REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 1

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 1

Elaborado por:
Carlos Xavier F. Nhanguatava
Alfredo Agostinho Gomes

ÍNDICE

		Pág.
	INTRODUÇÃO --	I
Lição 0 1:	Números Reais --	1
Lição 02:	Representação de Números Reais na Recta Graduada -------------	15
Lição 03:	Intervalos Reais, Definição e tipos de Intervalos ------------------	29
Lição 04:	Representação de Intervalos numéricos Limitados ----------------	41
Lição 05:	Representação de Intervalos numéricos Limitados ----------------	51
Lição 06:	Intervalos Numéricos Limitados e Ilimitados --------------------	61
Lição 07:	Operações com Intervalos-Reunião ---------------------------	71
Lição 08:	Operações com Intervalos-Intersecção ------------------------	83
Lição 09:	Operações com Intervalos-Reunião e Intersecção ----------------	97
Lição 10:	Resolução de Inequações Lineares ----------------------------	107
Lição 11:	Resolução de Inequações Lineares(continuação) -----------------	119
Lição 12:	Resolução de Inequações Lineares (revisão) --------------------	135
	TESTE DE PREPARAÇÃO -----------------------------------	149

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

PROGRAMA DE ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA

MENSAGEM DO MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

Estimada aluna,
Estimado aluno,

Sejam todos bem vindos ao primeiro programa de Ensino Secundário através da metodologia de Ensino à Distância.

É com muito prazer que o Ministério da Educação e Cultura coloca nas suas mãos os materiais de aprendizagem especialmente concebidos e preparados para que você, e muitos outros jovens moçambicanos, possam prosseguir os vossos estudos ao nível secundário do Sistema Nacional de Educação, seguindo uma metodologia denominada por "Ensino à Distância".

Com estes materiais, pretendemos que você seja capaz de adquirir conhecimentos e habilidades que lhe permitam concluir, com sucesso, o Ensino Secundário do 1º Ciclo, que, compreende a 8ª, 9ª e 10ª classes. Com o 1º Ciclo do Ensino Secundário você pode melhor contribuir para a melhoria da sua vida, da sua família, da sua comunidade e do país.

O módulo escrito que tem nas mãos, constitui a sua principal fonte de aprendizagem e que "substitui" o professor que você sempre teve lá na escola. Por outras palavras, estes módulos foram concebidos de modo a poder estudar e aprender sozinho obecendo ao seu próprio rítmo de aprendizagem.

Contudo, apesar de que num sistema de Ensino à Distância a maior parte do estudo é realizado individualmente, o Ministério da Educação e Cultura criou Centros de Apoio e Aprendizagem (AA) onde, você e os seus colegas, se deverão encontrar com os tutores, para o esclarecimento de dúvidas, discussões sobre a matéria aprendida, realização de trabalhos em grupo e de experiências

laboratoriais, bem como a avaliação do seu desempenho. Estes tutores são facilitadores da sua aprendizagem e não são professores para lhe ensinar os conteúdos de aprendizagem.

Para permitir a realização de todas as actividades referidas anteriormente, os Centros de Apoio e Aprendizagem estão equipados com material de apoio ao seu estudo: livros, manuais, enciclopédias, vídeo, áudio e outros meios que colocamos à sua disposição para consulta e consolidação da sua aprendizagem.

Cara aluna,
Caro aluno,

Estudar à distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de ensino aprendizagem, estimulando em si a necessidade de dedicação, organização, muita disciplina, criatividade e, sobretudo determinação nos seus estudos.

O programa em que está a tomar parte, enquadra-se nas acções de expansão do acesso à educação desenvolvido pelo Ministério da Educação e Cultura, de modo a permitir o alargamento das oportunidades educativas a dezenas de milhares de alunos, garantindo-lhes assim oportunidades de emprego e enquadramento sócio-cultural, no âmbito da luta contra pobreza absoluta no país.

Pretendemos com este programa reduzir os índices de analfabetismo entre a população, sobretudo no seio das mulheres e, da rapariga em particular, promovendo o equlíbrio do género na educação e assegurar o desenvolvimento da Nossa Pátria.

Por isso, é nossa esperança que você se empenhe com responsabilidade para que possa efectivamente aprender e poder contribuir para um Moçambique Sempre Melhor!

Boa Sorte.

AIRES BONIFACIO ALI
MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo do Módulo 1 de Matemática para a 9ª Classe do Ensino à Distância. Acreditamos que você estudou todos os Módulos de Matemática da 8ª Classe, e que concluiu a classe com sucesso.

Na 8ª classe estudou na sua generalidade conteúdos que, abrangeram o estudo de números racionais, equações do 1º grau, quadrados e raízes quadradas, coordenadas cartesianas, círculos e circunferências, igualdade de triângulos, teorema de pitágoras, aplicações e funções lineares, estatística e finalmente sistema de duas equações com duas incógnitas.

Nesta 9ª classe terá a oportunidade de estudar números reais, operações com números reais, radiciação, funções do tipo $y = a \bullet x^n$, quadriláteros, semelhança de triângulos, e mais uma vez o teorema de pitágoras, posição relativa de duas circunferêncas, relação métrica no círculo, trigonometria, monómios, polinómios, casos notáveis, equações quadráticas e finalmente a estatística.

Neste Módulo 1 vai estudar Números reais; identificaçação de números racionais e irracionais; a representação de números reais na recta graduada; a identificação de intervalos de um conjunto representado por chavetas; a representação de intervalos (limitados e ilimitados) na recta graduada, e sob forma de condições; resolução de inequações lineares e representação do resultado sob forma de intervalos, bem como resolução de inequações utilizando princípios de equivalência.

E no final do Módulo há de resolver um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo. Como sabe, eu sou Srª. **Madalena** e vou acompahá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a compreensão da estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário,... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

Como está estruturada esta disciplina?

O seu estudo da disciplina de Matemática é formado por **15 Módulos**, cada um contendo vários temas de estudo. Por sua vez, cada Módulo está dividido em lições. Este **primeiro Módulo** está dividido em **12 lições**. Esperamos que goste da sua apresentação!

Como vai ser feita a avaliação?

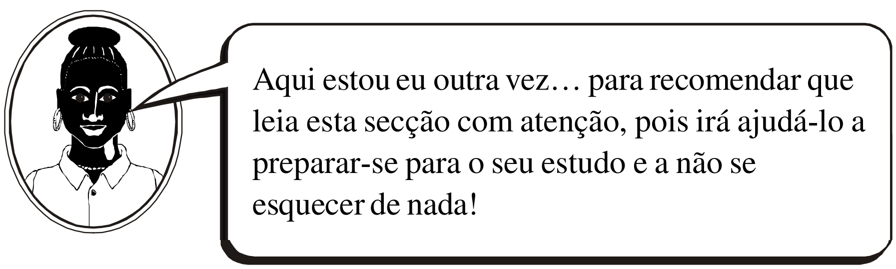
Como este é o segundo módulo você vai ser submetido a um teste porém, primeiro deverã resolver o **Teste de Preparação**. Este Teste corresponde a uma auto-avaliação. Por isso você corrige as respostas com a ajuda da Sra. Madalena. Só depois de resolver e corrigir essa auto-avaliação é que você estará se está preparado para fazer o Teste de Fim de Módulo com sucesso.

Claro que a função principal do Teste de Preparação, como o próprio nome diz, é ajudá-lo a preparar-se para o Teste de Fim de Módulo, que terá de fazer no **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem - **CAA** para obter a sua classificação oficial.
Não se assuste! Se conseguir resolver o Teste de Preparação sem dificuldade, conseguirá também resolver o Teste de Fim de Módulo com sucesso!

Assim que completar o Teste de Fim de Módulo, o Tutor, no **CAA,** dar-lhe-á o Módulo seguinte para você continuar com o seu estudo. Se tiver algumas questões sobre o processo de avaliação, leia o Guia do Aluno que recebeu, quando se matriculou, ou dirija-se ao **CAA** e exponha as suas questões ao Tutor.

Como estão organizadas as lições?

No início de cada lição vai encontrar os **Objectivos de Aprendizagem**, que lhe vão indicar o que vai aprender nessa lição. Vai, também, encontrar uma recomendação para o tempo que vai precisar para completar a lição, bem como uma descrição do material de apoio necessário.

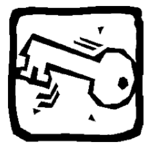


Geralmente, você vai precisar de mais ou menos meia hora para completar cada lição. Como vê, não é muito tempo!

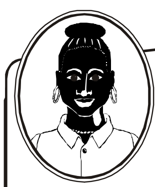
No final de cada lição, vai encontrar alguns exercícios de auto-avaliação. Estes exercícios vão ajudá-lo a decidir se vai avançar para a lição seguinte ou se vai estudar a mesma lição com mais atenção. Quem faz o controle da aprendizagem é você mesmo.

Quando vir esta figura já sabe que lhe vamos pedir para fazer alguns **exercícios** - pegue no seu lápis e borracha e mãos à obra!

A **Chave de Correcção** encontra-se logo de seguida, para lhe dar acesso fácil à correcção das questões.



Ao longo das lições, vai reparar que lhe vamos pedir que faça algumas **Actividades**. Estas actividades servem para praticar conceitos aprendidos.



Conceitos importantes, definições, conclusões, isto é, informações importantes no seu estudo e nas quais se vai basear a sua avaliação, são apresentadas desta forma, também com a ajuda da Sra. Madalena!

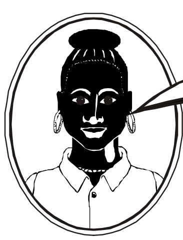
Conforme acontece na sala de aula, por vezes você vai precisar de **tomar nota** de dados importantes ou relacionados com a matéria apresentada. Esta figura chama-lhe atenção para essa necessidade.

E claro que é sempre bom fazer **revisões** da matéria aprendida em anos anteriores ou até em lições anteriores. É uma boa maneira de manter presentes certos conhecimentos.

O que é o CAA?

O **CAA** - **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem foi criado especialmente para si, para o apoiar no seu estudo através do Ensino à Distância.

No **CAA** vai encontrar um Tutor que o poderá ajudar no seu estudo, a tirar dúvidas, a explicar conceitos que não esteja a perceber muito bem e a realizar o seu trabalho. O **CAA** está equipado com o mínimo de materiais de apoio necessários para completar o seu estudo. Visite o **CAA** sempre que tenha uma oportunidade. Lá poderá encontrar colegas de estudo que, como você, estão também a estudar à distância e com quem poderá trocar impressões. Esperamos que goste de visitar o **CAA**!



E com isto acabamos esta introdução. Esperamos que este Módulo 1 de Matemática seja interessante para si! Se achar o seu estudo aborrecido, não se deixe desmotivar: procure estudar com um colega ou visite o **CAA** e converse com o seu Tutor.

Bom estudo!

1 Números Reais

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Rever os números racionais.
- Identificar números reais.
- Identificar números irracionais.
- Diferenciar os números reais dos irracionais.

Material necessário de apoio

- Módulo 1da 8ª classe, régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a 1ª lição do módulo 1 da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento na 8ª classe.

Como pode notar este é o primeiro módulo de estudo da Matemática da 9ª classe. Fazemos votos que você redobre os esforços para o mais breve poder terminar o estudo deste módulo.

Neste módulo terá a oportunidade de estudar um novo conjunto dos números, o conjunto dos **Números Reais** . O sucesso no estudo deste conjunto passa por recordar, em primeiro lugar, os anteriores conjuntos numéricos

Com efeito recomendamos que faça uma revisão do Módulo 1 da 8ª classe. Entretanto, apresentamos-lhe já a seguir alguns aspectos fundamentais à aprendizagem.

FAZENDO REVISÕES...

No Módulo 1 da 8ª classe, dissemos que o conjunto dos **números racionais,** $\mathbb{Q}$ é constituído por todos os números inteiros e fraccionários. O conjunto $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ - conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números racionais.

Primeiro vamos representar os números racionais na recta graduada. Então vamos deste modo fazer a revisão a partir de algumas actvidades.

Alguns símbolos Matemáticos

$\mathbb{N}$ - Conjunto dos números naturais.
$\mathbb{Z}$ - Conjunto dos números inteiros (negativos, zero e posetivos).
$\mathbb{Q}$ - Conjunto dos números racionais (inteiros e fraccionários).
$\in$ - Pertence.

Muito bem! Agora resolver as actividades que se seguem. de modo a consolidar os seus conhecimentos.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ a única afirmação verdadeira.

a) $Z \subset Q$ ☑
b) $Z \supset Q$ ☐
c) $Z \in Q$ ☐
d) $Z \cup Q$ ☐

2. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as afirmações falsas.

V/F

a) $-\frac{1}{3} \in Q$

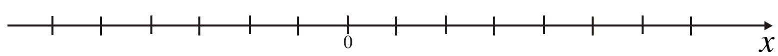
b) $\{0\} \subset Q$

c) $\sqrt{9} \notin Z$

d) $Z \supset Q$

3. Marque na recta graduada os pontos que se seguem, com as respectivas letras:

a) **A** = $-\sqrt{25}$; **B** = 1,5; **C** = 3,7; **D** = -2,5; **E** = 2,6; **F** = 4,25; **G** = -3 e **H** = 5



4. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as afirmações falsas.

V/F

a) C = 3,7 é um número inteiro.

b) A = $-\sqrt{25}$ é um número inteiro.

c) F = 1,3(25) é um número racional.

d) A = é um número racional.

e) B = 0 é um número racional e inteiro.

f) D = 1,414 não é número racional.

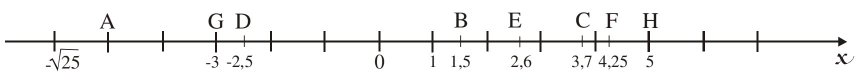
Caro aluno, depois de ter resolvido todas actividades compare as suas respostas com a Chave de Correcção

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2. a) V; **b)** V; **c)** F **d)** F

3.



4. a) F; **b)** V; **c)** V; **d)** V; **e)** V; **f)** F

Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção

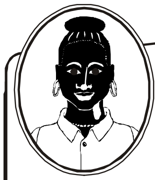
TOME NOTA...

Um número racional (conjunto $\mathbb{Q}$) é um número ***x*** tal que existem dois números inteiros relativos ***a*** e ***b*****;** onde $b \neq 0$, de tal modo que $bx = a$; $x = \frac{a}{b}$.

Que pode resultar num número decimal finito ou infinito periódico. Como nos casos:

a) $\frac{2}{4} = 0{,}5$; $\frac{253}{8} = 31{,}625$ - O resultado destes números é um número decimal finito, ou por outro tem uma **dízima finita**.

b) $\frac{2}{3} = 0{,}66\,(6)$; $\frac{6}{11} = 5454$ (54) - O resultado destes números é um número decimal infinito com período, ou por outra tem uma **dízima infinita periódica**.

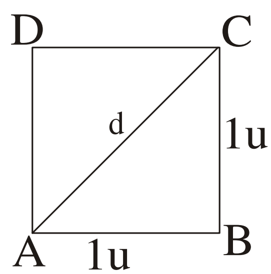


Os elementos deste conjunto são fracções. Ao conjunto dos números fraccionários chama-se conjunto dos **Números Racionais**, e simbolicamente representam-se por $\mathbb{Q}$.

Números Reais

Nota Histórica

Historicamente os **números reais** surgem, há 400 anos antes da nossa era, dada a dificuldade que se tinha de operar (trabalhar) com alguns números. Um caso típico é o problema célebre, sobre a determinação da medida da diagonal de um quadrado, onde se tinha números como por exemplo $\sqrt{2}$.



Observe que a figura é um quadrado de lado igual a uma unidade. Pretende-se determinar o comprimento da diagonal (d). Para isso recorrendo ao Teorema de Pitágoras, tem-se:

$d^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow d^2 = 2 \Rightarrow d = \sqrt{2}$ =1,41421356...

Como se pode ver o número que acabamos de determinar não tem as características do número racional, isto é, não é uma dízima infinita periódica. Assim sendo, números como este são considerados de números reais, dai que:

Todos os números na forma $\sqrt[n]{a}$,também são **números reais**.

Caro aluno, antes de avançarmos bastante, é necessáro considerar, um outro problema ligado ao cálculo do perímetro de uma circunferência.

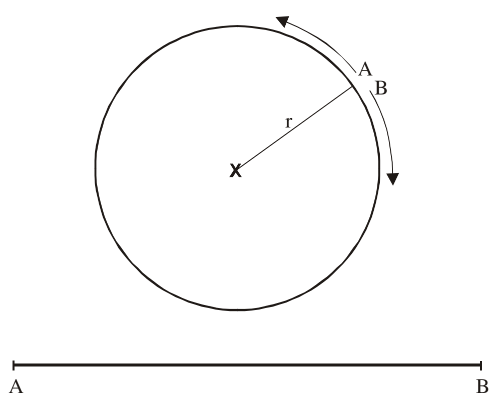
Haamm ... não se recorda da fórmula para o cálculo de perímetro da circunferência.

Ora bem o perímetro da circunferência é dada pela fórmula:

$$P_{\odot} = 2\pi r \;\; ou \;\; P_{\odot} = \pi d \Rightarrow \pi = \frac{P_{\odot}}{d}$$

Onde antes teve que se determinar o valor do π.

E o valor do π é igual ao comprimento da circunferência sobre o seu diâmetro.



Fazendo as medições e os respectivos cálculos encontrou-se um resultado que também é um número irracional, mas que não é finito e nem infinito períodico;

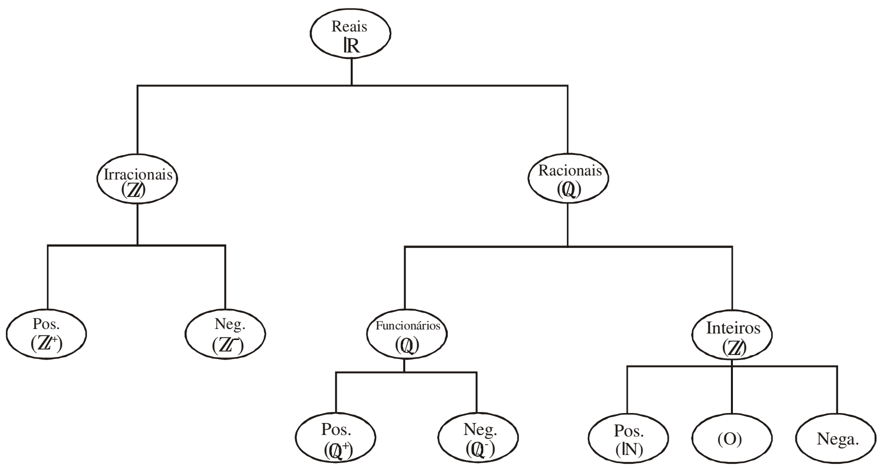
E todos os decimais seguintes não são repetetivos (mesmo calculando incansavelmente).

Mas sim um número na forma **decimal, infinito não perídico**; curiosamente o único número com esta classificação, e é também **um número rea**l.

