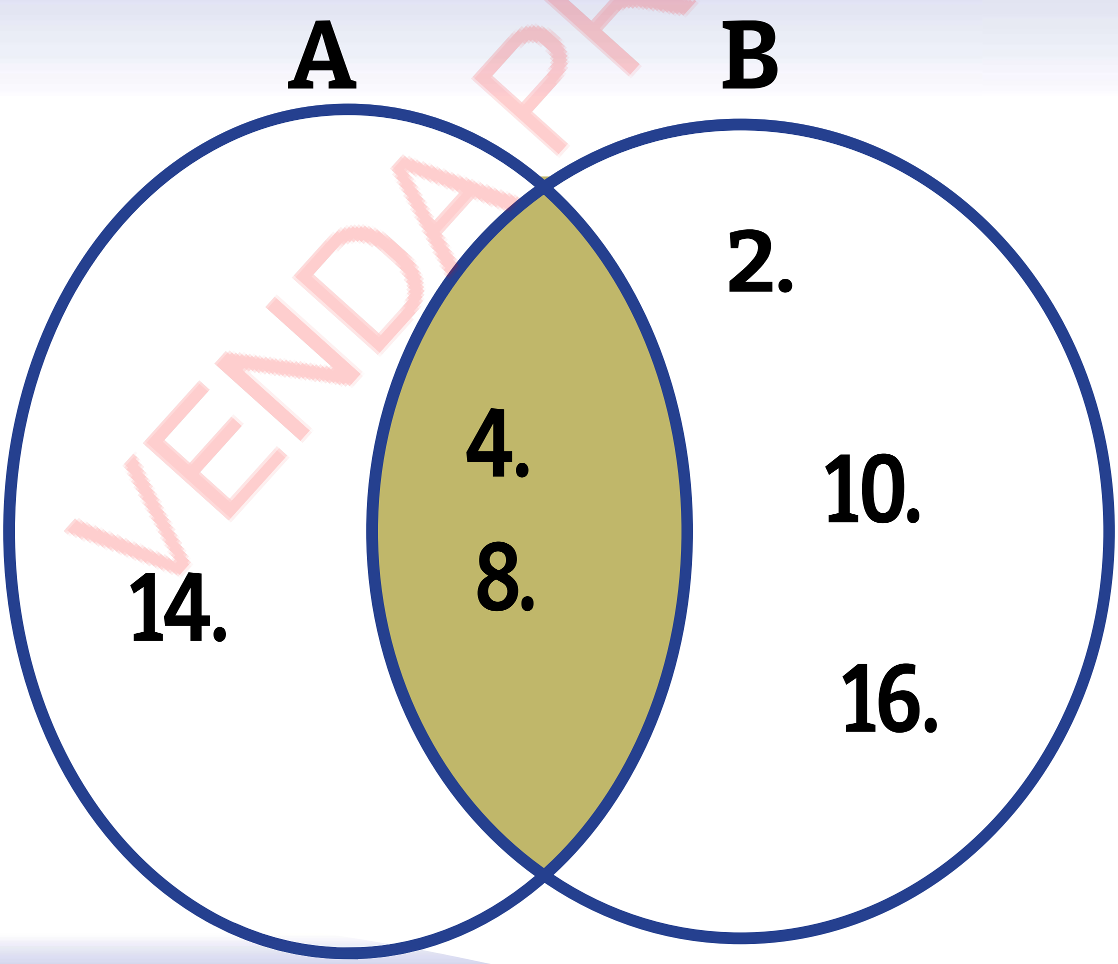
III. Soluções dos exercícios propostos.

Acredita-se que o presente caderno de actividades constitui um instrumento útil para o auto-estudo e o aprimoramento dos conteúdos da disciplina, ao longo do ano lectivo. O mesmo irá permitir desenvolver a formação cultural, o espirito crítico, a criatividade, a análise e síntese, sobretudo o desenvolvimento de habilidades para vida. As actividades propostas no caderno só serão significativas se o caro aluno resolvê-las adequadamente, com a mediação imprescindível do professor.

Os Autores

Unidade Temática 1

INTRODUÇÃO À TEORIA DE CONJUNTOS



1. INTRODUÇÃO À TEORIA DE CONJUNTOS

1.1 Noção de conjunto e elemento

Um **conjunto é** uma colecção de objectos com determinada característica comum. A cada objecto de um conjunto chama-se **elemento** do conjunto.

Exemplos:

Conjunto das cores da bandeira de Moçambique é constituído pelas cores: verde, branca, preta, amarela e vermelha.

Então, a cor vermelha é elemento do conjunto das cores da bandeira..

Conjunto de números pares menores que 10 é composto pelos números: 0, 2, 4, 6 e 8.

Então, 2 é um elemento do conjunto dos números pares menores que 10.

No conjunto de vogais do alfabeto temos a, e, i, o, u. Assim, **a** é um elemento deste conjunto.

1.2 Designação e representação de um conjunto

Os conjuntos são, geralmente, designados por letras maiúsculas (A, B, C, ...) e seus elementos por letras minúsculas (a, b, c, ...). Os conjuntos podem ser representados de duas formas: Em **chavetas** ou em **diagrama de Venn.**

O número de elementos de um conjunto chama-se **cardinal** do conjunto e representa-se por # ou ***n*.**

Exemplos:

Chavetas { }

V= {*vogais do alfabeto*}

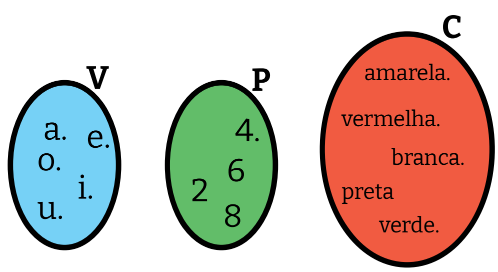
P= {*números pares menores que* 10}

P= {0,2,4,6,8}

C ={*cores da bandeira de Moçambique*}

C ={*Verde, Branca, Preta, Amarela, Vermelha*}

Diagrama de venn



O cardinal do conjunto **V** é igual a 5 e escreve-se **# *V*** = 5 ou ***n***(***V***) = **5**

1.3 Definição de um conjunto

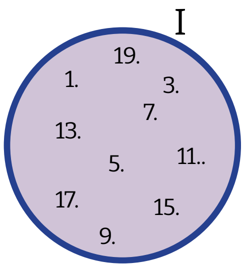
Existem duas formas de definir um conjunto: Definição por **extensão** e definição por **compreensão.**

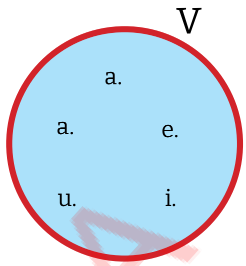
a) Na definição por **extensão,** os elementos do conjunto são apresentados de maneira explícita dentro de chavetas e separados por vírgula. No diagrama de Venn, cada elemento é associado a um ponto.

Exemplos:

$I = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

$V = \{a, e, i, o, u\}$





b) Na definição por **compreensão**, refere-se a propriedade comum dos seus elementos.

Exemplos:

I ={números ímpares menores que 20}

V = {vogais do alfabeto}

1.4 Relação de pertença e não pertença

Para indicar que um elemento está num determinado conjunto, usa-se o símbolo $\in$ que se lê "**pertence**". E para indicar que um elemento não está num determinado conjunto, usa-se o símbolo $\notin$ que se lê "**não pertence**".

Exemplos:

1. A partir do conjunto **C** = {*Verde, Branca, Preta, Amarela, Vermelha*}, pode se afirmar que:

- A cor amarela ***é elemento*** do conjunto **C**, porque faz parte do conjunto **C**, isto é, a cor amarela ***pertence*** ao conjunto **C**. Em linguagem matemática escreve-se: ***Amarela* ∈ *C.***

A cor azul não é elemento do conjunto C, porque não faz parte do conjunto C, isto é, a cor azul não pertence ao conjunto C.

Simbolicamente escreve-se: azul $\notin$ C.

2. Dado o conjunto Q = {0, 2, 4, 6, 8}, pode se afirmar que:

$0 \in Q$	$2 \in Q$	$6 \in Q$	$7 \in Q$
$1 \notin Q$	$3 \notin Q$	$4 \notin Q$	$5 \notin Q$

1.5 Conjunto singular e conjunto vazio

Um conjunto que só tem um elemento chama-se conjunto singular.

Exemplos:

S = {Sol}

D = {*divisor de todos números naturais*}

O número um (1) divide todos os números naturais, portanto o conjunto D é conjunto singular. Então,

D = {1}.

Um conjunto que não possui elementos chama-se **conjunto vazio**. Ele é Representado por **{ }** ou **∅**.

Exemplo:

M = {*números naturais menores que zero*}. Da afirmação percebemos que não existe algum número natural menor que zero. Portanto, o conjunto **M** é vazio e escrevemos: **M** = { } ou M = **∅.**

NOTA: O conjunto ***K* = {∅}** é um conjunto singular, e não vazio, pois contém elemento **∅.**

1.6 Noção de subconjunto

a) Dado os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Repara que

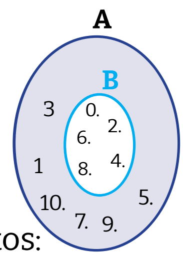
$0 \in A$	$2 \in B$	$4 \in A$	$6 \in B$	$8 \in B$
$0 \in B$	$2 \in A$	$4 \in B$	$6 \in A$	$8 \in A$

Todos os elementos do conjunto B pertencem ao conjunto A. Nesta situação diz-se que:

O conjunto B é subconjunto de A, porque cada elemento do conjunto B é elemento do conjunto A. Esta relação pode ser escrita, simbolicamente, da seguinte maneira:

$B \subset A$ Lê-se "o conjunto **B está contido** no conjunto **A**" ou

$A \supset B$ Lê-se "o conjunto **A contém** o conjunto **B**".



b) A partir do conjunto ***S* = { a, b, *c* }** pode se formar os seguintes subconjuntos:

$F = \{\ \}$	$G = \{a\}$	$H = \{b\}$	$I = \{c\}$
$L = \{b, c\}$	$J = \{a, b\}$	$K = \{a, c\}$	$M = \{a, b, c\}$

Todos os elementos dos conjuntos F, G, H, I, J, K, L e M são elementos do conjunto S. Isto é, os conjuntos F, G, H, I, J, K, L e M são subconjuntos do S.

Nota: por definição, o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto.

$F \subset S$	$H \subset S$	$J \subset S$	$L \subset S$
$G \subset S$	$I \subset S$	$K \subset S$	$M \subset S$

c) Considere os conjuntos $T = \{a, d\}$ e $S = \{a, b, c\}$.

No conjunto *T* existe um elemento que não pertence ao conjunto *S*. Assim, o conjunto *T* não é subconjunto de *S* pois nem todos os elementos de T pertencem ao conjunto S. Simbolicamente escreve-se:

T $\not\subset$ ***S*** e lê-se "o conjunto **T não está contido** no conjunto **S**" **ou**

S $\not\supset$ **T** e lê-se "o conjunto **S não contém** o conjunto **T".**

Nota:

Os simbolos $\in$ e $\notin$ são usados apenas para relacionar um elemento com um conjunto e os simbolos $\subset, \supset, \not\subset$, e $\not\supset$ são usados apenas para relacionar conjunto com conjunto.

1.7 Noção de reunião e intersecção de dois conjuntos

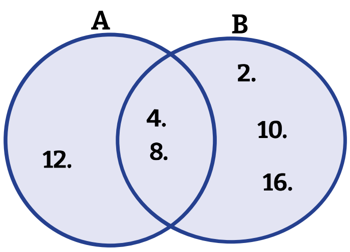
A reunião ou união de dois conjuntos A e B é o conjunto de todos elementos que pertencem ao conjunto A **ou** B. Para indicar a união de dois conjuntos usa-se o símbolo U.

Exemplo:

Dado os conjuntos $A = \{4, 8, 12\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 16\}$

$A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 16\}$

→ Lê-se **A reunião com B**



A *U* B

Nota que todos os diagramas foram pintados.

A intersecção de dois conjuntos A e B é o conjunto formado pelos elementos comuns dos conjuntos A e B. Para indicar a intersecção de dois conjuntos usa-se o símbolo: ∩

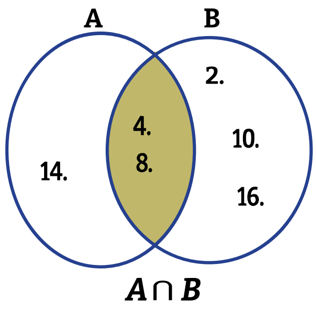
Exemplo:

Dado os conjuntos $A = \{4, 8, 14\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 16\}$

$A \cap B = \{4,8\}$

Lê-se **A intersecção com B**

Diagrama de Venn



Nota que só foi pintada a parte da interseção (parte comum dos dois diagramas).

Exercícios propostos

1. Dados os conjuntos a baixo:

S = {segunda–feira, terça–feira, quarta–feira, quinta–feira, sexta–feira}

D = {Português, Matemática, História, Geografia, Biologia, Educação Visual, Inglês}

P = {0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56}

M = {Abril, Junho, Setembro, Novembro}

N = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19}

a) Representar os conjuntos num diagrama de Venn.

b) Definir os conjuntos acima referenciados por compreensão.

2. Define os seguintes conjuntos por extensão.

N = {números pares menores que 30}

C = {consoantes do alfabeto}

F = {figuras planas}

3. Dados os conjuntos:

$\mathbb{N}$ = {números naturais}, $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, P = {triângulo, rectângulo, quadrado}

T = {Países africanos}, H = {Moçambique, Angola}, S = {sólidos geométricos}

Preenche os espaços em branco, usando os seguintes símbolo $\in$, $\notin$, $\subset$, $\not\subset$, e $\supset$, de modo a obter afirmações correctas.

a)	2 ___ A	b)	16 ___ A	c)	Triângulo ___ S
d)	A ___ $\mathbb{N}$	e)	P ___ S	f)	H ___ T
g)	Moçambique ___ T	h)	Angola ___ $\mathbb{N}$	i)	16 ___ $\mathbb{N}$
j)	Rectângulo ___ P	k)	T ___ H	l)	205 ___ $\mathbb{N}$
m)	$\mathbb{N}$ ___ A	n)	$\mathbb{N}$ ___ S	o)	13 ___ A

4. Dados os conjuntos $A = \{0; 1; 2; 5\}$ e $B = \{5\}$. Escreve (V) nas afirmações verdadeiras e (F) nas falsas.

a)	$0 \in A$ ___	b)	$\{5\} \in A$ ___	c)	$2 \subset A$ ___
d)	$\{5\} \subset A$ ___	e)	$\{2; 5\} \subset A$ ___	f)	$\varnothing \in A$ ___
g)	$\varnothing \subset A$ ___	h)	$5 \subset B$ ___	i)	$\{2; 5\} \not\subset A$ ___

5. Dados os conjuntos A = {1, 2, 3}, B = {5, 6, 7} e C = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, preenche os espaços em branco com os símbolos adequados de modo a obter proposições verdadeiras:

a)	3 ___ A	b)	7 ___ C	c)	A ___ B
d)	B ___ C	e)	C ___ A	f)	A ___ C

6. Com base nos conjuntos $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$ $A = \{1, 2, 3, 4,5\}$ $B = \{2, 4, 6, 8\}$;

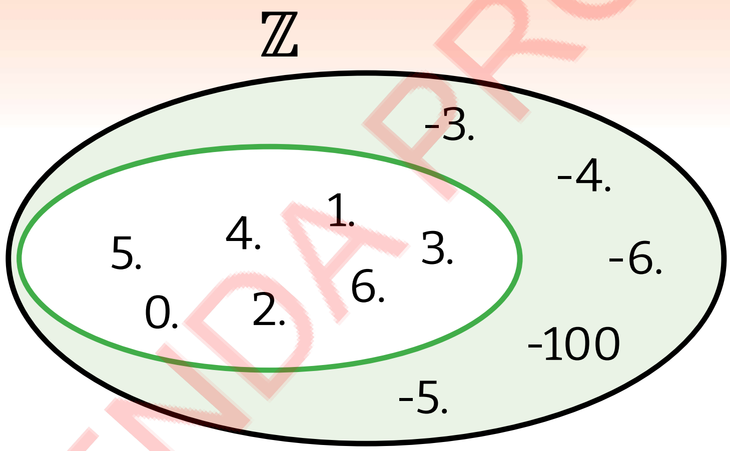
$E = \{\ \}$ $C = \{3; 4; 5; 6\}$ $G = \{a, e, i, o, u\}$ $F = \{a, e, i\}$

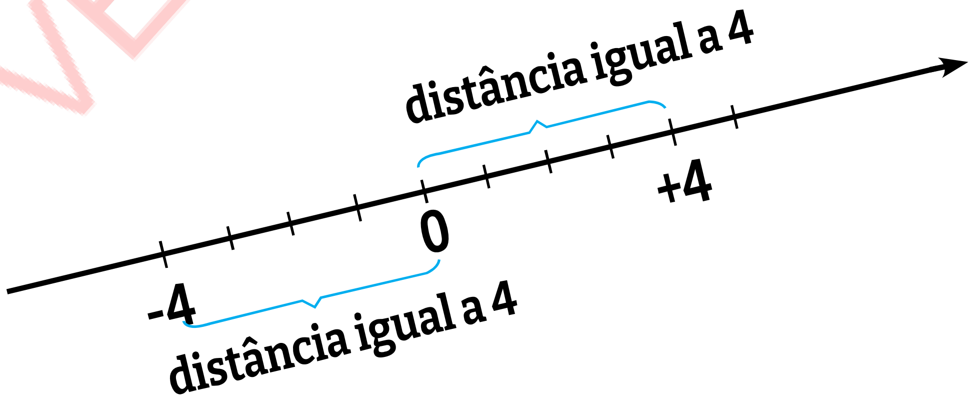
Determine:

a)	$N \cup A$	b)	$N \cap A$	c)	$C \cup A$
d)	$C \cap A$	e)	$N \cap G$	f)	$G \cap F$
g)	$B \cap E$	h)	$B \cup E$	i)	$G \cup F$
j)	$N \cup B$	k)	$A \cup B$	l)	$A \cap B$

Unidade Temática 2

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS





2. CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS

2.1 Conjunto dos números naturais - ℕ

ℕ é símbolo usado para designar o conjunto dos números naturais, como se apresenta a seguir:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8, 9, \dots , 123, \dots , 2179, \dots \}$.

A representação deste conjunto, excluindo o número zero (0), é feita pelo símbolo $\mathbb{N}^*$.

$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}, = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8, 9, \dots , 123, \dots , 2179, \dots \}$

Esta disposição significa que $\mathbb{N}^*$ é subconjunto de ℕ, simbolicamente escreve-se

$\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N}$.

2.1.1 Representação de números naturais (ℕ) na semi-recta graduada

Os números naturais podem ser representados por pontos numa recta, com zero (0) como ponto de origem e crescem de zero até ao infinito.

Exemplo:

2.2 Noção de número negativo a partir da impossibilidade da subtracção em ℕ

A subtracção de números naturais nem sempre é possível, pois sempre que o diminuendo é menor que o diminuidor a diferença não é um número natural.

Exemplos:

$47 - 24 = 23 \in \mathbb{N}$

24 -47 não tem solução em ℕ. A subtracção 24 – 47 não é possível em ℕ.

É por este motivo, 24 - 47 e outros casos desta natureza que não são possíveis em ℕ, que se tornou necessária a ampliação do conjunto ℕ, surgindo, o conjunto dos **Números Inteiros relativos**, para que a subtracção seja possível, independentemente da magnitude dos seus termos.

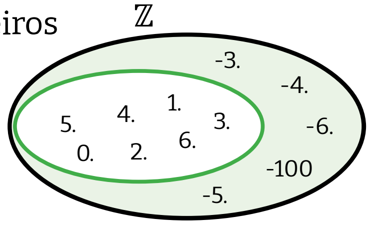
2.3 Números inteiros relativos

O conjunto dos números inteiros é formado pelos **números inteiros negativos**, **o zero** e os **números inteiros positivos**. Este conjunto é representado pela letra ℤ, que vem de "***die Zahlen***" (do alemão, números) que significa contável.

$\mathbb{Z} = \{..., \mathbf{-100}, ..., -6, -5 -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...\}$

Os números +1, + 2, + 3, ... podem ser escritos sem o sinal "+".

Por isso, o conjunto $\mathbb{Z}$ é definido como união dos números inteiros negativos e dos números naturais.



$\mathbb{Z}$ = {números inteiros negativos} $\cup$ $\mathbb{N}$. Ou seja:

$\mathbb{N}$ **é subconjunto de** $\mathbb{Z}$, isto é: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Do conjunto Z pode se considerar, ainda, os seguintes subconjuntos:

Conjunto dos números inteiros positivos: $\mathbb{Z}^{+} = \mathbb{N}^{*} = \{+1, +2, +3, +4, ...\} = \{1, 2, 3, ...\}$

Conjunto dos números inteiros não negativos ou positivos incluindo zero:

$\mathbb{Z}^{+} = IN = \{0, 1, 2, ...\}$

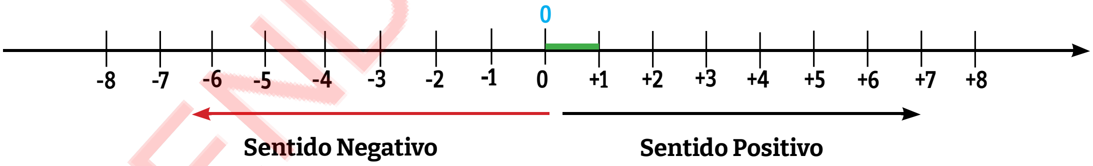
Conjunto dos números inteiros negativos: $\mathbb{Z}^{-} = \{..., -6, -5, -4, -3, -2, -1,\}$

Conjunto dos números inteiros não positivos ou negativos incluindo o zero:

$\mathbb{Z}_{0}^{-} = \{..., -3, -2, -1, 0\}$

2.3.1 Representação de números inteiros na recta graduada

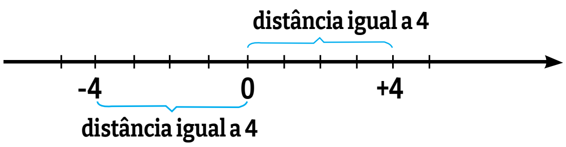
Representar um número inteiro sobre uma recta graduada, significa considerar o número zero (0) como **a origem (**ponto de referência do percurso na recta, O); a distância entre os números 0 e 1, como **uma unidade de medida** e **um sentido,** sendo **positivo,** de zero para direita ou **negativo** de zero para esquerda.



2.4 Módulo ou valor absoluto de um número inteiro

Módulo ou valor absoluto de um número ***a*** é a distância desse número ao zero na recta numérica e representa-se por $|a|$

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ se } a \geq 0 \\ -a, \text{ se } a < 0 \end{cases}$$



Exemplos:

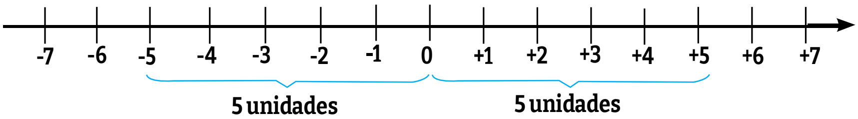
O valor absoluto de (—12) é 12, isto é, |—12| = 12

O valor absoluto de (—4) é, 4; isto é, |—4| = 4

2.5 Números simétricos

Dois números que estejam representados na recta numérica e que se encontram à mesma distância da origem dizem-se **simétricos.**

Exemplos: (-5) é simétrico de $(+5)$



Ou, do outro modo, podemos dizer que dois números são simétricos se possuem mesmo módulo e sinais contrários,(+) e (–)

O simétrico de $(+2)$ é (-2)

$\boxed{|-a| = |+a|}$

Nota: Dois números simétricos têm o mesmo valor absoluto.

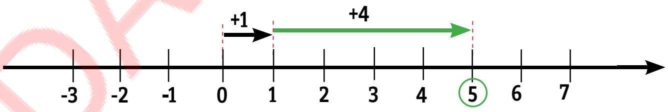
2.6 Operações em $\mathbb{Z}$

2.6.1 Adição em $\mathbb{Z}$

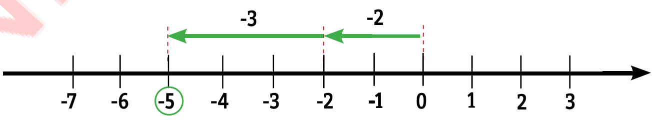
1. Para adicionar dois números inteiros relativos com o mesmo sinal, mantém-se o sinal e adicionam-se os valores absolutos das parcelas.

Exemplos:

a) $(+1) + (+4) = (+5)$



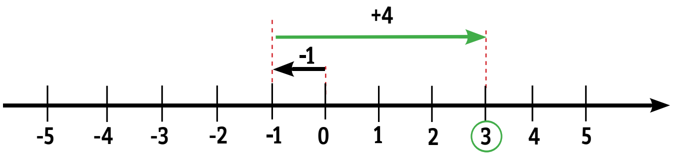
b) $(-2) + (-3) = (-5)$



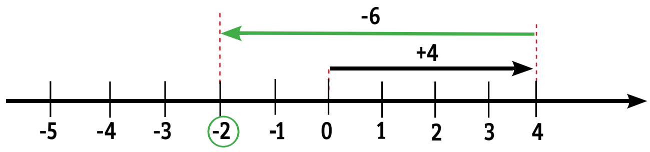
2. Para adicionar números inteiros relativos, com sinais contrários, subtraem-se os seus valores absolutos e atribui-se o sinal da parcela com maior valor absoluto.

Exemplos:

a) $(-1) + (+4) = (+3)$



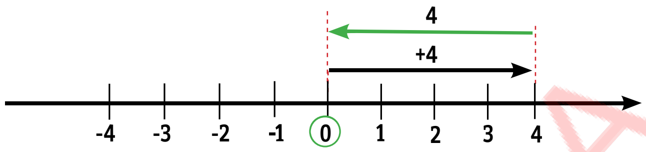
b) $(+4) + (-6) = (-2)$



A soma de dois números simétricos é zero.

Exemplo:

a) $(+4) + (-4) = 0$



2.6.1.1 Propriedades da adição em Z

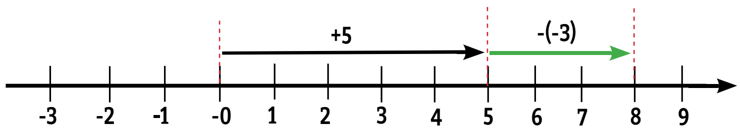
Propriedade	Exemplo
Comutativa da adição Para quaisquer dois números a e $b \in \mathbb{Z}$, tem-se $\boxed{a + b = b + a}$	• $(-1) + (-3) = -4$ • $(-3) + (-1) = -4$
Associativa da adição Para quaisquer números a, b e $c \in \mathbb{Z}$, tem-se: $\boxed{a + (b + c) = (a + b) + c}$	• $(-2) + [(-3) + (-1)] = (-2) + (-4) = -6$ • $[(-2) + (-3)] + (-1) = (-5) + (-1) = -6$
Existência do elemento neutro da adição Para qualquer número $a \in \mathbb{Z}$, tem-se: $\boxed{a + 0 = 0 + a = a}$	• $(-10) + 0 = 0 + (-10) = -10$ • $(-261) + 0 = 0 + (-261) = -261$
Existência do elemento simétrico Dado um número a, não nulo, existe um único **número simétrico de** a, que é $-a$, tal que: $\boxed{a + (-a) = (-a) + a = 0}$	• $(-6) + 6 = 6 + (-6) = 0$ • $(-356) + 356 = 356 + (-356) = 0$

2.6.2 Subtracção em $\mathbb{Z}$

Para subtrair dois números inteiros relativos, adiciona-se ao aditivo (o primeiro), o simétrico do subtractivo (o segundo).