Muitas vezes o valor do π, dada a sua importância na sociedade actual é arredondado para quatro decimais ou quatro casas decimais, que corresponde a 3,1416.

Tal como aconteceu com o conjunto $\mathbb{Q}$ que é formado por números inteiros e fraccionários o novo conjunto, para além de incluir os números racionais também inclui os irracionais.Ou seja o conjunto dos números **reais** é uma associacão dos números **racionais e dos irracionais.**

Vamos considerar o esquema que se segue que traduz as relações entre os mais importantes subconjuntos do conjunto dos números **reais**.

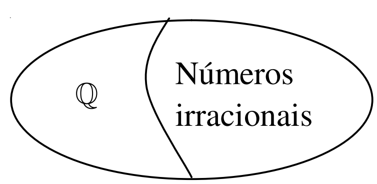


Número real é qualquer número racional ou irracional. Ao conjunto formado pelos números racionais e irracionais chama-se conjunto dos **números reais** e representa-se, simbolcamente por $\mathbb{R}$.

Esta difinição pode também resumir-se no seguinte esquema:

$$\textbf{Números reais} \quad \begin{cases} \text{racionais} \begin{cases} \text{inteiros} \\ \text{fraccionários} \end{cases} \\ \text{irracionais} \end{cases}$$

O que também se traduz:

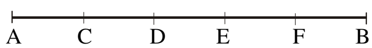


ou $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{\text{números irracionais}\}$

Marcando um ponto de origem sobre um segmento de recta e uma unidade de comprimento $\boldsymbol{x}$, é possível estabelecer uma correspondência bionívoca entre o conjunto dos números reais e o conjunto dos pontos do segmento de recta. Daí que se fale da recta real.

Também quando estivermos perante a situação da medição, estamos a tratar de números reais. Porque medir é determinar uma quantidade comparando-a com uma grandeza que se tomou como unidade padrão. Por exemplo:

Seja o segmento de recta:



Podemos afirmar que: $\overline{AB} = 5\overline{CD}$ e por outro lado $\overline{AB} = \frac{5}{3}\overline{AE}$.

Como se pode ver os resultados (coeficientes – números) são números reais.

EXERCÍCIOS

1. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas:

	V/F
a) $-\sqrt{16}$ é um número inteiro.	☐
b) $-\sqrt{15}$ é um número inteiro.	☐
c) 2,5 é um número inteiro.	☐
d) 2,5 é um número racional.	☐
e) $\sqrt{3}$ é um número irracional.	☐

2. Dados os números e a tabela que seguem, preenche cada subconjunto com os respectivos números:

a) 3,5; **b)** $-\sqrt{3}$; **c)**1,414; **d)**$-\sqrt{36}$; **e)**2, (3); **f)**$\frac{\pi}{2}$; **g)** 0; **h)** 1,3(25)

Inteiros	**Racionais**	**Irracionais**

3. Assinale com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) $4{,}55 \subset \mathbb{R}$

b) $4{,}55 \supset \mathbb{R}$

c) $-\frac{6}{5} \notin \mathbb{R}_0^+$

d) $-\frac{6}{5} \in \mathbb{R}_0^+$

e) $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$

f) $\mathbb{N} \supset \mathbb{R}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V

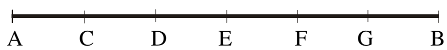
2. A tabela ficará preenchida como se segue:

Inteiros	**Racionais**	**Irracionais**
g) 0 **d)**$-\sqrt{36}$	**a)** 3,5 **c)**1,414 **d)**$-\sqrt{36}$ **g)** 0 **h)**1,3(25) **e)**2, (3)	**b)** $-\sqrt{3}$ **f)**$\frac{\pi}{2}$

3. a); **c)**; **e)**

Exemplo

Dada a figura que se segue. Compare o segmento $\overline{AB}$ em relação ao segmento $\overline{CD}$.



Como resposta, podemos ver que $\overline{AB}$ é seis vezes $\overline{CD}$ ou $\overline{CD}$ cabe seis vezes em $\overline{AB}$.

E se perguntássemos o que é em relação a ?

Neste caso temos que olhar no sentido inverso, assim $\overline{CD}$ é $\frac{1}{5}$ de $\overline{AB}$.

Caro aluno, saíba mais uma vez que: Medir um comprimento é compará-lo com um outro que se tem como unidade padrão.

Agora resolve a seguinte actividade.

ACTIVIDADE

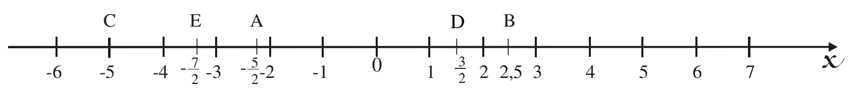
1. Representa na recta graduada os pontos com as seguintes abcissas.

$A \rightarrow 2$; $B \rightarrow \frac{1}{2}$; $C \rightarrow -2{,}5$; $D \rightarrow \sqrt{9}$; $E \rightarrow -\frac{3}{2}$;

$F \rightarrow 3{,}5$; $G \rightarrow -3$; $H \rightarrow -\sqrt{4}$; $I \rightarrow \pi$.

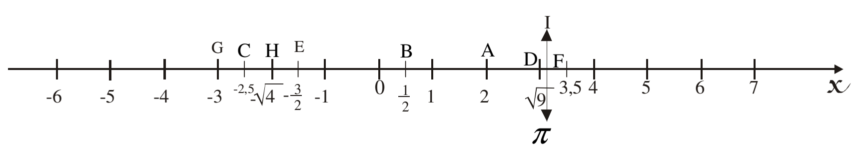
2. Indica na recta graduada os números que tem como abcissas:

a) A; **b)** B; **c)** C; **d)** D; **e)** E



CHAVE DE CORRECÇÃO

1.



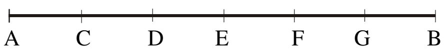
2.

a) $A = -\frac{5}{2}$ **b)** $B = 2{,}5$ **c)** $C = -5$ **d)** $D = \frac{3}{2}$ **e)** $E = -\frac{7}{2}$

Caro aluno, depois de ter comparado as suas resposta com a Chave de Corricção. E com forma de interiorizar os seus conhecimentos resolve os exercícios.

EXERCÍCIOS

1. Dado o segmento. Completa as igualdades.



a) $\overline{AB} = \_\_\_\ \overline{CD}$

b) $\overline{DB} = \_\_\_\ \overline{AB}$

c) $\overline{AB} = \_\_\_\ \overline{AE}$

d) $\overline{CD} = \_\_\_\ \overline{AB}$

e) $\overline{DF} = \_\_\_\ \overline{AB}$

2. Traça um segmento de 10 cm e divide-o em 10 partes iguais e indique cada ponto por letras alfabéticas de A até B, as restantes divisões de C a L.

a) Indique a quinta parte do segmento $\overline{AB}$.

b) Indica a metade do segmento .

3. Usando o segmento da pergunta anterior, assinale com um ✓ as afirmações verdadieiras.

a) $\overline{AB} = 5\overline{GI}$ ✓ ☐

b) $\overline{AB} = 2\overline{GI}$ ☐

c) $\frac{1}{4}\overline{AF} = \overline{AC}$ ☐

d) $\frac{1}{2}\overline{AF} = \overline{AB}$ ☐

e) $\frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{AG}$ ☐

f) $\overline{AB} = \frac{1}{3}\overline{IB}$ ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $\overline{AB} = 6\overline{CD}$

b) $\overline{DB} = \frac{2}{3}\overline{AB}$

c) $\overline{AB} = 2\overline{AE}$

d) $\overline{CD} = \frac{1}{6}\overline{AB}$

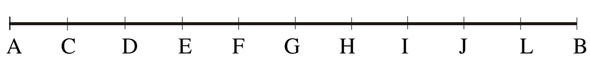
e) $\overline{DF} = \frac{1}{3}\overline{AB}$

2.

a) A quinta parte do segmento $\overline{AB}$:

Deve ser um segmento equivalente ao segmento $\overline{AD}$. Por isso são vários segmentos.
Por exemplo pode ser: $\overline{CE}, \overline{EG}, ...$

b) O segmento metade de $\overline{AB}$ é $\overline{AG}$. Contudo são válidos outros equivalentes.

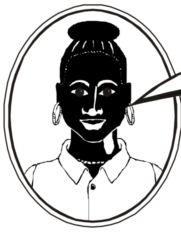


3. As afirmações verdadieiras são:

a) $\overline{AB} = 5\overline{GI}$

c) $\frac{1}{4}\overline{AF} = \overline{AC}$

e) $\frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{AG}$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se não conseguiu acertar todos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo--se da actividade sexual.

2 Representação de Números Reais na Recta Graduada

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Representar números reais na recta graduada.
- Ordenar os números reais.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis e borracha.
- Módulo 1 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a 2 ª lição do módulo 1 da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento na lição anterior.

Como pode notar este é o primeiro módulo de estudo da Matemática na 9ª classe. Fazemos votos que você redobre esforços para que o mais breve possível possa terminar o estudo desta lição.

Nesta lição terá a oportunidade de representar na recta graduada e ordenar os números reais; devendo primeiro rever os conceitos dos números racionais e irracionais.

FAZENDO REVISÕES...

Vamos começar por fazer uma breve revisão sobre os conteúdos da lição anterior.

Nesta lição vai aprender como se faz a representação da raiz quadrada de um número, na recta graduada.

Certamente que se lembra de **números racionais**, se não, consulte o módulo 1 de matemática, 8ª classe; A compreensão desta matéria, números reais, depende do domínio dos conteúdos sobre os números racionais. Assim, siga atentamente o exemplo que lhe sugerimos e depois resolve a actividade que lhe propomos.

Exemplo 1

1. Dado o conjunto numérico coloque os seus elementos por ordem crescente.

$$\boldsymbol{A}=\left\{\frac{7}{2},0,-\frac{2}{3},\frac{10}{3},-\frac{3}{2},\pi,-\sqrt{2}\right\}$$

Resolução

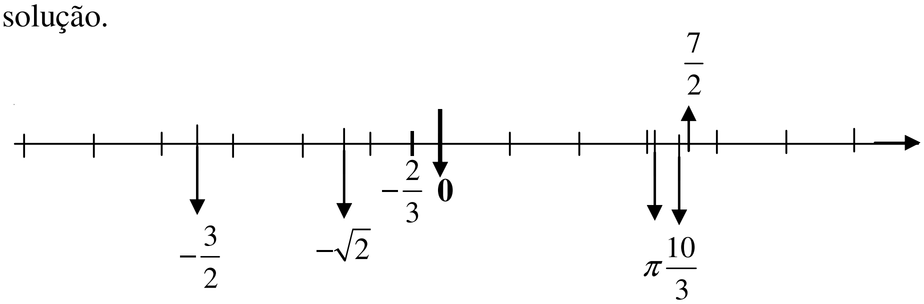
Para perceber a resolução, sugerimos que transforme estes números em números decimais. Assim fica:

$$\boldsymbol{A}=\left\{\begin{array}{l}\frac{7}{2}=3,5\\ 0=0\\ -\frac{2}{3}=-0,67\\ \frac{10}{3}=3,(3)\\ -\frac{3}{2}=-1,5\\ \pi=3,14\\ -\sqrt{2}=-1,41\end{array}\right\}$$

Finalmente, vamos dispôr o conjunto A em ordem crescente dos seus elementos,isto é, do menor ao maior.
Temos como solução:

$$\boldsymbol{A}=\left\{-\frac{3}{2};-\sqrt{2};-\frac{2}{3};0;\pi;\frac{10}{3};\frac{7}{2}\right\}$$

Por outro lado pode-se resolver o mesmo problema usando a recta graduada. E marcam-se os pontos do conjunto dado e obtem-se a mesma solução.



Caro aluno, como forma de interiorizar os seus conhecimentos realiza a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ a alternativa correcta em relação à ordem crescente dos elementos do conjunto B.

$$\mathbf{B}=\left\{\sqrt{2};\ -1,4;1,5;\ -\sqrt{2};-1,5;\ -2;\ \sqrt{3};\ \frac{4}{3};\ 1\right\}$$

a) $\left\{\sqrt{2};\ -1,4;1,5;\ -\sqrt{2};-1,5;\ -2;\ \sqrt{3};\ \frac{4}{3};\ 1\right\}$ ☐

b) $\left\{-2;\ -1,5;\ -\sqrt{2};-1,4;\ 1;\ \frac{4}{3};\ \sqrt{2};\ 1,5;\ \sqrt{3}\right\}$ ☐

c) $\left\{\sqrt{3};\ -1,5;\ -\sqrt{2};-1,4;\ 1;\ \frac{4}{3};\ \sqrt{2};\ 1,5;-2\right\}$ ☐

d) $\left\{\frac{4}{3};\ -1,5;\ -\sqrt{2};-1,4;\ \sqrt{3};\ 1;\ \sqrt{2};\ 1,5;-2\right\}$ ☐

2. Marque com um ✓ a alternativa correcta em relação á ordem decrescente dos elementos do conjunto M.

$$\mathbf{M} = \left\{\frac{8}{3};\ -2,7;\ 1,5;\ \sqrt{7};\ -3;\ 2;\ -\sqrt{7};\ \sqrt{3};\ -\frac{11}{4}\right\}$$

a) $\left\{\frac{8}{3};\ -2,7;\ 1,5;\ \sqrt{7};\ -3;\ 2;\ -\sqrt{7};\ \sqrt{3};\ -\frac{11}{4}\right\}$ ☐

b) $\left\{\frac{8}{3};\ \sqrt{7};\ \ 2;\ \ \sqrt{3};\ \ 1,5;\ -\sqrt{7};\ -2,7;\ -\frac{11}{4};\ -3;\right\}$ ☐

c) $\left\{-2,7;\ \sqrt{7};\ \ 2;\ \ \sqrt{3};\ \ 1,5;\ -\sqrt{7};\ \ \frac{8}{3};\ -\frac{11}{4};\ -3\right\}$ ☐

d) $\left\{\ \sqrt{7};\ \ 2;\ \ \sqrt{3};\ \ ;-2,7;\ -\sqrt{7};\ \ \frac{8}{3};\ -\frac{11}{4};\ -3;\ 1,5\right\}$ ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

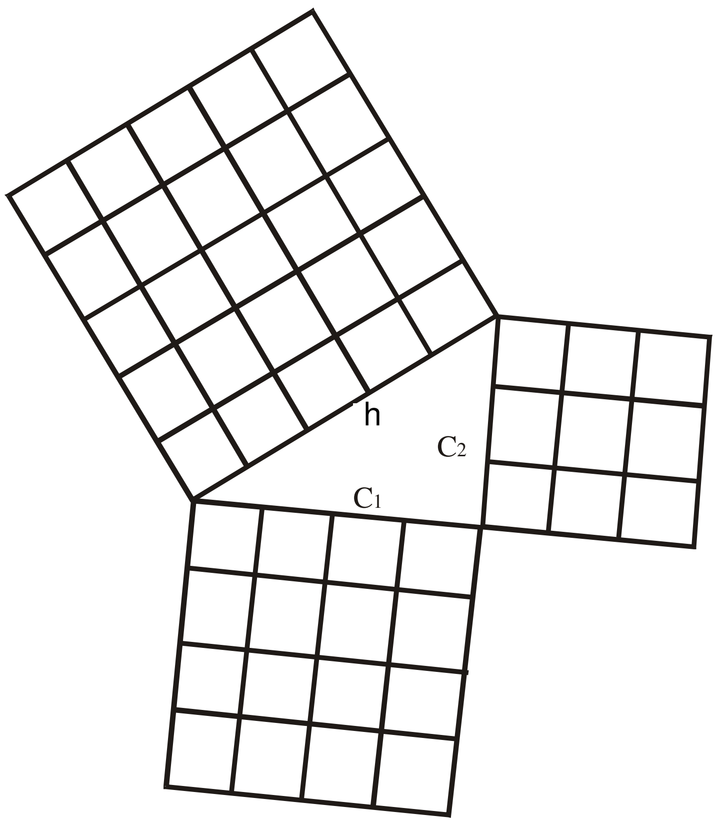
1. b)

2. b)

Por outro lado vamo-nos recordar do Teorema de Pitágoras, conteúdo que foi estudado no Módulo 6 da 8ª classe.

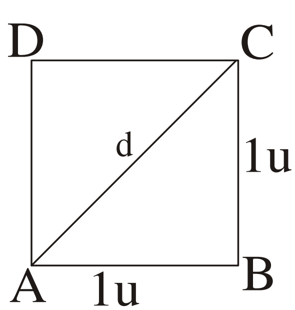
FAZENDO REVISÕES...

O enunciado do teorema de Pitágoras e:
Num triângulo rectângulo a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.



O que se traduz simbolicamente em: $c_1^2 + c_2^2 = h^2$.

Partiremos do problema apresentado na nota histórica da primeira lição. Qual é a medida da diagonal de um quadrado com uma unidade de lado.



$$c_1^2 + c_2^2 = h^2 \quad \Leftrightarrow (1)^2 + (1)^2 = h^2$$

$$\Leftrightarrow 1+1 = h^2$$

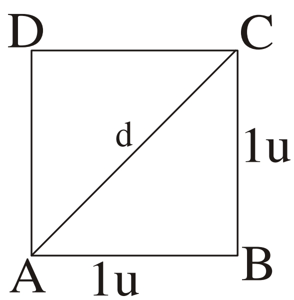
$$\Leftrightarrow 2 = h^2$$

$$\Leftrightarrow h = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow h = 1,41421356...$$

Assim por exemplo para representar $\sqrt{2}$ na recta graduada, temos que pensar num triângulo rectângulo, que tem de catetos a medida de **uma unidade** e sendo assim a hipotenusa será ; como consequência do Teorema de Pitágoras.

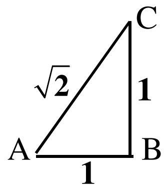
Esboçando o quadrado obtemos:



(1) Segundo a fórmula do teorema de pitágoras teremos:	(2) De acordo com a figura a fórmula de pitágoras fica:
$c_1^2 + c_2^2 = h^2$ $(1)^2 + (1)^2 = h^2$ $1+1 = h^2$ $2 = h^2$	$\lvert AB\rvert^2 + \lvert BC\rvert^2 = \lvert AC\rvert^2$ $\lvert 1u\rvert^2 + \lvert 1u\rvert^2 = \lvert AC\rvert^2$ $1u^2 + 1u^2 = \lvert AC\rvert^2$ $2u^2 = \lvert AC\rvert^2$ $\lvert AC\rvert = \sqrt{2u^2}$ $\lvert AC\rvert = u\sqrt{2}$

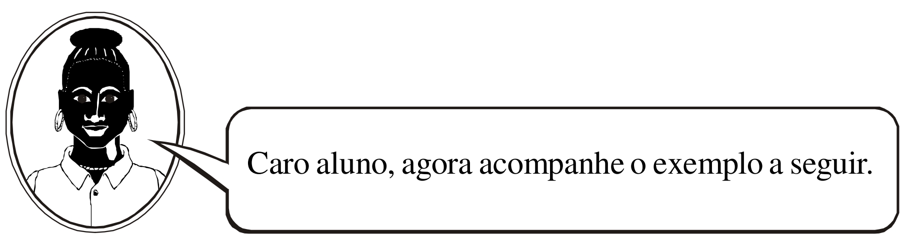
Simplificando a unidade **(u)** a partir da demonstração **(1),** ficaríamos com a apresentação da mesma demonstração como em **(1).**

Assim fizemos a resolução até chegarmos, à solução que corresponde ao esboço.