Exemplo:

$(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = +8$



Regra da subtracção em $\mathbb{Z}$

Na subtracção de números inteiros, a e $b \in \mathbb{Z}$ tem-se:	Exemplo:
$a + (-b) = a - b$	• 6 + (-9) = 6 - 9 = -3
$(-a) + (-b) = -a - b$	• (-4) + (-7) = -4 -7 = -11
$a - (-b) = a + b$	• (+7) - (-6) = 7 + 6 = 13
$(-a) - (-b) = -a + b$	• (-8) - (-10) = -8 + 10 = 2

2.6.3 Adição algébrica e simplificação da escrita

Adição algébrica refere-se as expressões numéricas em que aparecem adição e subtração.

Em Z, os sinais + e – têm duas interpretações: Como **sinais posicionais** que são colocadas entre os parêntesis e indicam a posição do número relativamente ao zero e como **sinais operacionais** que são colocados entre os números e indicam as operações da adição e da subtracção.

Exemplo:

Posicionais

$$(+3) + (-1) - (+4) + (-2) - (-6) = (+3) + (-1) + (-4) + (-2) + (+6)$$

operacionais — Transformadas em → Adições

Para efectuar uma adição algébrica, primeiro converte-se todos **sinais operacionais** em **adição**, depois, se efectua a respectiva operação.

Exemplo:

$(+3) + (-1) - (+4) + (-2) - (-6)$

$= (+3) + (-1) + (-4) + (-2) + (+6)$

$= 3 - 1 - 4 - 2 + 6$

$= 2 - 4 - 2 + 6$

$= -2 - 2 + 6$

$= -4 + 6$

$= 2$

NOTA:

$(+3) + (-1) - (+4) + (-2) - (-6)$

$= 3 \quad -1 \quad -4 \quad -2 \quad +6$

- Dois sinais contrários dão origem a um só sinal "–".
- Dois sinais iguais dão origem a um só sinal "+".

2.6.4 Uso de parêntesis ou desembaraçar de parêntesis

- Se uma expressão tiver um parêntese precedido do sinal " + ", suprime-se o sinal e o parêntese, mantendo-se os sinais das parcelas no interior de parêntesis.

Exemplo:

$9 + (-5 + 4 - 3) = 9 - 5 + 4 - 3 = 4 + 4 - 3 = 8 - 3 = 5$

- Se uma expressão tiver um parêntese precedido do sinal " – ", suprime-se o sinal e o parêntesis, trocando-se todos os sinais do interior deste.

Exemplo:

$-10 - (-9 + 4 - 2) = -10 + 9 - 4 + 2 = -1 - 4 + 2 = -5 + 2 = -3$

2.6.5 Multiplicação e divisão em $\mathbb{Z}$

Em $\mathbb{Z}$, a multiplicação, também, representa uma adição sucessiva de parcelas iguais. Ela é efectuada obedecendo regras dos sinais.

O produto entre dois números inteiros será:

Positivo se ambos os números forem positivos ou se ambos os números forem negativos **(mesmo sinal).**	**Exemplos:**
	$(-4) \times (-7) = 28$
	$(+4) \times (+7) = 28$
Negativo se um dos números for negativo e o outro número for positivo (**sinais contrários**).	$(+8) \times (-7) = -56$
	$(-4) \times (+7) = -28$

2.6.5.1 Propriedades da multiplicação em $\mathbb{Z}$

Propriedade	Exemplos:
Comutativa da multiplicação Para quaisquer dois números a e $b \in \mathbb{Z}$: $a \times b = b \times a$	$(-6) \times (-4) = (-4) \times (-6) = +24$ $(-4) \times (+6) = (+6) \times (-4) = -24$
Associativa da multiplicação Para quaisquer números a, b e $c \in \mathbb{Z}$: $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$	$(-2) + [(+3) \text{ x } (-5)] = (-2) \times (-15) = +30$ $[(-2) \times (+3)] \times (-5) = (-6) \times (-5) = +30$
Existência do elemento neutro damultiplicação: $a \times 1 = 1 \times a = a$ Para qualquer número $a \in \mathbb{Z}$:	$(-10) \times 1 = 1 \times (-10) = -10$ $(+61) \times 1 = 1 \times (+61) = +61$
Propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição e em relação a subtracção $(-3) \times [(-4) + 6] = (-3) \times (-4) + (-3) \times 6 = +12 + (-18) = 12 - 18 = -6$ Propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição $(-3) \times [(-4) - 6] = (-3) \times (-4) - (-3) \times 6 = +12 - (-18) = 12 + 18 = +30$ Propriedade distributiva da multiplicação em relação a subtracção	

2.6.6 Divisão em $\mathbb{Z}$

A divisão é a operação inversa da multiplicação, por isso as regras dos sinais são as mesmas.

Exemplos:

$(-40) \div (-5) = +8$ $(+42) \div (+7) = +6$ $(+8) \div (-2) = -4$ $(-14) \div (+7) = -2$

2.6.7 Potência em $\mathbb{Z}$ de expoente natural

Para simplificar a escrita de um produto de factores iguais usam – se **potências**.

Exemplos:	Potência	Base	expoente	O valor da potência
$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$	$\mathbf{3^4}$	3	4	81
$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^4$	$\mathbf{(-3)^4}$	$\mathbf{(-3)}$	4	81
$(-5) \times (-5) = (-5)^2$	$\mathbf{(-5)^2}$	$\mathbf{(-5)}$	2	25
$(-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^3$	$\mathbf{(-2)^3}$	$\mathbf{(-2)}$	3	−8

O valor de uma potência em $\mathbb{Z}$ depende do expoente.

- Se uma potência em $\mathbb{Z}$, tiver base negativa e expoente **par**, o valor da potência será **positivo.**

Exemplos:

a) $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = +25$

b) $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = +81$

- Se uma potência em $\mathbb{Z}$ tiver base negativa e expoente **ímpar**, o valor da potência será **negativo**, isto é, terá o sinal da base**.**

Exemplo:

a) $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

2.6.8 Adição e subtracção de potências em $\mathbb{Z}$

Para **adicionar** ou **subtrair** potências, calcula-se o valor da potência.

No cálculo do valor numérico de uma expressão com potência, primeiro calcula-se o valor da potência, depois efectua-se a operação.

Exemplos:

a) $(-4)^2 + 2^3 = (-4) \times (-4) + 2 \times 2 \times 2 = 16 + 8 = 24$

b) $-4^2 + 2^3 = -(4 \times 4) + 2 \times 2 \times 2 = -16 + 8 = -8$

c) $(-2)^3 + (-3)^2 = [(-2) \times (-2) \times (-2) + (-3) \times (-3)] = (-8) + (+9) = +1$

2.6.9 Regras das operações com potências em $\mathbb{Z}$

1. Multiplicação de potências com a mesma base

Para multiplicar potências com a mesma base, **mantém-se** base e **adicionam-se** os expoentes

$\boxed{a^b \times a^c = a^{(b+c)}}$

Exemplos:

a) $2^3 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$, em que $7 = 3 + 4$

$\Longrightarrow 2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

b) $(-2)^2 \times (-2)^3 = [(-2) \times (-2)] \times [(-2) \times (-2) \times (-2)]$

$= (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^5$, em que $5 = 2 + 3$

$\Longrightarrow (-2)^2 \times (-2)^3 = (-2)^{2+3} = (-2)^5$

2. Multiplicação de potências com o mesmo expoente

Para multiplicar potências com o mesmo expoente, **multiplicam-se** as bases e **mantém-se** os expoentes.

$\boxed{a^c \times b^c = (a \times b)^c}$

Exemplos:

a) $6^3 \times 4^3 = (6 \times 4) \times (6 \times 4) \times (6 \times 4) = (6 \times 4)^3$

$\Longrightarrow 6^3 \times 4^3 = (6 \times 4)^3$

b) $(-6)^2 \times (+4)^2 = [(-6) \times 4] \times [(-6) \times 4] = [(-6) \times 4]^2$

$\Longrightarrow (-6)^2 \times (+4)^2 = [(-6) \times (+4)]^2$

3. Divisão de potências com a mesma base

Para dividir potências com a mesma base, **mantém-se** a mesma base e **subtraem - se** os expoentes.

$\boxed{a^b \div a^c = a^{b-c}}$

Exemplos:

a) $3^5 \div 3^3 = \dfrac{3^5}{3^3} = \dfrac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = 3 \times 3 = 3^2$, em que $2 = 5 - 3$

$\Longrightarrow 3^5 \div 3^3 = 3^{5-3} = 3^2$

b) $(-4)^4 \div (-4)^3 = \dfrac{(-4)^4}{(-4)^3} = \dfrac{(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)}{(-4)\times(-4)\times(-4)} = (-4) = (-4)^1$, em que $1 = 4 - 3$

$\Longrightarrow (-4)^4 \div (-4)^3 = (-4)^{4\text{-}3} = (+4)^1$

4. Divisão de potências com o mesmo expoente

Para dividir potências com o mesmo expoente, **dividem-se** as bases e **mantém-se** o mesmo expoente.

$\boxed{a^c \div b^c = (a \div b)^c}$

Exemplos:

a) $6^4 \div 3^4 = \dfrac{6^4}{3^4} = \dfrac{6\times6\times6\times6}{3\times3\times3\times3} = \left(\dfrac{6}{3}\right)\times\left(\dfrac{6}{3}\right)\times\left(\dfrac{6}{3}\right)\times\left(\dfrac{6}{3}\right) = \left(\dfrac{6}{3}\right)^4 = 2^4$

$\Longrightarrow 6^4 \div 3^4 = (6 \div 3)^4$

b) $(-8)^3 \div 2^3 = \dfrac{(-8)^3}{2^3} = \dfrac{(-8)\times(-8)\times(-8)}{2\times2\times2} = \left(\dfrac{-8}{2}\right)\times\left(\dfrac{-8}{2}\right)\times\left(\dfrac{-8}{2}\right) = \left(-\dfrac{8}{2}\right)^3 = (-4)^3$

$\Longrightarrow (-8)^3 \div 2^3 = [(-8) \div 2]^3$

5. Potência de uma potência

Uma potência de potência é igual a uma potência com a mesma base e cujo expoente é o produto dos expoentes.

$\boxed{(a^m)^n = a^{m\times n}}$

Exemplos:

a) $(3^2)^4 = (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) = 3^8$

$\Longrightarrow (3^2)^4 = 3^{2\times4} = 3^8$

b) $[(-2)^2]^3 = [(-2) \times (-2)] \times [(-2) \times (-2)] \times [(-2) \times (-2)] = (-2)^6$

$\Longrightarrow [(-2)^2]^3 = (-2)^{2\times3} = (-2)^6$

6. Potência de expoente nulo

Uma potência de expoente nulo e base não nulo é igual **1:** $\boxed{a^0 = 1}$

Exemplo:

Aplicando a propriedade da divisão de potências com a mesma base no cálculo, obtém-se:

a) $5^3 \div 5^3 = 5^{3\text{-}3} = 5^0$

Aplicando a propriedade da divisão de potências com o mesmo expoente no mesmo cálculo, obtém-se:

b) $5^3 \div 5^3 = \dfrac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5} = 1$

Igualando **a)** e **b)**, obtém-se: $\mathbf{5^0 = 1}$

Exercícios propostos

1. Completa usando os símbolos $\in$; $\notin$; $\subset$ *e* $\not\subset$ de modo a obter afirmações verdadeiras.

a) $+3$ _____ $\mathbb{Z}_0^+$ b) -7 _____ $\mathbb{N}$ c) $\mathbb{N}$ _____ $\mathbb{Z}$ d) $+12$ _____ $\mathbb{Z}_0^-$

e) 0 _____ $\mathbb{N}$ f) $\mathbb{N}^*$ _____ $\mathbb{Z}^-$ g) 0 _____ $\mathbb{N}^*$ h) 612 _____ $\mathbb{Z}$

i) -612 _____ $\mathbb{Z}$ j) $\mathbb{Z}_0^+$ _____ $\mathbb{Z}$ k) $|-5|$ _____ $\mathbb{N}$ l) $\mathbb{N}$ _____ $\mathbb{Z}_0^-$

2. Assinala com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas.

a) $+3 \in \mathbb{Z}$ _____ b) $\mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}_0^- = \mathbb{Z}$ _____ c) $0 \in \mathbb{Z}$ _____

d) $\mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$ _____ e) $-2 \in \mathbb{Z}$ _____ f) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{Z}_0^+ = \mathrm{N}$ _____

g) $\{-5, \frac{1}{2}\} \subset \mathbb{Z}$ _____ h) $|-5| > (-5)$ _____ i) $\mathbb{Z}^- \cap \mathbb{Z}^+ = \emptyset$ _____

j) $\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} = \mathbb{Z}$ _____ k) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^+ = \mathbb{Z}$ _____ l) $\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{N} = \mathbb{Z}$ _____

3. Completa com os símbolos >, <, = de modo a obter afirmações verdadeiras:

a) $|+3|$ _____ $|-5|$ b) $|+12|$ _____ $|-12|$ c) $|+6|$ _____ $|+2|$

d) $|-12|$ _____ 6 e) (-5) _____ $|-5|$ f) $|+5|$ _____ $|-5|$

g) (-124) _____ $|-65|$ h) (-18) _____ 0 i) 0 _____ $|-9|$

4. Indica com V as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas.

a) O valor absoluto de (-2) é 2

b) $|+7| > |-9|$

c) $|-14| = |14|$

d) O simétrico de 15 é (-15)

e) $|+6| < |-2|$

f) $|+4| < |-5|$

g) $|+6| > |-2|$

h) $0 > |-2|$

5. Coloca em ordem crescente os elementos dos seguintes conjuntos:

a) $A = \{(-5)\ ;\ (+6)\ ;\ (+2)\ ;\ 0\ ;\ (-3)\ ;\ (+1)\}$

b) $B = \{(+2)\ ;\ (-5)\ ;\ 0\ ;\ (-4)\ ;\ (+6)\ ;\ (-8)\ ;\ (+10)\}$

6. Efectua

a) $(-5) + (+7)$

b) $6 + (-9)$

c) $(-5) + (-2)$

d) $5 - (-2)$

e) $(-4) + (-3)$

f) $(-4) - (-6)$

g) $(+4) + (+5)$

h) $4 + (-6)$

i) $(+6) + (-6)$

j) $(-10) - (-4) =$

k) $(+12) - (-7) =$

l) $(+71) - (+71)$

7. Calcula as seguintes somas algébricas:

a) $(-8) + (-9) - (-10)$

b) $(+5) + (-3) - (-5) - (+9) + (-2)$

c) $(-8) - (+7) + (-5) - (20)$

d) $(-14) + (-8) - (-9)$

e) $(-15) - (+7) - (-9) + (-13)$

f) $(-17) + (+12) - (-15) - (+12) - (+8)$

g) $(+32) + (-25) + (-45) + (+63)$

h) $(+14) + (-7) + (+8) - (-7) - (+8) - (-5)$

8. Calcula o valor de cada uma das expressões que se seguem:

a) $-(-3+2-5) + (-4+5-1)$

b) $(-4-5+1) - (3+2-7)$

c) $-8+(3-4+1) - (-5+7-2)$

d) $3 - (-5+8-4) - (3+7-2)$

e) $-2 + [-5-(-3+1)] - (5+1)$

f) $(-3+7) - (3-2) - (-4+2)$

g) $(2+6-1) + (-4-3+2) - (3+5)$

h) $-27 - (-2+3) - [2+(5-3)]$

9. Calcula

a) $(-2) \times (-5)$

b) $9 \times (-3)$

c) $8 \times (-3) \times (-5)$

d) $6 \times [(-5) + 7]$

e) $(-7) \times 5 \times (-4)$

f) $-(-3) \times 6 \times (-5)$

g) $(-36) \div (-9)$

h) $(-18) \div (+6)$

i) $(-45) \div (-5) \times 8$

j) $[-(-8) \div 2] + (-8) \div 2$

k) $5 \times (-3) - (-7) \times (-3)$

l) $(-6) \times (4+3-2) \times 4$

m) $[(-2) + (-6) \times (-5)] \div 7$

n) $[(-9) + 25] \div [4 + (-3)]$

o) $1 + (-3) \div (-1) \times 4$

10. Efectua as operações seguintes, apresentando o resultado sob forma de uma potência.

a) $(-2)^5 \times (-2)^4$

b) $(-6)^3 \div (-2)^3$

c) $(-3)^2 \times 4^2$

d) $(-5)^5 \div (-5)^4$

e) $15^3 \div 3^3 \times 5$

f) $[(3-5)^2]^5$

g) $(-6)^3 \times (-6)^4 \times (-6)$

h) $(-3)^4 \times 4^4 \div (-6)^4$

i) $[(-4)^3]^3$

j) $(-7)^5 \times (-7)^3 \div (-7)^7$

k) $(-9)^4 \div 3^4 \times (-3)^4$

l) $[(+4)^3]^2$

11. Calcula o valor de cada expressão.

a) $9 - 2 \times [4 - 2 \times (3-2)^2]$

b) $(6^3 \times 2^3) \div (-4)^3 \div (-3)$

c) $2 + [64 \div (2-10)]^2$

d) $(5-2^2) \times 3^2 - 2^3$

e) $4 - (7+2) \div 3 \times 5$

f) $(-2)^4 + [3^4 - (-3)^4] - 3^3$

g) $36 - [(-8)^2 + (-9)^2 - 72] + (-5)$

h) $(-3)^4 + (-81) + 11 - (3 \times 2)$

i) $18 \div 6 + (-28) \div (-4)$

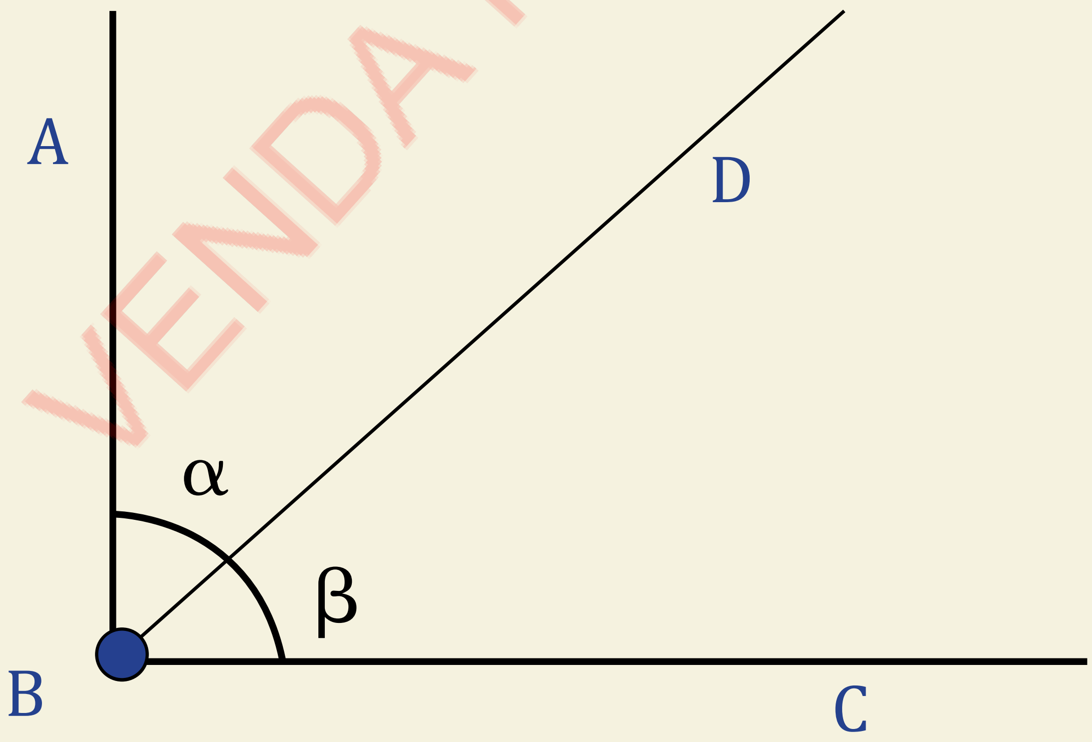
j) $72 + [40 - (-25) \div (-5)] \times (-2)$

k) $[(-54) \div (-9) + 2] \times (-7)$

l) $[(-4) \times (-5) + 8 \times (+2)] \div (-6)^2$

Unidade Temática 3

INTRODUÇÃO À GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL



3. INTRODUÇÃO À GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL

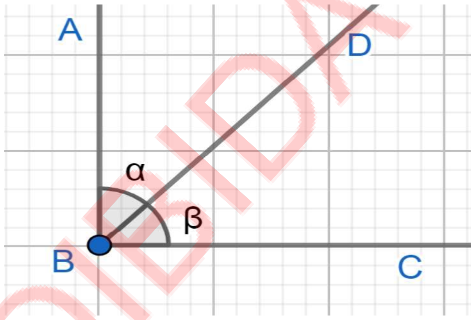
3.1 Ângulos

Ângulo é uma porção do plano, formada por duas semi-rectas com mesma origem.

3.1.1 Ângulos complementares

Ângulos complementares são aqueles cuja soma de suas amplitudes é igual a 90⁰.

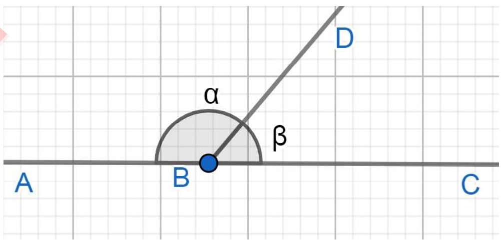
$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90° \ ; \quad A\hat{B}D + D\hat{B}C = 90°$$



3.1.2 Ângulos suplementares

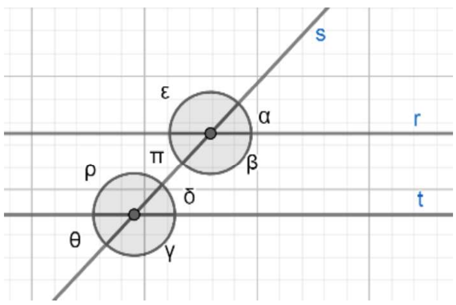
Ângulos suplementares são aqueles cuja soma de suas medidas é igual a 180⁰.

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180° \qquad A\hat{B}D + D\hat{B}C = 180°$$



3.1.3 Ângulos formados por duas rectas paralelas e uma secante

Duas rectas paralelas (*r* e *t*) cortadas por uma secante (*s*) formam:

Ângulos opostos pelo vértice	$\hat{\beta}$ e $\hat{\varepsilon}$; $\hat{\alpha}$ e $\hat{\pi}$ $\hat{\delta}$ e $\hat{\theta}$; $\hat{\rho}$ e $\hat{\gamma}$	
Ângulos alternos internos	$\hat{\beta}$ e $\hat{\rho}$; $\hat{\pi}$ e $\hat{\delta}$	
Ângulos alternos externos	$\hat{\alpha}$ e $\hat{\theta}$; $\hat{\varepsilon}$ e $\hat{\gamma}$	
Ângulos correspondente	$\hat{\alpha}$ e $\hat{\delta}$; $\hat{\beta}$ e $\hat{\gamma}$; $\hat{\rho}$ e $\hat{\varepsilon}$; $\hat{\theta}$ e $\hat{\pi}$	

Conclusão

Dois ângulos verticalmente opostos têm a mesma medida.

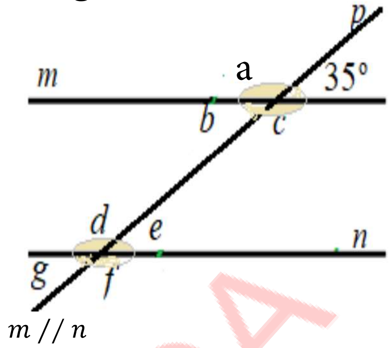
Dois ângulos correspondentes têm a mesma medida.

Dois ângulos alternos internos ou alternos externos têm a mesma medida.

Num sistema (conjunto) de duas rectas paralelas cortadas por uma secante, conhecido um dos ângulos pode se determinar a medida dos outros ângulos.

Exemplos:

1. Na figura ao lado, as rectas "*m*" e "*n*" são paralelas, cortadas por uma secante "p". Determina a amplitude dos ângulos representados pelas letras *a,b,c,d,e,f* e *g*.



Resolução

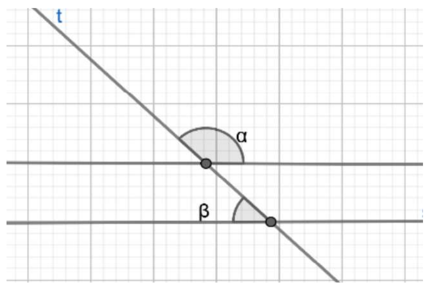
$\hat{\mathbf{a}} + \mathbf{35°} = \mathbf{180°}$ (ângulos suplementares)

$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{180° - 35° = 145°}$

$\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{c}} = \hat{\mathbf{d}} = \hat{\mathbf{f}} = \mathbf{145°}$ ($\hat{a}$ e $\hat{c}$ são ângulos opostos pelo vértice, $\hat{c}$ e $\hat{d}$ são ângulos alternos internos e $\hat{d}$ e $\hat{f}$ são ângulos opostos pelo vértice)

$\hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{g}} = \mathbf{35°}$ ($\hat{b}$ e $\hat{e}$ são ângulos alternos internos, $\hat{e}$ e $\hat{g}$ são ângulos opostos pelo vértice)

2. Na figura ao lado, as rectas "*r*" e "*s*" são paralelas, cortadas por uma secante "*t*". Se a medida do ângulo alfa (α) é o dobro do ângulo beta (β), então a diferença entre alfa e beta é:



a) 120^0

b) 72^0

c) 60^0

Indica a alternativa correcta que satisfaz a proposição

Resolução:

Sabe-se que $\hat{\alpha} = 2 \times \hat{\beta}$ e $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$ (ângulos suplementares). Substituindo o valor de $\boldsymbol{\alpha}$ fica

$2 \times \hat{\beta} + \hat{\beta} = 180°$. Pondo em evidência β obtém-se

$(2 + 1) \times \hat{\beta} = 180° \Leftrightarrow 3 \times \hat{\beta} = 180° \Leftrightarrow \widehat{\beta} = 180^{\circ} \div 3 \Leftrightarrow \widehat{\beta} = 60°$

$\hat{\alpha} = 180° - \hat{\beta} \Leftrightarrow \hat{\alpha} = 180° - 60° \Leftrightarrow \hat{\alpha} = 120°$

$\hat{\alpha} = 2 \times \hat{\beta} = 2 \times 60^{\circ} = 120^{\circ}$

$\hat{\alpha} - \hat{\beta} = 120° - 60° = 60°$

Resposta: a opção correcta é **c).**

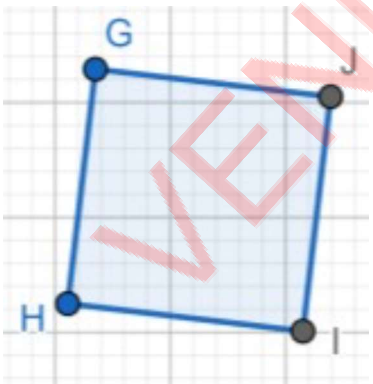
3.2 Polígonos

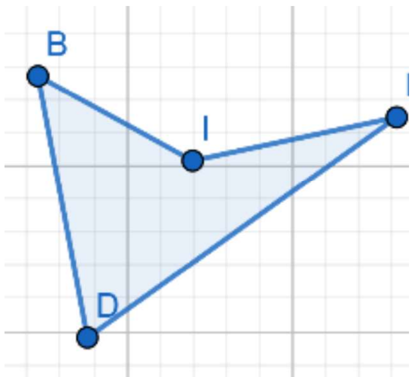
Polígono é uma figura plana limitada por uma linha poligonal fechada.

3.2.1 Classificação dos polígonos quanto a medida dos seus lados e ângulos

Os polígonos podem ser **regulares** ou **irregulares**. Os regulares têm todos os seus lados e ângulos iguais, mas os irregulares não têm todos os lados iguais e, por isso, os seus ângulos também não são todos iguais.

Exemplo:





3.2.2 Elementos de um polígono regular

Vértices -Ponto de interseção entre dois lados consecutivos.