FAZENDO REVISÕES...

A distância é expressa por um valor positivo porque ela é uma grandeza modular, daí que quando calculamos a distância entre dois pontos com sinais negativos é sempre posetiva; seguindo a fórmula apresenta em **2**.



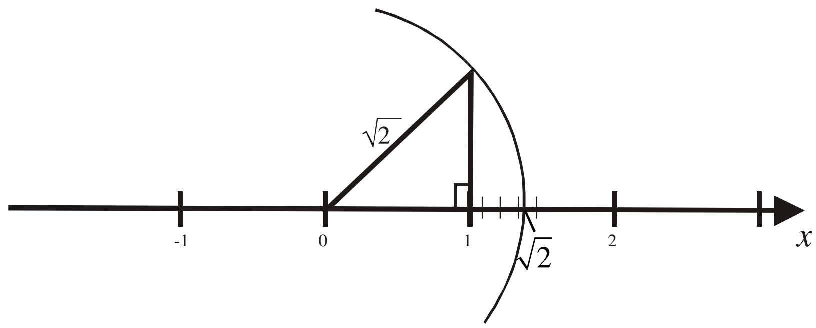
Exemplo 2

Como representar $\sqrt{2}$ **na recta graduada**?

Primeiro graduamos a recta em centímetros (**cm**) e milímetros (**mm**); isto para facilitar a leitura da resposta. Visto que a $\sqrt{2}$ é uma dízima infinita não períodica um número (**irracional**) e sugerimos um triângulo rectângulo que têm de cateto uma unidade, no lado positivo da recta e ângulo recto, no ponto da abcissa **1**, onde temos o outro cateto.

Traçar a hipotenusa, com ajuda do compasso, e com a ponta seca do compasso na origem zero (**0**) e com abertura até ao outro vértice do triângulo e do lado da hipotenusa, depois traça-se um arco a cortar o eixo das abcissas (ver a figura a seguir), e a resposta , lê-se no lado direito do eixo das abcissas.

Segue as instruções e os passsos das ilustrações.



Como se pode notar a $\sqrt{2} \approx 1,4$; Onde o arco corta o eixo das abcissas marcamos e lemos o valor pretendido.

Caro aluno, agora acompanhe o 3º exemplo, que lhe apresentamos, para traçar a $\sqrt{8}$.

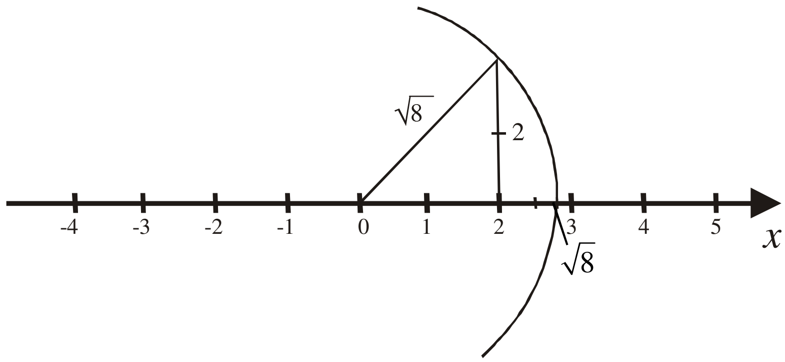
TOME NOTA...

A recta graduada tem vários nomes, como também pode se chamar **eixo das abcissas**, **eixo orientado** assim como **eixo real** para o caso em que falamos de números reais.

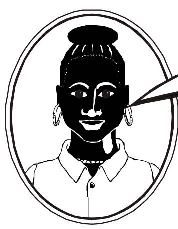
Exemplo 3

como representar na recta graduada $\sqrt{8}$?

Da mesma forma como o exemplo 2, temos que pensar no teorema de pitágoras. Como escrever 8, na forma $h^2 = C_1^2 + C_2^2$, sendo assim; $\sqrt{8}$ pode ser escrito como $h^2 = 2^2 + 2^2$, que é o mesmo que $h^2 = 4+4 \Leftrightarrow h^2 = 8 \Leftrightarrow h = \sqrt{8}$. Assim temos que pensar num triângulo rectângulo cujo cateto mede 2, daí que a incógnita satisfaz o Teorema de Pitágoras, de modo a descobrir a medida da hipotenusa geometricamente.



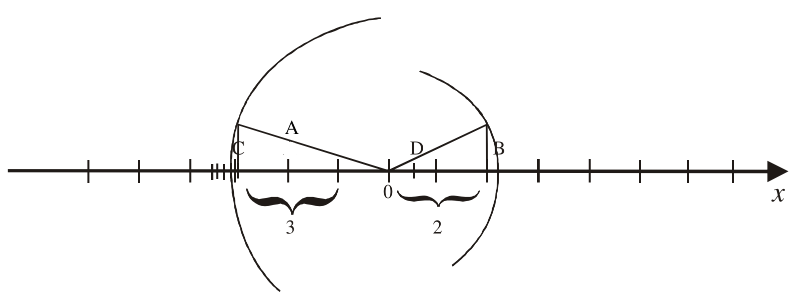
Para determinar a $\sqrt{8}$ que é $\sqrt{8} \approx 2,8$; seguimos os passos do exemplo anterior traçando no eixo das abcissas um arco com ajuda do compasso, com 2 unidades de abertura, e lê-se a resposta no eixo das bcissas.



Que tal? Foi tudo tão simples que você entendeu muito bem! Se não, relea o texto refaça as actividades e verá!
Para melhor compreensão e consolidação dos seus conhecimentos sugerimos-lhe que resolva a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Identififique as abcissas indicadas pelas letras na recta graduada:



2. Represente no eixo real as seguintes abcissas:

a) $\sqrt{6}$

b) $\sqrt{11}$

c) $\sqrt{17}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. D = B = $\sqrt{5}$ - Porque: $h^2 = c_1^2 + c_2^2 \Rightarrow h^2 = 2^2 + 1^2$

$$\Rightarrow h^2 = 4 + 1$$
$$h = \sqrt{5}$$

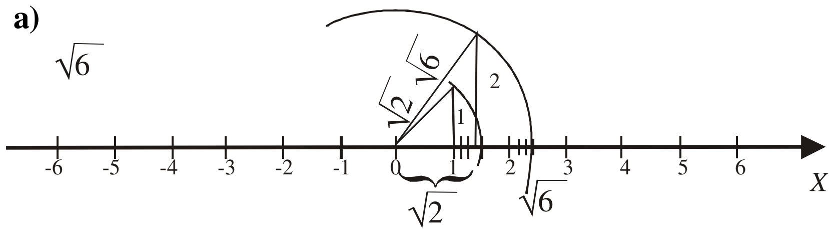
A = C = - Porque: $h^2 = c_1^2 + c_2^2 \Rightarrow h^2 = 3^2 + 1^2$

$$\Rightarrow h^2 = 9 + 1$$
$$h = \sqrt{10}$$

2.

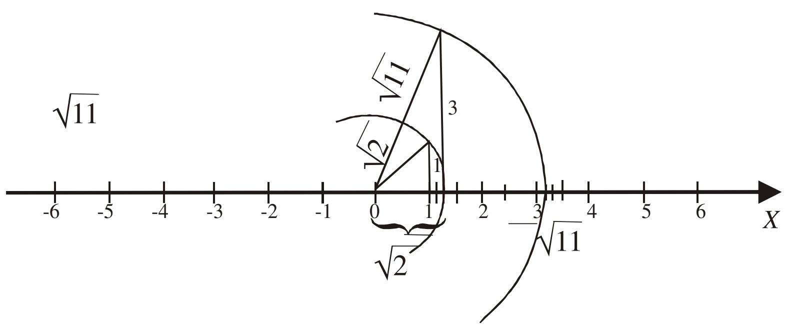
a)

$\sqrt{6}$



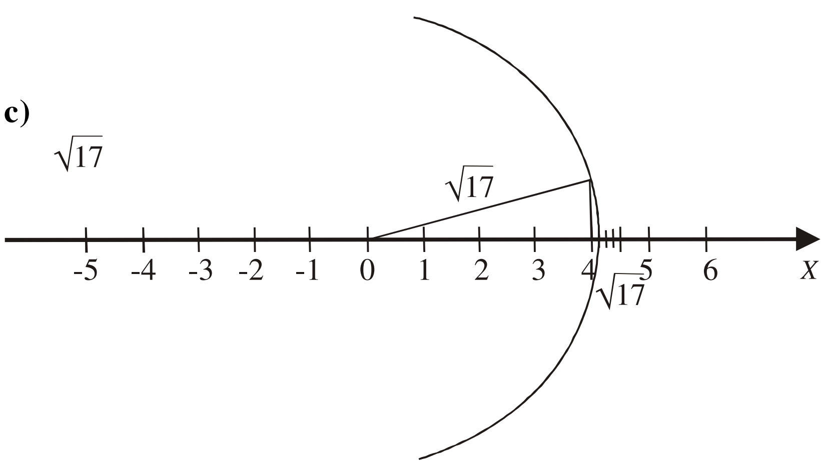
b)

$\sqrt{11}$



c)

$\sqrt{17}$

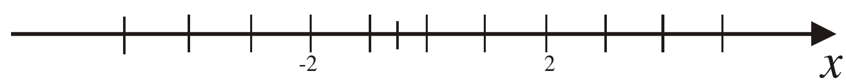


EXERCÍCIOS

1. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** para as afirmações falsas.

	V/F
a) $\mathbb{R}^{+} \cap \mathbb{R}^{-} = \{\emptyset\}$	☐
b) $\mathbb{R}^{+} \cup \mathbb{R}^{-} = \mathbb{R}$	☐
c) $\mathbb{Q} \not\subset \{x : x, \ \ irracional\}$	☐
d) $\mathbb{R}_0^{+} \cap \mathbb{R}^{-} = \mathbb{R}$	☐

2. Complete a indicação das abcissas dos pontos que se seguem:



A $\rightarrow$ -0,5 B) $\rightarrow \dfrac{11}{4}$ C $\rightarrow$ $1 + \sqrt{2}$ D $\rightarrow$ $-\sqrt{3}$

F $\rightarrow$ 0,(3)

3. Assinale com um ✓ o ordenamento crescente correcto, dos elementosdos conjuntos A, B e C.

A: $\left\{\frac{7}{2}; 0; -\frac{2}{3}; \frac{10}{3}; -\frac{3}{2}; \pi; -\sqrt{2}\right\}$ ✓☐

B: $\left\{-\frac{3}{2}; -\sqrt{2} - \frac{2}{3}; 0; \pi; \frac{10}{3}; \frac{7}{2}\right\}$ ☐

C: $\left\{0; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{2}; -\sqrt{2}; \frac{10}{3}; \pi; \frac{7}{2}\right\}$ ☐

4. Represente na mesma recta real, as abcissas dos pontos A, B e C.

a) $A \to \sqrt{3}$

b) $B \to 2\sqrt{5}$

c) $C \to -\dfrac{4}{5}$

5. Coloca em ordem crescente, os elementos dos conjuntos:

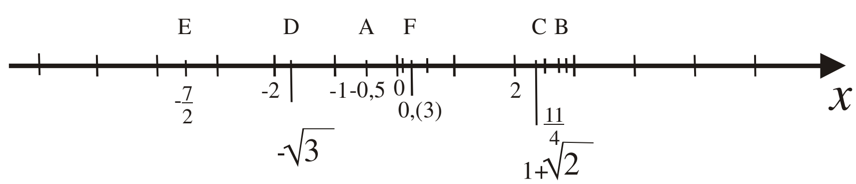
$$\boldsymbol{A} = \left\{ \sqrt{2}; -1,4; 1,5; -\sqrt{2}; -1,5; -2; \sqrt{3}; -\frac{11}{4} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{8}{3}; -2,7; 1,5; \sqrt{7}; -3; 2; -\sqrt{7}; \sqrt{3}; -\frac{11}{4} \right\}$$

CHAVE DE CORRECÇÃO

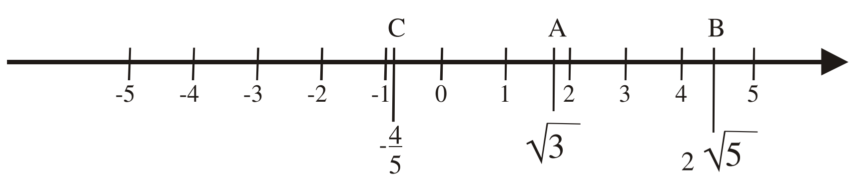
1. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d) V**

2.



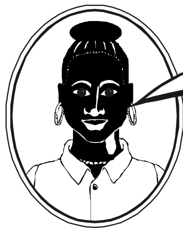
3. **B:** $\left\{ -\dfrac{3}{2}; -\sqrt{2} - \dfrac{2}{3}; 0; \pi; \dfrac{10}{3}; \dfrac{7}{2} \right\}$

4.



5. $\boldsymbol{A} = \left\{ -2; -1,5; -\sqrt{2}; -1,4; 1; \dfrac{4}{3}; \sqrt{2}; 1;5; \sqrt{3} \right\}$

$$B = \left\{ \frac{8}{3}; \sqrt{7}; 2; \sqrt{3}; 1,5; -\sqrt{7}\ ; 2,7; -\frac{11}{4}; -3 \right\}$$



Caro aluno, acabou de resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se teve dificuldades volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual**, vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente, estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos;
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus;
- Ardor ao urinar;
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis;
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais;
- Ardor ao urinar.

3 Intervalos Reais, Definição e Tipos de Intervalos

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar intervalos numéricos.
- Diferenciar intervalos dum conjunto representado por chavetas.
- Ler e representar intervalos no eixo das abcissas.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo à 3 ª lição do módulo de Matemática da 9ª classe! Esperamos que na lição finda, tenha tido bom desempenho.

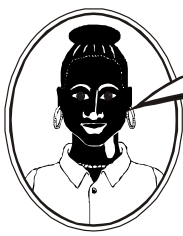
Neste lição vamos tratar intervalos numéricos, e da sua representação através da recta real.

Fazemos votos que aplique-se mais. Assim vai terminar o estudo da sua lição o mais depressa possível. Mão à obra!

Intervalos de Números reais

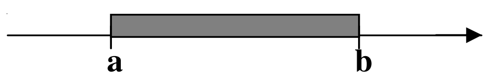
De certeza que se lembra durante o período que esteve a estudar no ensino básico, o tempo de descanso entre duas aulas chama-se **intervalo**.

Tal como o nome diz, **intervalo** numérico indica o espaço ou distância entre dois pontos distintos. Isto quer dizer que qualquer espaço dilimitdo de tempo ou de comprimento é **intervalo**.



Intervalos de números reais é a parte convexa de uma recta, formado por um conjunto das abcissas (pontos no eixo das abcissas).

Por exemplo: Seja um número **a** e outro **b**, é um intervalo, que define outros números, porque de **a** até **b**, existe uma infinidade de números. Segundo ilustra a figura.



Deste modo:

Sejam a e b dois números reais tais que $a < b$, chamamos intervalo de números reais a qualquer dos subconjuntos de $\mathbb{R}$. ; indicado nos exemplos que se segue:

E representa-se:

1. Por intervalo:

Escreve-se: $x \in \left] a; b \right[$ e lê-se x pertence ao intervalo aberto de abcissa a até a abcissa b, aberto, isto é os extremos a e b são excluidos no subconjunto dos números reais.

TOME NOTA...

Parêntesis rectos abertos $(]...[)$, significa que **não** se incluem os extremos a , b. Isto é, que **não** inclui os extremos.

2. Por chavetas:

Escreve-se: $\{x \in \mathbb{R}: x > a \wedge x < b\}$
e lê-se: ***x*** pertence a $\mathbb{R}$, tal que ***x*** é maior que **a** e ***x*** menor que ***b***.
ou
Escreve-se: $\{x \in \mathbb{R}: a < x < b\}$
e lê-se: ***x*** pertence a , tal que ***x*** está entre ***a*** e ***b***; ou ainda: ***x*** pertence a , tal que ***x*** é maior que ***a*** e ***x*** menor que ***b***.

3. No eixo real, e representa-se da seguinte forma:

Onde, o intervalo, começa da abcissa ***a*** até a abcissa ***b***, sendo os extremos ***a*** e ***b***, excluidos do subconjunto dos números reais.

A seguir vamos analisar alguns exemplos:

Exemplo 1

Seja o subconjunto dos números reais formado por todos os números que estão **entre** -2 e 3.

i) Representar na forma de intervalos.

A representação deste subconjunto, através de intervalos será:

$x \in]-2;3[$

Recorde-se caro aluno, que intervalos rectos abertos, significa que **não** se inclui o –2 e 3. Assim: $-2 \notin]-2, 3[\wedge 3 \notin]-2, 3[$

ii) Representar o mesmo subconjunto, através de chavetas.

Para representar este subconjunto, através de chavetas será:
$\{x \in \mathbb{R}: x > -2 \wedge x < 3\}$ e lê-se: ***x*** pertence a $\mathbb{R}$ ou ***x*** de , tal que ***x*** maior que -2 e ***x*** menor que 3.

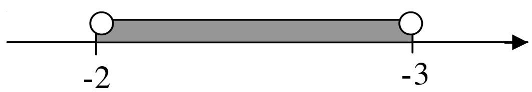
ou

$\{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 3 \}$ e lê-se: ***x*** pertence a $\mathbb{R}$, tal que ***x*** maior que -2 e ***x*** menor que 3.

TOME NOTA...

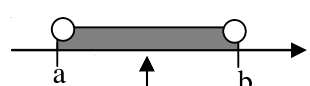
Quando se tem os sinais $> e <$, de igual modo significa que **não** se incluem os números dos extremos.

iii) E finalmente a sua representação do subconjunto sugerido no eixo real é:



Repare que as bolas nos extremos **não** estão pintadas, porque os intervalos estão abertos, tal como vimos nas representações anteriores. Deste modo este tipo de intervalo chama-se **intervalo limitado aberto** (aberto à esquerda e a direita).

GENERALIZANDO

$x \in \,]a;\ b[\, = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b \} =$ 

Forma de intervalo

Forma de chavetas

Eixo real

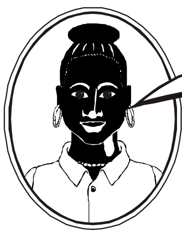
Exemplo 2

Seja o subconjunto dos números reais formado por todos os números que vão de $\frac{1}{2}$ a 4.

i) Representar na forma de intervalos.

Para representar este conjunto, através de intervalos teremos, a representação deste conjunto:

$$x \in \left[\frac{1}{2};\ 4\right]$$



Intervalos fechados, significa que se **incluem os extremos** $\frac{1}{2}$ e 4. Colocou-se, intervalos fechados, sobre os extremos, porque se trata de “**números que vão de $\frac{1}{2}$ a 4**, incluindo os extremos.

ii) Representar o mesmo subconjunto, através de chavetas.

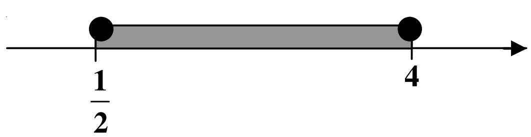
A representação deste subconjunto, através de chavetas será:
$\left\{x \in \mathbb{R}\colon x \geq \frac{1}{2} \wedge x \leq 3\right\}$ e lê-se: ***x*** de $\mathbb{R}$, tal que ***x*** maior ou igual $\frac{1}{2}$ e ***x*** menor ou igual a 4.

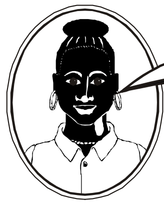
ou ainda

$\left\{x \in \mathbb{R}\colon \frac{1}{2} \leq x \leq 4\right\}$ E lê-se: ***x*** de $\mathbb{R}$, tal que ***x*** maior ou igual a $\frac{1}{2}$ e ***x*** menor ou igual a 4.

Os sinais $\geq e \leq$, significam que se **incluem** os extremos.

iii) Representação do mesmo conjunto no exo real:

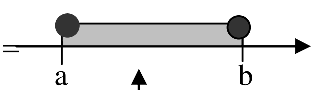




Repare que as bolas nos extremos estão pintadas. Assim, porque **incluem-se** os extremos. Este tipo de intervalo chama-se **intervalo limitado fechado** (fechado à esquerda e à direita).

GENERALIZANDO

B - $x \in [a;\ b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\} =$

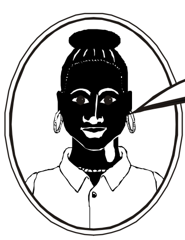


Forma de intervalo

Forma de chavetas

Eixo real

Intervalo fechado à esquerda e a direita



As bolas nos extremos estão **pintadas**, porque se **incluem** os extremos. Este tipo de intervalo chama-se **intervalo limitado fechado**. Este tipo de intervalo caracteriza-se pelos sinais $\leq$ *ou* $\geq$, e sempre que aparecer este sinal, significa que esse intervalo é **limitado** e **fechado**.

TOME NOTA...

Na forma de desigualdade este tipo de intervalo representa-se por $\ldots \leq \ldots \geq \ldots$

Exemplo 3

Consideremos em $\mathbb{R}$, o intervalo: $\left[-\frac{5}{2};\ 2\right[$

Este subconjunto já definido na forma de intervalo.

i) Representar o subconjunto, através de chavetas.

Para representar este subconjunto, através de chavetas será:

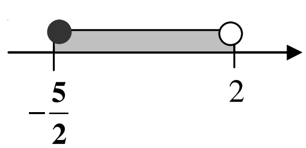
$\{x \in \mathbb{R} : -\frac{5}{2} \leq x < 2\}$ e lê-se: ***x*** de $\mathbb{R}$, tal que ***x*** maior ou igual a $-\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}}$ e ***x*** menor que 2.

ou

$\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}} \wedge x < 2\}$ e lê-se: ***x*** de $\mathbb{R}$, tal que ***x*** maior ou igual $-\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}}$ e ***x*** menor que 2.

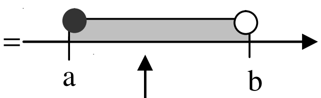
Quando se tem os sinais $\geq$ *e* $<$ e ou vice-versa $<$ *e* $\geq$, significa que um dos extremos é fechado e outro aberto, este tipo de intervalo chama-se **intervalo semi-aberto limitado ou intervalo semi-fechado limitado (fechado apenas à direita ou à esquerda)**.

iii) Representando no eixo real o mesmo subconjunto, teremos:



É importante saber que as bolas num dos extremos está pintada, porque **inclui** o extremo, e noutro extremo não está pintada. Este tipo de intervalo chama-se **intervalo semi-aberto, fechado apenas à esquerda**.

GENERALIZANDO

C - $x \in [a;\ b[\ = \{x \in \mathrm{R} : a \le x < b\} =$ 

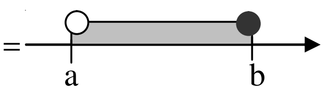
Forma de intervalo

Forma de chavetas

Eixo real

O intervalo semi-aberto limitado - a bola à esquerda está pintada e a da direita em branco.

A seguir apresenta-se um intervalo semi-aberto, fechado apenas à direita.

D - $x \in\ ]a;\ b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \le b\} =$ 

Intervalo semi-aberto, fechado apenas à direita - a bola à esquerda está em branco e à direita está pintada.

TOME NOTA...

$[a;\ b[$ - fechado à direita; $]a;\ b]$ - fechado à esquerda.

Que tal? Entendeu bem a explicação sobre intervalos de números em $\mathbb{R}$? Se teve dificuldades em entender quando é que um intervalo está aberto ou fechado.
Agora sugerimos-lhe que resolva a actividade que segue.

1. Assinale com um ✓ o intervalo fechado.

a) $x \in \left]0;\ 5\right[$

b) $x \in \left]-\frac{1}{2};\ 5\right[$

c) $x \in \left[1;\ \frac{7}{2}\right]$

d) $x \in \left[-3;\ \frac{3}{2}\right[$

2. Assinale com um ✓ o intervalo aberto.

a) $x \in \left]-2;\ 8\right]$

b) $x \in \left]-\frac{1}{2};\ 5\right[$

c) $x \in \left[1;\ \frac{7}{2}\right]$

d) $x \in \left[-3;\ \frac{3}{2}\right[$

3. Assinale com um ✓ o intervalo fechado à direita.

a) $x \in \left]-2;\ 8\right]$

b) $x \in \left]-\frac{1}{2};\ 5\right[$

c) $x \in \left[1;\ \frac{7}{2}\right]$

d) $x \in \left[-3;\ \frac{3}{2}\right[$

4. Assinale com um ✓ o intervalo fechado à esquerda.

a) $x \in \left]-2;\ 8\right]$ ☐ ✓

b) $x \in \left]-\frac{1}{2};\ 5\right[$ ☐

c) $x \in \left[1;\ \frac{7}{2}\right]$ ☐

d) $x \in \left[-3;\ \frac{3}{2}\right[$ ☐

5. Represente através de chavetas e no eixo real o subconjunto dos números reais $x \in \left]2;\ 5\right[$.

6. Dado o subconjunto $\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{1}{2} \leq x < 2\right\}$ de $\mathbb{R}$, represente na forma de intervalos e eixo real.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. c)

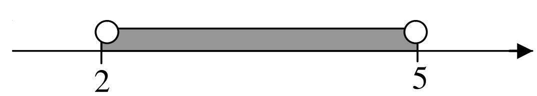
2. b)

3. a)

4. d)

5. i) Assim teremos, na forma de chavetas: $\{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 5\}$

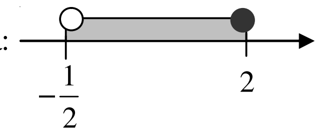
ii) No eixo real:



Dada a questão representamos de imediato sob forma de intervalo, sem que seja necessário passar pelas outras duas formas (chavetas e no eixo real).

i) Na forma de intervalo fica: $x \in \left[-\frac{1}{2};\ 2 \right[$

ii) Na forma do eixo real fica:



EXERCÍCIOS

1. Complete com os simbolos $\in; \notin; \subset$ *ou* $\not\subset$ de modo a obter preposições verdadeiras.

a) $8 \ldots\ldots\ldots\ldots \left[-\frac{1}{2};\ 2 \right[$; **b)** $\frac{6}{5} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \left[-\frac{1}{2};\ 2 \right[$

c) $\pi \ldots\ldots\ldots\ldots [3{,}13;\ 2[$ **d)** $\left[-\sqrt{2};\ -\frac{1}{2} \right[\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \left[\sqrt{5};\ 23 \right[$

2. Representa na forma de intervalos, os subconjuntos dos números reais que se seguem:

a) $\left\{ x \in \mathbb{R} - \frac{1}{2} < x < -\frac{1}{3} \right\}$

b) $\left\{ x \in : x \geq -\sqrt{2}\ e\ x < 3 \right\}$

c) $\{ x \in \mathrm{R} : -3 \leq x < 0 \}$

d) $\{ x \in \mathrm{R} : -2 \leq x \leq 3 \}$

e) $\{ x \in \mathrm{R} : -1 < x \leq 4 \}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** $8 \notin \left[-\frac{1}{2};\ 2\right[$; **b)** $\frac{6}{5} \in \left[-\frac{1}{2};\ 2\right[$

c) $\pi \in [3{,}13;\ 2[$ **d)** $\left[-\sqrt{2};\ -\frac{1}{2}\right[\not\subset \left[\sqrt{5};\ 23\right[$

2. **a)** $\left]-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right[$

b) $\left[-\sqrt{2}, 3\right[$

c) $[-3, 0[$

d) $[-2, 3]$

e) $]-1; 4[$

Caro aluno, de certeza resolveu todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se não conseguiu acertar todos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para orientar o seu estudo. Junta-se aos seus colegas e solicitem a orientação.

4 Representação de Intervalos Numéricos Limitados

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Representar intervalos na recta real;
- Representar intervalos sob forma de condições;
- Representar sob forma de intervalos limitados;
- Classificar intervalos limitados.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a lição 4 do módulo 1 da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom sucesso na lição anterior.

Fazemos votos que você redobre os esforços para o mais breve poder terminar o seu estudo desta lição.

Nesta lição vai aprender a representação dos intervalos numéricos limitados na recta graduada (eixo real) e sob forma de condições.

Haamm ... sabe que os intervalos encontramos todos os dias na nossa vida por exemplo a temperatura de um dia varia entre a mínima desse dia e a sua máxima. Ou seja temos dois extremos inferior (mínima) e superior (máxima).

Caro aluno, vamos começar por fazer uma breve revisão, sobre a lição anterior resovendo a actividade.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, vai ter que realizar a actividade que se segue, por forma a rever os conteúdos da lição anterior, onde aprendeu os intervalos numéricos em $\mathbb{R}$ e as três formas de representar.

ACTIVIDADE

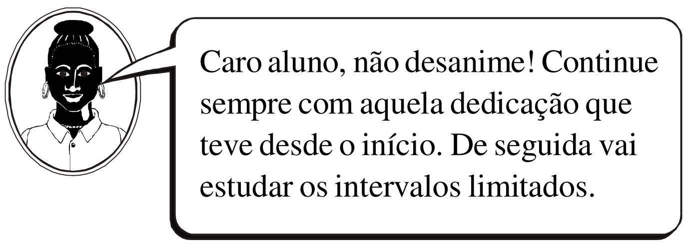
1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** afirmações falsas.

	V/F
a) $1 \in \left]-2; 10\right]$	
b) $1 \notin \left]-2; 10\right]$	
c) $1 \in \left[1; 4\right[$	
d) $1 \notin \left[1; 4\right[$	
e) $4 \notin \left[1; 4\right[$	

Caro aluno, depois de ter resolvido todas actividades compare as sua respostas com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V;



Intervalos numéricos limitados

Caro aluno, está recordado a representação de intervalos que aprendeu na lição anterior. Nesta lição precisaremos de utilizar estes conceitos para definirmos **intervalos limitados.**

Exemplo 1

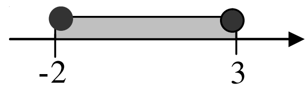
Seja, o intervalo $[-2;3]$ definido em $\mathbb{R}$.
Vamos representá-lo na forma de chavetas. Presta atenção!

$\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 3\}$ ou simplesmente $\{-2 \leq x \leq 3\}$ ou ainda

$\{x \in \mathbb{R} : x \geq -2 \wedge x \leq 3\}$.

As representações acima são equivalentes uma vez que elas referem-se ao mesmo intervalo.

Caso tenha dificuldades em chegar a forma de chavetas, pode primeiro representar no eixo real:

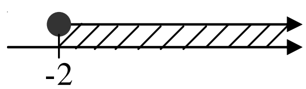


Como pode ter notado, caro aluno, neste exemplo trata-se de um **intervalo fechado limitado** (fechado à esquerda e à direita).

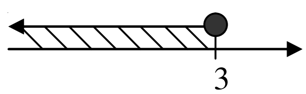
TOME NOTA...

No caso da representação $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -2 \wedge x \leq 3\}$, temos o sinal $\wedge$ que se chama conjunção e significa união (que se-lè **e**).

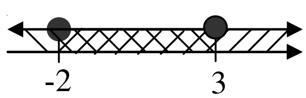
Decompondo , teremos:
Para a condição: $x \in \mathbb{R} : x \geq -2$, teremos a representação gráfica.



E para a condição: $x \in \mathbb{R} : x \leq 3$, teremos a representação gráfica.



Combinando as duas representações, teremos um conjunto solução. Que resultará da união dos dois conjuntos (intercessão – elementos que pertence ao mesmo tempo a ambos conjuntos).



O cojunto solução será o intervalo $[-2;3]$, que corresponde a intercessão dos dois conjuntos.

Exemplo 2

Qual será a condição que permite definir o subconjunto dos números reais $\left]\frac{2}{3};\sqrt{8}\right]$?

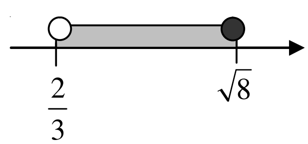
Presta atenção! Este caso é **intervalo semi-aberto limitado** (aberto à esquerda e fechado à direita).

A diferença entre o exemplo anterior com este, é por este ser **intervalo semi-aberto limitado** e o anterior ser **intervalo fechado limitado**. Assim, é necessário que representemos na forma de chavetas.

$\left\{x\in\mathbb{R}:\frac{2}{3}<x\leq\sqrt{8}\right\}$ ou somente $\left\{\frac{2}{3}<x\leq\sqrt{8}\right\}$ ou ainda

$\left\{x\in\mathbb{R}:x>\frac{2}{3}\wedge x\leq\sqrt{8}\right\}$

Estas representações são equivalentes. Tal como dissemos no exemplo anteriormente sugerido. Em casos de uma dificuldade, poderá recorrer à representação deste intervalo no eixo real.



Neste intervalo trata-se de um intervalo **semi-aberto limitado** (aberto à esquerda e fechado à direita).

TOME NOTA...

Intervalo limitado é todo aquele que possui os dois extremos definidos. Exemplo: $[-2;\ 9]$; $[-1;\ 0[$; $\left[-\pi;\ \sqrt{5}\right]$; $\left]-10;\ \sqrt{2}\right]$.

Classificação dos intervalos limitados

Os intevalos limitados podem se classificar em:

1. Intervalo aberto limitado - $]a,b[$;

2. Intervalo semi-aberto limitado - $[a,b[$ ou $]a,b]$;

3. intervalo fechado limitado - $[a,b]$.

Caro aluno, depois de ter estudado esta lição, de certeza que o seu esforço terá uma recompensa no fim do estudo deste módulo, faça valer o seu esforço resolvendo os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ as afirmações correctas em relação à representação de intervalos numéricos através de chavetas.

a) $[-2;3] = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 3\}$ ✓ ☐

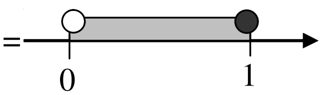
b) $[-2;3] = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \geq 3\}$ ☐

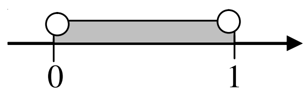
c) $[2;2,1] = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 2,1\}$ ☐

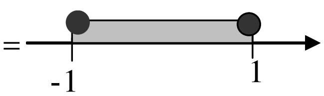
d) $[2;2,1] = \{x \in \mathbb{R} : 2 \geq x \leq 2,1\}$ ☐

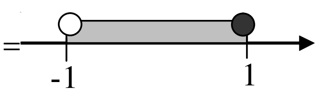
2. Marque com um **V** a afirmação correcta e com um **F** a afirmação errada, em relação à representação de intervalos numéricos na recta real.

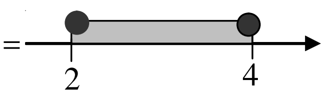
V/F

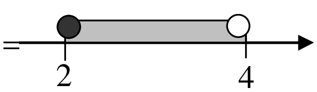
a) $]0;1]=$ 

b) $]0;1]=$ 

c) $]-1;1]=$ 

d) $]-1;1]=$ 

e) $[2;4]=$ 

f) $[2;4]=$ 

3. Representa na forma de intervalos.

a) $\{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 4\}$

b) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\dfrac{1}{2} \wedge x < 4\right\}$

4. Marque com um ✓ a proposição correcta em relação à representação de intervalos numéricos por chavetas.

a) $\{x\in\mathbb{R}: x< -5 \wedge x<-2\} = \,]-\infty,-4[$

b) $\{x\in\mathbb{R}: x< -5 \wedge x<-2\} = [-\infty,-4]$

c) $\{x\in\mathbb{R}: x> -4 \wedge x<-3\} = \,]-3;-4[$

d) $\{x\in\mathbb{R}: x> -4 \wedge x<-3\} = \,]-3;-4]$

5. Represente sob forma de intervalos e no eixo real.

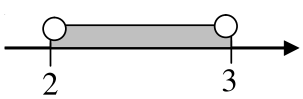
a) $\{x\in\mathbb{R}: 2 < x \leq 2{,}1\}$

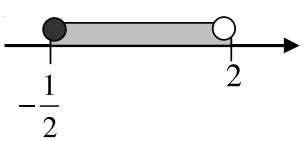
b) $\{x\in\mathbb{R}: -1 < x < 1\}$

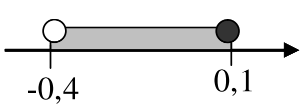
c) $\left\{x\in\mathbb{R}: -\frac{3}{2} \leq x < 4\right\}$

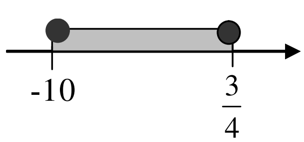
d) $\{x\in\mathbb{R}: -1 \leq x \leq 1\}$

6. Dados os intervalos no eixo real, represente-os na forma de chavetas e na forma de intervalos.

a)


b)


c)


d)


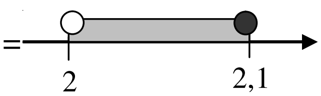
CHAVE DE CORRECÇÃO

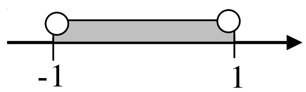
1. **a)**; **c)**

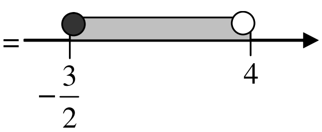
2. **a)** V; **b)** F; **c)** F ; **d)** V; **e)** V; **f)** F.