Exemplo: Os pontos A, B, C, D, E, F.

Lado - Segmento de recta que une dois vértices consecutivos.

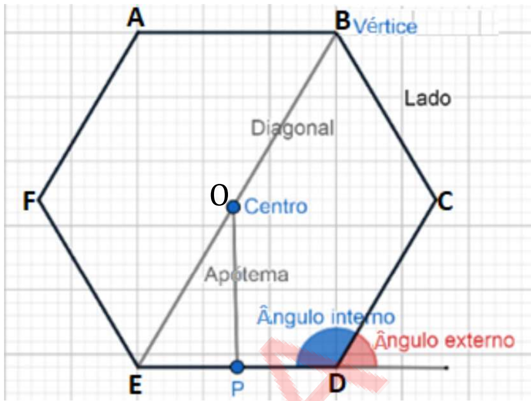
Exemplo: Segmentos; $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{EA}$

Diagonal - Segmento de recta que une dois vértices não consecutivos.

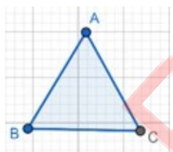
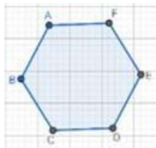
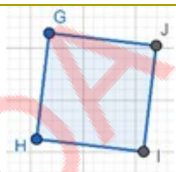
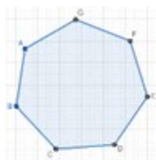
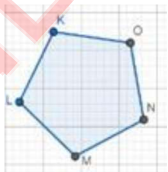
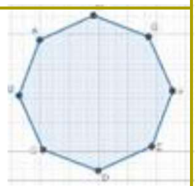
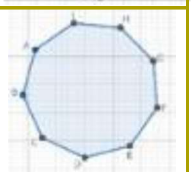
Exemplo: Segmento EB;

Apótema – Segmento que une perpendicularmente do centro até ao lado do polígono.

Exemplo: Segmento OP, que parte do centro **O** ao ponto **P**



3.2.3 Classificação de polígonos regulares

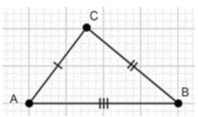
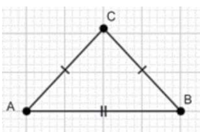
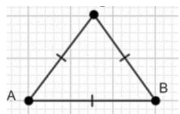
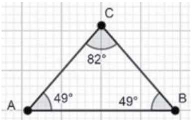
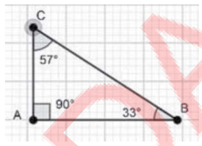
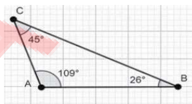
Designação	Características	Exemplo:	Designação	Características	Exemplo:
Triângulo equilátero	Três lados iguais e três ângulos iguais		Hexágono	Seis lados iguais e seis ângulos iguais	
Quadrado	Quatro lados iguais e quatro ângulos iguais		Heptágono	Sete lados iguais e sete ângulos iguais	
Pentágono	Cinco lados iguais e cinco ângulos iguais		Octógono	Oito lados iguais e oito ângulos iguais	
			Eneágono	Nove lados iguais e nove ângulos iguais	

3.3 Triângulos

Triângulos são figuras planas com três lados, três ângulos e três vértices.

3.3.1 Classificação dos triângulos

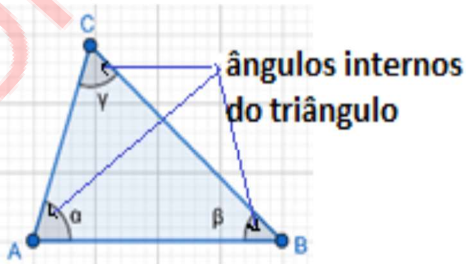
Os triângulos podem ser classificados:

Quanto **ao comprimento dos lados**			Quanto a **amplitude dos ângulos**		
Escalenos	**Isósceles**	**Equiláteros**	**Acutângulo**	**Rectângulo**	**Obtusângulo**
					
Todos lados diferentes	Dois lados iguais	Todos lados iguais	Tem todos ângulos agudos	Tem um ângulo recto	Tem um ângulo obtuso

3.3.2 Teorema sobre ângulos internos de um triângulo

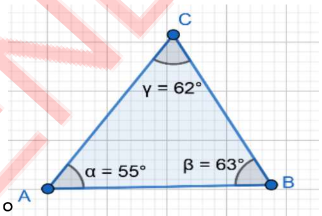
A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180°$$



Exemplos:

1. Calcula a soma dos ângulos internos do triângulo ABC, abaixo.

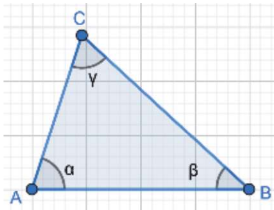


Resolução

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180°$

$55° + 63° + 62° = 180°$

2. Calcula a amplitude do ângulo γ, sabendo que os ângulos α e β medem, respectivamente, 72° e 42°



Resolução:

Pelo teorema:

$72° + 42° + \hat{\gamma} = 180°$

$114° + \hat{\gamma} = 180°$

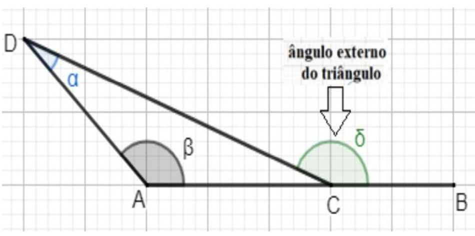
$\hat{\gamma} = 180° - 114°$

$\hat{\gamma} = 66°$

3.3.3 Teorema sobre ângulo externo de um triângulo

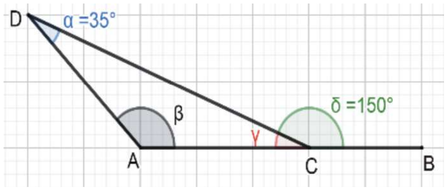
Num triângulo, a amplitude de um ângulo externo é igual à soma das amplitudes dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = \hat{\delta}$$



Exemplo:

Calcula as amplitudes dos ângulos β e γ na figura abaixo,



Resolução:

$\hat{\gamma} + \hat{\delta} = 180°$ (porque são ângulos suplementares)

$\hat{\gamma} + 150° = 180°$

$\hat{\gamma} = 180° - 150° \Leftrightarrow \hat{\gamma} = 30°$

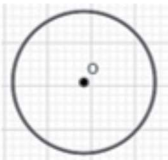
$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 150°$ (pelo teorema do ângulo externo)

$35° + \hat{\beta} = 150° \Leftrightarrow \hat{\beta} = 150° - 35°° \Leftrightarrow \hat{\beta} = 115°$

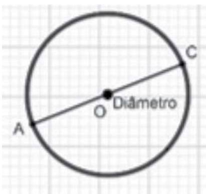
3.4 Circunferência e círculo

Circunferência é o conjunto de pontos do plano que estão a uma mesma distância de um ponto fixo, chamado centro.

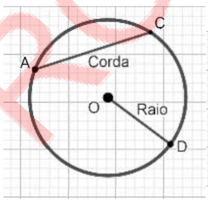
Círculo é a superfície plana delimitada pela circunferência.



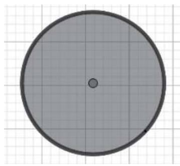
Circunferência



$\overline{AC}$ - Diâmetro



$\overline{OA}$ - Raio; $\overline{AC}$ - Corda



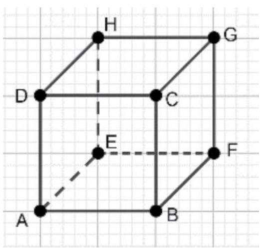
Círculo

3.5 Sólidos geométricos

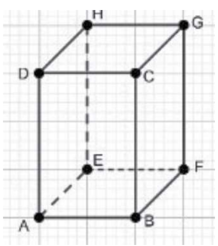
Os sólidos geométricos mais simples podem ser de dois tipos: **Poliedros** e **corpos redondos**.

1. Poliedros: são sólidos geométricos cujas superfícies são formadas apenas por polígonos planos (triângulos, quadriláteros, pentágonos e outros).

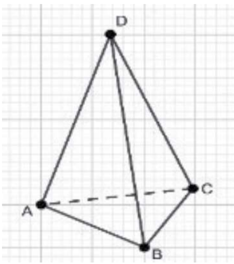
Exemplos:



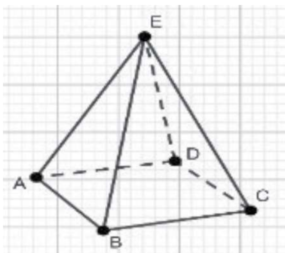
Cubo



Paralelepípedo

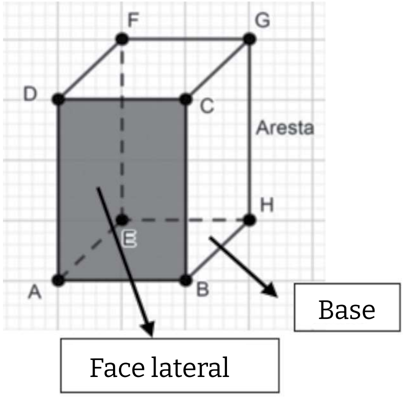


Pirâmide triangular



Pirâmide rectangular

Em um poliedro podemos distinguir:



Faces: são os polígonos que formam a superfície do poliedro.

Exemplo: [ABCD], [DCGF] e outros, são faces do poliedro.

Arestas: são os lados dos polígonos que constituem as faces do poliedro.

Cada aresta é um segmento de recta determinada pela interseção de duas faces.

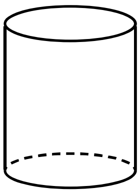
Exemplo: [AB], [BH], [HG], e outros, são as arestas do poliedro.

Vértices: são as extremidades das arestas. Cada vértice é a intersecção de três ou mais arestas.

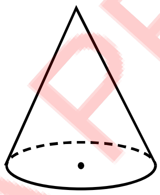
Exemplo: Os pontos A, B, C, D, E, F, G e H são vértices do poliedro.

2. Corpos redondos: são sólidos geométricos cujas superfícies têm ao menos uma parte que é arredondada (não plana).

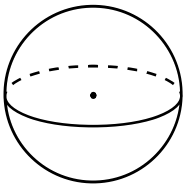
Exemplos:



Cilindro



Cone

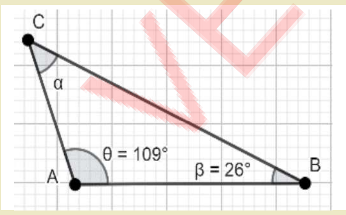


Esfera

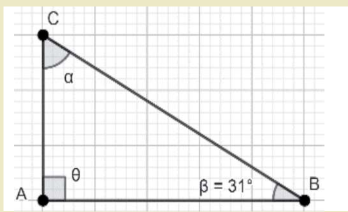
Exercícios propostos

1. Calcula a amplitude do ângulo em falta em cada uma das alíneas a seguir.

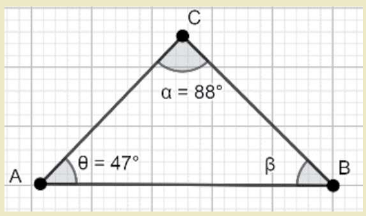
a)



b)

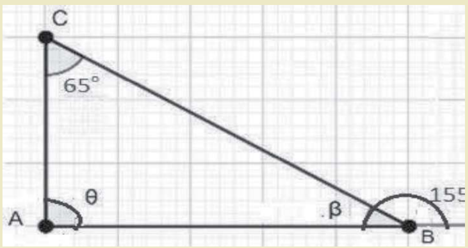


c)

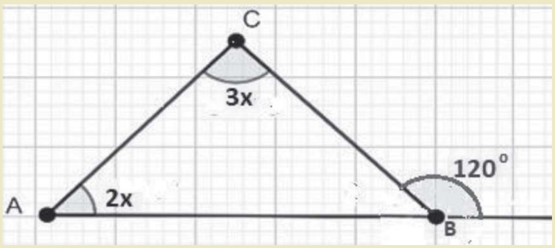


2. Determina a amplitude de cada um dos ângulos internos do triângulo.

a)

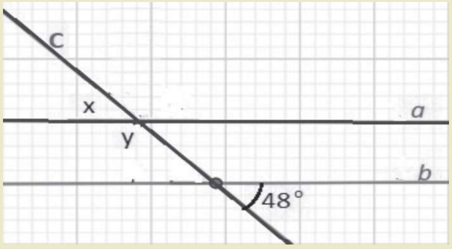


b)

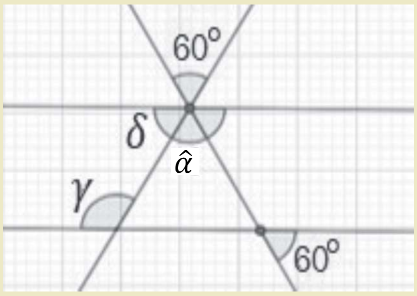


3. Calcula a amplitude dos ângulos x, y, α , γ e δ nas figuras que se seguem.

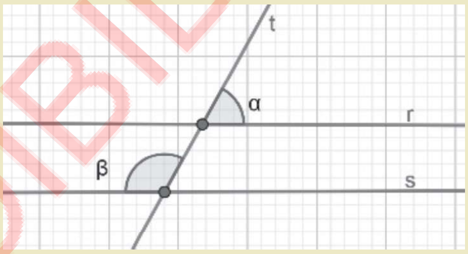
a)



b)



4. Na figura ao lado, as rectas *"r"* e *"s"* são paralelas, cortadas por uma secante "t". Se a medida do ângulo alfa é um terço do ângulo beta (β), então o ângulo α mede:



a) 130°

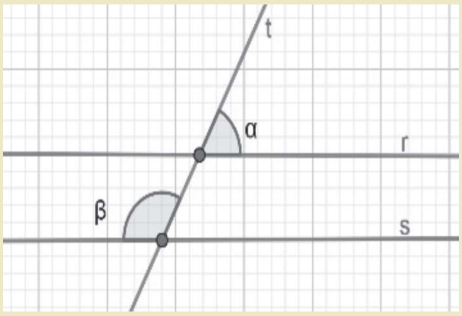
b) 135°

c) 140°

Indica a alternativa correcta que satisfaz afirmação.

5. Na figura ao lado, as rectas *"r"* e *"s"* são paralelas, cortadas por uma transversal "t". Se a medida do ângulo alfa é o dobro do terço do ângulo beta (β).

Quanto vale a diferença entre beta e alfa?



Unidade Temática 4

INTRODUÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS: NÚMEROS FRACCIONÁRIOS

$$\begin{array}{r|l} 13 & 4 \\ \hline 1 & 3 \end{array}$$

Denominador 4

Parte inteira 3

Numerador 1

$$\Rightarrow 3\frac{1}{4} \qquad \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{12}{25} + \frac{5}{25}\right) + \frac{3}{25} = \frac{12}{25} + \left(\frac{5}{25} + \frac{3}{25}\right)$$

$$\frac{17}{25} + \frac{3}{25} = \frac{12}{25} + \frac{8}{25}$$

$$\frac{20}{25} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{12}{25} + \frac{5}{25}\right) + \frac{3}{25} = \frac{12}{25} + \left(\frac{5}{25} + \frac{3}{25}\right)}$$

4. INTRODUÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS: NÚMEROS FRACCIONÁRIOS

4.1 Surgimento do número fraccionário.

Na divisão de números inteiros, nem sempre obtém-se como resultado números naturais ou inteiros.

Exemplo:

No cálculo $3 \div 4$ usando o algoritmo da divisão obtém-se como o resultado 0,75; um número decimal, que não pertence ao conjunto dos números naturais, isto é; $0{,}75 \notin \mathbb{N}$, nem dos números inteiros, ou seja, $0{,}75 \notin \mathbb{Z}$.

$$\begin{array}{rl} 3{,}00 & \underline{|\,4\quad} \\ -\underline{2\,8} & 0{,}75 \\ 20 & \\ -\underline{20} & \\ 0 & \end{array}$$

Este resultado da divisão mostra que o quociente da divisão de números inteiros pode ser representado usando os números decimais ou fraccionários.

Esta foi uma das razões, para o surgimento do número fraccionário, e que veio para dar resposta a situações similares a esta.

O quociente $3 \div 4$ pode ser representado por $\frac{3}{4}$, que é designado por **fracção** ou **número fraccionário**.

Assim, pode se afirmar que uma **fracção** representa um **quociente** exacto da divisão de dois números inteiros cujo dividendo é **o numerador** e o divisor é **o denominador** da fracção. O sinal da divisão corresponde ao **traço de fracção** que separa o numerador e o denominador.

Numerador (Dividendo)

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

Denominador (Divisor)

Em geral, todo número que pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, em que a e b são inteiros ($a, b \in \mathbb{Z}$) e b diferente de zero ($b \neq 0$) chama-se **número fraccionário.**

4.2 Tipos de fracções

Tipo	Exemplos
Fracções próprias - são aquelas cujo numerador é menor que o denominador e diferente de zero.	$\frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{6}{10}$
Fracções impróprias - são aquelas cujo numerador é maior que o denominador.	$\frac{5}{2}, \frac{12}{10}, \frac{7}{3}, \frac{98}{10}$
Fracções aparentes - são aquelas cujo numerador é múltiplo do denominador; o quociente é um número inteiro. Elas têm apenas aparência de fracção	$\frac{12}{3}, \frac{35}{5}, \frac{64}{8}, \frac{100}{10}$

4.3 Representação de uma fracção na forma mista ou de um número misto.

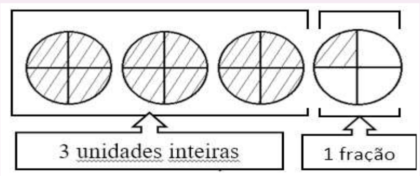
As fracções impróprias podem ser apresentadas na forma de um número misto pois elas representam ao mesmo tempo, unidades inteiras e parte fraccionária.

Exemplo:

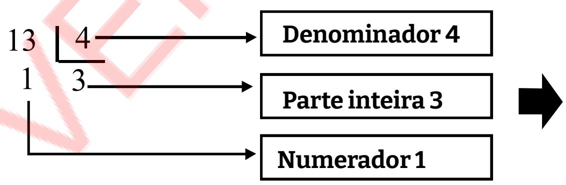
Considere a fracção $\frac{13}{4}$, a unidade inteira é $\frac{4}{4}$; significa que em $\frac{13}{4}$ há 3 unidades inteiras de $\frac{4}{4}$ e sobram $\frac{1}{4}$ e escreve-se: $\frac{13}{4}=\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{1}{4}=1+1+1+\frac{1}{4}=3+\frac{1}{4}=3\frac{1}{4}$ ou

$$\frac{13}{4}=3\times\frac{4}{4}+\frac{1}{4}=\frac{12}{4}+\frac{1}{4}=3+\frac{1}{4}=3\frac{1}{4}$$

Assim, a fracção $\frac{13}{4}$ na forma mista fica $3\frac{1}{4}$, isto é: $\frac{13}{4}=3\frac{1}{4}$

Fracção imprópria	Fração na forma mista	Representação gráfica
$\frac{13}{4}$	$\frac{13}{4}=3\frac{1}{4}\rightarrow$ Lê-se três e um quarto. 3 Representa a parte inteira e $\frac{1}{4}$ Representa a parte fraccionária.	

Para transformar uma fracção imprópria em um número misto, divide-se o numerador pelo denominador, o quociente da divisão representa **a parte inteira**, o resto representa **o numerador** e o divisor representa o **denominador** da fracção na forma mista, conforme é indicado no esquema a seguir.



$\boxed{3\frac{1}{4}}$ $\qquad \frac{13}{4}=3\frac{1}{4}$

Para transformar uma fracção mista (um número misto) para a fracção imprópria, basta proceder da seguinte maneira: Mantém -se **o denominador**, multiplica-se **o denominador** pela **parte inteira** e adiciona-se **o produto ao numerador**. O resultado obtido será **o numerador** da fracção imprópria.

Exemplos:

$3\frac{1}{4}\rightarrow 3\frac{1}{4}=\frac{4\times3+1}{4}=\frac{13}{4}$ $\qquad$ $2\frac{1}{3}\rightarrow 2\frac{1}{3}=\frac{3\times2+1}{3}=\frac{7}{3}$

4.4 Fracções equivalentes

Fracções equivalentes são aquelas que representam a mesma parte de um todo. Para obter fracções equivalentes, multiplicam-se ou dividem-se, os termos da fracção pelo mesmo número. Quando multiplica-se os termos da fracção, significa **amplificação** da fracção e quando se divide os termos, significa **simplificação**.

Exemplos:

a) **Amplificação de fracções**

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times 5}{4\times 5}=\frac{15\times 5}{20\times 5}=\frac{75}{100}=\frac{75\times 3}{100\times 3}=\frac{225}{300}$$

b) **Simplificação de fracções**

$$\frac{75}{100}=\frac{75\div 5}{100\div 5}=\frac{15}{20}=\frac{15\div 5}{20\div 5}=\frac{3}{4}$$

As fracções $\frac{3}{4},\frac{15}{20},\frac{75}{100},\frac{225}{300}$ são equivalentes porque representam a mesma parte de um todo.

4.5 Fracções irredutíveis

Uma fração irredutível é uma fração em que o numerador e o denominador são números inteiros que não têm outros divisores comuns além de 1.

Exemplos:

$$\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{7},\frac{9}{17}$$

Para obter uma fracção irredutível, divide-se o numerador e o denominador pelo mesmo número, designado como o máximo divisor comum (*m.d.c.*). A este processo chama-se **simplificação de fracções.**

Exemplos:

Obtenha a fracção irredutível nos seguintes casos:

a) $\frac{16}{24}$

$16=2^4$

$24=2^3\times 3$

$m.d.c\,(16,24)=2^3=8$

$$\frac{16}{24}=\frac{16\div 8}{24\div 8}=\frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}\rightarrow$ é fracção irredutível

b) $\frac{75}{100}$

$75=5^2\times 3$

$100=5^2\times 2^2$

$m.d.c(75,100)=5^2=25$

$$\frac{75}{100}=\frac{75\div 25}{100\div 25}=\frac{3}{4}$$

$\frac{3}{4}\rightarrow$ é fracção irredutível

4.6 Redução de fracções a um denominador comum

A Redução de fracções a um denominador comum consiste em determinar o mínimo múltiplo comum dos denominadores das fracções dadas, de modo a obter fracções equivalentes. Este processo pode ser aplicado para a comparação, ordenação, adição e subtracção de fracções de denominadores diferentes. Na comparação e ordenação de fracções, depois de reduzirem as fracções ao mesmo denominador torna-se mais fácil comparar os valores dos números que elas representam e colocá-las em ordem crescente ou decrescente.

Exemplo:

Coloque em ordem crescente as seguintes fracções $\frac{8}{3}, \frac{4}{6}$ e $\frac{5}{7}$

1º- Determina-se o mínimo múltiplo comum dos denominadores 3, 6 e 7:

$3 = 3 \qquad 6 = 2 \times 3 \qquad 7 = 7$

$m.m.c.(3,6,7) = 2 \times 3 \times 7 = 42$

2º -Dividindo os denominadores das fracções dadas pelo $m.m.c$ (3,6,7) = 42 e coloca-se cada quociente encontrado a fracção correspondente:

$42 \div 3 = 14 \qquad 42 \div 6 = 7 \qquad 42 \div 7 = 6$

$\frac{8}{3} \qquad \frac{4}{6} \qquad \frac{5}{7}$

$(14) \qquad (7) \qquad (6)$

3º - Multiplicam-se ambos termos de cada fracção pelo quociente correspondente, para obter fracções equivalentes às iniciais.

$$\frac{8}{3} = \frac{8 \times 14}{3 \times 14} = \frac{112}{42} \qquad \frac{4}{6} = \frac{4 \times 7}{6 \times 7} = \frac{28}{42} \qquad \frac{5}{7} = \frac{5 \times 6}{7 \times 6} = \frac{30}{42}$$

Assim obteve três fracções equivalentes de cada fracção inicial, todas com o mesmo denominador

$$\frac{8}{3} = \frac{112}{42} \qquad \frac{4}{6} = \frac{28}{42} \qquad \frac{5}{7} = \frac{30}{42}$$

4º - E já pode-se fazer a ordenação das fracções segundo o enunciado. Assim,

$$\frac{28}{42} < \frac{30}{42} < \frac{112}{42} \quad \text{ou} \quad \frac{4}{6} < \frac{5}{7} < \frac{8}{3}$$

4.7 Representação decimal da fracção

Para representar uma fracção $\left(\frac{p}{q}\right)$ na forma decimal, divide-se o numerador (p) pelo denominador (q). Nessa divisão podem ocorrer dois casos:

a) O quociente obtido tem, após a vírgula, uma quantidade finita de algarismos e o resto da divisão é zero.

Exemplo:

$\frac{3}{4} = 0{,}75$

$$
\begin{array}{r|l}
3{,}00 & 4 \\ \cline{2-2}
-\underline{2\,8} & 0{,}75 \\
20 & \\
-\underline{20} & \\
0 &
\end{array}
$$

Quando isso ocorrer, o número decimal obtido é chamado **número decimal finito** ou **dízima finita**.

Repara que acrescentando uma quantidade, finita ou infinita, de zeros, à direita do último algarismo, não altera o quociente obtido.

Exemplo:

0,75 = 0,750 = 0,7500 = 0,7500000000

b) O quociente obtido tem, após a vírgula, uma infinidade de algarismos, e não é possível obter o resto igual a zero na divisão.

Exemplos:

a) $\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots = 0{,}\overline{6}$

$\Rightarrow \frac{2}{3} = 0{,}\overline{6}$

$$
\begin{array}{r|l}
2{,}000 & 3 \\ \cline{2-2}
-\underline{18} & 0{,}666\ldots \\
20 & \\
-\underline{18} & \\
20 & \\
-\underline{18} & \\
2 &
\end{array}
$$

b) $\frac{4}{11} = 0{,}3636.. = 0{,}\overline{36}$

$\Rightarrow \frac{4}{11} = 0{,}\overline{36}$

$$
\begin{array}{r|l}
4{,}00000 & 3 \\ \cline{2-2}
-\underline{33} & 0{,}36363\ldots \\
70 & \\
-\underline{66} & \\
40 & \\
-\underline{33} & \\
70 & \\
\underline{66} & \\
40 & \\
\underline{33} & \\
7 &
\end{array}
$$

Observa que, nestas divisões, ocorre uma repetição de um algarismo ou grupo de algarismos. Neste caso, os números decimais obtidos são chamados **números decimais periódicos** ou **dízimas periódicas**. Em cada um deles, os algarismos que se repetem formam **a parte periódica**, ou **período da dízima**.

Para não escrever repetidamente os algarismos de uma dízima, coloca-se um traço horizontal sobre seu primeiro período, como mostram os números decimais acima representados.

Números decimais não periódicos são dízimas infinitas ou números decimais infinitos sem repetição de algarismos ou conjunto de algarismo na parte decimal.

4.8 Aproximações e arredondamentos de números decimais

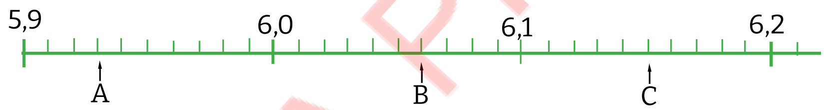
Arredondar um número decimal consiste em enquadrá-lo entre dois números decimais consecutivos e considerá-lo aproximadamente igual àquele que lhe estiver mais próximo.

4.8.1 Arredondamento a menos de um décimo

Arredondar um número decimal **a menos de um décimo** é o mesmo que arredondar a menos de **0,1.**

Exemplo:

Observa a semi-recta graduada e arredonda a menos 0,1 os números decimais representados, pelas letras A, B e C.