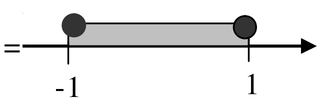
3. **a)** $]2;4[$; **b)** $\left[-\frac{1}{2};4\right[$

4. **c)**.

5. **a)** $]2;2,1] =$ 

b) $]-1;1[=$ 

c) $\left[-\frac{3}{2};4\right[=$ 

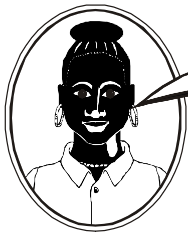
d) $[-1;1] =$ 

6. **a)** $\{x \in \mathbb{R}: x > 2 \wedge x < 3\} =]2;3[$

b) $\left\{x \in \mathbb{R}: -\frac{1}{2}\ x < 2\right\} = \left[-\frac{1}{2};+2\right[$

c) $\{x \in \mathbb{R}: -0,4 < x \leq 0,1\} =]-0,4;0,1[$

d) $\left\{x \in \mathbb{R}: x \geq -10 \wedge x \leq \frac{3}{4}\right\} =$



Você já resolveu todos os exercícios propostos.
Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se errou em algum exercício reestude esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

5 Representação de Intervalos Numéricos Ilimitados

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar intervalos ilimitados;
- Representar intervalos ilimitados sob forma de chavetas;
- Representar intervalos ilimitados na recta real.

Material necessário de apoio

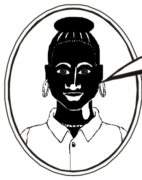
- Reguá, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 5ª lição do módulo 1 de matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento nas lições anteriores. Nesta lição você vai aprender a representar intervalos numéricos ilimitados. Fazemos votos que redobre esforços para o mais breve possível terminar o seu estudo.



Caro aluno, vamos iniciar o estudo desta lição mostrando alguns exemplos.
Prestação atenção: por isso, siga atentamente, a explicação!

Exemplo 1

Seja o subconjunto dos números reais que estão no intervalo: $]-\infty;\ 3]$.

i) Representar na forma de chavetas.

Como se recorda, intervalo fechado significa que **incluem-se** os extremos do intervalo. E isso representa-se pelos sinais $\leq$, que se lê "**menor ou igual**" ou $\geq$, e lê-se "**maior ou igual**". O menos infinito $(-\infty)$, é um extremo não definido, por isso o intervalo está aberto á esquerda.

A representação deste subconjunto, através de chavetas será:

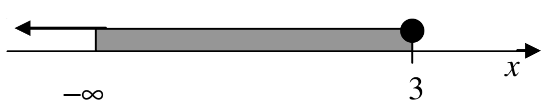
$\{x:\ x\leq 3\ \}$ E lê-se: x tal que x menor ou igual a 3.

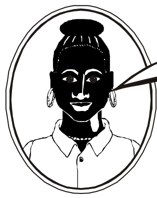
ii) Representar no eixo real.
Como representar o intervalo $]-\infty;\ 3]$ no eixo real?

Caro aluno, segue a explicação atentamente.

Para representar no eixo real, é necessário observar os intervalos como se apresentam no problema. A disposição do intervalo no lado esquerdo é $-\infty$ (sempre que isto acontece o intervalo é aberto).

No lado direito temos o 3, o intervalo é fechado, (logo teremos uma bola pintada).



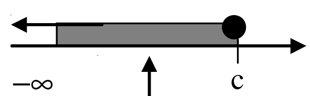


É importante saber que a bola no extremo direito está pintada, porque inclui esse extremo. Este tipo de intervalo chama-se **intervalo ilimitado fechado à direita.** Porque o extremo à esquerda não está definido, caso contrário, o intervalo chama-se **intervalo ilimitado fechado à esquerda.**

O símbolo $-\infty$, indica que o extremo inferior não está definido.

GENERALIZANDO

I - $]-\infty, c] = \{x: x \leq c\}$



Forma de intervalo

Forma de chavetas

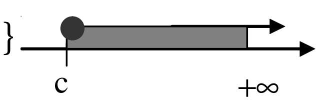
Eixo real

Intervalo ilimitado fechado à direita.

- O que se pode interpertar como sendo, intervalo aberto à esquerda e fechado á direita.

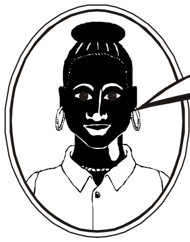
Por outro lado temos o caso contrário:

II - $[c, +\infty[= \{x: x \geq c\}$



Intervalo ilimitado fechado à esquerda.

O símbolo $+\infty$ indica que o extremo superior não está definido.



Os símbolos $-\infty$ e $+\infty$ que lê-se respectivamente, **menos infinito** e **mais infinito** não tem significado numérico, apenas nos indicam que:
O intervalo $]-\infty, b]$ não está definido o extremo inferior, isto é, *não há um número real menor que todos os outros*.
E, o intervalo $[a, +\infty[$ não está definido o extremo superior, isto é, *não há um número real real maior que todos outros*.

Exemplo 2

Seja o sub-conjunto dos números reais que estão no intervalo: $]-2,5;\ +\infty[$.

i) Representar na forma de chavetas.

Como vimos na lição anterior, os intervalos abertos significam que **excluem-se** os extremos. E isso representa-se pelos sinais; $<$ que se lê "**menor que**" ou $>$ que se lê "**maior que**".

A representação deste subconjunto, através de chavetas será:

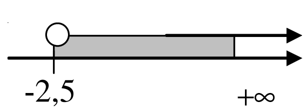
$\{x \colon x > -2,5\}$ E lê-se: x tal que x maior que -2,5.

ii) Representar no eixo real.

Como representar o intervalo $]-2,5;\ +\infty[$ no eixo real?
Caro aluno, segue a explicação atentamente.

Para representar no eixo real é necessário observar, a disposição dos intervalos no problema. No lado esquerdo temos -2,5 e o intervalo está aberto. A bola não está pintada.

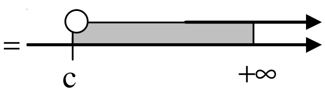
No lado direito temos $+\infty$ (sempre que isto acontece o intervalo é sempre aberto).



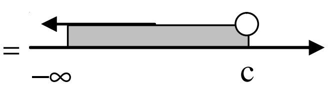
É importante saber que a bola no extremo esquerdo não está pintada, porque **exclui** esse extremo. Este tipo de intervalo chama-se **intervalo ilimitado aberto à esquerda,** porque não está definido o extremo direita.

O símbolo $+\infty$ indica que o estremo superior não está definido.

GENERALIZANDO

III - $x \in \left] c, +\infty \right[= \{ x : x > c \} =$ 

Intervalo ilimitado aberto à esquerda.

IV - $x \in \left] -\infty, c \right[= \{ x : x < c \} =$ 

Intervalo ilimitado aberto à direita.

TOME NOTA...

O próprio conjunto dos números reais pode-se representar na forma de intervalos que é: $\mathbb{R} = \left] -\infty ; +\infty \right[$

RESUMINDO

Intervalo ilimitado é aquele que possui pelo menos um dos extremos definidos, quer seja fechado ou aberto e vice-versa.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, considera os números (-3 , -1 , -2 , $-1,5$). E justifica a sua escolha.

a) -3 é o maior número interio no intervalo] -∞; -2[.

b) -1 é o maior número interio no intervalo] -∞; -2[.

c) -2 é o maior número interio no intervalo] -∞; -2[.

d) -1,5 é o maior número interio no intervalo] -∞; -2[

.

2. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, considera os números (4 , -1 , 6, 0). E justifica a sua escolha.

a) 4 é o menor número interio no intervalo] 5; +∞[.

b) -1 é o menor número interio no intervalo] 5; +∞[.

c) 6 é o menor número interio no intervalo] 5; +∞[.

d) 0 é o menor número interio no intervalo] 5; +∞[.

3. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, considera os números (4 , -1 , -2 , $\frac{7}{4}$). E justifica a sua escolha.

a) 4 é o maior número interio no intervalo $\left]-\infty; \frac{7}{4}\right]$.

b) -1 é o maior número interio no intervalo $\left]-\infty; \frac{7}{4}\right]$.

c) -2 é o maior número interio no intervalo $\left]-\infty; \frac{7}{4}\right]$.

d) é o maior número interio no intervalo $\left]-\infty; \frac{7}{4}\right]$.

4. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, considera os números $(4\ , -1\ ,\ -2\ ,\ -\frac{6}{5})$. E justifica a sua escolha.

a) 4 é o maior número interio no intervalo $\left]-\infty;\ -\frac{6}{5}\right]$. ✓ ☐

b) -1 é o maior número interio no intervalo $\left]-\infty;\ -\frac{6}{5}\right]$. ☐

c) -2 é o maior número interio no intervalo $\left]-\infty;\ -\frac{6}{5}\right]$. ☐

d) é o maior número interio no intervalo $\left]-\infty;\ -\frac{6}{5}\right]$. ☐

5. Representa através de chavetas e no eixo real o subconjunto dos números reais os intervalos:

a) $]-\infty;\ 2]$

b) $]1;+\infty[$

c) $[-2;+\infty[$

d) $]-\infty;3[$

CHAVE DE CORRECÇÃO

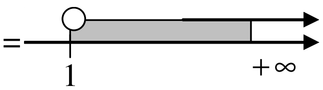
1. a) ✓. Porque no intervalo dado o extremo -2 não está incluso e só o -3 está incluso.

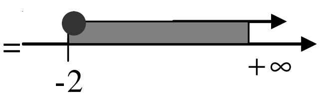
2. c) ✓. Porque no intervalo dado o extremo 5 não está incluso e só o 6 está incluso, e é o menor número.

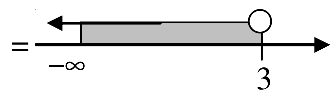
3. d) ✓. Porque no intervalo dado o extremo $\frac{7}{4}$ é fechado e está incluso.
Assim é o maior número inteiro no intervalo dado.

4. d) ✓. Porque no intervalo dado o extremo $-\frac{6}{5}$ é fechado e está incluso. Assim é o maior número inteiro no intervalo dado.

5. a) $\{x : x \leq 2\}$ = 

b) $\{x : x > 1\}$ = 

c) $\{x : x \geq -2\}$ = 

d) $\{x : x < 3\}$ = 

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as igualdades correctas entre as representações por chavetas em relação aos intervalos.

a) $\left\{x \in \mathbb{R}_0^+ : x \leq 2\right\} = [0, 2[$ ☑

b) $\left\{x \in \mathbb{R}_0^+ : x \leq 2\right\} = [0, 2]$ ☐

c) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\sqrt{2} \text{ e } x < 3\right\} = \left[-\sqrt{2}, 3\right[$ ☐

d) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\sqrt{2} \text{ e } x < 3\right\} = \left[-\sqrt{2}, 3\right]$ ☐

2. Represente na forma de intervalos, os sub-conjuntos dos números reais que se seguem.

a) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -0,5\}$ ☑

b) $\left\{x \in \mathbb{R} : x > -\frac{1}{2}\right\}$ ☐

c) $\left\{x \in \mathbb{R}_0^- : x > -\pi\right\}$ ☐

3. Marque com um ✓ apenas as igualdades correctas entre as representações por intervalos em relação as chavetas.

a) $]-\infty,5] = \{x : x < 5\}$.

b) $]-\infty,5] = \{x : x > 5\}$

c) $]-\infty,5] = \{x : x \geq 5\}$

d) $]-\infty,5] = \{x : x \leq 5\}$

4. Marque com um ✓ apenas as igualdades correctas entre a representaçãos por intervalos em relação as chavetas.

a) $]-\infty;2] = \{x : x \leq 2\}$.

b) $]-\infty;2] = \{x : x \geq 2\}$.

c) $]\sqrt{3};+\infty] = \{x : x > \sqrt{3}\}$.

d) $]\sqrt{3};+\infty[= \{x : x > \sqrt{3}\}$.

e) $]\sqrt{3};+\infty] = \{x : x \leq \sqrt{3}\}$.

f) $]-\infty;\sqrt{3}] = \{x : x \leq \sqrt{3}\}$.

5. Represente na forma de chavetas os intervalos.

a) $[3;+\infty[$

b) $]-\infty;0[$

Caro aluno, depois de ter resolvido tos os exercícios compare as suas respostas com a chave de correcção a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) ✓. Porque $\mathbb{R}_0^+$, significa inclusão do zero, para os números positivos por causa do sinal +.

c) ✓. Porque no extremo $-\sqrt{2}$ o intervalo é fechado, por causa do sinal $\geq$ e no extremo 3 é aberto porque temos o sinal <.

2. a) $]-\infty;-0,5]$; **b)** $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ e **c)** $]-\pi;0]$.

3. d) ✓. Porque o intervalo no extremo direito (5) é fechado e no extremo esquerdo é ilimitado.

4. a) ✓. Porque o intervalo no extremo direito (2) é fechado e no no extremo esquerdo é ilimitado.

d) ✓. Porque o intervalo no extremo esquerdo $\sqrt{2}$ é aberto e à direita é ilimitado.

f) ✓. Porque o intervalo no extremo esquerdo é ilimitado e à direita $\sqrt{3}$ é ilimitado.

5. a) $[3;+\infty[\, = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3\}$

b) $]-\infty;0[\, = \{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$

Caro aluno, acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns! Continue com o seu estudo.
Se acertou em pelo menos um só exercícios volta rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

6 Intervalos Numéricos Limitados e Ilimitados

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Representar intervalos na recta graduada;
- Representar intervalos sob forma de chavetas;
- Representar intervalos limitados e ilimitados.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a lição 6 do seu estudo da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom sucesso nas lições anteriores.

Nesta lição vai aprender a representar intervalos limitados e ilimitados, na recta graduada (eixo real) e sob forma de condições (através de chavetas). Esta lição é basicamente para a aplicação dos conhecimentos que aprendeu nas últimas lições. Isto é, identificação de intervalos , representação de intervalos na forma de chavetas e no eixo real, em intervalos limitados e ilimitados.

Caro aluno, vamos começar por fazer uma breve revisão, sobre a lição anterior resolvendo a actividade que se segue, depois procura verificar as suas respostas na chave de correcção.

Caro aluno, a seguir realize a actividade, como forma de aplicar os conhecimentos aprendidos sobre a representação de intervalos numéricos.

ACTIVIDADE

1. Marque com **V** ou com **F** as afirmações verdadeiras ou falsas em relação a identificação dos elementos de um subconjunto dado através de intervalos.

	V/F
a) $5 \in \left]-2;5\right]$	☐
b) $5 \notin \left]-2;5\right]$	☐
c) $0 \in \left]-\infty;-1\right[$	☐
d) $0 \notin \left]-\infty;-1\right[$	☐
e) $-2500 \in \left]-\infty;-10\right]$	☐
f) $-2500 \notin \left]-\infty;-10\right]$	☐

2. Marque com **V** as firmações que correspondem as igualdades verdadiras e **F** as falsas, em relação as representações por chavetas e intevalos.

a) $\left\{x \in \mathbb{R} : x > -\frac{1}{2}\right\} = \left[-\frac{1}{2};+\infty\right]$

b) $\left\{x \in \mathbb{R} : x > -\frac{1}{2}\right\} = \left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$

c) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\right\} = \left]-\infty;1\right]$

d) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\right\} = \left]-\infty;1\right[$

e) $\left\{x \in \mathbb{R}_0^+ : x \leq 2\right\} = \left[0;2\right[$

f) $\{x \in \mathbb{R}_0^+ : x \leq 2\} = [0;2]$

g) $\{x \in \mathbb{R}_0^- : x \geq \pi\} = \ ]-\pi;0]$

h) $\{x \in \mathbb{R}_0^- : x \geq \pi\} = [-\pi;0]$

3. Utilizando os sinais $\in, \notin, \subset, \supset$ $e =$, completa as afirmações de modo que sejam verdadeiras:

a) $1 \_\_ [1;4[$ ✓

b) $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[\_\_\_ \mathbb{R}^-$

c) $4 \_\_ [1;4[$

d) $\mathbb{R}_0^+ \_\_ [0;+\infty[$

Caro aluno, depois de ter resolvido todos exercícios da actividade sugerida, procura comparar as suas respostas com as que lhe apresentamos na chave de correcção. Se é que teve muitas dificuldades volte a resolver novamente esta lição, até que consiga resolver todos exercícios propostos.

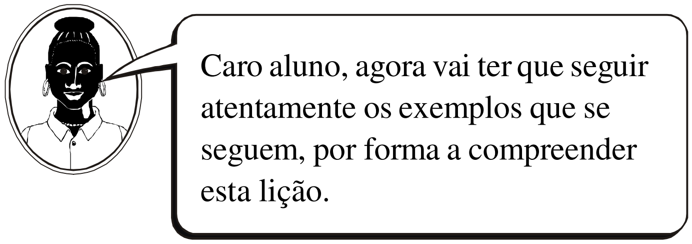
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F

2. a) F, **b)** V, **c)** V **d)** F **e)** V, **f)** F, **g)** V e **h)** F

3. a) $1 \in [1;4[$; **b)** $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[\supset \mathbb{R}^-$; **c)** $4 \notin [1;4[$

d) $\mathbb{R}_0^+ = [0;+\infty[$.



Exemplo

Seja dado o intervalo $]-1;4[$, como identificar os extremos inferior e superior?
Meu querido aluno é muito fácil é só observar:

O extremo inferior é: -1.

O extremo superior é: 4.

TOME NOTA...

Num intervalo qualquer, $]a;\ b[$, o número à esquerda é extremo inferior e à direita extremo superior.

Caro aluno, agora faça o resumo da matéria já estudada nesta lição e nas lições anteriores neste módulo, sobre intervalos numéricos, mas primeiro fixa:

1. Consideremos a condição $a<x \wedge x<b$ que é o mesmo que $a<x<b$. Isto significa que $x<$a e $x<$b.

2. Mas também temos a condição $a \leq x \wedge x \leq$ o mesmo que $a \leq x \leq b$.

3. Consideremos também o caso da condição $a \leq x \wedge x <$ o mesmo que $a \leq x < b$.

4. Da condição $a < x \wedge x \leq b$ o mesmo que $a < x \leq b$

5. Da condição $x \leq b$, única.

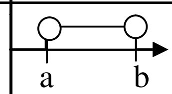
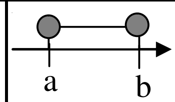
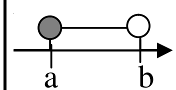
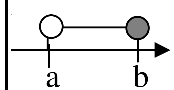
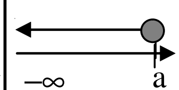
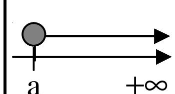
6. Da Condição $x \geq b$, única

RESUMINDO

Óptimo bom aluno! Você terá apresentado um resumo correcto se tiver feito como o fazemos a seguir:

- O intervalo aberto $]a;\ b[$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $a < x < b$;
- O intervalo semi-aberto $[a;\ b[$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $a \leq x < b$;
- O intervalo semi-aberto $]a;\ b]$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $a < x \leq b$;
- O intervalo fechado $[a;\ b]$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que $a \leq x \leq b$;
- Semi-rectas : $]-\infty;\ a[$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que x Conjunto dos números reais x tais que $x < a$: $]-\infty;\ a]$: Conjunto dos números reais x tais que Conjunto dos números reais x tais que $x \leq a$;
- $]-\infty; a[$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que x conjunto dos números reais x tais que $x < a$;
- $]-\infty; a]$: É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que conjunto dos números reais x tais que $x \leq a$.
- É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que conjunto dos números reais x tais que $b \leq x$;
- É o subconjunto do conjunto dos números reais x tais que Conjunto dos números reais x tais que $b < x$.