Enquadrando os números A, B e C entre dois números decimais consecutivos, obtém-se:

A: 5,9 < 5,93 < 6,0 B: 6,0 < 6,06 < 66,1 C: 6,1 < 6,15 < 6,2

Arredondando os números decimais A, B e C a menos de 0,1, isto é, a uma casa decimal, obtém-se:

A: 5,93 ≈ 5,9 B: 6,06 ≈ 6,1 C: 6,15 ≈ 6,2

Para arredondar números decimais a menos de 0,1 considera-se o algarismo dos centésimos.

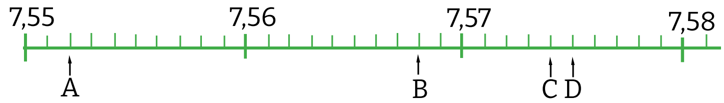
Se o algarismo dos centésimos for **0, 1, 2, 3** ou **4** mantém-se o algarismo dos décimos. Se o algarismo dos centésimos for **5, 6, 7, 8** ou **9** aumenta-se mais 0,1 no algarismo dos **décimos**.

4.8.2 Arredondamento a menos um centésimo

Arredondar um número decimal **a menos de um centésimo** é o mesmo que arredondar a menos de **0,01**; isto é, a duas casas decimais.

Exemplo:

Observa a semi-recta graduada e arredonda a menos 0,01 os números decimais representados, pelas letras A, B, C e D.



Enquadrando os números A, B, C e D entre dois números decimais consecutivos, obtém-se:

A: 7,55 < 7,552 < 7,56 B: 7,56 < 7,568 < 7,57

C: 7,57 < 7,574 < 7,58 D: 7,57 < 7,575 < 7,58

No arredondamento dos números decimais A, B, C e D a menos de 0,01 considera-se o algarismo dos **milésimos**. Assim:

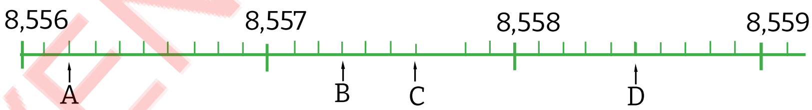
A: 7,552 ≈ 7,55 B: 7,568 ≈ 7,57 C: 7,574 ≈ 7,57 D: 7,575 ≈ 7,58

Se o algarismo dos milésimos for **0,1, 2, 3** ou **4** mantém-se o algarismo dos centésimos. Se o algarismo dos milésimos é **5, 6, 7, 8** ou **9** acrescenta-se mais **0,01** no algarismo dos **centésimos**.

4.8.3 Arredondamento a menos de um milésimo

Arredondar um número decimal **a menos de um milésimo** é o mesmo que arredondar a menos de 0,001, isto é, a três casas decimais.

Exemplo:



Observa a semi-recta graduada a cima citada. Identifica os números decimais representados pelas letras A, B, C e D. Escreve-os na forma decimal a menos de 0,001

A = 8,5562 B = 8,5573 C = 8,5576 D=8,5585

Escrevendo-os na forma decimal menos de 0,001, obtém-se:

A: 8,5562 ≈ 8,556 B: 8,5573 ≈ 8,557 C: 8,5576 ≈ 8,558 s D: 8,5585 ≈ 8,559

A casa decimal escolhida mantém-se na mesma se a casa decimal à sua direita for **0, 1, 2, 3** ou **4**. E aumenta-se uma unidade à casa decimal escolhida se a casa decimal à sua direita for **5, 6, 7, 8** ou **9**.

4.9 Adição e subtracção de números fraccionários e decimais

4.9.1 Adição e subtracção de números fraccionários

1. Para adicionar ou subtrair fracções de denominadores iguais, adicionam-se ou subtraem-se os numeradores e mantém-se os denominadores.

Exemplos:

a) $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}=\frac{2+4}{7}=\frac{6}{7}$

b) $\frac{9}{14}-\frac{4}{14}=\frac{9-4}{14}=\frac{5}{14}$

2. Para adicionar ou subtrair fracções de denominadores diferentes, reduzem-se as fracções dadas ao mesmo denominador, e adicionam-se ou subtraem-se os numeradores, mantendo-se os denominadores das fracções obtidas.

Exemplos:

Calcula e simplifica o resultado quando possível

a) $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$ se $4=2^2$ e $6=2\times 3$

$m.m.c(4,6)=2^2\times 3=12$

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}=\underset{(3)}{\frac{3}{4}}+\underset{(2)}{\frac{5}{6}}=\frac{9}{12}+\frac{10}{12}=\frac{9+10}{12}=\frac{19}{12}=1\frac{7}{12}$$

b) $\frac{5}{7}-\frac{3}{14}$ se $7=7$ e $14=2\times 7$

$m.m.c(7,14)=2\times 7=14$

$$\frac{5}{7}-\frac{3}{14}=\underset{(2)}{\frac{5}{7}}-\underset{(1)}{\frac{3}{14}}=\frac{10}{14}-\frac{3}{14}=\frac{10-3}{14}=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$$

4.9.2 Adição e subtracção de números decimais

Para adicionar ou subtrair dois números decimais deve-se:

- Escrever um número debaixo do outro, com a vírgula debaixo de vírgula;
- Igualar o número de casas decimais, acrescentando zeros à direita dos números, se necessário;
- Adicionar ou subtrair da mesma maneira como se adicionam ou subtraem os números naturais e colocar a vírgula no resultado alinhada pelas outras vírgulas.

Exemplos:

a) $\underbrace{1}_{\text{Parte inteira}},\underbrace{03}_{\text{Parte decimal}} = 1 + 0{,}03$

b) $0{,}068+7{,}8=7{,}868$

$$\begin{array}{r} 0{,}068 \\ +7{,}8 \\ \hline 7{,}868 \end{array}$$

c) $10{,}068-7{,}8=2{,}268$

$$\begin{array}{r} 10{,}068 \\ -\ 7{,}8 \\ \hline 2{,}268 \end{array}$$

Propriedades da adição

1. Propriedade Comutativa: O valor da soma não depende da ordem das parcelas: $\boldsymbol{a+b=b+a}$

Exemplos:

a) $\frac{3}{11}+\frac{5}{11}=\frac{8}{11}$ e $\frac{5}{11}+\frac{3}{11}=\frac{8}{11}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{3}{11}+\frac{5}{11}=\frac{5}{11}+\frac{3}{11}}$

b) $3{,}1+2{,}5=5{,}6$ e $2{,}5+3{,}1=5{,}6$

$\Rightarrow 3{,}1+2{,}5=2{,}5+3{,}1$

2. Propriedade Associativa: Pode se iniciar a soma pelas duas primeiras ou pelas duas últimas parcelas, o valor da soma não se altera. $\boxed{(a+b)+c=a+(b+c)}$

Exemplos:

a) $\left(\frac{12}{25}+\frac{5}{25}\right)+\frac{3}{25}=\frac{12}{25}+\left(\frac{5}{25}+\frac{3}{25}\right)$

$\frac{17}{25}+\frac{3}{25}=\frac{12}{25}+\frac{8}{25}$

$\frac{20}{25}=\frac{20}{25}$

$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{12}{25}+\frac{5}{25}\right)+\frac{3}{25}=\frac{12}{25}+\left(\frac{5}{25}+\frac{3}{25}\right)}$

b) $(12{,}1+36{,}02)+5{,}2=36{,}02+(12{,}1+5{,}2)$

$48{,}12+5{,}2=36{,}02+17{,}3$

$53{,}32=53{,}32$

$\boxed{(12{,}1+36{,}02)+5{,}2=36{,}02+(12{,}1+5{,}2)}$

3. Propriedade do elemento neutro: A soma de qualquer número com zero é o próprio número. $\boxed{a+0=0+a}$

Exemplos:

a) $\frac{2}{7}+0=\frac{2}{7}$ e $0+\frac{2}{7}=\frac{2}{7}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{2}{7}+0=0+\frac{2}{7}}$

b) $23{,}4+0=23{,}4$ e $0+23{,}4=23{,}4$

$\Rightarrow \boxed{23{,}4+0=0+23{,}4}$

4.10 Multiplicação e divisão de fracções e números decimais

1. Para multiplicar números fraccionários, multiplicam-se os numeradores e os denominadores entre si.

$$\boxed{\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}}$$

Ao calcular o produto é possível simplificar os cálculos, usando a lei de corte que consiste em decompor os termos comuns das fracções em factores primos e cortar os termos que se repetem nos numeradores e denominadores.

Exemplos:

a) $\frac{13}{4}\times\frac{3}{8}=\frac{13\times3}{4\times8}=\frac{39}{32}=1\frac{7}{32}$

b) $\frac{18}{49}\times\frac{14}{27}=\frac{18\times11}{49\times27}=\frac{2\times\cancel{9}\times2\times\cancel{7}}{7\times\cancel{7}\times3\times\cancel{9}}=\frac{2\times2}{7\times3}=\frac{4}{21}$

Se o produto de dois números é 1, então, os números dizem-se inversos um do outro.

Exemplos:

a) $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1,\ \frac{a}{b}$ *é inverso de* $\frac{b}{a}$

b) $\frac{4}{7}\times\frac{7}{4}=\frac{4\times7}{7\times4}=\frac{28}{28}=1\Rightarrow\frac{4}{7}$ é inverso de $\frac{7}{4}$

2. Para dividir duas fracções, multiplica-se o dividendo pela fracção inversa do divisor, ou seja, multiplica-se os termos da primeira fracção pelo inverso dos termos da segunda fracção.

$$\boxed{\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}}$$

Exemplos:

a) $\frac{3}{4}\div\frac{7}{5}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{3\times5}{4\times7}=\frac{15}{28}$

b) $3\frac{1}{4}\div\frac{3}{8}=\frac{13}{4}\div\frac{3}{8}=\frac{13}{4}\times\frac{8}{3}=\frac{13\times8}{4\times3}=\frac{13\times2\times\cancel{4}}{\cancel{4}\times3}=\frac{13\times2}{3}=\frac{26}{3}=8\frac{2}{3}$

3. Para multiplicar dois números decimais, deve-se efectuar a multiplicação como se fosse de números naturais. O número de casas decimais do produto tem que ser igual à soma do número de casas decimais dos factores. Outra forma de multiplicar dois números decimais consiste em transformar os números decimais em fracções decimais e aplicar as regras da multiplicação de fracções.

Exemplo:

$4,25 \times 2,3 = 9,775$

$$\begin{array}{rl} 4,25 & \rightarrow \text{duas casas decimais} \\ \times\ 2,3 & \rightarrow \text{uma casa decimal} \\ \hline 1275 & \\ +850 & \\ \hline 9,775 & \rightarrow \text{três casas decimais} \end{array}$$

$$4,25 \times 2,3 = \underset{\text{duas casas decimais}}{\frac{425}{100}} \times \underset{\text{uma casa decimal}}{\frac{23}{10}} = \underset{\text{três casas decimais}}{\frac{9775}{1000}} = 9,775$$

4. Para dividir dois números decimais, é preciso dividi-los como se tratasse de números naturais. O número de casas decimais no quociente deve ser a diferença de números de casas decimais do dividendo e do divisor.

Na divisão de dois números decimais, também, é possível dividi-los através da transformação de números decimais em fracções decimais e aplicar as regras da divisão de fracções.

Exemplo:

$14,25 \div 1,5 = 9,5$

$$14,25 \div 1,5 = \frac{1425}{100} \div \frac{15}{10} = \frac{1425}{100} \div \frac{10}{15} = \frac{95 \times \cancel{15} \times \cancel{10}}{10 \times \cancel{10} \times \cancel{15}} = \frac{95}{10} = 9,5$$

duas casas decimais

$$\begin{array}{r|l} 14,25 & 1,5 \rightarrow \text{uma casa decimal} \\ \cline{2-2} -135 & 9,5 \\ \cline{1-1} 075 & \\ -75 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

uma casa decimal

4.10.1 Multiplicação e divisão de números decimais por 10, 100 ou 1000

1. Para multiplicar um número decimal por **10, 100** ou **1000**, basta deslocar a vírgula **uma, duas** ou **três** casas para direita, respectivamente, acrescentando os zeros necessários, conforme o caso.

Exemplos:

a) $0,06 \times 10 = 0,6$ b) $5,43 \times 10 = 54,3$

2. Para dividir um número decimal por **10**, **100** ou **1000**, basta deslocar a vírgula **uma**, **duas** ou **três** casas para esquerda, respectivamente, acrescentando os zeros necessários, conforme o caso.

Exemplos:

a) $4 \div 10 = 0,4$ b) $34,8 \div 10 = 3,48$

4.11 Potência de base fraccionária ou decimal de expoente natural

Potência é um produto de factores iguais. O factor que se repete chama-se **base,** o número de vezes que a base se repete chama-se **expoente.**

Exemplos:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2\times2\times2}{3\times3\times3}=\frac{8}{27}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{3} \quad 3 \rightarrow \text{Expoente}, \quad \frac{2}{3} \rightarrow \text{Base}$$

$$(0{,}3)^{3} \quad 3 \rightarrow \text{Expoente}, \quad 0{,}3 \rightarrow \text{Base}$$

$$(0{,}3)^3=0{,}3\times0{,}3\times0{,}3=0{,}027$$

4.11.1 Adição e subtracção com potências de base fraccionária ou decimal de expoente natural

Para adicionar ou subtrair potências, calcula-se o valor de cada potência.

Exemplos:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{2\times2}{3\times3}\right)+\left(\frac{1\times1}{3\times3}\right)=\frac{4}{9}+\frac{1}{9}=\frac{4+1}{9}=\frac{5}{9}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{2\times2}{3\times3}\right)-\left(\frac{1\times1}{3\times3}\right)=\frac{4}{9}-\frac{1}{9}=\frac{4-1}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

c) $(0{,}3)^2+(0{,}2)^2=[(0{,}3)\times(0{,}3)]+[(0{,}2)\times(0{,}2)]=0{,}09+0{,}04=0{,}13$

d) $(0{,}3)^2-(0{,}2)^2=[(0{,}3)\times(0{,}3)]-[(0{,}2)\times(0{,}2)]=0{,}09-0{,}04=0{,}05$

Exercícios propostos

1. Identifica as fracções próprias, impróprias e aparentes: $\frac{2}{5},\frac{11}{6},\frac{7}{15},\frac{18}{9},\frac{21}{3}$

2. Transforme as seguintes fracções decimais em números decimais: $\frac{4}{10},\frac{5}{10},\frac{25}{10},\frac{286}{1000}$

3. Represente na forma mista as seguintes fracções:

a) $\frac{9}{5}$ b) $\frac{15}{6}$ c) $\frac{11}{9}$

4. Escreva na forma decimal as seguintes fracções:

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{21}{4}$ c) $\frac{13}{9}$ d) $\frac{16}{15}$ e) $\frac{21}{18}$

5. Completa, seguindo o exemplo:

Número	Valor arredondado a menos de			
	1	0,1	0,01	0,001
5,62181	6	5,6	5,62	5,622
56,2181				
$\frac{33}{7} = 4{,}7142$				
$\frac{81}{7}$				
$7\frac{1}{3}$				
0,8279				

6. Calcula e arredonda a menos de :

a) $0{,}17 + 3{,}7$ b) $5{,}75 + 4{,}03 + 1{,}41$ c) $178{,}53 - 53{,}086 + 8{,}3$ d) $8{,}3 \times 0{,}235$

7. Calcula o valor das seguintes potências:

a) 2^3 b) $(0{,}1)^4$ c) $(3{,}1)^3$ d) $\left(\frac{3}{2}\right)^5$ e) $\frac{2}{3^4}$

8. Calcula e apresente o resultado na forma irredutível

a) $\frac{1}{5} + \frac{3}{10}$ b) $\frac{7}{6} - \frac{5}{12}$ c) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12} - \frac{2}{9}$

9. Calcula o valor das seguintes expressões numéricas.

d) $\frac{7}{3} \times \frac{2}{5}$ e) $\frac{3}{7} \div \frac{6}{7}$ f) $2\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} - 4\frac{1}{2}$

g) $5\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} - \frac{9}{2}$ h) $13 - 2\frac{1}{2} \times 1\frac{7}{4} + \frac{3}{8}$

9. Calcula o valor das seguintes expressões numéricas.

a) $2^5 + (3^4 - 9^2) - 3^3$

b) $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1^3}{3}$

c) $(0{,}1)^3 + (0{,}1)^2 \times 3$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$

e) $\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(1\frac{1}{4}\right)^2$

f) $\left(\frac{3}{25} + \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{5}\right)^2$

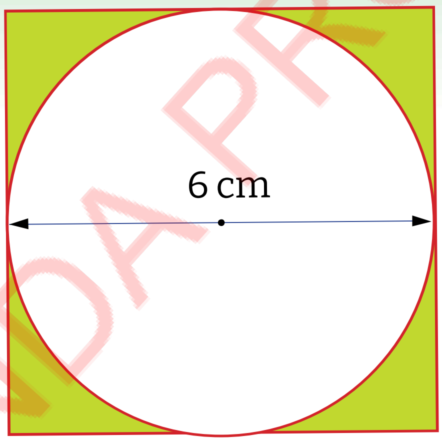
g) $2 + \left(0{,}5 + \frac{1}{4}\right) \times \frac{4}{15}$

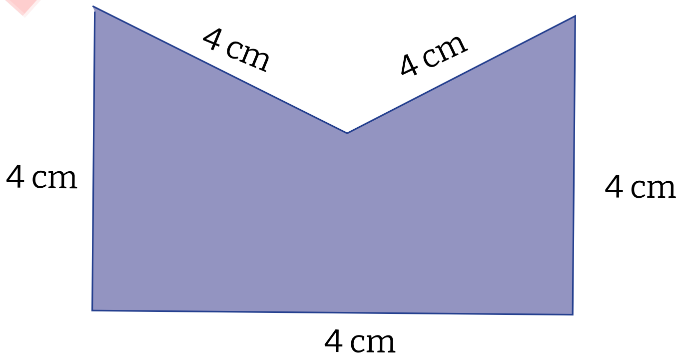
h) $\frac{2}{3} + 3 - \frac{1}{6} - 0{,}75 + \frac{11}{6}$

i) $\left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 + 2^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$

Unidade Temática 5

GRANDEZAS E MEDIDAS





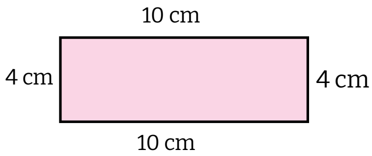
5. GRANDEZAS E MEDIDAS

5.1 Perímetro de figuras planas: rectângulo, triângulo, quadrado e circunferência

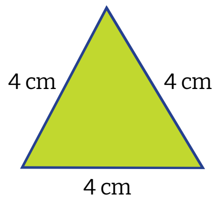
O perímetro de uma figura plana é o comprimento do contorno dessa figura. O valor do perímetro de uma figura plana poligonal calcula-se adicionando as medidas de todos os lados da figura.

Exemplos:

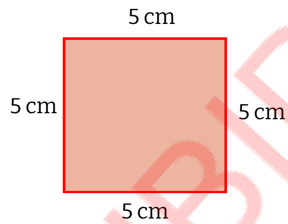
Determina o perímetro das seguintes figuras.



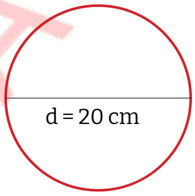
$$P_{\square} = 2\times(C+L)$$
$$P_{\square} = 2\times(10+4)cm$$
$$P_{\square} = 28cm$$



$$P_{\triangle} = 3\times \ell$$
$$P_{\triangle} = 3\times 4cm$$
$$P_{\triangle} = 12cm$$



$$P_{\square} = 4\times \ell$$
$$P_{\square} = 4\times 5cm$$
$$P_{\square} = 20cm$$



$$P_{\bigcirc} = 2\times \pi \times r$$
$$P_{\bigcirc} = 2\times 3{,}14\times 10cm$$
$$P_{\bigcirc} = 62{,}8cm$$

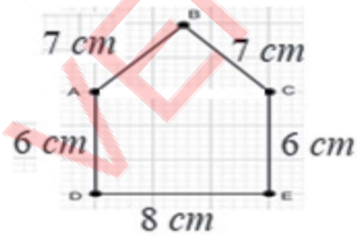
5.1.2 Perímetro de polígonos irregulares

O perímetro de um polígono irregular é a soma das medidas de todos os lados desse polígono.

Exemplos:

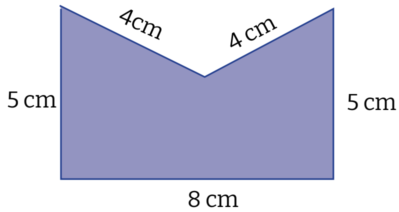
Calcula o perímetro das seguintes figuras.

a)



$$P = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 + \ell_5$$
$$P = 7cm + 7cm + 6cm + 8cm + 6cm$$
$$P = 34cm$$

b)



$$P = \ell_1 + 2\times \ell_2 + 2\times \ell_3$$
$$P = 8cm + (2\times 5)cm + (2\times 4)cm$$
$$P = 26cm$$

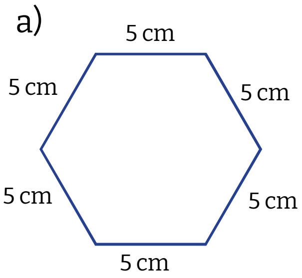
5.1.3 Perímetro de polígonos regulares

Para calcular o perímetro de polígonos regulares, pode-se usar a fórmula $\boxed{P = n\times \ell}$, onde ***n*** indica o número de lados do polígono e ℓ indica o comprimento de cada lado.

Exemplos:

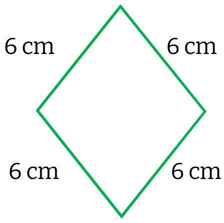
Determine o perímetro das figuras que se seguem.

a)



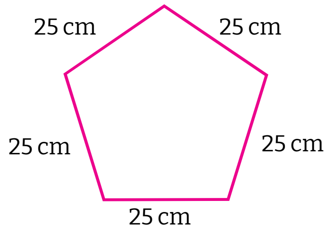
$$P = n \times \ell$$
$$P = 6 \times 5cm$$
$$P = 30cm$$

b)



$$P = n \times \ell$$
$$P = 4 \times 6cm$$
$$P = 24cm$$

c)



$$P = n \times \ell$$
$$P = 5 \times 25cm$$
$$P = 125cm$$

5.2 Áreas de figuras planas

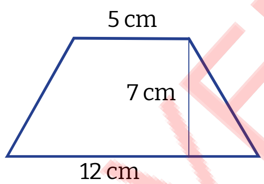
5.2.1 Área do trapézio, losango e círculo

A área do trapézio é dada pela fórmula: $\boxed{A = \frac{(B+b)\times h}{2}}$	A área do losango é dada pela fórmula: $\boxed{A = \frac{(D \times d)}{2}}$	A área do círculo é dada pela fórmula $\boxed{A = \pi \times r^2}$

Exemplos:

Calcula a área das seguintes figuras.

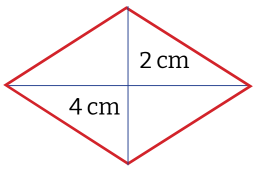
a)



$$A = \frac{(B+b)\times h}{2}$$
$$A = \frac{(12cm + 5cm)\times 7cm}{2}$$
$$A = 59,5cm^2$$

A área do trapézio é de **59,5 *cm*²**

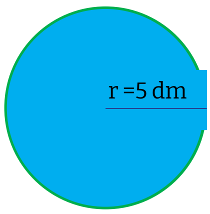
b)



$$A = \frac{(D \times d)}{2}$$
$$A = \frac{(4dm \times 2dm)}{2}$$
$$A = 4dm^2$$

A área do losango é de **4 *dm*²**

c)



$$A = \pi \times r^2$$
$$A = 3,14 \times (5dm)^2$$
$$A = 3,14 \times 25dm^2$$
$$A = 78,5dm^2$$

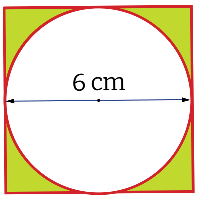
A área do círculo é de **78,5 *dm*²**

5.2.2 Área da parte tracejada

A área da parte pintada é calculada por partes.

Exemplo:

Na figura abaixo, calcula a área da parte pintada.



$\ell = 6cm$

Área do quadrado:

$A_{\square} = \ell^2$

$A_{\square} = (6cm)^2$

$A_{\square} = 36cm^2$

$r = \frac{d}{2} = \frac{6cm}{2} = 3cm$

Área do círculo:

$A_{\bigcirc} = \pi \times r^2$

$A_{\bigcirc} = 3,14 \times (3cm)^2$

$A_{\bigcirc} = 3,14 \times 9cm^2$

$A_{\bigcirc} = 28,26cm^2$

A área da parte pintada será

$A_p = A_{\square} - A_{\bigcirc}$

$A_p = 36cm^2 - 28,26cm^2$

$A_p = 7,74cm^2$

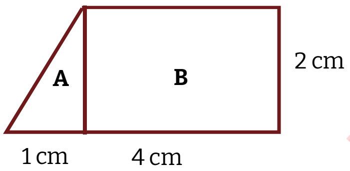
Resposta: A área da parte pintada é de **7,74 cm^2**

5.2.3 Área de figuras compostas

A área de figuras compostas, também, é determinada por partes.

Exemplo:

A figura a baixo é composta por triângulo e rectângulo. A área desta figura será



1º: $A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2} = \frac{(1 \times 2)}{2} cm^2 = \frac{2}{2} cm^2 = 1cm^2$

2º: $A_{\square} = C \times L = (4 \times 2)cm^2 = 8cm^2$

3º: $A_T = A_{\Delta} + A_{\square}$

$A_T = 1cm^2 + 8cm^2$

$A_T = 9cm^2$

Resposta: A área total da figura é de 9 cm^2

5.2.4 Área de polígonos regulares: pentágono e hexágono

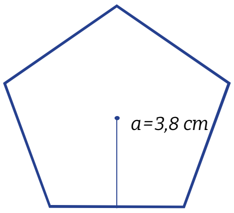
A área de um polígono regular é igual ao produto da metade da medida do perímetro pela medida do apótema.

$\boxed{A_P = \frac{P}{2} \times ap}$ sendo ***P*** o perímetro e ***ap*** o apótema.

Exemplos:

1. Qual é a área de um pentágono que tem lados de 8 *cm* de comprimento e um apótema de 3,8 *cm* de comprimento?

Resolução



Dados:

$\ell = 8cm$

$ap = 3,8cm$

$$A_P = \frac{P}{2} \times ap$$

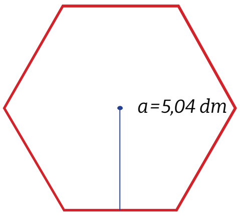
$$Ap = \frac{5 \times 8}{2} \times 3,8(cm)^2 = 20 \times 3,8cm^2$$

$$Ap = 76cm^2$$

Resposta: A área do pentágono é de 76 cm^2

2. Qual é a área de um hexágono que tem lados de 6 *dm* de comprimento e um apótema de 5,04 *dm* de comprimento?

Resolução



Dados:

$\ell = 6dm$

$ap = 5,04dm$

$$A_P = \frac{P}{2} \times ap$$

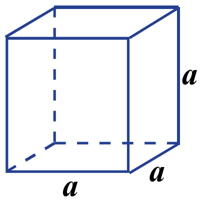
$$A_p = \frac{6 \times 6}{2} \times 5,04dm^2 = 18 \times 5,04dm^2$$

$$A_p = 90,72dm^2$$

Resposta: A área do hexágono é de 90,72 dm^2

5.2.5 Área total do cubo

A área total do cubo (A_t) é a soma das áreas das faces que formam o cubo.



Para calcular a área total do cubo, basta calcular a área de uma das faces e multiplicar por 6. Assim: $\boxed{A_T = 6 \times a^2}$, onde ***a*** é a medida da aresta.

Exemplo:

Calcula a área total de uma caixa com a forma de um cubo cujos lados medem 50 *cm*.