O mesmo resumo pode-se apresentar sob forma de uma tabela, como a que se segue, onde se considera ***a*** e ***b*** são dois números reais, distintos.

Condição	**Conjunto**	**Notação**	**Linguagem corrente**	**Gráficamente (eixo real)**
$a<x \wedge x<b$ ou $a<x<b$	$\{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$	$]a;\ b[$	Intervalo **aberto** de extremo ***a*** e ***b***.	
$a \leq x \wedge x \leq$ ou $a \leq x \leq b$	$\{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$	$[a;\ b]$	Intervalo **fechado** de extremo ***a*** e ***b***.	
$a \leq x \wedge x <$ ou $a \leq x < b$	$\{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$	$[a;\ b[$	Intervalo fechado à esquerda de extremos ***a*** e ***b***.	
$a < x \wedge x \leq b$ ou $a < x \leq b$	$\{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$	$]a;\ b]$	Intervalo aberto à esquerda de extremos ***a*** e ***b***.	
$x \leq b$	$\{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$	$]-\infty;\ b]$	Intervalo fechado à direita (extremo superior e não tem extremo inferior).	
$x \geq a$	$\{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$	$[a;\ +\infty[$	Intervalo fechado à esquerda (extremo inferior e não tem extremo superior).	

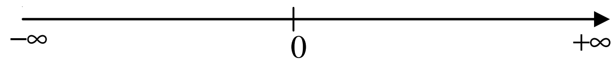
Intervalos limitados são aqueles que tem os extremos definidos.

Intervalos ilimitados são aquele que tem pelo menos um intervalo definido.

TOME NOTA...

O conjunto $\mathbb{R}$ pode se escrever também sob forma de intervalo, e é um intervalo ilimitado.

$\mathbb{R} =]-\infty; +\infty[=$



Muito bem. Agora resolve a actividade que segue. Usa o mesmo raciocínio como nos casos anteriores.

ACTIVIDADE

1. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas em relação aos extremos de um intervalo de números reais.

V/F

a) $\left[-15;\ -3\frac{1}{3}\right]$; o extremo inferior é-15 e o extremo superior é $-\frac{8}{3}$.

b) $\left[-15;\ -3\frac{1}{3}\right]$; o extremo inferior é $\frac{10}{3}$ e o extremo superior é -15.

c) $]-\infty;\ 3]$; não está definido o extremo inferior e o superior é 3.

d) $]-\infty;\ 3]$; o extremo inferior é 3 e não está definido o extremo superior.

2. Representa sob forma de chavetas.

a) $[-2;\ 3]$

b) $]-\infty;\ 4]$

c) $[0;\ +\infty[$

3. Representa no eixo real.

a) $]1{,}5;\ \ 6[$

b) $\left[-4;\ \dfrac{3}{5}\right[$

c) $[1;\ \ 15]$

d) $\left]-\dfrac{3}{4};7\right]$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V. Porque no intervalo $\left[-15;\ -3\dfrac{1}{3}\right]$, vamos ter que calcular o valor do extremo superior $-3\dfrac{1}{3}$ e será: $-3\dfrac{1}{3}=\dfrac{-9+1}{3}=\dfrac{-8}{3}=-\dfrac{8}{3}$.

Reescrevendo o intervalo fica: $\left[-15;\ -\dfrac{8}{3}\right]$.

b) F. O intervalo não tem nenhuma correspondência com a preposição que se apresenta.

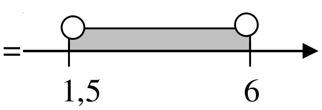
c) V. Porque não está definido o extremo inferior.

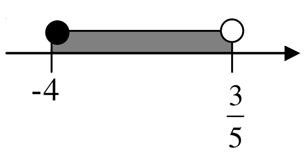
d) F. O extremo inferior não está definido, equanto o extremo superior é 3.

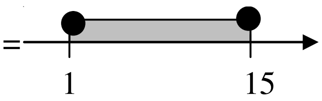
2. a) $[-2;3\,]=\{x\in\mathbb{R}:\ -2\leq x\leq 3\}$

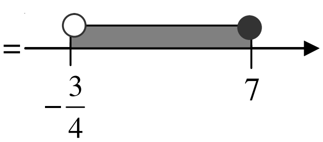
b) $]-\infty;4\,]=\{x\in\mathbb{R}:\ x\leq 4\}$

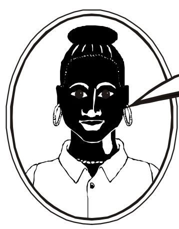
c) $[0;+\infty\,[=\{x\in\mathbb{R}:\ x\geq 0\}$

3. a) $]1{,}5;\ \ 6[\ =$ 

b) $\left[-4;\ \dfrac{3}{5}\right[\ =$ 

c) $[1;\ 15] =$ 

d) $\left]-\frac{3}{4};\ 7\right] =$ 



Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios propostos na actividade, procura comparar as suas respostas com as que lhe sugerimos na chave de correcção. Caso não tenha tido sucesso. Volta a resolver até consiguer resolver todos exercícios, se ainda tiver muitas dificuldades peça ajuda a um dos teus colegas ou peça ajuda ao seu tutor no **CAA**.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

7 Operações com Intervalos - Reunião

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Representar intervalo no eixo real;
- Representar intervalo sob forma de condição.

Material necessário de apoio

- Reguá, compasso, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 7ª lição do seu módulo 1 de matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido bem as últimas lições. Nesta lição vamos convidá-lo para o estudo da união de conjuntos; e para isso é muito importante o domínio da representação de intervalos limitados e ilimitados, nas três formas (intervalo, eixo real e chavetas).

Nesta lição vai consolidar a representação de intervalos numéricos sob todas formas estudadas nas lições anteriores deste módulo.
Caro aluno, vamos fazer uma breve revisão, das lições anteriores sobre intervalos limitados e ilimitados, resolvendo alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

1. Dados os intervalos a seguir, representa no eixo real.

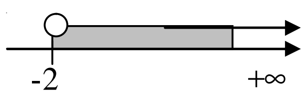
a) $\left]\frac{1}{3};3\right]$

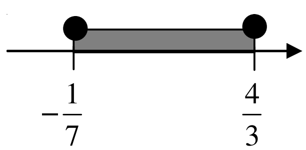
b) $\left[0,3;\frac{1}{5}\right]$

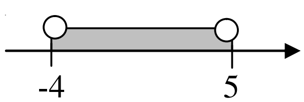
c) $\left[-\frac{7}{3};-1\right[$

d) $\left]-\sqrt{3};0\right[$

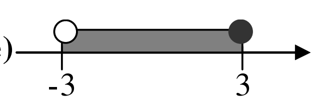
2. Considere as representações no eixos real. Represente sob forma de condição e intervalos.

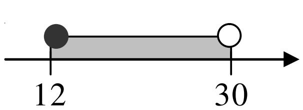
a)


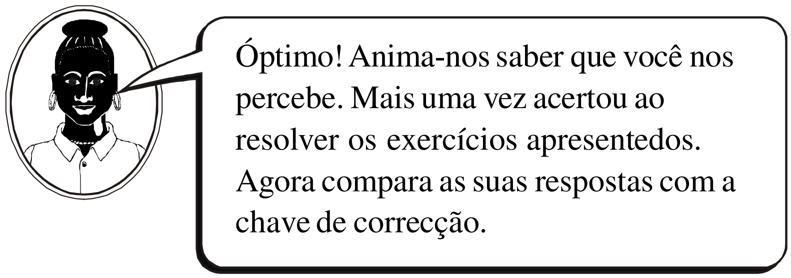
b)


c)


d)

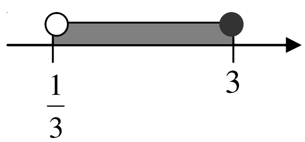

e)


f)


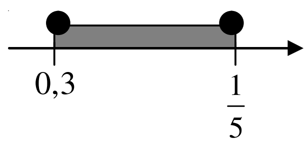


CHAVE DE CORRECÇÃO

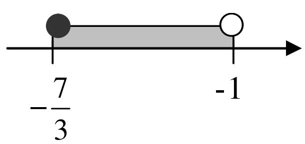
1. a) $\left]\frac{1}{3};3\right] =$



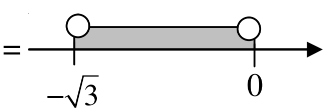
b) $\left[0,3;\frac{1}{5}\right] =$



c) $\left[-\frac{7}{3};-1\right[=$

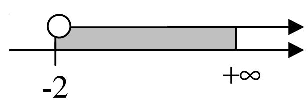


d) $\left]-\sqrt{3};0\right[=$



2.

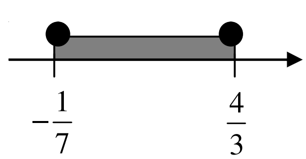
a)



=

$\{x : x > -2\}$ ou $\{x \in \mathbb{R} : x > -2\} = \left]-2;+\infty\right[$

b)



=

$\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{1}{7} \leq x \leq \frac{4}{3}\right\}$ ou $\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{1}{7} \wedge x \leq \frac{4}{3}\right\} = \left[-\frac{1}{7};\frac{4}{3}\right]$

c) 

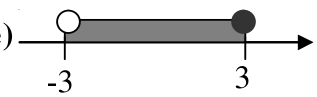
=

$\{x\in \mathbb{R}: -4 < x < 5\}$ ou $\{x\in \mathbb{R}: x > -4 \wedge x < 5\} =]-4;5[$

d) 

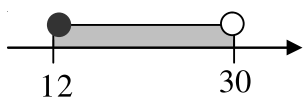
=

$\{x: x \leq -2,5\}$ ou $\{x\in \mathbb{R}: x \leq -2,5\} =]-\infty;-2,5]$

e) 

=

$\{x\in \mathbb{R}: -3 < x \leq 3\}$ ou $\{x\in \mathbb{R}: x > -3 \wedge x \leq 3\} =]-3;3]$

f) 

=

$\{x\in \mathbb{R}: 12 \leq x < 30\}$ ou $\{x\in \mathbb{R}: x \geq 12 \wedge < 30\} = [12;30[$

Exemplo 1

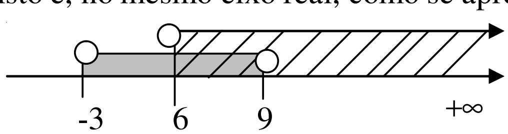
Caro aluno, já está recordado sobre intervalos limitados e ilimitados que aprendeu na última lição; nesta lição vá utilizar estes conceitos para determinar conjunto solução nos diferentes exercícios da operação da reunião de conjunto.

A operação da reunião é o mesmo que adição (junção). Assim sendo, por exemplo:

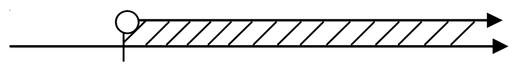
$]6;+\infty[\,\cup\,]-3;9]$ - lê, **" intervalo aberto de seis à mais infinito, reunião, intervalo aberto de menos três à até nove, intervalo fechado"**

NB: O símbolo $\cup$, lê-se reunião.

Como determinar $]6;+\infty[\,\cup\,]-3;9]$?
Para a obtênção da solução temos que representar os dois subconjuntos graficamente, isto é, no mesmo eixo real, como se apresenta a seguir:



No final teremos a solução:



A solução, lemos no eixo real, assim vemos que unindo os dois subconjuntos, obtém-se um único subconjunto de $\mathbb{R}$ que parte de -3 a $+\infty$.

Assim: $]6;+\infty[\cup]-3;9[=]-3;+\infty[$.

Para melhor visualização dos cálculos conjuntos representa-se no eixo real (graficamente).

Na forma de intervalos a solução será:

$x \in]-3;+\infty[$, a soma de conjuntos é de -3 a $+\infty$.

Exemplo 2

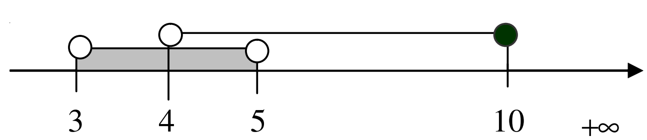
Tal como vimos no exemplo anterior, a operação da reunião é a adição.

Seja: $]3;5[\cup]4;10]$.

Qual será o conjunto solução?

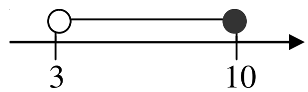
Aqui vamos procurar seguir procedimento semelhante ao exemplo anterior.

Vamos representar graficamente os dois conjuntos no mesmo eixo real.



A solução é obtida no eixo real, assim vemos que unindo os dois subconjuntos de $\mathbb{R}$, obtêm-se um único conjunto de , que parte de 3 até 10. No extremo 10 a bola está pinta porque o intervalo é fechado, e no extemo 3 o intervalo é aberto - porque a bola não está pintada.

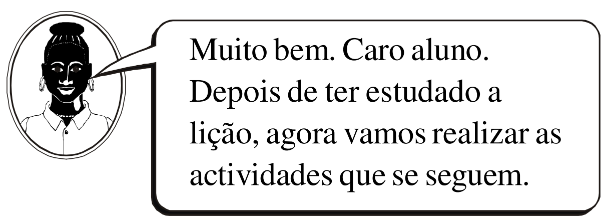
Resumindo gráficamente, a solução fica da seguinte forma:



E, ainda, na forma de intervalos a solução será:

Então: $]3;5[\cup]4;10]=]3;10]$

$x\in]3;10]$ é a soma dos dois subconjuntos, e parte de 3 até 10 incluindo este extremo.



ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ o conjunto solução de $]-\infty;0[\ \cup\ ]-7;\ 13]$

a) $]-\infty;\ 0[$ ☐

b) $]-\infty;\ 13]$ ☐

c) $]7;\ 0[$ ☐

d) $]-\infty;\ 7[$ ☐

2. Assinale com um ✓ o conjunto solução de $[-10;\ 10]\cup[-1;\ 9\,]$

a) $]-1;\ 10[$ ☐

b) $]-10;\ 9[$ ☐

c) $[-10;\ 10]$ ☐

d) $]-1;\ 9[$ ☐

3. Assinale com um ✓ o conjunto solução de $[-3;10] \cup \left[-\frac{1}{5};\ 3,5\right]$

a) $]-3;\ 3,5[$ ✓

b) $\left]-3;\ \frac{1}{5}\right[$

c) $[-3;\ 10]$

d) $]-\infty;\ \ 3,5[$

4. Consideremos os conjuntos, $A =]-\infty;0[$ e $B =]-3;10[$. Calcula: $A \cup B$.

5. Assinale com um ✓ apenas a igualdade correcta na operação de reunião.

a) $[-3;15[\cup]8;+\infty[= [-3;+\infty[$

b) $[-3;15[\cup]8;+\infty[= [-3;+\infty[$

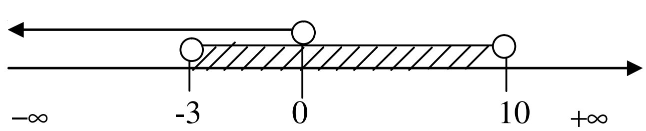
c) $[-3;15[\cup]8;+\infty[=]-3;+\infty[$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b) ✓. Porque de $-\infty$ temos o intervalo fechado em 13.
2. c) ✓. Porque em ambos extremos -10 e 10 são interavalos limitados fechados.
3. c) ✓. Porque em ambos extremos -3 e 10 são interavalos limitados fechados.

4. Consideremos os conjuntos, $A =]-\infty;0[$ e $B =]-3;10[$. A reunião dos conjuntos $A \cup B$ temos que:

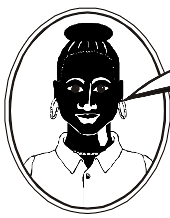
$A \cup B\ \ ]-\infty;0[\ \cup\ ]-3;10[$



Na forma de intervalos a solução será:

$A \cup B =]-\infty;0[\cup]-3;10[=]-\infty;10[$

5. **a)** $[-3;15[\cup]8;+\infty[= [-3;+\infty[$. ✓



Caro aluno, de certeza entendeu as explicações dos dois exemplos e a actividade apresentada. Caso não tenha compreendido. Volta a ler mais uma vez, até que se sinta que está em altura de resolver os exrercícios propostos a seguir.

EXERCÍCIOS

1. Assinale com **V** as proposições verdadeiras e um **F** as falsas.

a) $]-\infty;0] \cup]-4;8[=]-\infty;8[$

b) $]-\infty;0] \cup]-4;8[= [-\infty;8]$

c) $]0;1[\cup]0;1] =]0;1[$

d) $]0;1[\cup]0;1] = [0;1]$

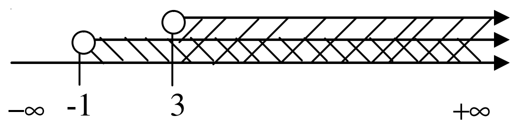
2. Resolve e represente na forma de intervalos as soluções das operações.

a) $]-1;+\infty[\cup]2;4[$

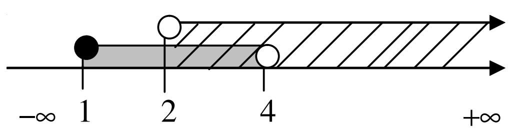
b) $\left[-\frac{1}{2};4\right[\cup\left]2;+\infty\right[$

3. Represente na forma de intervalos a reunião dos conjuntos representados graficamente.

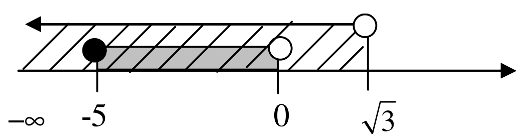
a)

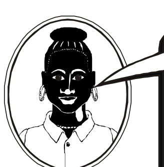


b)



c)





Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios, compare os seus resultados com a chave de correcção a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

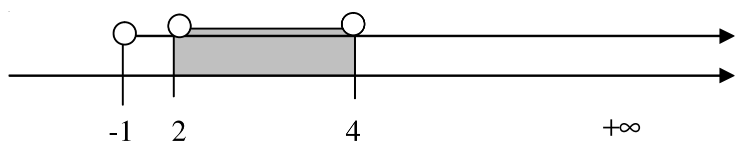
1. **a)** V. Porque da reunião resulta $]-\infty;8[$ e temos um intervalo ilimitado aberto à direita.

b) F

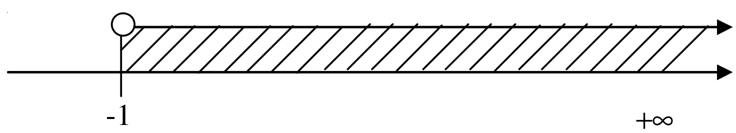
c) F

d) V. Porque da reunião resulta $[0;1]$ e temos um intervalo limitado fechado à direita e à esquerda.

2. **a)** Como dissemos nos exemplos anteriores é mais fácil começar por respresentar graficamente; assim temos:



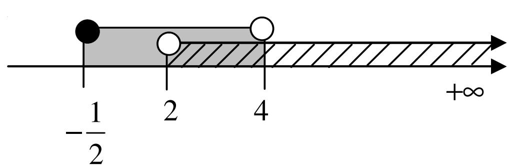
A solução será:



E sob forma de intervalos teremos:

$$]-1;+\infty[\cup]2;4[\ =\ ]-1;+\infty[$$

b) Da mesma maneira como no exercício anterior. Representamos primeiro graficamente.



E sob forma de intervalos teremos:

$$\left[-\frac{1}{2};4\right[\cup\left]2;+\infty\right[=\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$$

Solução: $\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$

3. Representando na forma de intervalos as soluções teremos:

a) $\left]-1;+\infty\right[\cup\left]3;+\infty\right[=\left]-1;+\infty\right[$

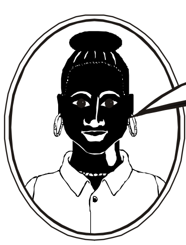
Solução: $x\in\left]-1;+\infty\right[$

b) $\left[1;4\right[\cup\left]2;+\infty\right[=\left[1;+\infty\right[$

Solução: $x\in\left[1;+\infty\right[$

c) $\left]-5;0\right[\cup\left]-\infty;\sqrt{3}\right]$

Solução: $x\in\left]-\infty;\sqrt{3}\right]$



Caro aluno, você acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se em algum exercício não acertou, reestude a lição ou peça ajuda colegas. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Cólera

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vómitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vómitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bébé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
- Não tomar banho nos charcos, nas valas de drenagem ou água dos esgotos.

8 Operações com Intervalos - Intersecção

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Interpretar operações com intervalos numéricos de intersecção;
- Efectuar operações com intervalos numéricos com intersecção;
- Ler intervalos numéricos, resulatntes das operações de intersecção.

Material necessário de apoio

- Reguá, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

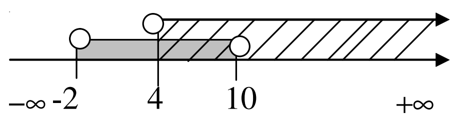
Bem vindo ao seu estudo da 8ª lição do módulo 1 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido bem a última lição, onde aprendeu a operação de reunião, de conjuntos representados sob forma de intervalos limitados e ilimitados. Nesta lição vamos tratar da intercessão de conjuntos também representados sob forma de intervalos limitados e ilimitados.

Caro aluno, comece esta lição fazendo uma breve revisão, da lição anterior (união de conjuntos). Resolve os exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

1. Assinale com um ✓ apenas a igualdade correspondente a representação gráfica e por intervalos.

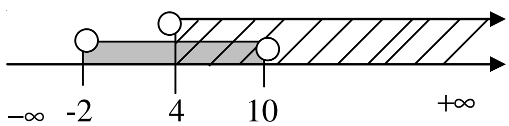
a)



$= \,]-2;10] \cup]4;+\infty[$ ✓ ☐

$= \,]-2;10[$

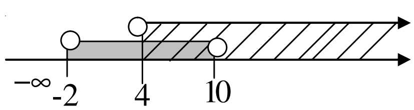
b)



☐

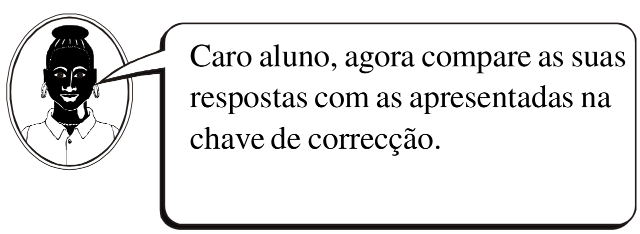
$= \,]-2;10[\cup]4;+\infty[=]-2;+\infty[$

c)



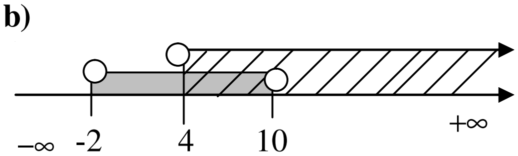
$= \,]-2;10[\cup [4;+\infty[$ ☐

$= \,]4;+\infty[$



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)



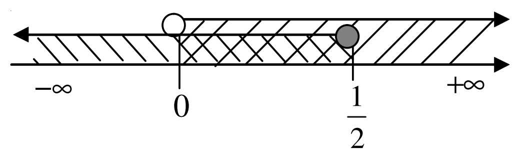
$= \,]-2;10[\cup]4;+\infty[= \,]-2;+\infty[$ ✓

Agora acompanhe atentamente a explicação dada nos exemplos que se seguem, de modo a perceber como efectuar a intersecção de dois conjuntos.

Exemplo 1

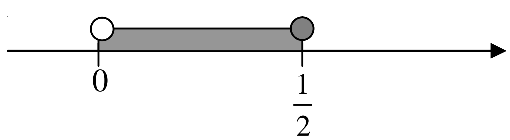
Como determinar a operação de intersecção: $\left]-\infty;\ \frac{1}{2}\right] \cap \left]0;\ +\infty\right[$.

Vamos representar os dois subconjuntos graficamente, isto é, no eixo real, como se apresenta a seguir.



A resposta encontramos onde os dois subconjuntos, tem os elementos comuns; neste caso os elementos em comum nos dois subconjunto estão compreendidos no intervalo de 0 a $\frac{1}{2}$, onde se forma a malha.

Daí teremos no eixo real a solução:



A solução, lê-se no eixo, assim vemos que os elementos que pertencem aos dois conjuntos ao mesmo tempo, são os números reais que estão entre 0 e $\frac{1}{2}$, incluindo o extremo superior.

Na forma de intervalos temos: $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right] \cap \left]0; +\infty\right[= \left]0; \frac{1}{2}\right]$

a solução será:

$x \in \left]0;\ \frac{1}{2}\right]$ é o conjunto solução, pois ele é formado pelos números reais que pertencem simplesmente aos dois intervalos.

Caro aluno, conseguiu seguir e entender bem o raciocínio? Então estás de parabens! Agora, para facilitar a identificação e visualização do conjunto solução é aconselhável, apresentar o conjunto solução no eixo real.

NB: O símbolo $\cap$, lê-se **intersecção.**

$\left]-\infty;\ \frac{1}{2}\right] \cap \left]0;\ +\infty\right[$, lê-se " **de menos infinito a um meio, intervalo fechado; intersecção com zero, a mais infinito**".

TOME NOTA...

Intersecção – intervalo de convergência entre subcomjuntos (elementos pentecentes em simultâneo a mais de dois subconjuntos).

Exemplo 2

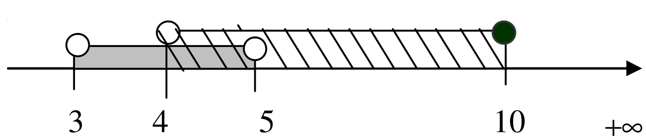
Tal como vimos no exemplo anterior, a operação de intersecção consiste em encontrar elementos que pertencem simultâneamente a dois ou mais conjuntos pré- definidos.

Seja dada a seguinte operação: $\left]3;5\right[\cap \left]4;10\right]$.

Qual será o conjunto solução?

Caro aluno, para resolver esta a operação de intersecção segue o mesmo procedimento, como na operação de reunião. De certeza que na reunião foi fácil! Aqui também é muito fácil.

- Primeiro vamos representar os dois subconjuntos de $\mathbb{R}$ no mesmo eixo real.

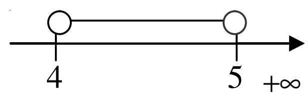


- Ler a solução no eixo real, tendo em conta que ela consta de elementos que pertencem aos dois conjuntos em $\mathbb{R}$.

Assim obtem-se o conjunto que vai de 4 a 5.

Em ambos extremos as bolas não estão pintadas porque os extremos não fazem parte do subconjunto solução.

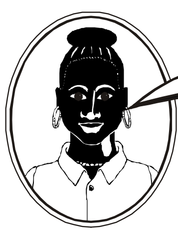
Graficamente podemos indicar, a solução da seguinte forma:



Na forma de intervalos será:

$$]3;5[\cap]4;10]=]4;5[$$

$x\in]\,4;\ 5\,[$, é o conjunto solução, pois ele é formado pelos números reais que pertencem aos dois subconjuntos pré-definidos ao mesmo tempo.



Definição: Intercessão de dois conjuntos é o conjunto constituido por todos números reais que pertencem em simultâneo ambos subconjuntos.

Muito bem! Caro aluno, vai realizar a actividade, como forma de aplicar os seus conhecimentos sobre a intersecção de conjuntos numéricos.

ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ a solução da operação seguinte,

$$\left]-2;\ \frac{7}{2}\right] \cap \left[-2;\ \frac{5}{2}\right].$$

a) $\left[-2;\ \frac{7}{2}\right]$

b) $\left]-2;\ \frac{5}{2}\right]$

c) $\left[\frac{5}{2};\ \frac{7}{2}\right]$

d) $\left[-2;\ \frac{5}{2}\right[$

2. Considere os conjuntos, $A = \left]-\infty;0\right[$ e $B = \left]-3;10\right[$.

Efectue: $A \cap B$.

3. Marque com um ✓ apenas a operação de intercessão com a solução correcta.

a) $\left[-3;10\right[\cap \left]6;+\infty\right[= \left[6;10\right]$

b) $\left[-3;10\right[\cap \left]6;+\infty\right[= \left]6;10\right[$

c) $\left[-3;10\right[\cap \left]6;+\infty\right[= \left[6;10\right[$

4. Considerando os conjuntos $A=]-3{,}2;2]$; $B=]0;4{,}5[$ e $C=]-1;6[$.
Completa as proposições de modo que sejam verdadeiras.

a) $A\bigcap B=...$

b) $A\bigcap C=...$

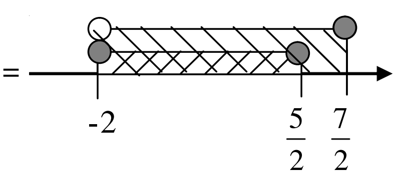
c) $B\bigcap C=...$

Caro aluno, depois de ter resolvido a actividade compare as sua respostas com a chave de correcção a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

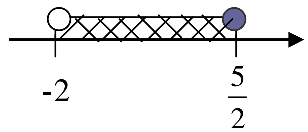
1. b) $\left]-2;\ \frac{5}{2}\right]$. Caro aluno, para chegar a esta resposta, vamos representar os dois subconjuntos no mesmo eixo real.

Assim: $\left]-2;\ \frac{7}{2}\right]\bigcap\left[-2;\ \frac{5}{2}\right]$ =



A solução lê-se, no intervalo formado pelas malha. Isto é, o intervalo de -2 a $\frac{5}{2}$.
E como se pode observa, na malha o intervalo inferior (-2) é fechado e aberto, de modo a incluir as duas condições considera-se aberto; no intervalo superior ($\frac{5}{2}$) é fechado, mantém-se.

O conjunto solução é:

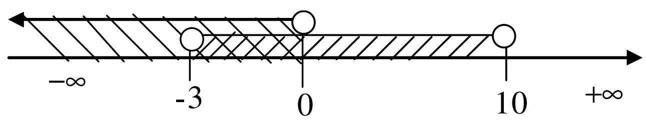


$= \left]-2; \frac{5}{2}\right]$

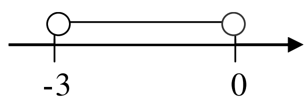
1. Dadossubconjuntos: $A =]-\infty; 0[$ e $B =]-3; 10[$.

$A \cap B =]-\infty; 0[\cap]-3; 10[$

Recorrendo a resolução gráfica teremos:



Ou simplesmente

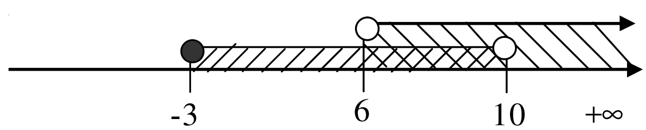


Na forma de intervalos a solução será:

$A \cap B =]-\infty; 0[\cap]-3; 10[=]-3; 0[$

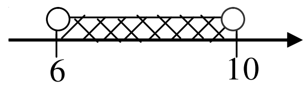
$x \in]-3; 0[$ - É o conjunto que resulta da intersecção dos dois subconjuntos dados, formado pelos elementos que pertencem a ambos simultâneamente.

3. **b)** ✓ $[-3; 10[\cap]6; +\infty[=]6; 10[$. Caro aluno, para melhor perceber como chegar a esta escolha. Vamos representar graficamente a operação.



No intervalo de 6 a 10, observa-se a formação de uma malha. Isto significa que é a parte da intercessão dos dois subconjuntos e corresponde ao conjunto solução.

Na forma gráfica:

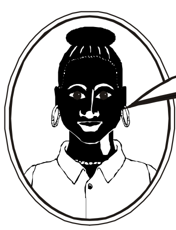


E na forma de intervalos: $x \in \left]6;10\right[$. O que corresponde a solução escolhida.

4. a) $A \cap B = \left]0;2\right]$

b) $A \cap C = \left]-1;2\right]$

c) $B \cap C = \left]0;4,5\right]$



Caro aluno, de certeza que seguiu atentamente a explicação nos dois exemplos e realizou a actividade de fixação apresentadas.
Caso não tenha compreendido. Volte á leitura do texto e á resolução da actividade de fixação, até que se sinta em altura de resolver os exrercícios que lhe propomos a seguir.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** a igualdade certa e com **F** a errada, as operações de intercessão que se seguem.

V/F

a) $]-\infty;2] \cap]-4;8] =]-4;2[$

b) $]-\infty;2] \cap]-4;8] =]-4;2]$

c) $]-5;6] \cap]3;+\infty[\ =]3;6]$

d) $]-5;6] \cap]3;+\infty[\ = [3;6[$

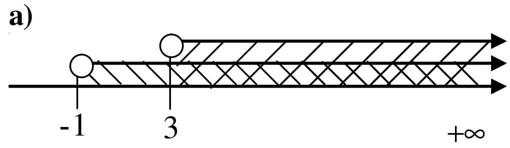
3. Calcule e represente na forma de intervalos a solução da operação.

a) $]-1;+\infty[\cap]2;4[$

b) $\left[-\frac{1}{2};4\right[\cap \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

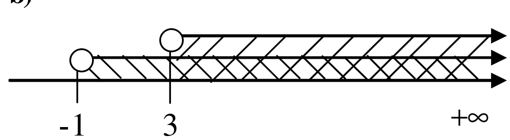
2. Considerando a igualdade da representação gráfica e por intervalos. Marca com um **V** as proposições verdadeiras e um **F** as falsas.

a) **V/F**



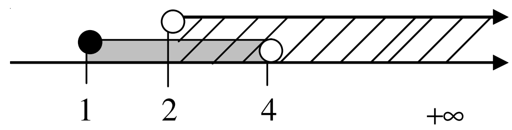
$]-1;+\infty[\cap]3;+\infty[= \ ]3;+\infty[$

b)



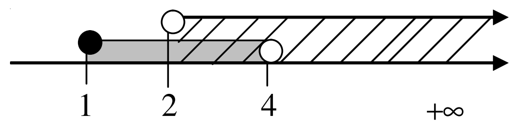
$]-1;+\infty[\cap]3;+\infty[\ = \ ]-1;3[$

c) **V/F**



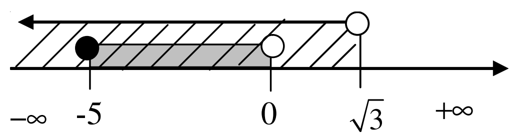
$$[1;4[\cap]2;+\infty[\ =\ [1;4[$$

d)

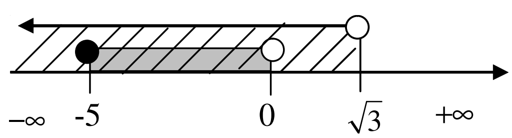


$$[1;4[\cap]2;+\infty[\ =\ ]2;4[$$

e)



$$\left]-\infty;\sqrt{3}\right[\cap[-5;0[\ =[-5;0[$$



$$\left]-\infty;\sqrt{3}\right[\cap[-5;0[\ =\left[-5;\sqrt{3}\right[$$

Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios propostos. Agora compare as suas respostas com as da chave de correcção que lhe fornecemos a seguir. Caso tenha errado na resolução de algum exercício volte ao estudo do texto, até que acerte em todos.

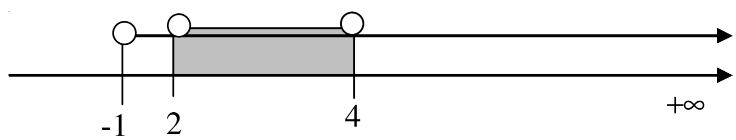
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F

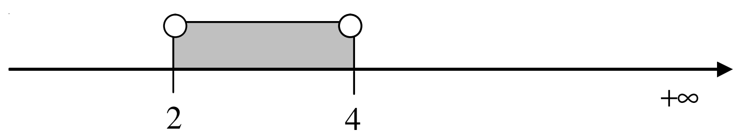
Caro aluno, para facilitar a escolha do valor lógico verdadeiro, pode se apoiar com a representação das operações no eixo real.

2. **a)** $]-1;+\infty[\cap]2;4[$

Como dissemos nos exemplos anteriores é mais fácil começar por respresentar graficamente; assim temos:



A solução será:



E sob forma de intervalos teremos:

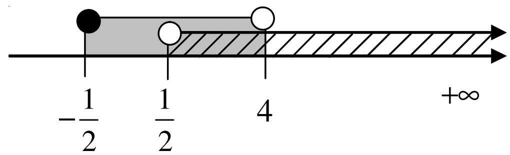
$]-1;+\infty[\cap]2;4[=\ ]2;4[$

O conjunto solução é: $x\in\ ]2;4[$

Óptimo! Foi muito fácil. Continue assim.

b) $\left[-\frac{1}{2};4\right[\cap\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

Da mesma maneira como no exercício anterior. Representamos primeiro graficamente.