Dados

$a = 50$ cm

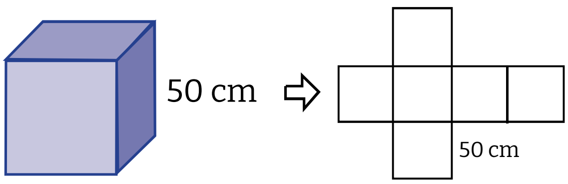
$A_T = ?$

Resolução

$$A_T = 6 \times a^2$$

$$A_T = 6 \times (50cm)^2 = 6 \times 2500cm^2$$

$$A_T = 15000cm^2$$



Resposta: A área total da caixa é de 15 000 cm^2

5.2.6 Área total do prisma recto

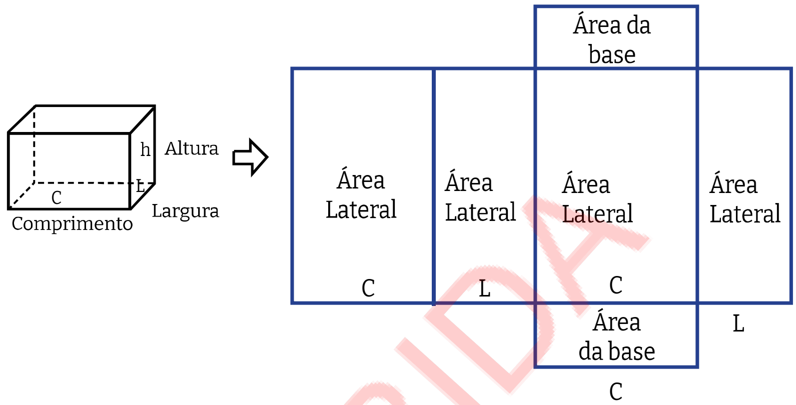
Num prisma recto, as faces laterais podem ser rectângulo ou quadrados. A área total de um prisma é a soma da área da superfície lateral com o dobro das áreas das bases. A área da base pode ser calculada usando a fórmula da área da superfície rectangular ou quadrangular.

$\boxed{A_T = A_\ell + 2 \times A_b}$

$A_T \rightarrow$ Área total

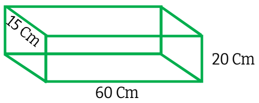
$A_L \rightarrow$ Área lateral

$A_b \rightarrow$ Área da base



Exemplo:

Determine a área total de uma caixa cujas dimensões são 60*cm*, 20*cm* e 15*cm*.



Resolução

Dados

$C = 60cm$

$L = 15cm$

$h = 20cm$

Área lateral$(A_L) = (C + L + C + L) \times h$

$A_L = P_b \times h$

$A_L = 2 \times (60 + 15) \times 20cm^2$

$A_L = 3000\ cm^2$

$A_b = C \times L = 60 \times 15\ cm^2 = 900cm^2$

A área total da caixa será

$A_T = 2 \times A_b + A_L$

$A_T = 2 \times 900cm^2 + 3000cm^2$

$A_T = 1800cm^2 + 3000cm^2$

$A_T = 4800cm^2$

Resposta: A área total da caixa é de **4800 *cm*²**

5.2.7 Área total do cilindro

O cilindro é composto por dois círculos e uma face rectangular, gerado pela face curva do cilindro.

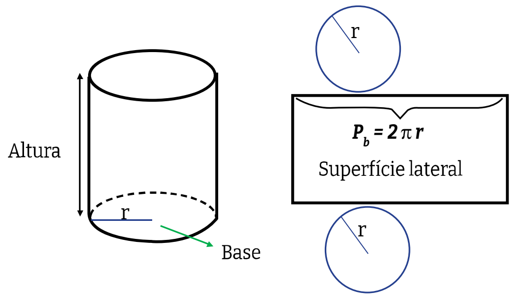
A face rectangular (área do rectângulo) representa a área lateral do cilindro que é obtida pela multiplicação do comprimento do rectângulo e da altura do cilindro.

Área lateral $(A_L) = \mathbf{2} \times \pi \times \mathbf{r} \times \mathbf{h}$

Área da base circular do cilindro é dada pela fórmula:

Área da base $(A_b) = \pi \times \mathbf{r^2}$

Para calcular a área da superfície do cilindro adicionam-se as medidas das áreas das duas bases com a medida da área lateral



Área Total $(A_t) = \mathbf{2} \times$ **área da base** + **área lateral**

Assim, a área da superfície do cilindro é a soma do dobro da área da base circular e da área lateral do cilindro:

$$\boxed{A_T = 2\times A_b + A_\ell} \Leftrightarrow A_T = 2\times\pi\times r^2 + 2\times\pi\times r\times h \text{ ou } \boxed{A_T = 2\times\pi\times r\times(r+h)}$$

Exemplo:

Determina a área total de um cilindro que tem 20 *cm* de altura e a medida de raio igual a 6 *cm*.

Dados	**Resolução**
$r = 6cm$	$A_t = 2\pi r\times(r+h) \Leftrightarrow A_t = 2\times 3{,}14\times 6cm\times(6+20)cm$
$h = 20cm$	$A_t = 12\times 3{,}14\times 26cm^2 \Leftrightarrow A_t = 979{,}68cm^2$
$\pi = 3{,}14$	**Resposta:** A área total do cilindro é de $979{,}68cm^2$.

5.3 Volume de sólidos geométricos: prisma recto, cilindro, pirâmide rectangular, cone e esfera

5.3.1 Volume prisma recto

Prisma recto é um sólido geométrico cujas faces laterais são rectangulares. As bases podem ser triangulares, quadrangulares, rectangulares, pentagonais ou hexagonais.

O **volume** de um prisma é o produto da medida da área da base pela medida da altura.

$$V_{prisma} = A_{base}\times h.$$

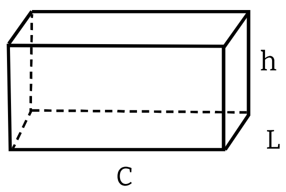
Considerando que área da base do prisma recto é dada pela fórmula $\boxed{A = C\times L}$, então o volume é dado pelo produto do comprimento (C), pela largura (L) e pela altura (h).

Exemplo:

Determine o volume do prisma recto cujas dimensões são $C = 6\ dm$; $L = 2\ dm$ e $h = 4\ dm$.

Resposta: O volume do prisma recto é igual a 48 dm^3.

Dados	**Resolução**
$C = 6\ dm$	$V = C\times L\times h = 6\ dm\times 2\ dm\times 4\ dm$
$L = 2\ dm$	$V = 12\ dm^2\times 4\ dm$
$h = 4\ dm$	$V = 48\ dm^3$.

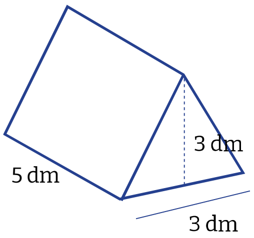


Se a base do prisma for triangular, o volume é dado pela fórmula: $\boxed{V_{prisma} = A_b\times h}$ onde

$$\boxed{A_b = \frac{b\times h}{2}}$$

Exemplo:

Observa a figura abaixo e determina o seu volume.



Dados

$h_p = 5dm$

$h_b = 3dm$

$b_t = 3dm$

Resolução

$V_p = A_b \times h$

$A_b = \dfrac{b \times h}{2}$

$A_b = \dfrac{3 \times 3}{2} dm^2$

$A_b = \dfrac{9}{2} dm^2 = 4{,}5\ dm^2$

$V_p = A_b \times h$

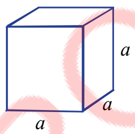
$V_p = 4{,}5\ dm^2 \times 5\ dm$

$V_p = 22{,}5\ dm^3$

Resposta: O volume do prisma é de 22,5 dm^3 .

5.3.2 Volume de cubo

Sendo que no cubo as arestas têm as medidas iguais, o volume do cubo é dado pela fórmula: $V = a \times a \times a$ ou $\boxed{V = a^3}$



Exemplo:

Determina a medida do volume do cubo cuja aresta é igual a 2 *cm*.

Resolução

$a = 2\ cm$

$V = a^3 = (2cm)^3 = 8cm^3.$

Resposta: O volume do cubo é de 8 cm^3

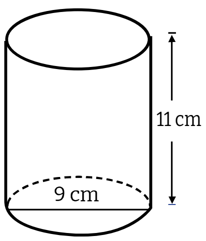
5.3.3 Volume de cilindro

O volume do cilindro é calculado pelo produto da área da base pela altura.

$\boxed{V_{Cilindro} = A_b \times h}$, onde $A_{base} = \square \times r^2$ assim $\boxed{V_{cilindro} = \square \times r^2 \times h}$

Exemplo:

Calcula o volume de um cilindro com as seguintes medidas:



$A_{base} = \pi \times r^2$

$A_{base} = 3{,}14 \times \left(\dfrac{9}{2}\right)^2 cm^2$

$A_{base} = 3{,}14 \times (4{,}5)^2\ cm^2$

$A_{base} = 63{,}585\ cm^2$

$V = A_b \times h$

$V = 63{,}585\ cm^2 \times 11\ cm$

$V = 699{,}435\ cm^3$

Resposta: O volume do cilindro é de 699,435 cm^3

5.3.4 Volume de pirâmide rectangular

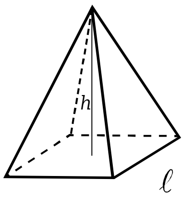
O volume de uma pirâmide é dado pelo produto da terça parte da área de sua base pelo comprimento de sua altura.

$$\boxed{V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \times (A_b \times h)}$$

Exemplo:

Calcula o volume de uma pirâmide de base quadrangular que se segue, considere

$\ell = 5$ cm e $h = 8$ cm



Resolução

$$A_{base} = \ell^2$$

$$A_{base} = (5cm)^2$$

$$A_{base} = 25cm^2$$

$$V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \times (A_b \times h)$$

$$V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \times (25cm^2 \times 8cm)$$

$$V_{pirâmide} = 66,6\,cm^2$$

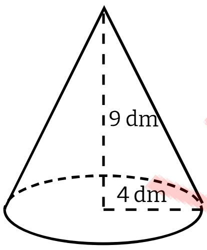
Resposta: O volume da pirâmide é de 66,6 cm^3.

5.3.5 Volume de cone

O volume do cone é dado pelo produto da terça parte da área da base pela medida da altura. $\boxed{V_{cone} = \frac{1}{3} \times (A_b \times h)}$

Exemplo:

Determina o volume do seguinte cone.



Resolução

$$A_b = \pi \times r^2$$

$$A_b = 3,14 \times (4dm)^2$$

$$A_b = 3,14 \times 16\,dm^2$$

$$A_b = 50,24dm^2$$

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \times (A_b \times h)$$

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \times (50,24dm^2 \times 9dm)$$

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \times 452,16\,dm^3$$

$$V_{cone} = 150,72dm^3$$

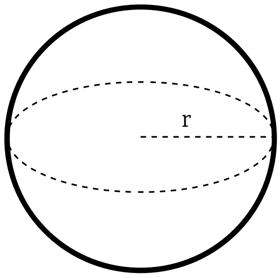
Resposta: O volume do cone é de 150,72 dm^3

5.3.6 Volume de esfera

O volume de uma esfera é dado pela fórmula: $\boxed{V_{esfera} = \frac{4}{3} \square \times r^2}$

Exemplo

Calcula o volume de uma esfera cujo raio mede 4 *cm*



Resolução

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi \times r^3$$

$$V_{esfera} = \frac{4 \times 3{,}14 \times (4cm)^3}{3} = \frac{4 \times 3{,}14 \times 64}{3} cm^3 = \frac{803{,}84}{3} cm^3$$

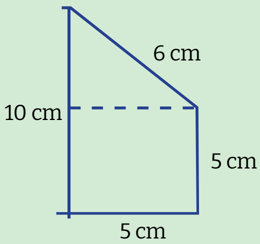
$$V_{esfera} = 267{,}97 cm^3$$

Resposta: O volume da esfera é de 267,97 cm^3

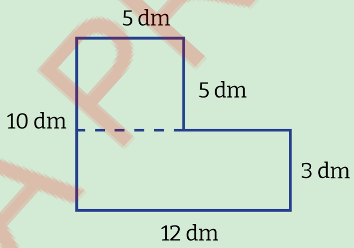
Exercícios propostos

1. Determina o perímetro das figuras que se seguem.

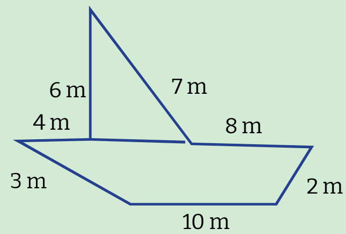
a)



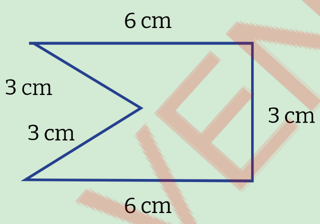
b)



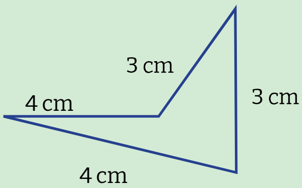
c)



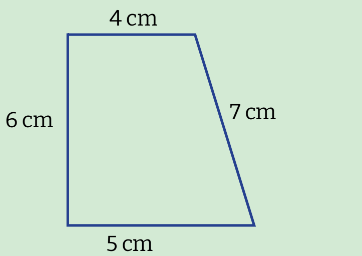
d)



e)

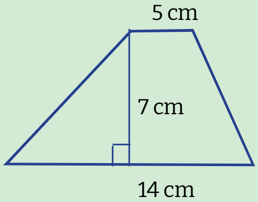


f)

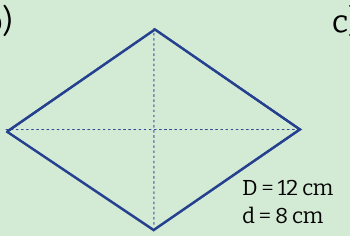


2. Calcula a área das seguintes figuras.

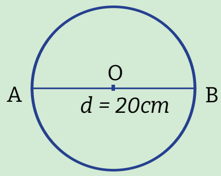
a)



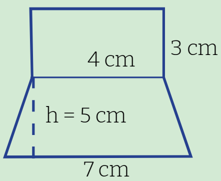
b)



c)

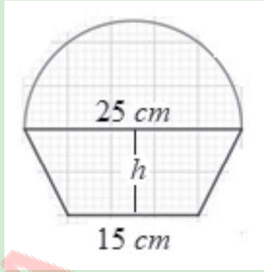


d)



3. Uma moeda tem de diâmetro 25 *mm*. Calcula a medida de superfície (área) dessa moeda?

4. Uma praça pública com a forma de uma circunferência, tem de raio 20 m. Determina a área ocupada por essa praça.

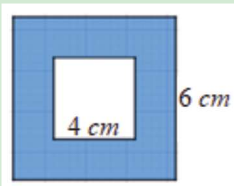


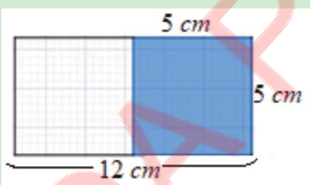
5. A imagem ao lado, representa um cesto de palha. Determina superfície do papel que será necessário para embrulha-lo. A altura do cesto, sem contar a pega, é de 10 *cm*.

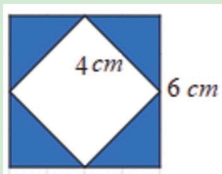
6. Observa a placa, ao lado. Cada lado da placa mede 0,5 *m* e o apótema 0,25 *m*.

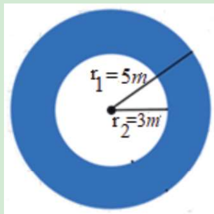
Determina a área da placa.

7. Uma praça municipal tem a forma de um pentágono com 50 *m* de lado. Qual será a medida da área ocupada pela praça se o apótema for de 30,5 *m* ?

a) 

b) 

c) 

d) 

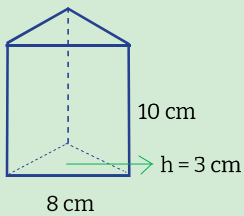
8. Determina, em cada caso, a área da parte pintada.

9. Determina a área total de um cubo cujas arestas medem 25 cm.

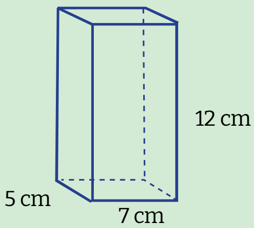
10. Dado um cilindro com 20 *cm* de altura e raio da base de 5 *cm* Calcula a medida da área total dessa figura?

11. Observa as figuras abaixo. Determina a área total de cada uma delas.

a)

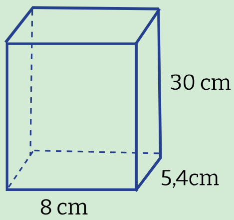


b)

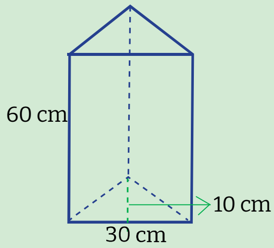


12. Calcula o volume de cada uma das figuras abaixo.

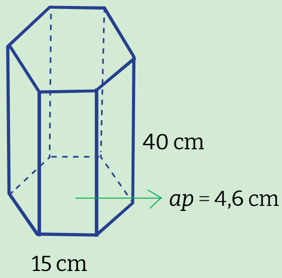
a)



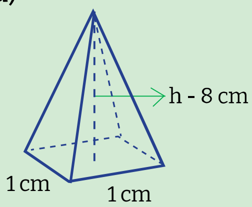
b)



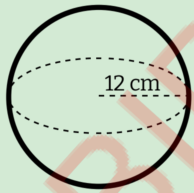
c)



d)



e)



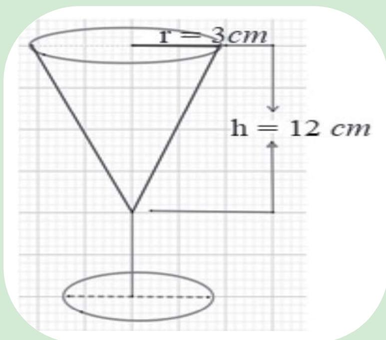
13. O senhor Salimo construiu um celeiro para guardar o milho. O celeiro tem a forma cilíndrica com 3 metros de altura e 4 metros de diâmetro. Determina o volume desse celeiro.

14. Um tanque de água cilíndrico tem a capacidade de armazenar 1200 m^3 de água. Sabendo que o mesmo possui raio igual a 4 m, qual é a altura desse tanque?

15. Qual é o volume de uma pirâmide com 15 m de altura e uma base quadrada de 8 m de lado?

16. Uma pirâmide rectangular tem um volume de 100 m^3. Se sua altura é de 10 m e sua largura é de 3 m, qual é a medida do seu comprimento?

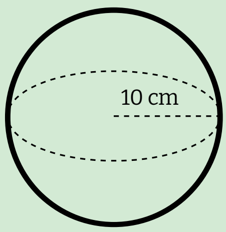
17. Observa a taça:



a) Determina o seu volume.

b) Qual é *ml* a capacidade da taça

18. Determina o volume de uma bola de futebol cujo raio é igual a 10 *cm*.



Unidade Temática 6

EQUAÇÕES LINEARES

$$4 \times (x - 1) = 2 \times 4 \Rightarrow \mathbf{4 \times x - 4 = 8}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{2x}{5} + 5 = 7 \\
&\Leftrightarrow \frac{2x}{5} = 7 - 5 \\
&\Leftrightarrow \frac{2x}{5} = 2 \\
&\Leftrightarrow 2x = 2 \times 5 \\
&\Leftrightarrow 2x = 10 \\
&\Leftrightarrow x = 10 \div 2 \\
&\Leftrightarrow x = 5
\end{aligned}$$

6

6. EQUAÇÕES LINEARES

6.1 Noção de variável

As Expressões que contêm letras (variáveis), números, sinais de operação $(+, -, \times$ ou $\div)$, algumas vezes parênteses, são chamadas **expressões algébricas**.

Exemplos:

$4 \times \ell$ $\qquad$ $x \div 9$ $\qquad$ $\dfrac{b \times h}{2}$

$4ax^2 + 2ab$ $\qquad$ $5x - 2y$ $\qquad$ $5x(a + 4 - 2) \div 3$

6.2 Conceito de equação, termos de uma equação

Uma equação é uma igualdade matemática que contém variáveis (incógnita). Ela é composta dois membros.

Exemplos:

Equação	1º Membro	2º Membro
$\boldsymbol{a} + 5 = 8$	$\boldsymbol{a} + 5$	8
$\boldsymbol{x} \div 9 = 2$	$\boldsymbol{x} \div 9$	2
$9 - \boldsymbol{m} = 4$	$9 - \boldsymbol{m}$	4

6.3 Solução de uma equação

Solução de uma equação é o valor da incógnita que torna a igualdade verdadeira.

Exemplos:

A solução da equação $a + 5 = 8$ é $\boldsymbol{a = 3}$ $\qquad$ A solução da equação $x \div 9 = 2$ é $\boldsymbol{x = 18}$

A solução da equação $9 - m = 4$ é $\boldsymbol{m = 4}$

6.4 Equações equivalentes

Duas equações são equivalentes num dado conjunto se têm nesse conjunto as mesmas soluções.

Exemplo:

Considera as equações: $\mathbf{5} + \boldsymbol{a} = \mathbf{10}$ e $\boldsymbol{x} + \mathbf{4} = \mathbf{6}$ e , determinando a solução de cada equação, obtém-se $\boldsymbol{a} = \mathbf{2}$ e $\boldsymbol{x} = \mathbf{2}$. Assim, as equações $\mathbf{5} + \boldsymbol{a} = \mathbf{10}$ e $\boldsymbol{x} + \mathbf{4} = \mathbf{6}$ são equivalentes.

6.5 Princípios de equivalência de duas equações

1º Princípio (***Princípio aditivo***): adicionando aos dois membros de uma equação o mesmo número, obtém-se uma outra equação equivalente à equação dada.

Exemplo:

$3x - 4 = 8$

Adicionando **2** aos dois membros da equação obtém-se

$3x - 4 + 2 = 8 + 2 \Rightarrow 3x - 2 = 10$

A equação $\mathbf{3x - 2 = 10}$ é equivalente à primeira equação $\mathbf{3x - 4 = 8}$.

2º Princípio (***Princípio multiplicativo***): multiplicando os dois membros de uma equação pelo mesmo número diferente de zero, obtém-se uma outra equação equivalente à equação dada.

Exemplo:

$x - 1 = 2$

Multiplicando os dois membros desta equação por 4, obtém-se:

$4 \times (x - 1) = 2 \times 4 \Rightarrow \mathbf{4 \times x - 4 = 8}$

Assim equação $\mathbf{4x - 4 = 8}$ é equivalente à equação $\mathbf{x - 1 = 2}$.

Nota: $\mathbf{4x}$ pode ser escrito $\mathbf{4 \times x}$ ou $\mathbf{4 \cdot x}$, substituíndo o sinal da **multiplicação** por este sinal **(·)**

6.6 Resolução de equações lineares

6.6.1 Resolução de equações lineares do tipo: $a + x = b$; $x - a = b$; $ax = b$; $a \div x = b$ e $x \div a = b$ com números fraccionários e decimais

Resolver uma equação significa encontrar (descobrir) o valor desconhecido, ou seja, encontrar o valor da incógnita que torna a igualdade verdadeira.

Exemplos:

a) $4 + x = 8$
$\Leftrightarrow x = 8 - 4$
$\Leftrightarrow x = 4$

b) $x - 5 = 2$
$\Leftrightarrow x = 2 + 5$
$\Leftrightarrow x = 7$

c) $3x = 21$
$\Leftrightarrow x = 21 \div 3$
$\Leftrightarrow x = 7$

d) $x \div 9 = 45$
$\Leftrightarrow x = 45 \times 9$
$\Leftrightarrow x = 405$

e) $6 \div x = 2$
$\Leftrightarrow 2x = 6$
$\Leftrightarrow x = 6 \div 2$
$\Leftrightarrow x = 3$

f) $\frac{2x}{5}+5=7$

$\Leftrightarrow \frac{2x}{5}=7-5$

$\Leftrightarrow \frac{2x}{5}=2$

$\Leftrightarrow 2x=2\times5$

$\Leftrightarrow 2x=10$

$\Leftrightarrow x=10\div2$

$\Leftrightarrow x=5$

g) $y-\frac{1}{2}=0,5$

$\Leftrightarrow y-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow y=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow y=\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}$

$\Leftrightarrow y=1$

h) $\frac{1}{2}x=10$

$\Leftrightarrow x=10\times2$

$\Leftrightarrow x=20$

i) $p\div\frac{4}{15}=\frac{18}{5}$

$\Leftrightarrow p=\frac{18}{5}\times\frac{15}{4}$

$\Leftrightarrow p=\frac{9}{1}\times\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow p=\frac{9\times3}{2}$

$\Leftrightarrow p=\frac{27}{2}$

j) $\frac{3{,}14}{t}=\frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow 3\times3{,}14=2\times t$

$\Leftrightarrow 9{,}42=2t$

$\Leftrightarrow 2t=9{,}42$

$\Leftrightarrow t=9{,}42\div2$

$\Leftrightarrow t=4{,}71$

6.6.2 Resolução de equações lineares do tipo: $ax=b$; $ax\pm b=0$; $ax+b=cx+d$; sendo a, b, e c decimais e $a\neq0$ e $c\neq0$

Exemplos:

$ax=b$	$ax+b=0$	$ax-b=0$	$ax+b=cx+b$
$0{,}5x=10$	$0{,}1x+10=0$	$0{,}5x-1{,}5=0$	$2{,}5x-3=1{,}5x+5$
$\Leftrightarrow x=10\div0{,}5$	$\Leftrightarrow 0{,}1x=-10$	$\Leftrightarrow 0{,}5x=1{,}5$	$\Leftrightarrow 2{,}5x-1{,}5x=3+5$
$\Leftrightarrow x=20$	$\Leftrightarrow x=-10\div0{,}1$	$\Leftrightarrow x=1{,}5\div0{,}5$	$\Leftrightarrow x=8$
	$\Leftrightarrow x=-100$	$\Leftrightarrow x=3$	

6.7 Classificação de equações

As equações quanto as soluções podem ser:

Possíveis		Impossíveis
Determinadas	**Indeterminadas**	
Quando admitem um número finito de soluções.	Quando admitem um número infinito de soluções.	Quando não admitem soluções. O seu conjunto de soluções é um conjunto vazio.

Exemplo

Resolver a equação

$2x-1=3$

Resolução

$2x-1=3 \Leftrightarrow 2x=3+1$

$\Leftrightarrow 2x=4$

$\Leftrightarrow x=4\div2$

$\Leftrightarrow x=2$

2 é solução da equação por isso é uma ***equação possível***.

Resolver a equação

$5z-2=5(z+1)-7$

Resolução

$5z-2=5(z+1)-7$

$\Leftrightarrow 5z-2=5z+5-7$

$\Leftrightarrow 5z-2=5z-2$

Esta é uma ***equação indeterminada***

Resolver a equação

$x+2=x+3$

Resolução

$x+2=x+3$

$\Leftrightarrow x-x=-2+3$

$\Leftrightarrow 0=1$

Esta é uma ***equação impossível.***

6.8 Resolução de problemas conducentes à equações lineares

Exemplo de problema:

A idade do senhor Matusse é o triplo da idade do seu filho Joaquim e a soma de ambas idades é 52 anos. Qual é a idade de cada um?

Dados

- Seja: x é idade do Joaquim
- A idade do senhor Matusse é o triplo da idade do seu filho Joaquim: $3x$
- A soma de ambas idades é 52 anos:

$x + 3x = 52$

Pedido

Idade de cada um:

$x - ?$ e $3x - ?$

Resolução

$$x + 3x = 52$$
$$\Leftrightarrow 4x = 52$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{52}{4}$$
$$\Leftrightarrow x = 13$$

Solução

Idade do Joaquim: $x = 13$

Idade do senhor Matusse:

$3x = 3 \times 13 = 39$

Verificação

$$x + 3x = 52$$
$$\Leftrightarrow 13 + 3 \times 13 = 52$$
$$\Leftrightarrow 13 + 39 = 52$$

Resposta: O Joaquim tem 13 anos e o senhor Matusse tem 39 anos.

6.9 Equações Literais

Uma equação é denominada equação literal quando apresenta pelo menos uma letra que não seja incógnita.

Exemplos:

$ax + b = 0$ $\qquad$ $2x - a = 5b$ $\qquad$ $6x = a - 3$

As equações literais com uma incógnita são resolvidas do mesmo modo que as outras equações. As que apresentam mais letras para além da incógnita, são resolvidas, obedecendo uma ordem. Isto é, escolhe-se a incógnita, em ordem a ela e resolve-se a equação, considerando as outras letras como se fossem números conhecidos (parâmetros).

Exemplos:

Resolver a equação em ordem a x:

$$3x = 15a$$
$$x = \frac{15a}{3} = 5a$$

Resolver a equação em ordem a r:

$$P = 2\pi r$$
$$r = \frac{2\pi}{P}$$

Resolver a equação em ordem a b:

a b: $\frac{a-b}{3} = \frac{a}{5}$

Exercícios propostos

1. Nas seguintes alíneas, indica com **P**, o que cooresponde a proposições e com **V** a expressões algébricas.

a) $a \times b + 10$ b) $8 + (2 + 7 \times 3)$ c) $3y - 4x + 6$ d) $12 + 4 + 15 + 3$

e) $3m - Zn + 5$ f) $20 \div 5 - \frac{1}{2}$ g) $\frac{5}{10} + c - 8$ h) $\left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} - 0{,}3\right) + \frac{2}{5}$

2. Verifica se cada par de equações abaixo são equivalentes.

a) $x + 4 = 6$ e $5x = 10$ b) $y + 5 = 8$ e $9 - y = 5$

c) $m - 2 = 7$ e $2m = 18$ d) $u + 5 = 10$ e $2u = 10$

3. Resolve as equações seguintes.

a) $2x + 10 = 18$ b) $5x - 8 = 1$ c) $4 + z = 8$ d) $7y - 9 = 5$

e) $3a = 21$ f) $4m - 5 = m$ g) $9u = 81$ h) $x \div 9 = 5$

i) $\frac{1}{2}x = 10$ j) $\frac{t+5}{2} = 10$ l) $\frac{2x}{5} + 5 = 7$ m) $\frac{1}{3}u = \frac{1}{6}$

n) $3{,}9v = 0{,}5$ o) $\frac{5x+10}{9} = 5$ p) $0{,}7r = 2{,}1$ q) $\frac{e}{1{,}3} = 10$

4. Resolva os seguintes problemas:

a) A duas unidades adicionadas ao dobro de um número é igual a 18. Qual é esse número?

b) Num rectângulo com 50 *cm* de perímetro, a medida do comprimento tem 5 *cm* a mais que a largura. Determina a medida da largura.

c) A Paula e a Juliana são irmãs. A soma das suas idades é igual a 28. Qual é a idade da Paula, se a Juliana é 2 anos mais nova?

d) A quinta parte de um número é igual a 36. Qual é esse número?

e) O triplo de um número diminuído de 4 é igual a 23. Qual é esse número?

f) Numa capoeira há galinhas e patos totalizando 54 aves. O número de galinhas é o dobro do número de patos. Quantos patos há na capoeira?

5. Resolve as equações em ordem a incógnita x.

a) $6x = b$ b) $2ax = 3a - b$ c) $px + n = p$

d) $2x + 9m = 9m$ e) $2ax + 4ax = 3b + n$ f) $8x = 3a - 8$

Unidade Temática 7

PERCENTAGENS

$$2{,}5\%\ de\ 240Mt = \frac{2{,}5}{100} \times 240 = \frac{25}{10} \times \frac{240}{100} = 6Mt$$

$$\frac{2}{5} = 2 \div 5 = 0{,}4 \times 100\% = 40\%$$

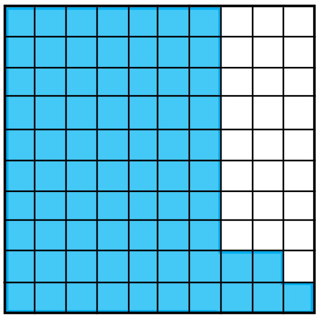
$$\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0{,}333\ldots \times 100\%$$

$$= 33{,}3\%$$

7. PERCENTAGENS

Uma **percentagem** pode ser representada por uma **fracção** de **denominador 100.** Por isso, **percentagem** significa **uma parte** de **100.** O símbolo usado para representar percentagem **é: %.**

Exemplo:



Esta figura é composta por 100 quadradinhos iguais, e estão pintados 75.

Representando a parte pintada através de uma fracção fica: $\frac{75}{100}$. Esta fracção pode ser escrita na forma de percentagem e fica: $\frac{75}{100}$ = **75%** e lê-se **75 por cento**.

7.1 Transformação de percentagem em números fraccionários e decimais

Toda fracção de denominador 100 pode ser escrita na forma de percentagem ou na forma decimal.

Para transformar a percentagem em número decimal pode-se, escrever a percentagem na forma de fracção decimal, dividir os termos da fracção e escrever o resultado na forma decimal.

a) $57\% = \frac{57}{100} = 57 \div 100 = 0{,}57$

b) $6{,}5\% = \frac{6{,}5}{100} = 6{,}5 \div 100 = \frac{65}{10} \div 100 = \frac{65}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{65}{1000} = 0{,}065$

Exemplos:

Na prática

Para transformar a percentagem em número decimal pode-se, escrever a percentagem na forma de fracção decimal, escreve-se o numerador e, a partir do algarismo das unidades, desloca-se duas casas decimais para esquerda, e coloca-se a vírgula.

Exemplos:

a) $7\% = \frac{7}{100} = 0{,}07$

b) $6{,}5\% = \frac{6{,}5}{100} = 0{,}065$

c) $30\% = \frac{30}{100} = 0{,}3$

d) $7{,}4\% = \frac{7{,}4}{100} = 0{,}074$

Para transformar uma fracção não decimal em percentagem, divide-se o numerador pelo denominador, multiplica-se o resultado por 100 e acrescenta-se o símbolo %.

a) $\frac{2}{5} = 2 \div 5 = 0{,}4 \times 100\% = 40\%$

b) $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0{,}75 \times 100\% = 75\%$

c) $\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0{,}333 \ldots \times 100\%$

$= 33{,}3\%$

d) $\frac{5}{6} = 5 \div 6 = 0{,}833 \ldots \times 100\% = 83{,}3\%$

Exemplos:

7.2. Cálculo de percentagens de quantidades

Para calcular uma percentagem de uma quantidade, multiplica-se a percentagem pela quantidade, transformando-a para forma decimal ou para forma de fracção com denominador 100.

Exemplos:

a) 7% de $600kg = 7\% \times 600 = \frac{7}{100} \times 600 = 42kg$ ou seja

7% de $600kg = 0{,}07 \times 600 = 42kg$

b) $2{,}5\%\ de\ 240Mt = \frac{2{,}5}{100} \times 240 = \frac{25}{10} \times \frac{240}{100} = 6Mt$ ou seja

$2{,}5\% \times 24 = 0{,}025 \times 240 = 6\ Mt$

Exercícios propostos

1. Escreve na forma de percentagem.

a) 0,5 b) 0,25 c) 0,03 d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{5}{20}$ f) $\frac{25}{32}$ g) $\frac{46}{80}$

2. Calcula

a) 20% de 400 Mt b) 50% de 25 kg c) 30% de 200 km

d) 15% de 1 h e) 80% de um dia f) 3,5 de 125 litros

g) 15% de 10 horas k) 60% de 8m i) 4,5% de 225 ℓ

Resolve os seguintes problemas

3. O Josué leu 24% de um livro que possui 120 páginas. Quantas páginas do livro o Josué já leu?

4. Numa turma de 60 alunos, 45% são meninas. Quantos meninos e meninas tem a turma?

5. Uma bicicleta custava 3500 Mt e teve uma redução de 20% .

i) Calcula o valor da redução?

ii) Quanto custou a bicicleta depois do desconto?

6. Uma loja vendia um aparelho de televisão por 5000 Mt. Pela passagem do fim do ano, a loja anunciou uma redução de 20% de desconto em todos televisores. Qual é o preço final do aparelho depois do desconto?

7. Numa avaliação de Matemática, obteve-se as seguintes classificações:

Muito bom	Bom	Aceitável	Não aceitável
6 Alunos	18 Alunos	21 alunos	5 alunos

i) Calcula o número total dos alunos que foram submetidos a prova de Matemática.

ii) Calcula a percentagem de alunos que obteve cada uma das classificações.

8. O Sr. Fernando é pescador. No mês de Março capturou 1300 kg de peixe e no mês seguinte mais 32% da captura anterior. Qual foi a quantidade de peixe obtida no mês Abril?

Unidade Temática 8

LITERACIA FINANCEIRA

1º Passo: $V_i = 950 \quad V_f = 1125$

2º Passo: $V_f - V_i = 1125 - 950 = 175$

3º Passo: $\frac{V_f - V_i}{V_i} = \frac{175}{950} = 0{,}1842105$

4º Passo:

$$A\% = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100 = 0{,}1842105 \times 100$$

$$A\% = 18{,}42105 \approx 18{,}4\%$$

$$17\% = \frac{17}{100} = 0{,}17$$

$$400 \times (1 + 0{,}17) = 400 \times 1{,}17 = 468\text{Mt}$$

8. LITERACIA FINANCEIRA

8.1 Cálculo do aumento e a diminuição percentual

Existem dois métodos para calcular o aumento e a diminuição percentual.

Primeiro método

1. Escreve o valor inicial (V_i) e o valor final (V_f);
2. Determina a diferença desses valores, $V_f - V_i$;
3. Divide o resultado pelo valor inicial; $\frac{V_f-V_i}{V_i}$;
4. Multiplica o resultado por 100; $\frac{V_f-V_i}{V_i} \times 100$.

Exemplo:

O custo de uma botija de gás doméstico, no início do ano, era de 950 Mt e passou para 1125 Mt, no final do ano. Calcula o aumento percentual ocorrido.

Resolução:

1º Passo: $V_i = 950 \quad V_f = 1125$

2º Passo: $V_f - V_i = 1125 - 950 = 175$

3º Passo: $\frac{V_f-V_i}{V_i} = \frac{175}{950} = 0{,}1842105$

4º Passo:

$A\% = \frac{V_f-V_i}{V_i} \times 100 = 0{,}1842105 \times 100$

$A\% = 18{,}42105 \approx 18{,}4\%$

Resposta: O aumento percentual foi de **18,4%**.

2. Segundo método

1. Escreve o valor inicial (V_i) e o valor final (V_f);
2. Divide o valor final (V_f) pelo valor inicial (V_i), $\frac{V_f}{V_i}$;
3. Multiplica o resultado por 100, $\frac{V_f}{V_i} \times 100$;
4. Subtrai 100 por último.

Exemplo:

O custo de gás doméstico era de 950 Mt e passou para 1125 Mt. Calcule o aumento percentual ocorrido.

Resolução:

1º Passo: $V_i = 950 \quad V_f = 1125$

2º Passo: $\frac{V_f}{V_i} = \frac{1125}{950} = 1{,}1842105$

3º Passo: $1{,}1842105 \times 100 = 118{,}42105$

4º Passo: $118{,}42105 - 100 = 18{,}42105 \approx 18{,}42\%$

Resposta: O aumento percentual foi de **18,4%** .

Estes dois métodos podem ser utilizados para calcular a redução percentual. No caso em que estes métodos forem utilizados para calcular a redução percentual, o resultado será um **número negativo**.

O aumento percentual nos mostra quanto foi o aumento em relação ao valor inicial e a diminuição percentual nos mostra, de quanto foi a diminuição em relação ao valor inicial.

Exemplo:

O custo de gás doméstico era de 1125 Mt e passou para 950 Mt. Calcule a diminuição percentual ocorrida.

Resolução

1º Passo: $V_i = 1125$ e $V_f = 950$

2º Passo: $V_f - V_i = 950 - 1125 = -175$

3º Passo: $-175 \div 950 = -0{,}1842105$

4º Passo $-0{,}1842105 \times 100 = -18{,}42105 \approx -18{,}4\%$

Resposta: A diminuição percentual foi de **18,4%** .

8.2 Desconto

Desconto significa uma dedução do preço habitual de algo. O verbo “descontar” significa retirar um montante, normalmente do preço de algum bem ou serviço.

Exemplo:

O custo de um livro era de 1200 Mt. Calcula o valor do livro, sabendo que sofreu um desconto de 23%.

Resolução:

Preço inicial $(p_i) = 1200MT$

Taxa de desconto $(t) = 23\%$

Desconto (d)?

Valor actual (V_a)?

$(\boldsymbol{d}) = t \times p_i$

$(\boldsymbol{d}) = \mathbf{23\% \times 1200} \boldsymbol{MT} = \frac{\mathbf{23}}{\mathbf{100}} \times \mathbf{1200}\boldsymbol{MT} = \mathbf{0,23 \times 12}$

$(d) = 276Mt$

$V_a = 1200Mt - 276Mt = 924Mt$

Resposta: O desconto seria de 276 Mt e o custo actual seria 924 Mt.

Nota:

A outra forma de resolver este exercício seria 1200 × (1 – 0,23) = 1200 × 0,77 = 924.

Ou seja:, $\boxed{V_a = p_i(1-d)}$ onde $\boldsymbol{V_a}$ o valor actual, $\boldsymbol{p_i}$ é preço inicial e $\boldsymbol{d}$ o desconto.

8.3 Imposto

O imposto é uma quantia que as pessoas têm de pagar para que o Estado possa fazer face às despesas públicas. O IVA (Imposto sobre o Valor Acrescentado), por exemplo, é o valor que o comerciante acrescenta ao preço e que entregará ao Estado.

Exemplo:

O João comprou uma bola de futebol. Quanto é que ele pagou, sabendo que ao preço base de 400 Mt, o comerciante acrescentou o imposto IVA de 17%**?**

0,17 × 400 Mt = 68 Mt

O valor do imposto é de 68 Mt,

O custo da bola seria: 400 Mt + 68 mt = 468 Mt

Outra forma de resolução seria

$17\% = \frac{17}{100} = 0{,}17$

$400 \times (1 + 0{,}17) = 400 \times 1{,}17 = 468\text{Mt}$

Resolução:

Resposta: O João pagou **468 Mt**

8.4 Juros

Juro é o lucro que se obtém quando se faz um depósito no banco ou o preço que se paga pelo empréstimo, ao fim de um certo tempo.

Taxa de juro é a percentagem de dinheiro que o banco terá de pagar, ao fim de certo tempo, pelo dinheiro depositado, ou a percentagem de dinheiro que se deve pagar ao banco, ao fim de certo tempo, pelo empréstimo concedido.

Exemplo:

O Rafael depositou 8000 Mt. Ao fim de um ano levantou todo o seu dinheiro, sabendo que a taxa anual de juro era de 21% .

a) Quanto recebeu o Rafael de juros?

$V_i = 8000MT$ e $t = 21\%$ $J = ?$

Juro = taxa × Valor depositado

$J = t \times V_d$

$J = 21\% \times 8000Mt$

$J = 0{,}21 \times 8000Mt$

$J = 1680MT$

Resposta: O Rafael recebeu de Juros 1680 Mt

b) Com quanto dinheiro ficou depois de receber o juro?

$V_i = 8000MT$ $J = 1680MT$ $V_t = ?$

$\boldsymbol{Valor\ total = Juro + Valor\ inicial}$

$V_t = J + V_i$

$V_t = 1680MT + 8000MT$

$V_t = 9680MT$

Resposta: O Rafael ficou com 9680 Mt

8.5 Saldo

O saldo de uma conta é a diferença entre o valor total depositado e o valor total levantado. O saldo pode ser negativo ou positivo. Saldo negativo quer dizer que estamos devendo um certo valor e saldo positivo quer dizer que temos um certo valor para receber.

Exemplo:

A Sara tinha 10.000 Mt numa conta no banco. Qual é o saldo da conta sabendo que ela levantou 3000 Mt .

$\boldsymbol{Saldo = Valor\ total\ depositado - Valor\ total\ levantado}: S = V_d - V_l$

Resolução: $V_d = 10.000Mt$ e $V_l = 3.000Mt$ então $S = V_d - V_l$

$S = 10\ 000Mt - 3\ 000Mt = 7\ 000Mt$

Resposta: O saldo da conta da Sara é de 7000 Mt

Nota:

Se a Sara tivesse pago uma despesa, através do cartão do banco, no valor de $11\ 000Mt$, teria um saldo negativo pois $V_d = 10\ 000Mt$ e $V_l = 11\ 000Mt$

$S = 10\ 000Mt - 11000Mt = -1\ 000Mt$

8.6 Lucro

O lucro é a diferença entre a receita obtida com as vendas de um produto e o valor da compra, quando essa diferença for positiva.

Exemplo:

A Joana comprou um saco de batata por $280Mt$ e vendeu, aos montinhos, na sua banca, tendo conseguido arrecadar $340Mt$. Qual foi o lucro obtida pela Joana?

$\boldsymbol{Lucro = Valor\ da\ venda - valor\ da\ compra}$

$L = 340Mt - 280Mt = 60Mt$

Resposta: O lucro da Joana foi de 60 Mt. .

8.7 Prejuízo

O prejuízo é a diferença entre a receita obtida com as vendas de um produto e o valor de compra, quando essa diferença for negativa.

Exemplo:

A Eliana comprou um saco de batata por $280Mt$ e vendeu, aos montinhos, na sua banca, tendo conseguido arrecadar $240Mt$. Qual foi o prejuízo registado pela Eliana?

$\boldsymbol{Prejuízo = Valor\ da\ venda - valor\ de\ compra}$

$P = 240Mt - 280Mt = -20Mt$

Resposta: O prejuízo da Eliana foi de 20 Mt

Exercícios propostos

1. O custo da gasolina em janeiro de 2022 era de 75 Mt e passou para 89 Mt no fim de Junho do mesmo ano. Calcula o aumento percentual ocorrido.

2. Com o aumento da oferta de tomate no mercado do Zimpeto, o preço da caixa passou de 300 Mt para 170 Mt . Calcula a diminuição percentual ocorrida.

3. O custo de uma certa viatura na cidade da Beira é de 250 000 Mt . Calcula o preço de compra se o vendedor oferecer um desconto de 12% .

4. Um camião transportava 300 sacos de cimento. Durante o percurso começou a chover, tendo-se molhado 15 sacos. Cada saco de cimento custou 280.

a) Calcula em meticais o valor do prejuízo.

b) Se cada saco for vendido por 300 Mt, qual será o lucro?

c) Qual é a percentagem do lucro obtido?

5. Um vendedor comprou 450 caixas de tomate por 300 Mt cada. Revendeu cada caixa por 400 Mt e teve um prejuízo de 6,1% do produto comprado.

a) Calcula em meticais o prejuízo tido pelo vendedor.

b) Quantas caixas conseguiu vender?

6. O Sr. Anacleto é empregado de balcão. O seu vencimento mensal é de 8758 Mt. Do seu vencimento desconta 613,06 Mt para aposentação.

a) Calcula o desconto em percentagem.

b) Qual será o vencimento após o desconto?

7. Uma bicicleta, para criança, custa 4500 Mt. Na compra desta bicicleta é acrescido 17% de IVA.

a) Calcula o valor correspondente ao imposto?

b) Qual será o custo final da bicicleta?

Unidade Temática 9

RAZÕES E PROPORÇÕES

$$\frac{4}{5} : 2{,}4$$

$$\frac{4}{5} : 2{,}4 = \left(\frac{4}{5} \times 10\right) : (2{,}4 \times 10)$$

$$= \frac{40}{5} : 24 = 8 : 24$$

$$= (8 \div 8) : (24 \div 8)$$

$$= 1 : 3$$

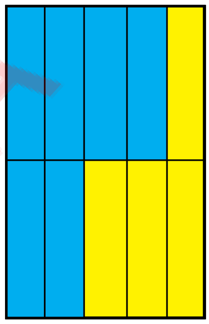
$$\frac{4}{5} : 2{,}4 \Leftrightarrow 1 : 3$$

9. RAZÕES E PROPORÇÕES

9.1 Noção de razão e valor da razão

A **razão** é um quociente entre dois números. Usa-se para comparar valores correspondentes de duas grandezas.

Exemplo:



azul e a parte amarela é: $\frac{6}{4}$ ou **6 : 4** →Lê-se "**seis está para quatro**".

Onde: 6 é o **antecedente,** 4 é o **consequente.** O 6 e o 4 são designados

de **termos da razão.**

$$\frac{A}{B} = \frac{\text{Antecedente}}{\text{Consequente}}$$

A **razão** está relacionada com a **operação da divisão**.

Exemplos:

Calcula o valor da razão entre os números.

a) $42 \text{ e } 7 \Rightarrow 42:7 = \frac{42}{7}$

b) $40 \text{ e } 120 \Rightarrow 40:120 = \frac{40}{120}$

9.1.1 Equivalência de razões

Duas razões são equivalentes quando os seus valores forem iguais.

Exemplo:

O Bulhe diluiu 4L de tinta concentrada em 8L de água e 6L de tinta de óleo em 12L de petróleo.

No primeiro caso, a razão da tinta concentrada é dada 4 : 8, e o valor da razão será $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.
No segundo caso, a razão da tinta de óleo é dada por 6 : 12, e o valor da razão será $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.
Os valores das razões são iguais. Portanto, diz-se que as duas razões 4 : 8 e 6 : 12 são **equivalentes.** Simbolicamente escreve-se **4 : 8 ⇔ 6 : 12.**

9.1.2 Simplificação da razão

Simplificação da razão consiste em transformar uma razão numa outra razão equivalente à sua forma mais simples.

Simplificar uma razão consiste em reduzir o numerador e o denominador por meio da divisão pelo máximo divisor comum aos dois números.

Exemplos:

Simplifica as razões.

a) $4:8$

$$4:8=\frac{4}{8}=\frac{4\div 4}{8\div 4}=\frac{1}{2}$$
$$=1:2$$

Ou

$$4:8=(4\div 4):(8\div 4)$$
$$=1:2$$
$$4:8\Leftrightarrow 1:2$$

b) $1{,}2:2{,}4$

$$1{,}2:2{,}4$$
$$=(1{,}2\times 10):(2{,}4\times 10)$$
$$=12:24$$
$$=(12\div 12):(24\div 12)$$
$$=1:2$$
$$1{,}2:2{,}4\Leftrightarrow 1:2$$

c) $\frac{4}{5}:2{,}4$

$$\frac{4}{5}:2{,}4=\left(\frac{4}{5}\times 10\right):(2{,}4\times 10)$$
$$=\frac{40}{5}:24=8:24$$
$$=(8\div 8):(24\div 8)$$
$$=1:3$$
$$\frac{4}{5}:2{,}4\Leftrightarrow 1:3$$

9.2 Proporções: Noção e termos de uma proporção

Proporção é uma igualdade entre duas razões, isto é, $\boxed{a:b=c:d}$, ou seja $\boxed{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}}$, com e não nulos.

Exemplos:

I. $a:b=c:d\Rightarrow 6:4=12:8$

Assim:

$a:b=c:d\Rightarrow 6:4=12:8$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{6}{4}=\frac{12}{8}$$

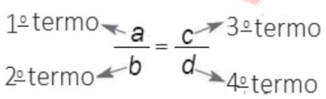
II. $a:b=c:d\Rightarrow 3:9=6:18$

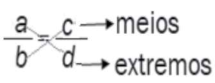
Assim:

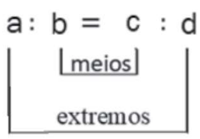
$a:b=c:d\Rightarrow 3:9=6:18$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{3}{9}=\frac{6}{18}$$

Numa proporção há quatro termos:



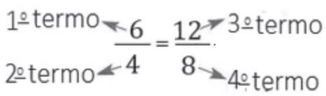


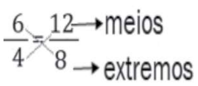


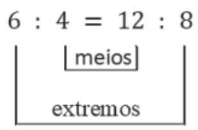
O 2º e o 3º são os meios

O 1º e o 4º são os extremos.

Exemplo:







4 e 12 são os meios

6 e 8 são os extremos

9.2.1 Equações do tipo proporção

A propriedade fundamental das proporções resume-se na seguinte igualdade:

$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow b\times c=a\times d} \rightarrow$ Numa proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

Exemplo:

Calcula o valor de x na seguinte proporção.

a) $\frac{12}{x}=\frac{2}{3} \Leftrightarrow x\times 2=12\times 3 \Leftrightarrow 2.x=36$
$\Leftrightarrow x=\frac{36}{2} \Leftrightarrow x=18$

b) $\frac{6}{7}=\frac{x}{21} \Leftrightarrow 7.x=6\times 21 \Leftrightarrow 7.x=126$
$\Leftrightarrow x=\frac{126}{7} \Leftrightarrow x=18$

9.2.2 Aplicação da razão (Regra de três simples)

A **regra de três simples** é um método utilizado para encontrar valores desconhecidos que envolvem grandezas relacionadas de forma proporcional.

Exemplos:

1. A Kátia usou 6 ovos para fazer um bolo. Quantos ovos serão necessários para fazer 3 bolos?

Dados	**Resolução**
$1:6$ e $3:x$	$1:6=3:x \Leftrightarrow \frac{1}{6}=\frac{3}{x} \Leftrightarrow 6\times 3=1\cdot x \Leftrightarrow x=18$

Resposta: Para fazer 3 bolos serão necessários 18 ovos.

9.3 Escala

Escala é a razão entre as dimensões no desenho e as dimensões reais correspondentes.

$$\text{Escala } \frac{\text{distância no desenho}}{\text{distância real}}$$

Exemplos:

a) O mapa de Moçambique representa o tamanho do país no desenho.

b) Um mapa em que ***1 cm*** no desenho, corresponde a ***50km***., na realidade a escala é de $\frac{1}{5000000}$ pois na relação entre as unidades de comprimento nota-se que $\boxed{1km=100000\,cm}$
E substituindo ***km*** por esta relação verifica-se que cada ***1 cm*** do mapa corresponde a

5 000 000 *cm* na realidade, o que significa que a relação entre a distância no desenho e a distância real está na escala de $\frac{1}{5000000}$ ..

Nota: $\boxed{1cm = \frac{1}{100000} km = 0{,}100000 km}$

Quando se fala de uma escala, refere-se a um mecanismo de **ampliação** ou **redução**. O valor correspondente a uma escala pode ser maior ou menor do que 1. Se a representação é uma redução então, a escala é menor do que 1. Se a representação é uma ampliação, então a escala é maior do que 1.

- Para calcular a ***distância real***, basta multiplicar o denominador da escala pela distância do desenho.

Exemplo:

Dados:

Escala $= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{50\ 000}}$

Distância no mapa $= 15\ cm$

Pedido: Distância reall $= x?$

Resolução:

$\frac{1}{50\ 000} = \frac{15}{x} \Leftrightarrow \frac{1}{50\ 000} = \frac{15}{x} \Leftrightarrow x = 50\ 000 \times 15\ cm$

$\Leftrightarrow x = 750\ 000 cm$

$\Leftrightarrow x = 7{,}50\ km$

Num mapa foi feito à escala de 1:50 000, a distância em linha recta entre duas aldeias é de 15 *cm*. Qual é a distância real entre as aldeias?

Resposta: A distância real entre as aldeias é de **7,50** km

- Para calcular a ***distância no desenho***, basta dividir a distância real pelo denominador da escala.

Exemplo:

Duas povoações ficam a uma distância de 10 km entre si. A que distância, devem ficar

Dados:

Distância real = $10\ km = 1\ 000\ 000$

Escala $= 1 : 100\ 000$

Pedido: Distância no mapa $= x?$

Resolução:

$\frac{1}{100\ 000} = \frac{x}{1000\ 000} \Leftrightarrow x = \frac{1000\ 000}{100\ 000}$

$\Leftrightarrow x = 10 cm$

essas aldeias quando

Representadas num mapa à escala de $\frac{1}{100000}$?

Resposta: No mapa as aldeia devem ficar distante a *10 cm*.

- Para calcular a ***escala***, basta dividir a distância no desenho pela distância real e simplificar o resultado.

Dados:

Distância real $= 5\ km = 500\ 000\ cm$

Distância no mapa $= 5\ cm$

$$E = \frac{Distância\ \ no\ desenho}{Distância\ real} \Leftrightarrow E = \frac{5}{500\ 000}$$

$$E = \frac{1}{100\ 000}$$

Pedido: Escala = ***E***?

Exemplo:

Sabendo que $5\ cm$ no mapa correspondem 5 km na realidade, qual é a escala?

Resposta: A escala é de $\frac{1}{100000}$

Exercícios propostos

1. Escreve as razões.

a) $5kg$ e $6kg$ b) $9dL$ e $8dL$ c) $6cm$ e $3cm$ d) $12m$ e $6m$

e) $2g$ e $12g$ f) $12km$ e $12000m$ g) $1500hg$ e $18kg$ h) $32L$ e $80dL$

i) $11L$ e $110L$ j) $69km$ e $96km$ k) $2h$ e $120min$ l) $360s$ e $1h$

2. Determina o valor das seguintes razões.

a) $2: 3$ b) $1: 6$ c) $2: 1$ d) $4: 7$

e) $11: 17$ f) $6: 2{,}5$ g) $\frac{2}{3} : \frac{2}{4}$ h) $0{,}75: 9$

i) $5{,}4: 2{,}7$ j) $\frac{7}{9} : 5$ k) $4 : \frac{4}{5}$ l) $\frac{27}{8} : 5{,}1$

3. Simplifica as razões seguintes:

a) $9 : 12$ b) $8 : 24$ c) $8 : 2{,}4$ d) $12 : 2{,}6$

e) $96 : 36$ f) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$ g) $96 : 2{,}4$ h) $4{,}5 : 7{,}2$

i) $1\frac{1}{3} : 2\frac{2}{5}$ j) $9{,}6 : 3{,}6$ k) $\frac{3}{4} : \frac{5}{6}$ l) $1\frac{5}{6} : 2\frac{3}{4}$

4. Escreve o valor das seguintes razões na forma simplificada.

a) $7g: 9g$ b) $8m: 12m$ c) $11dm: 22dm$ d) $6\ dias\ : 36\ dias$

e) $68mm: 4mm$ f) $1{,}25kg: 550kg$ g) $1{,}25h: 25min$ h) $2{,}5L: 5L$

5. Um concurso para preencher 500 vagas recebeu 1600 inscrições. Quantos candidatos há para cada vaga?

6. Calcula o valor de x nas proporções seguintes.

a) $\frac{2}{3} = \frac{12}{x}$ b) $\frac{x}{4} = \frac{18}{6}$ c) $\frac{3}{7} = \frac{9}{x}$ d) $\frac{11}{x} = \frac{55}{5}$

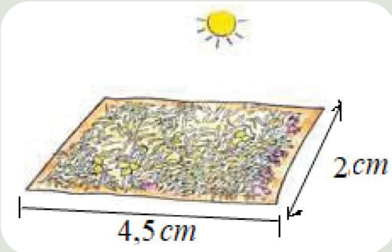
e) $\frac{x}{4} = \frac{32}{16}$ f) $\frac{7}{x} = \frac{21}{36}$ g) $\frac{2}{7} = \frac{24}{x}$ h) $5 \div 2 = 10 \div x$

7. Um pedreiro assenta 60 blocos em horas. Se mantiver o mesmo rítmo de trabalho, quantos blocos assentaria em horas?

8. Um grupo de 8 operários constrói uma casa em 60 dias. Em quantos dias, a mesma casa seria construída por 12 operários?

9. Num mapa, feito à escala de 1: 1000 000, a distância em linha recta entre as cidades A e B é de 2 cm. Qual é a distância real entre estas cidades?

10. Um agricultor tem um terreno onde vai instalar um sistema de regadio para o cultivo de tomate.



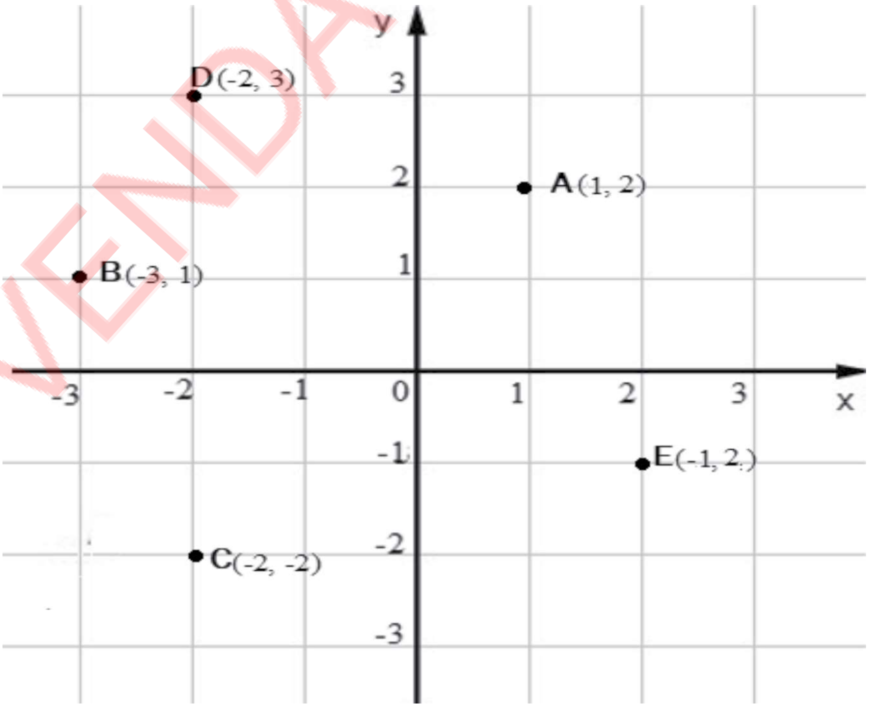
a) O desenho do terreno foi feito à escala 1: 2000 . Calcula as dimensões do terreno.

b) Nesse terreno, o sistema de regadio ocupa 82% da área total. Qual é a área, em hectares, ocupada pelo sistema de regadio?

c) Considere também que, 640 m^2 são destinados à criação de animais. Que percentagem da área do terreno será dedicado à pecuária?

Unidade Temática 10

ORIENTAÇÃO E LOCALIZAÇÃO NO PLANO



10. ORIENTAÇÃO E LOCALIZAÇÃO NO PLANO

10. 1 O plano cartesiano

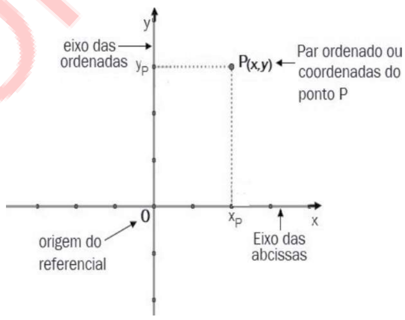
Para localizar qualquer objecto no plano é necessário ter algum referencial.

Um dos sistemas utilizados para localizar um ponto no plano chama-se plano cartesiano ou referencialcartesiano.

O **plano cartesiano** é um **sistema de coordenadas** desenvolvido por René Descartes. Esse sistema de coordenadas é constituído por duas semi-rectas graduadas e perpendiculares, designados eixos, com a mesma origem (**ponto O**).

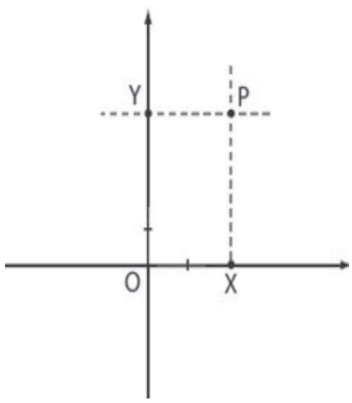
Ao eixo horizontal chama-se **eixo das abcissas** ou *xx'* e ao eixo vertical chama-se **eixo das ordenadas** ou *yy'*.

Qualquer ponto **P** no plano é representado por um **par ordenado** (x,y), que expressa **as coordenadas** do ponto $P\ (x,y)$: $\boldsymbol{x}$ é a abcissado ponto ***P*** e $\boldsymbol{y}$ a ordenada do mesmo ponto.



10.2 Representação e localização de pontos no plano cartesiano

Para representar pontos em um plano, procede--se da seguinte maneira: 1º Traça-se duas rectas (eixos) perpendiculares e na intersecção das duas rectas, marca-se o ponto **O**;

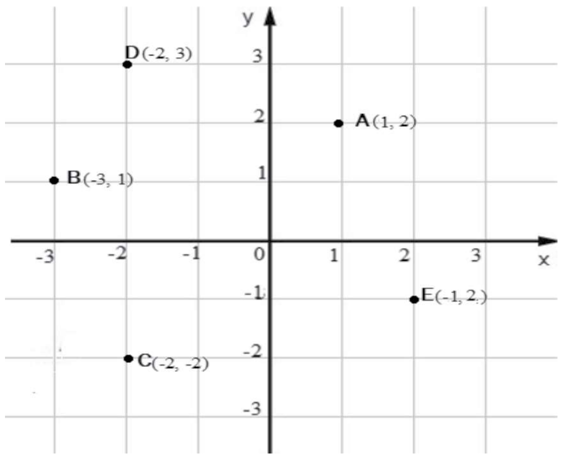


2º Para cada um dos eixos, escolhe-se uma unidade de medida e um sentido positivo;

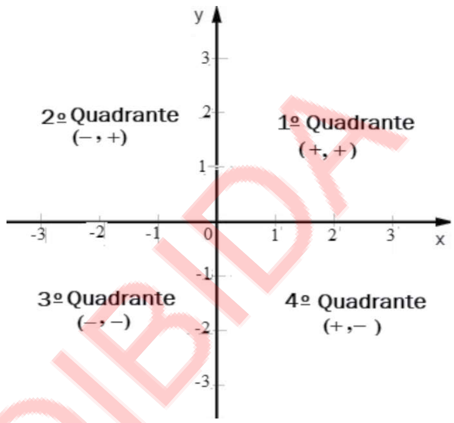
3º A partir da abcissa x, traça-se uma recta paralela ao eixo vertical e a partir da ordenada, traça-se uma outra recta paralela ao eixo horizontal que intersecta a paralela ao eixo vertical. Na intersecção marca-se o ponto com as coordenadas (x,y) .

Exemplo:

Marcar no referencial cartesiano os seguintes pontos: $A(1, 2)$; $B(-3, 1)$; $C(-2, 2)$, $D(-2, 3)$ e $E(-1, 2)$



O eixo das abcissas e o eixo das ordenadas dividem o plano em quatro regiões, denominadas quadrantes.



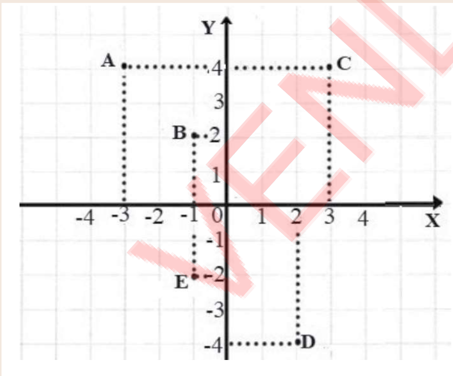
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Identifica a abscissa e a ordenada dos seguintes pontos.

a) $A(3,5)$ b) $B(-1,0)$ c) $C(-5,2)$ d) $D(0,-1)$

e) $E(-5,-3)$ f) $F(0,3)$ g) $G(1,0)$ h) $H(-3,0)$

2. Observa o plano cartesiano abaixo.



a) Indica as coordenadas dos pontos A, B, C, D e E assinalados noplano cartesiano ao lado.

b) O que têm em comum os pontos A e B?

c) Em que quadrante se encontra cada um dos pontos?

3. Constrói um referencial cartesiano e marca os seguintes pontos:

3.1 $A(2,0)$; $B(0,2)$; $C(3,3)$; $D(1,5)$; $E(4,1))$; $F(-1,5)$ e $G(4,-1)$

3.2 $A(0,2)$; $B(2,4)$; $C(2,7)$; $D(-3,7)$ e $E(-2,4)$

3.3 $A(2,2)$; $B(3,4)$; $C(0,4)$; $D(3,5)$; $E(5,3))$; $F(5,0)$; $G(-1,5))$ e $H(4,0))$.

3.4 Une os pontos A, C, G e H de 3.3. Que figura obteve?

4. Constrói um referencial cartesiano e marca os seguintes pontos: $A(2,4)$; $B(3,8)$; $C(3,3)$; $D(0,7)$; $E(5,5)$; $F(1,1)$ e $G(-1,-1)$

a) Une os pontos A, E, B e D. Que figura obteve?

b) Une os pontos G, F, C e E. que figura obteve?

5. Qual é a diferença que existe entre as alíneas 3.3.a) e a da 4.b)?

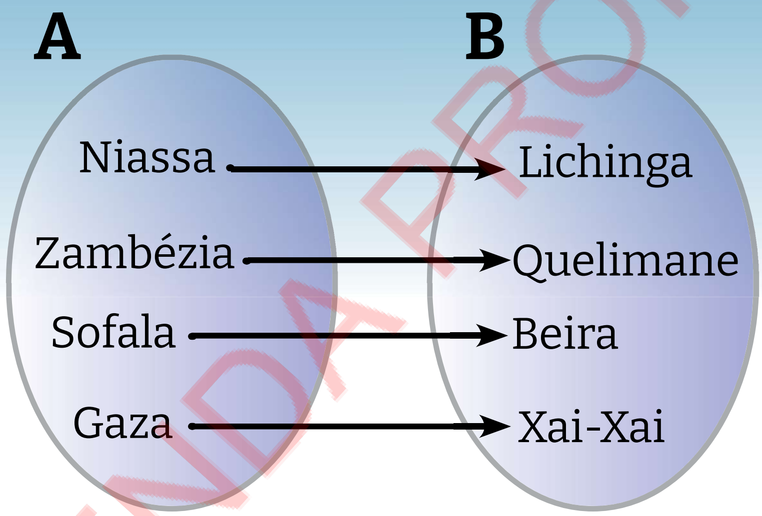
6.a) Marca no referencial cartesiano os seguintes pontos $A(0,2)$; $B(2,4)$; $C(6,4)$; $D(4,2)$; $E(-2,4)$.

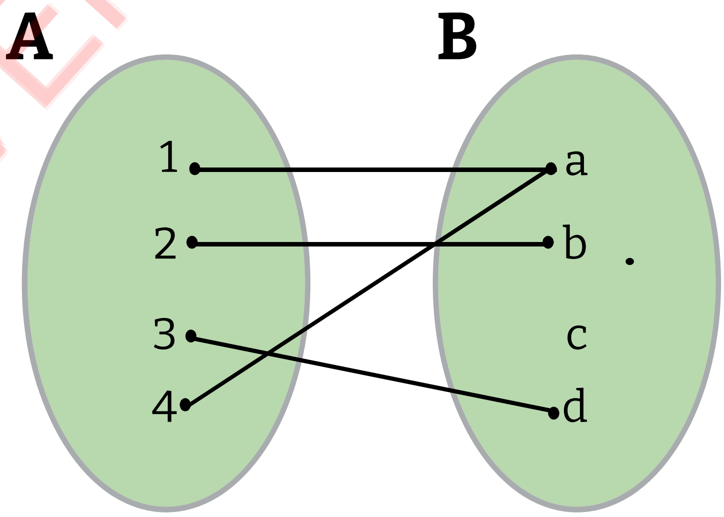
b) Une os pontos A, B, C e D. Que figura obtiveste?

c) Une os pontos A, B e E. Que figura obtiveste? Classifica-a quanto ao comprimento dos lados.

Unidade Temática 11

PROPORCIONALIDADE





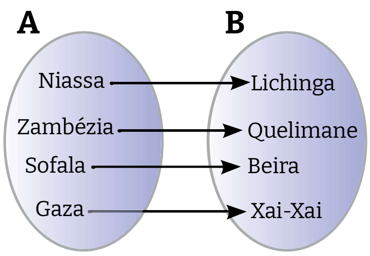
11. PROPORCIONALIDADE

11.1 Correspondência: diagrama sagital e tabelas

Correspondência é uma relação estabelecida entre dois conjuntos. Uma regra de correspondência consiste em atribuir um elemento único de um determinado conjunto a cada elemento único de outro conjunto.

Exemplo:

A relação estabelecida entre os conjuntos A e B



Há uma relação entre cada província e sua capital, ou seja, cada província corresponde uma capital.

A	Niassa	Zambézia	Sofala	Gaza
B	Lichinga	Quelimane	Beira	Xai-xai

A →Representa **conjunto de partida** e os seus elementos chamam-se **objectos**. O conjunto de objectos é designado **domínio**.

B → Representa **conjunto de chegada** e os seus elementos chamam-se **imagens**. O conjunto de imagens é designado **contradomínio**.

Nota:

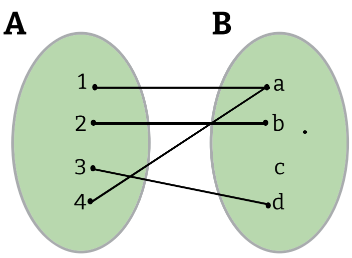
Nem sempre o conjunto de chegada coincide com o contradomínio.

Se cada elemento do conjunto **A** corresponde a um único elemento do conjunto B**,** a correspondência é **unívoca.**

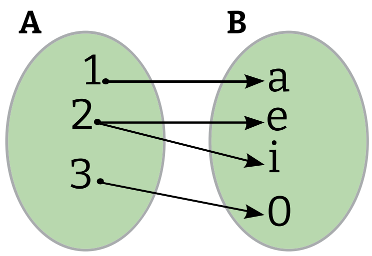
Se a correspondência é unívoca do conjunto **A** ao conjunto **B** e do conjunto **B** ao conjunto **A,** então a correspondência é **biunívoca.**

Exemplos:

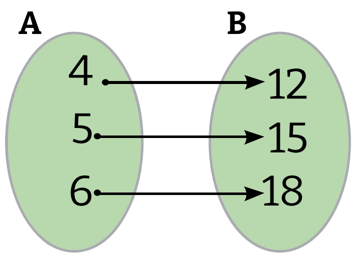
Unívoca



Não Unívoca



Biunívoca



Se cada elemento do conjunto **A** não corresponde a um único elemento do conjunto **B** a correspondência não é **unívoca**.

11.2 Tabelas de correspondência: Conservação e inversão da ordem, e linearidade

Observa as tabelas

a) A tabela I representa a medida do lado e o respectivo perímetro, expressa em metros de vários canteiros de forma de triângulo equilátero.

I.	Medida de lado	1	1,5	2	3	3,5	4
	Perímetro	3	4,5	6	9	10,5	12

b) A tabela II representa o número de meninos e o tempo gasto para limpar o pátio da escola, mantendo o mesmo ritmo de trabalho.

II.	Número de meninos	1	2	5	10	16	20
	Tempo gasto em horas	80	40	16	8	5	4

Escreve a equação que mostra a relação entre os dados que compõem cada tabela.

Resolução

a) A tabela I representa a relação que existe entre a medida do lado e o perímetro de vários canteiros de forma de triângulo equilátero, que é dada pela equação:

$$\mathbf{P_\Delta = 3 \times \boldsymbol{\ell}} \text{ ou seja } \boldsymbol{\ell = P \div 3 \Rightarrow \ell = \frac{P}{3}}$$

ou seja

Analisando-a nota-se que quando as medidas do lado do canteiro aumentam, o perímetro correspondente também aumenta, o que significa, a triplicação das medidas do lado corresponde a triplicação do respectivo perímetro. Neste caso diz-se que **a correspondência conserva a ordem.**

b) A tabela II representa a relação que existe entre o número de meninos e o tempo gasto para limpar o pátio da escola, mantendo o ritmo de trabalho, a qual é dada pela equação:

$$k = \mathbf{80} = \boldsymbol{n \times t} \text{ ou seja } \boldsymbol{n = 80 \div t \Rightarrow n = \frac{80}{t}} \text{ ou } t = \frac{80}{n}$$

ou seja ou

Analisando a relação descrita na tabela nota-se que quando o número de meninos aumenta, o tempo necessário para limpar o pátio da escola diminui. Neste caso diz-se que **a correspondência inverte a ordem.**

Uma correspondência diz-se **linear** quando os valores da 2ª linha se obtém multiplicando ou dividindo os valores da 1ª linha por um número designado **constante** (**k**).

Exemplos:

Completa as tabelas e indica se a correspondência é linear e que conserva ou inverte a ordem.

a)

A	1	2	3	y
B	2	x	6	8

A relação é: $\frac{2}{1} = \frac{6}{3} = 2$ logo $\boldsymbol{k} = 2$.

Entao $\boldsymbol{k} = \frac{B}{A}$.

A equação da relação é $\boldsymbol{B} = \mathbf{2} \times \boldsymbol{A}$

$x = 2 \times A \Leftrightarrow x = 2 \times 2 = 4$

$y = \frac{B}{k} \Leftrightarrow y = \frac{8}{2} = 8 \div 2 = 4$

É linear e conserva a ordem

b)

C	1	x	5	y
D	2,5	1,0	0,5	0,25

A relação é: $\frac{2}{1} = \frac{6}{3} = 2$ logo $\boldsymbol{k} = 2$.

Entao $\boldsymbol{k} = \frac{B}{A}$.

A equação da relação é $\boldsymbol{B} = \mathbf{2} \times \boldsymbol{A}$

$x = 2 \times A \Leftrightarrow x = 2 \times 2 = 4$

$y = \frac{B}{k} \Leftrightarrow y = \frac{8}{2} = 8 \div 2 = 4$

É linear e conserva a ordem

As equações lineares podem ser representadas por equações do tipo ou $\boldsymbol{y = k.x}$ ou $\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{x}}$

Exemplos:

a) $\boldsymbol{y = 4x}$

x	0	1	2	3	4
y	0	4	8	12	16

b) $\boldsymbol{y} = \frac{\mathbf{60}}{\boldsymbol{x}}$

x	1	2	3	4	5
y	60	30	20	15	12

11.3 Proporcionalidade directa

Uma correspondência chama-se **proporcionalidade directa** se a duplicação, a triplicação ou quadruplicação dos valores da primeira fila (grandeza) corresponde, a duplicação, a triplicação ou quadruplicação dos valores correspondentes da segunda fila (grandeza).

A proporcionalidade directa conserva a ordem e é representada por uma equação tipo $\boldsymbol{y = K.x}$ ou $\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{x}}$, onde **k** é constante, designada por **factor de Proporcionalidade**.

A constante da proporcionalidade directa é o quociente de valores correspondentes das duas grandezas.

Exemplo:

Observa a tabela. Ela representam a relação entre a medida do lado e o perímetro de um quadrado.

Medida do lado (x)	1	2	3	4
Medida do perímetro (y)	4	8	12	16

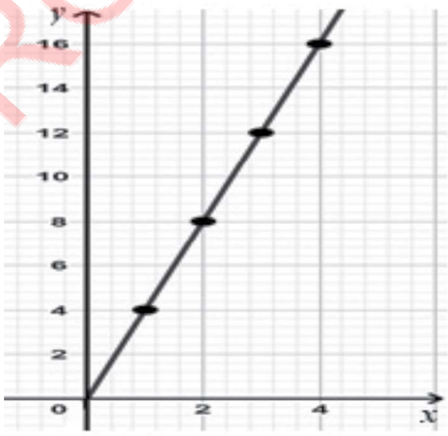
Ao analisar a tabela nota-se que quando o lado do quadrado duplica, o perímetro também duplica; quando o lado do quadrado triplica o perímetro, também, triplica, assim sucessivamente. Nestas condições diz-se que há **proporcionalidade directa** entre o lado e o perímetro do quadrado.

A relação entre a medida do lado e a medida do perímetro é dada pela equação $\boldsymbol{y = k.\ x}$**,**

isto é $y = k.x \Leftrightarrow 8 = 4k \Leftrightarrow k = \frac{8}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{k = 4}$ **,** significa que a constante da proporcionalidade é $\boldsymbol{k = 4}$ **, ou seja a razão entre** a medida do lado e a medida do perímetro é

$$\frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4} = 4$$

Ao construir o gráfico correspondente obtém-se uma linha recta.



11.4 Proporcionalidade inversa

Uma correspondência chama-se **proporcionalidade inversa** quando a duplicação, a triplicação ou quadruplicação dos valores da primeira fila (grandeza) corresponde a redução à metade, à terça ou à quarta parte dos valores correspondentes da segunda fila (grandeza).

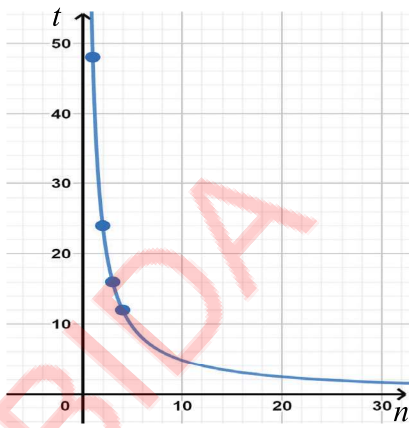
A proporcionalidade inversa representa-se por uma equação tipo $\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$ ou $\boldsymbol{k = y.x}$ onde **k** é constante.

Nesta proporcionalidade, a constante é o produto de valores correspondentes das duas grandezas.

Exemplo:

Observa a tabela abaixo. Ela representam a relação entre o número de artesãos e o tempo gasto para produzir um tapete, mantendo o ritmo de trabalho.

Número de artesãos (n)	1	2	3	4
Tempo gasto em horas (t)	48	24	16	12



Ao analisar a tabela nota-se que a medida que o número de artesãos aumenta, o tempo gasto diminui na mesma proporção, isto é, o número de artesãos é inversamente proporcional ao tempo gasto para produzir tapete.

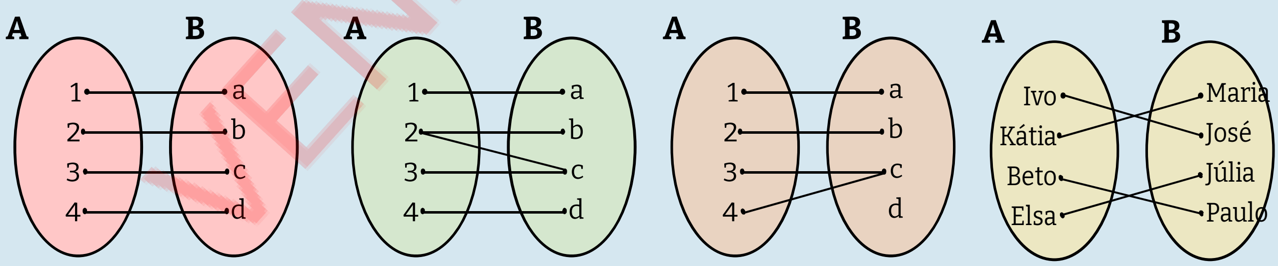
O gráfico correspondente é uma hipérbole e que não passa pela origem.

A relação entre o número de artesãos e o tempo gasto para produzir um tapete, é dada pela equação $\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$, ou seja $\boldsymbol{k = y.x}$

$$k = 1 \times 48 = 2 \times 24 = 3 \times 16 = 4 \times 12 = 48 \Leftrightarrow \boldsymbol{k = 48}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Observa as correspondências e indica as que são unívocas e biunívocas.



2. Completa as tabelas e diz se a correspondência conserva ou inverte a ordem.

a)

x	1	2		4	5	6
y	6		18		30	36

b)

x	1		3		6	12
y	12	6		3		1

c)

x	1	2		4		
y	90				18	15

d)

x	3	6	12			
y	1		3	5	6	7

2.1 Escreve a equação que mostra a relação entre os valores de x e y em cada tabela, acima referenciada.

3. Constrói as tabelas para cada uma das relações e indica o valor de k em cada tabela.

X= {1,2,3,4}

a) $y = \frac{1}{3}x$ b) $y = 8x$ c) $y = \frac{8}{x}$ d) $y = 2{,}5x$

4. Calcula a constante de cada proporcionalidade representada em cada tabela e completa-as.

a)

x	2	5	7		
y	150		525	750	600

b)

x	120	80	60	48	40
y	1	1.5		2,5	

c)

x	12	20	32	30	48	
y	3	5		7,5		120

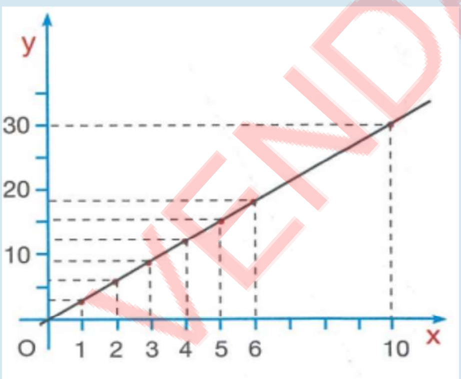
d)

x	4	6	8		20
y	10	15		25	

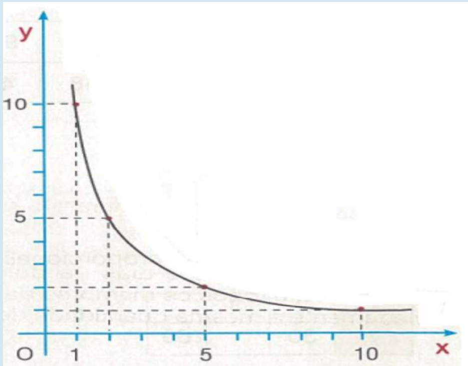
4.1 Que tipo de proporcionalidade representa cada tabela, acima representadas.

5. Observa os gráficos.

a)



b)



5.1 Constrói a tabela correspondente a cada gráfico.

5.2 Indica a proporcionalidade representada em cada gráfico e a respectiva constante de proporcionalidade.

6. Observa as tabelas.

a)

x	1		3		5	6
y	3	6		12		

b)

x	2	3			5	20
y	30		60	10		

a) Completa as tabelas.

b) Constrói o gráfico correspondente.

7. Um Carpinteiro leva 30 dias para fazer uma mobília.

a) Quantos carpinteiros são necessários para fazer a mesma mobília em 2,5 ou 10 dias?

b) Que tipo de relação existe entre o número de carpinteiros e os dias para fazer mobília?

8. A senhora Teresa comprou 3 *kg* de batata por 60 Mt .

a) Quanto dinheiro, a senhora Teresa iria pagar se comprasse 4 *kg*, 6 *kg*, e 10 *kg* ?

b) Quantos quilogramas de batatas podem-se comprar com 90 Mt, 150 Mt e 180 Mt?

9. Um operário descarrega um camião com 36 toneladas em 12 horas.

a) Em quanto tempo terá sido descarregado por 3, 4, 6, 12 ou 15 operários?

b) Quantos operários são necessários para descarregar o camião em $\frac{1}{2}$ *h; 1,2* ou 6 h?

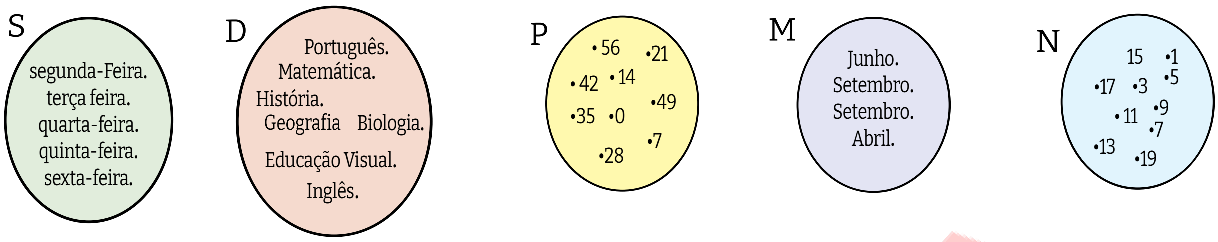
SOLUÇÕES

12

12. SOLUÇÕES

1– Introdução à Teoria de Conjuntos

1.a)



1-b) $S = \{\text{dias úteis da semana}\}$ $\quad P = \{\text{múltiplos de 7 menores que 60}\}$

$D = \{\text{nomes das disciplinas}\}$ $\quad M = \{\text{meses do ano de 30 dias}\}$

$\mathbb{N} = \{\text{números ímpares menores que 20}\}$

2. $\mathbb{N} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28\}$

$C = \{b, c, d, f, g, h, j, k, l, m, n, p, q, r, s, t, v, w, y, z\}$

$F = \{\text{triângulo, rectângulo, quadrado, círculo, trapízio, losango, paralelogramo}\}$

3. a) $2 \in A$ b) $16 \notin A$ c) $Triângulo \notin S$

d) $A \subset \mathbb{N}$ e) $P \not\subset S$ f) $H \subset T$

g) $Moçambique \in T$ h) Angola$\notin \mathbb{N}$ i) $1 \in \mathbb{N}$

j) $Rectângulo \in P$ k) $T \supset H$ l) $205 \in \mathbb{N}$

m) $\mathbb{N} \supset A$ n) $\mathbb{N} \not\subset S$ o) $13 \notin A$

4. a) $0 \in A$ <u>V</u> b) $\{5\} \in A$ <u>F</u> c) $2 \subset A$ <u>F</u>

d) $\{5\} \subset A$ <u>V</u> e) $\{2; 5\} \subset A$ <u>V</u> f) $\emptyset \in A$ <u>F</u>

g) $\emptyset \subset A$ <u>V</u> h) $5 \subset B$ <u>F</u> i) $\{2; 5\} \not\subset A$ <u>F</u>

5. a) $3 \in A$ b) $7 \notin C$ c) $A \not\subset B$

d) $B \not\subset C$ e) $C \supset A$ f) $A \subset C$

6. a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$ b) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ c) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ d) $\{3, 4, 5\}$
   e) $\{\ \}$ *ou* $\emptyset$ f) $\{a, e, i\}$ g) $\{\ \}$*ou* $\emptyset$ h) $\{2, 4, 6, 8\}$
   i) $\{a, e, i, o, u\}$ j) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ k) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ l) $\{2, 4\}$

2 –Conjunto dos números inteiros

1. a) $+3 \in \mathbb{Z}_0^+$ b) $-7 \notin \mathbb{N}$ c) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ d) $+12 \notin \mathbb{Z}_0^-$
   e) $0 \in \mathbb{N}$ f) $\mathbb{N}^* \not\subset \mathbb{Z}^-$ g) $0 \notin \mathbb{N}^*$ h) $612 \in \mathbb{Z}$
   i) $-612 \in \mathbb{Z}$ j) $\mathbb{Z}_0^+ \subset \mathbb{Z}$ k) $|-5| \in \mathbb{N}$ l) $\mathbb{N} \not\subset \mathbb{Z}_0^-$

2. a) $+3 \in \mathbb{Z}$ _V b) $\mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}_0^- = \mathbb{Z}$ – *V* c) $0 \in \mathbb{Z}$_V
   d) $\mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$_*V* e) $-2 \in \mathbb{Z}$__*V* f) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{Z}_0^+ = \mathbb{N}$_*V*
   g) $\left\{-5, \frac{1}{2}\right\} \subset \mathbb{Z}$__F h) $|-5| > (-5)$_*V* i) $\mathbb{Z}^- \cap Z^+ = \emptyset$____
   j) $\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} = \mathbb{Z}$__*V* k) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^+ = \mathbb{Z}$_*F* l) $\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{N}^* = \mathbb{Z}$_*F*

3. a) $|+3| < |-5|$ b) $|+12| = |-12|$ c) $|+6| > |+2|$
   d) $|-12| > 6$ e) $(-5) < |-5|$ f) $|+5| = |-5|$
   g) $(-124) < |-65|$ h) $(-18) < 0$ i) $0 < |-9|$

4. a) O valor absoluto de (-2) é 2 – *V* b) $|+7| > |-9|$ – *F*
   c) $|-14| = |14|$ – *V* d) O simétrico de 15 é (-15) – *V*
   e) $|+6| < |-2|$ – *F* f) $|+4| < |-5|$ – *V*
   g) $|+6| > |-2|$ – *V* h) $0 > |-2|$ – *F*

5. a) $A = \{(-5); (-3); 0; (+1); (+2); (+6)\}$
   b) $B = \{(-8); (-5); (-4); 0; (+2); (+6); (+10)\}$

6. a) 2 b) −3 c) −7 d) 7 e) −7 f) 2
   g) 9 h) −2 i) 0 j) −6 k) 19 l) 0

7. a) -7 b) -4 c) -40 d) -13

e) -26 f) -10 g) 25 h) 19

8. a) 6 b) -6 c) -8 d) -4

e) -11 f) 5 g) -6 h) -32

9. a) 10 b) -27 c) 120 d) 12 e) 140

f) -90 g) 4 h) -3 i) 72 j) 0

k) -36 l) -120 m) 4 n) 16 o) 13

10 a) $(-2)^9$ b) 3^3 c) $(-12)^2$ d) 1^9 e) 5^4 f) $(-2)^{10}$

g) $(-6)^8$ h) 2^4 i) $(-4)^9$ j) -7 k) $[(-3)^4]^2$ l) 4^6

11. a) 5 b) 9 c) 66 d) 1 e) -11 f) -11

g) -42 h) 5 i) 10 j) 2 k) -56 l) 1

3– Introdução à geometria plana e espacial

1.a) $\hat{\alpha} = 45°$ b) $\hat{\alpha} = 59°$ c) $\hat{\beta} = 45°$ 2.a) $\hat{\beta} = 25^\circ$ e $\hat{\theta} = 90^\circ$

2.b) $\hat{A} = 48^\circ; B = 60^\circ$ e $C = 72^\circ$ 3.a) $\hat{x} = 48^\circ$ e $\hat{y} = 132^\circ$

3.b) $\hat{\alpha} = 60°$ $\hat{\gamma} = 120°$ e $\hat{\delta} = 60°$ 4. $\hat{\beta} = 135°$ 5. A diferença é de 36°

4-Introdução de números racionais: números fraccionários

1.

Próprias	Imprópria	Aparentes
$\frac{2}{5}, \frac{7}{15}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{18}{9}, \frac{21}{3}$.

2. 0,4 0,5 2,5 0,286

3. a) $1\frac{4}{5}$ b) $2\frac{3}{6}$ c) $1\frac{2}{9}$

5.	56,2181	56	56,2	56,22	56,218
	4,7142	5	4,7	4,71	4,714
	11,5714	12	11,6	11,57	11,571
	7,3333	7	7,3	7,33	7,333
	0,8279	1	0,8	0,83	0,828

6. a) 3,9 b) 11,2 c) 133,7 d) 2,0

7. a) 8 b) 0,0001 c) 29,791 d) $\frac{243}{32}$ e) $\frac{2}{81}$

8. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{7}{9}$ d) $\frac{14}{15}$ e) $\frac{1}{2}$ f) $3\frac{1}{2}$ g) $4\frac{5}{6}$ h) $6\frac{1}{2}$

9. a) 5 b) $\frac{5}{9}$ c) 0,031 d) $\frac{17}{72}$ e) $4\frac{11}{16}$ f) $\frac{12}{25}$ g) $2\frac{1}{5}$ h) $3\frac{2}{3}$ i) $2\frac{5}{9}$

5 – Grandezas e medidas

1. a) 26 cm b) 35 dm c) 40 m d) 21 cm e) 14 cm f) 22 cm

2.a) 66,5 cm^2 b) 48 cm^2 c) 314 cm^2 d) 39,5 cm^2 **3**. A superfície da moeda é de 490,625 mm^2

4. A Área ocupada pela praça é de 1256 m^2

5. A área ocupada pelo cesto é de 445,31 cm^2

6 A área da placa é de 0,375 m^2

7. A área ocupada pela praça é de 3812,5 m^2

8. a) 20 cm^2 b) 25 cm^2 c) 20 cm^2 d) 50,24 m^2

9. a) 3 750cm^2 10. 10 785cm^2 11. a) 264cm^2 b) 358cm^2

12. a) 1296 cm^3 b) 900 cm^3 c) 8280 cm^3 d) 42,6 cm^3 e) 7234,56 cm^3

13. O Volume do celeiro é de 37,68 m^3

14. A altura do tanque é de 23,85 m

15. O volume da pirâmide é de 320 m^3.

17. A capacidade da taça é de 113 ,04 cm^3.

18. O volume da bola é de 4186,66 cm^3.

6– Equações lineares

1.a) V b) P c) V d) P e) V f) P g) V h) P

2. a) Sim b) Não c) Sim d) Sim

3-a) $x = 4$ b) $x = \frac{9}{5}$ c) $z = 4$ d) $y = 2$ e) $a = 7$ f) $m = \frac{5}{3}$

g) $u = 9$ h) $x = 45$ i) $x = 20$ j) $t = 15$ l) $x = 5$ m) $m = \frac{1}{2}$

n) $v = 0{,}128$ o) $x = 7$ p) $r = 3$ q) $e = 13$

4. a) O número é 8. b) A largura do rectângulo mede 10 cm. c) A Paula tem 15 anos de idade e a Juliana 13 anos.

d) O número é 180. e) Esse número é 9. f) Na capoeira há 18 patos.

5. a) $\frac{b}{6}$ b) $\frac{3a-b}{2a}$ c) $\frac{p-n}{p}$ d) $\frac{5m}{2}$ e) $\frac{3b+5}{6a}$ f) $\frac{3a+8}{8}$

7 – Percentagens

1. a) 50% b) 25% c) 3% d) 75% e) 25% f) 78,1% h) 57,5%

2. a) 80 Mt b) 12,5 kg c) 60 km d) 9 min e)19,0

f) 4,375 l g) 1,5h(1h e 30min) k) 4,8 m i) 10,125 l

3. Josué já leu 30 páginas do livro.

4. A turma tem 33 meninos e 27 meninas.

5. (i) O valor da redução é foi de 700,00 Mt.

5. (ii) Depois do desconto a bicicleta custou 2 800,00 Mt

5. preço final do aparelho depois do desconto é de 4 000,00Mt

6. (i) Foram submetidos a prova de Matemática 50 alunos.

(ii) 6 alunos correspondem a 12%;

18 alunos correspondem a 36%;

21 alunos correspondem a 42% e

5 alunos correspondem a 10%.

7. Em Abril o Sr. Fernando capturou 1 722,5 kg de peixe.

8– Literacia Financeira

1.	18,7%	2.	43,3%	3.	220 000MT
4. a)	4 200MT	4. b)	1 500MT	4. c)	1,8%
5. a)	8 235MT	5. b)	422 caixas	6.a)	7%
6. b)	8 144,94MT	7.a)	765MT	7.b)	5 265MT

9 – Razões e Proporções

1. a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{9}{8}$ c) $\frac{6}{3}$ d) $12:6 = \frac{12}{6}$

e) $\frac{2}{12}$ f) $\frac{12}{12000}$ g) $\frac{1500}{18}$ h) $32:80 = \frac{32}{80}$

i) $\frac{11}{110}$ j) $\frac{69}{96}$ k) $\frac{2}{120}$ l) $360:1 = \frac{360}{1}$

2.a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{1} = 2$ d) $\frac{4}{7}$

e) $\frac{11}{17}$ f) $\frac{6}{2,5}$ g) $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ h) $\frac{0,75}{9}$

i) $\frac{5,4}{2,7}$ j) $\frac{\frac{7}{9}}{5}$ k) $\frac{4}{\frac{4}{5}}$ l) $\frac{\frac{27}{8}}{5,1}$

3.a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{0,3}$ d) $\frac{6}{1,3}$

e) $\frac{8}{3}$ f) $5 : 6$ g) $40 : 1$ h) $5 : 8$

i) $5 : 9$ j) $8 : 3$ k) $9 : 5$ l) $2 : 3$

4. a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{6}$

e) $\frac{17}{1}$ f) $\frac{0{,}05}{22}$ g) $0{,}05$ h) $0{,}5$

5. Há 8 candidatos para cada vaga.

6. a) $X = 18$ b) $X = 12$ c) $X = 21$ d) $X = 1$

e) $X = 8$ f) $X = 12$ g) $X = 84$ h) $X = 4$

7. O pedreiro assentará 128 blocos.

8. Levariam 90 dias.

9. A distância real entre as cidades A e B é de 2 000 000cm ou 2km.

10. a) Dimensões reais são: comprimento é de $9000cm = 90m$ e largura é de $4000cm = 40m$

b) A área é de $0{,}0002952\ ha$

c) O terreno dedicado a criação de animais corresponde a 17,7%.

9 – Razões e Proporções

10. a) Dimensões reais são: comprimento é de $9000cm = 90m$ e largura é de $4000cm = 40m$

b) A área é de $0{,}0002952\ ha$

c) O terreno dedicado a criação de animais corresponde a 17,7%.

10 – Orientação e localização no plano

1. a) $A: abcissa: x = 3$ e $ordenada: y = 5$

b) $B: abcissa: x = -1$ e $ordenada: y = 0$

c) $C: abcissa: x = -5$ e $ordenada: y = 2$

d) $D: abcissa: x = 0$ e $ordenada: y = -1$

e) $E: abcissa: x = -5\ e\ ordenada: y = -3$

f) $F: abcissa: x = 0\ e\ ordenada: y = 3$

g) $G: abcissa: x = 1\ e\ ordenada: y = 0$

h) $H: abcissa: x = -3\ e\ ordenada: y = 0$

2. a) $A\ (-3,4)$; $B(-1,2)$; $C(3,4)$; $D(2,-4)$ e $E(-2,-1)$

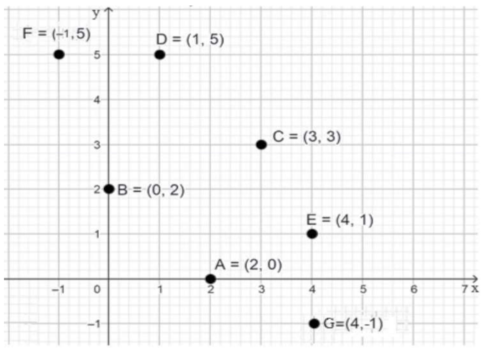
b) Os pontos A e B encontram-se no 2º quadrante.

c) O ponto C encontra-se no 1º quadrante

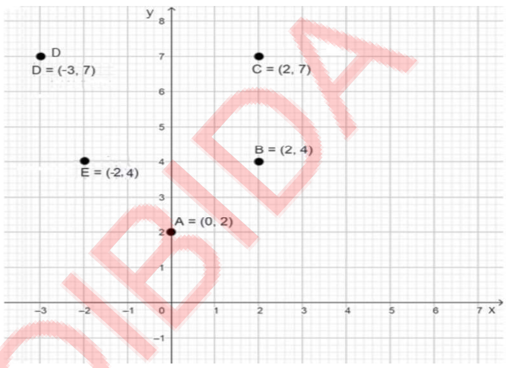
O ponto D encontra-se no 4º quadrante

O ponto E encontra-se no 3º

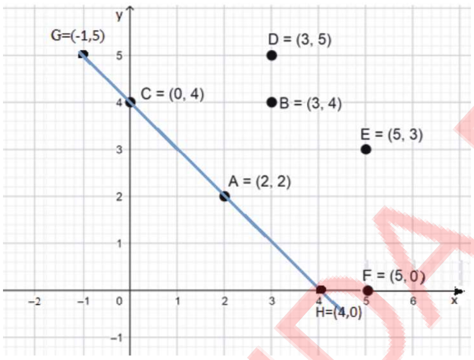
3.1



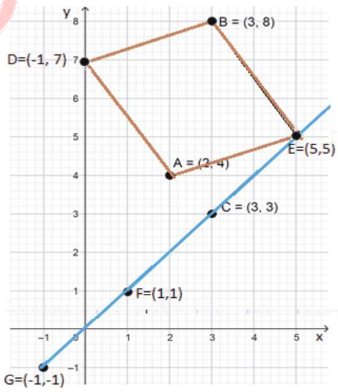
3.2



3.3



4



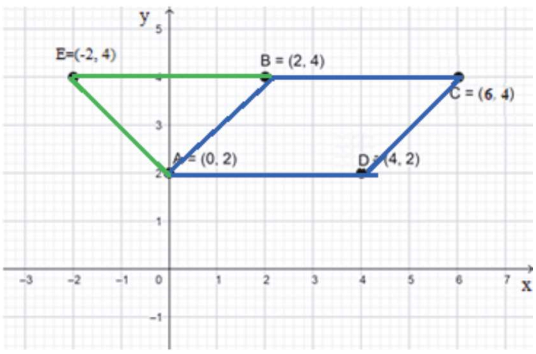
3.4 é uma recta

5. Na 3.3 a) a recta não passa da origem e na 4.b) a recta passa pela origem.

a) é um quadrilatero

b) é uma recta

6. a)



b) é um paralelogramo

c) é uma triângulo isósceles.

11. Unidade temática: Funções -11. Proporcionalidade

1. a) Biunívoca b) Não unívoca c) Unívoca d)biunivoca

2. a)

x	1	2	3	4	5	6
y	6	12	18	24	30	36

Conserva a ordem

$y = 6.x$

b)

x	1	2	3	4	6	12
y	12	6	4	3	2	1

Inverte a ordem

$y = \frac{12}{x}$

c)

x	1	2	3	4	5	6
y	90	45	30	22,5	18	15

Inverte a ordem

$y = \frac{90}{x}$

d)

x	3	6	12	15	18	21
y	1	2	3	5	6	7

Conserva a ordem

$y = \frac{1}{3}.x$

3. a)

x	1	2	3	4
y	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{3}$

$k = \frac{1}{3}$

a)

x	1	2	3	4
y	8	16	24	32

$k = 8$

c)

x	1	2	3	4
y	8	4	$\frac{8}{3}$	2

$k = 8$

d)

x	1	2	3	4
y	2,5	5	7,5	10

$k = 2{,}5$

4.a)

x	2	5	7	10	8
y	150	375	525	750	600

$k = 75$

Proporcionalidade directa

a)

x	120	80	60	48	40
y	1	1.5	2	2,5	3

$k = 120$

Proporcionalidade inversa

c)

x	12	20	32	30	48	480
y	3	5	8	7,5	12	120

$k = \frac{1}{4}$

Proporcionalidade directa

d)

x	4	6	8	10	20
y	10	15	15	25	50

$k = \frac{5}{2}$

Proporcionalidade directa

5.1 a)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	3	6	9	12	15	18

b)

x	10	5	2	1
y	1	2	5	10

5.2 a) Proporcionalidade directa e a constante é 3 ($\boldsymbol{k = 30}$)

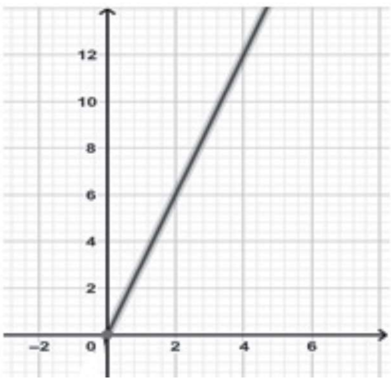
b) Proporcionalidade inversa e a constante é 10 ($\boldsymbol{k = 10}$)

6.a)

x	1	**2**	3	4	5	6
y	3	6	**9**	5	**15**	**18**

x	2	3	**1**	**6**	5	20
y	**10**	**20**	**60**	10	**12**	**3**

6.b)



7)

Nº de carpinteiros	x	1	2	5	6	10
Dias	y	30	15	6	5	3

7.a) A relação é da proporcionalidade inversa, pois quando o número de carpinteiros aumenta os dias para fazer mobília diminuem

8)

Batata (*kg*)	x	3	4	4.5	6	7,5	9	10
Preço (*Mt*)	y	60	80	90	120	150	180	200

8.a) Com 90 *Mt*, 150 *Mt* e 180 *Mt* pode se comprar 4,5 *Kg*, 7,5 *kg* e 9 *kg*, respectivamente.

9.a)

Nº de operários	x	1	3	4	6	12	15
Horas	y	12	4	3	2	1	0.8

9.a)

Nº de operários	x	24	10	2
Horas	y	0,5	1,2	6

BIBLIOGRAFIA

Amaral, a. J., & Nhalungo, C. (2004). *As maravilhas da Matemática.* Maputo: Plural Editores.
Langa, H., & Chuquela, N. J. (2010). *Matemática.* Maputo: Plural editora.

Sapantinha, J. C., & Guibundana, D. H. (2010). *saber Matemática.* Maputo: Longman Mocambique.
Chuquela, N. J., & Langa, N. (2008). *Matemática.* Maputo: Plural Editores.

Draisma, J., & Sovertkov, P. (1994). *Eu gosto de Matemática.* Maputo: Editora escolar.
Zavala, C. A., & Issufo, D. S. (2004). *A maravilha dos números.* Maputo: Texto Editores.

Oliveira, R. R. (Ed.). (s.d.). *Mundo Educação.* Obtido em 6 de 7 de 2022, de mundoeducação.uol.com.br: https://mundoeducacao.uol.com.br/

Ieezi, G., Dolce, O., Degenszajn, D., Périgo, R., & Almeida, N. (2016). *Matemática Ciência e Aplicações.* São Paulo: Saraiva.

Smole, K. S., & Diniz, M. I. (2016). *Matemática- Compreender o Mundo.* São Paulo: Saraiva.

Zavala, C. A., & Issufo, D. S. (2004). *A Maravilha dos Números Matemática 7ªClasse.* Maputo: Textos Editores, Lda.

Zavala, C. A., & Issufo, D. S. (2004). *A Maravilha dos Números.* Maputo: Texto Editores.

Amaral, A., & Nhalungo, C. (n.d.). *As Maravilhas da Matemática.* Maputo: Plural Editores.

Guibundana, D., & Sapatinha, J. C. (2009). *Saber Matemática.* Maputo: Logman Moçambique Lda.

Amaral, A., & Nhalungo, C. (n.d.). *As Maravilhas da Matemática.* Maputo: Plural Editores.

RAMOS, Danielle de Miranda. "Equações do 1º Grau equivalentes"; *Brasil Escola.* Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/equacoes-1-grau-equivalentes.htm. Acesso em 07 de julhode 2022

Azevedo, J. M., Calejo, M. M., & Moreira, O. M. (1990). *Matemática 7º Ano de Escolaridade.* Lisboa: Lisboa Editora.

Billomat. (s.d.). Obtido em 11 de 7 de 2022, de billomat.com: https://www.billomat.com/

Leya SA. (2021). Caderno de Educação Financeira 4. Direção-Geral da Educação – Ministério daEducação.

Zavala, C. A., & Issufo, D. S. (2004). *A Maravilha dos Números Matemática 7ªClasse.* Maputo: Textos Editores, Lda.

https://brasilescola.uol.com.br/matematica/regra-tres-simples.htm

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. "Regra de três simples"; Brasil Escola. Disponível em:https://brasilescola.uol.com.br/matematica/regra-tres-simples.htm. Acesso em 13 de julho de 2022."

Manual de Matemática I e II PENCIFOP https://brasilescola.uol.com.br/matematica/regra-tres-simples.htm

LUIZ, Robson." Proporção"; Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/proporcao.htm. Acesso em 13 de julho de 2022."

Símbolos da República de Moçambique

Bandeira

Emblema

Hino Nacional

Pátria Amada

Na memória de África e do Mundo
Pátria bela dos que ousaram lutar!
Moçambique, o teu nome é liberdade,
O Sol de Junho para sempre brilhará!

Coro:
Moçambique nossa terra gloriosa!
Pedra a pedra construindo um novo dia!
Milhões de braços, uma só força,
Oh pátria amada, vamos vencer!

Povo unido do Rovuma ao Maputo
Colhe os frutos do combate pela paz!
Cresce o sonho ondulando na bandeira
E vai lavrando na certeza do amanhã!

Flores brotando do chão do teu suor,
Pelos montes, pelos rios, pelo mar!
Nós juramos por ti, oh Moçambique:
Nenhum tirano nos irá escravizar!