E sob forma de intervalos teremos:

$$\left[-\frac{1}{2};4\right[\cap\left]\frac{1}{2};+\infty\right[=\left]\frac{1}{2};4\right[$$

3. a)

$]-1;+\infty[\,\cap\,]3;+\infty[\;=\;]3;+\infty[$ V

b)

$]-1;+\infty[\,\cap\,]3;+\infty[\;=\;]-1;3[$ F

c)

$[1;4[\,\cap\,]2;+\infty[\;=\;[1;4[$ F

d)

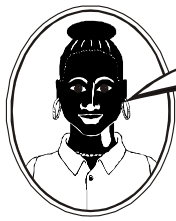
$[1;4[\,\cap\,]2;+\infty[\;=\;]2;4[$ V

e)

$\left]-\infty;\sqrt{3}\right[\cap[-5;0[\;=\;[-5;0[$ V

f)

$\left]-\infty;\sqrt{3}\right[\cap[-5;0[\;=\;\left[-5;\sqrt{3}\right[$ F



Caro aluno, de certeza resolveu os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se falhou em algum volte a rever esta lição ou estude com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

9 Operações com Intervalos - Reunião e Intersecção

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Efetuar operações com intervalos numéricos de intersecção;
- Ler e representar intervalos numéricos soluções de operações de intersecção.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis e borracha.

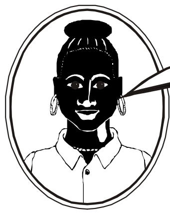
Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 9ª lição do módulo 1 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido bem a última lição, onde falamos da intersecção de conjuntos, representados na forma de intervalos limitados e ilimitados. Nesta lição vamos ainda realizar operações com conjuntos. O objectivo fundamental é rever e aprofundar os seus conhecimentos adquiridos sobre as operações de reunião e intersecção.

Caro aluno, aplique-se mais! Esta é a última lição sobre as operações com conjuntos. Deve resolver todos os exercícios com sucesso.
Caro aluno, vai realizar mais exercícios, como forma de rever e aplicar os seus conhecimentos.



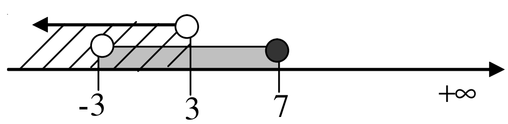
Bom aluno! Está recordado que nas últimas duas lições aprendeu como encontrar o conjunto solução da união e o da intersecção de dois conjuntos.
Então presta atenção aos exercícios de revisão que seguem.

FAZENDO REVISÕES...

1. Considere os subconjuntos A = $]-3;\ 7]$ e B = $]-\infty;\ 3[$.

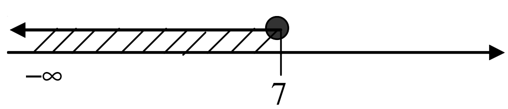
Encontre o conjunto solução de: A $\cup$ B

Sendo assim, já sabes que temos que representar os dois subconjuntos no mesmo eixo real. Deste modo temos:



A solução é visualiza no próprio eixo, como deve estar recordado reunir é juntar, é indicar os elementos de A e B. Assim reunindo os dois subconjuntos obteremos como solução os números reais no intervalo de $-\infty$ a 7 (incluindo o extremo superior).

Graficamente a solução obtemos:



Sob forma de intervalo teremos:

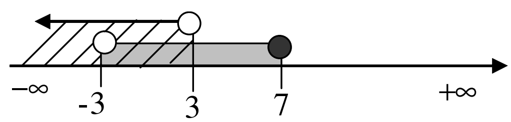
$$A \cup B =]-3;7] \cup]-\infty;3[=]-\infty;7[$$

Solução: $x \in]-\infty;7]$

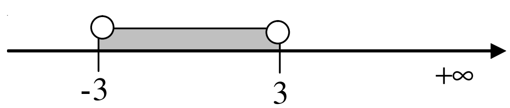
2. Dados os intervalos do exercício anterior:A = $]-3;7]$ e B = $]-\infty;3[$.

Encontre: A $\cap$ B

Caro aluno, como você sabe vamos representar os dois conjuntos no mesmo eixo real, assim temos:



- Encontrar os elementos comuns de ambos intervalos dados.
- Visualizar graficamente o conjunto solução, como se mostra a seguir.



E sob forma de intervalos teremos:

$A \cap B =]-3;7[\cap]-\infty;3[=]-3;3[$

Solução: $x \in]-3;3]$

Caro aluno, antes de prosseguir com o seu estudo.

TOME NOTA...

$\subset$ - Significa: Está contido em.
$\supset$ - Significa: Contém.
$\not\subset$ - Significa: Não está contido em.
$\in$ - Significa: Pertence.
$\notin$ - Significa: Não pertence.

Muito bem! Caro aluno. A seguir resolve os exercícios.

EXERCÍCIOS

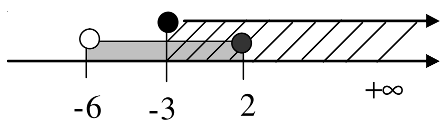
1. Assinale com **V** as proposições verdadeira e com **F** as proposições falsas.

V/F

a) $]-6;2]\cap[-3;+\infty[\ =[-3;2]$ ☐

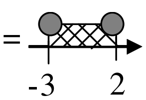
b) $]-6;2]\cap[-3;+\infty[\ =[-3;+\infty[$ ☐

c)



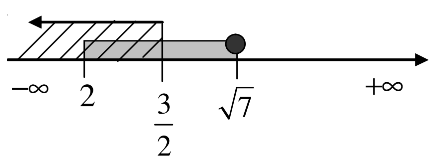
$=]-6;2]\cap[-3;+\infty[=$

=



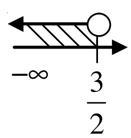
☐

d)



$=\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[\cup\left]0;\sqrt{7}\right]=\left]-\infty;\sqrt{7}\right]$

☐



e) $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[\cup\left]0;\sqrt{7}\right]=\left]0;\frac{3}{2}\right[$ ☐

f) $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[\cup\left]0;\sqrt{7}\right]=\left]-\infty;\sqrt{7}\right]$ ☐

2. Assinale com um ✓ apenas as proposições verdadeiras.

a) $\mathbb{R}^- \cup \mathbb{R}^+ = \mathbb{R}$ ☐ ✓

b) $\mathbb{R}_0^- \cup \mathbb{R}^+ = \mathbb{R}$ ☐

c) $\mathbb{N} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$ ☐

d) $\mathbb{N} \cap \mathbb{R} = \mathbb{N}$ ☐

e) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{R}^+ = \mathbb{Z}^+$ ☐

f) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Z}$ ☐

3. Efectue as operações com os conjuntos e representa as soluções no eixo real.

a) $]-\infty;2[\cap]1;+\infty[$

b) $]7;+\infty[\cup]-3;11]$

c) $]3;7]\cap[7;10[$

d) $]-\infty;0[\cup]-3;10[$

4. Complete as proposições de modo que sejam verdadeiras, usa os símbolos $\in, \notin, \subset, \not\subset$ e $=$.

a) 1 ___ $]-2;10]$

b) $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ ___ $\mathbb{R}^-$

c) $\mathbb{R}_0^+$ ___ $[0;+\infty[$

d) $4 \_\_\_ [1;4[$

e) $]1;4[\_\_ [1;4[$

f) $[1;4[\_\_\_]1;4[$

5. Marque com um ✓ apenas as proposições verdadeiras:

a) $5 \in]-2;5]$ ☑

b) $5 \supset]-2;5]$ ☐

c) $\frac{5}{3} \in [-1;4[$ ☐

d) $\frac{5}{3} \notin [-1;4[$ ☐

Depois de ter resolvido todos os exercícios, compare as suas respostas com a chave de correcção que lhe apresentamos a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V. Porque representando graficamente, vê-se que a malha (intersecção) forma-se no intervalo $[-3;2]$, fechado em ambos extremos;

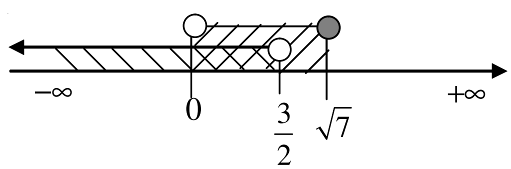
b) F;

c) V. É válida a explicação dada na alínea **a)** desta pergunta;

d) V. Como se trata de reunião de dois subconjuntos, vê-se através da representação gráfica que o novo conjunto é formado pelos elementos definidos pelo intervalo $]-\infty;\sqrt{7}]$;

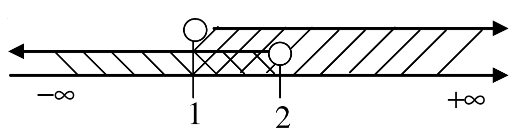
e) F

f) V. Tal como na alínea anterior, aqui se trata de uma operação de reunião de dois subconjuntos. E para efectuar facilmente esta operação pode se representar graficamente. E daí poder decidir sobre a escolha do sinal lógico.

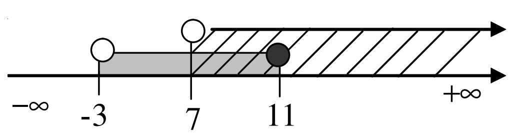


2. b) ✓**; d)** ✓ e **e)** ✓.

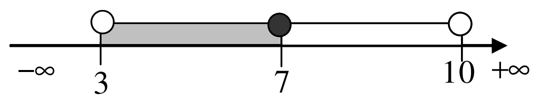
3. a) $]-\infty;2[\cap]1;+\infty[\ =\ ]1;2[$, de acordo com a resolução gráfica:



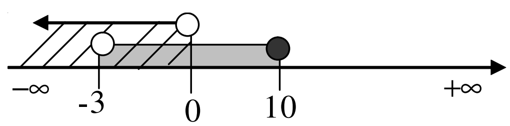
b) $]7;+\infty[\cup]-3;11]\ =\ ]-3;+\infty[$, de acordo com a resolução gráfica:



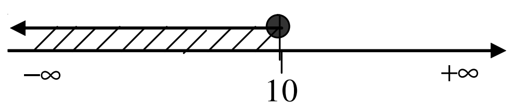
c) $]3;7]\cap[7;10[\ =\{7\}$, conforme nos mostra a resolução gráfica:



d) $]-\infty;0[\cup]-3;10[\ =\ ]-\infty;10[$



Concluindo teremos:



Na forma de intarvalos temos: $]-\infty;10[$.

4. a) $1\in\ ]-2;10]$. Porque é um dos elementos do subconjunto.

b) $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[\not\subset\mathbb{R}^-$. Porque no subconjunto $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ existem elementos que não pertecentem ao subconjunto $\mathbb{R}^-$.

c) $\mathbb{R}_0^+=[0;+\infty[$. É o mesmo subconjunto a diferença está na representação, $\mathbb{R}_0^+$ é uma representação por extensão enquanto que $[0;+\infty[$ é representação sob forma de intervalos.

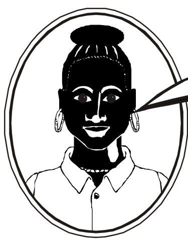
d) $4\notin[1;4[$. Não pretence ao intervalo, porque o extreme superior é aberto.

e) $]1;4[\ \subset[1;4[$. Porque $]1;4[$ está contido em $[1;4[$, visto que neste último intervalo o extremo inferior está fechado.

f) $[1;4[\ \not\subset\ ]1;4[$. Porque $1\in[1;4[$ e $1\notin\ ]1;4[$.

5. a) ✓

c) ✓. Porque no intervalo $\frac{5}{3} \in [-1;4[$, $\frac{5}{3} = 1,6(6)$ e este número pertence ao $[-1;4[$.



Caro aluno, de certeza acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se errou em algum exercício reestude a lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Cólera

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vómitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vómitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bébé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
- Não tomar banho nos charcos, nas valas de drenagem ou água dos esgotos.

10

Resolução de Inequações lineares

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Resolver inequações lineares;
- Representar o resultado nas três formas (intervalo, chavetas e gráfica).

Material necessário de apoio

- Régua, lápis e borracha.
- Módulo 2 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 10ª lição do módulo 1 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido bem as lições anteriores. Porque nesta lição vai usar esses conhecimentos, ao resolver inequações lineares. Vai aprender a resolver as inequações lineares, representar as soluções sob forma de intervalos, chaveta e graficamente (vice-versa).
Por outro lado é necessário recordar-se da resolução de equações do 1º grau, os respectivos princípios de equivalência, estudados no módulo 2 de Matemática 8 ª classe.

Por essa razão começaremos o estudo desta lição fazendo uma breve revisão sobre a resolução de equações lineares.

Bom, para facilitar a compreensão desta lição, vamos primeiro recordar como se resolvem as equações do primeiro grau resolvendo alguns exercícios de revisão.

FAZENDO REVISÕES...

Como deve estar recordado uma equação é uma expressão designatória ou expressões designatórias, formada por dois membros separadas pelo sinal de igualdade; por exemplo, pode se observar:

$$\underbrace{2x+1}_{1^{\circ}\text{ membro}} = \underbrace{x+2}_{2^{\circ}\text{ membro}}$$

$$2x+1=x+2$$

Coeficiente

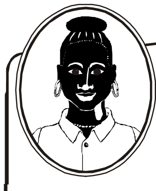
Termos indenpendentes

Variáveis

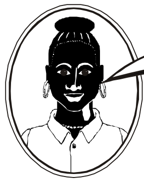
Por exemplo para resolver a equação: $2x+1=x+2$, temos que passar os termos em x para o primeiro membro e os termos independentes para o segundo **(que é um dos princípios de equivalência),** e não esqueça que quando um termo muda de membro muda também de sinal. Assim sendo teremos:

$$\begin{aligned} & 2x+1=x+2 \\ \Leftrightarrow\ & 2x-x=2-1 \\ \Leftrightarrow\ & x=1 \end{aligned}$$

Resolve os exercícios que se seguem:



Caro aluno, depois de ter acompanhado a explicação sobre equação linear; resolve os exercícis que se seguem.



Caro aluno, agora resolve os exercícos que se seguem como forma de rever os teus conhecimetnos sobre equações lineares.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ as proposições verdadeiras, em relação às equivalências das equações a seguir.

a) $2x+4=3 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

b) $2x+4=3 \Leftrightarrow x=\frac{7}{2}$

c) $4x+10=x \Leftrightarrow x=-\frac{10}{3}$

d) $4x+10=x \Leftrightarrow x=2$

2. Assinale com um ✓ as afirmações verdadeiras.

a) $]-\infty;5[=\{x\in\mathbb{R}: x<5\}$

b) $]-\infty;5[=\{x\in\mathbb{R}:-\infty<x>5\}$

c) $]-3;4[=\{x\in\mathbb{R}:-3<x<4\}$

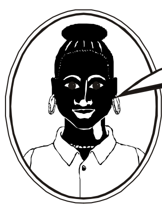
d) $]-3;4[=\{x\in\mathbb{R}:-3<x>4\}$

3. Representa no eixo real:

a) $[1;+\infty[$

b) $]-\infty;+\infty[$

c) $]-\infty;-10]$



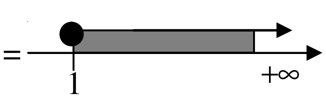
Caro aluno depois de teres resolvido os exercícios acima como forma de revisão. Compare os seus resultados, com os que a seguir lhe apresentamos na chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

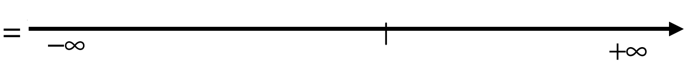
1. a) ✓ ; **c)** ✓.

2. a) ✓ ; **c)** ✓.

3. a) $[1;+\infty[$ =

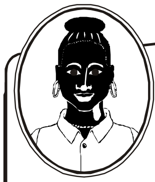


b) $]-\infty;+\infty[$ =



c) $]-\infty;-10]$ =

Definição



Inequação é uma desigualdade que só é verdadeira para certos valores que as variáveis, tomarem.

Exemplo 1

Ora vejamos a seguinte inequação: $x-8<2$, é uma inequação linear (inequação do 1º grau).
Então, como resolver esta inequação?

1º passo:

Primeiro temos que passar o termo indenpendente do primeiro membro para o segundo membro; devendo mudar de sinal imediatamente; como deve estar recordado quando aprendeu as equações lineares no 2º Módulo da 8ª classe.
Sendo assim, teremos:

$x<2+8$

2º passo:

Reduzir os termos semelhantes, neste caso os independentes:
$x<10$ Adicionamos (2 e 8).

3º passo:

Representar a solução na forma de intervalos, chavetas ou no eixo real.

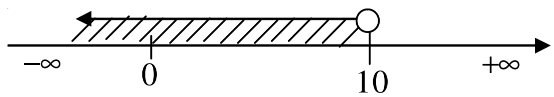
- Na forma de intervalos fica:

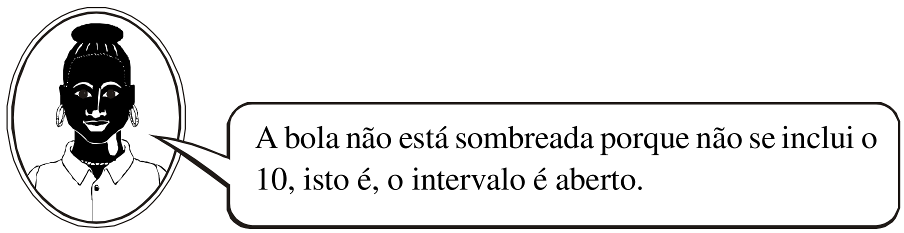
  $x\in\,]-\infty;10[$. É necessário recordar que os intervalos estão abertos daí que o extremo inferior ($-\infty$) não está definido e o extremo superior (10) se exclui do subconjunto porque o intervalo é aberto.

- Na forma de chavetas fica:

$\{x \in \mathbb{R} : x < 10\}$

- E no eixo real fica:





Exemplo 2

Como resolver a inequação: $\frac{1}{2} \leq 5 - 2x$

$$\underset{(1)}{\frac{1}{2}} \leq \underset{(2)}{\frac{5}{1}} - \underset{(2)}{\frac{2x}{1}} \Rightarrow 1 \leq 10 - 4x \leftarrow$$

Calcular o m.m.c., e desembaraçar os denominadores.

$$4x \leq 10 - 1 \Rightarrow 4x \leq 9 \Rightarrow x \leq \frac{9}{4} \leftarrow$$

Passar o termo independente para o 2º membro, e o termo em ***x*** para o 1º membro**.**

Agora representamos a solução na forma de **intervalos**, **chavetas** ou no **eixo real**.
Caro aluno, sempre que se resolve uma inequação podemos apresentar a solução nos três formas.

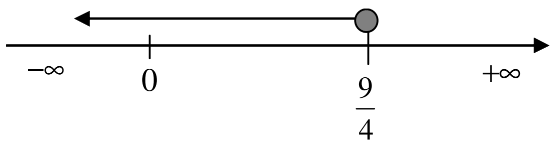
Na forma de intervalos:

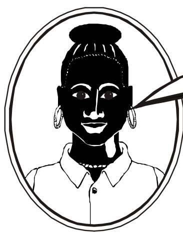
$$x \in \left] -\infty ; \frac{9}{4} \right]$$

Na forma de chavetas:

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{9}{4} \right\}$$

No eixo real fica:





A bola está sombreada porque se inclui o extremo $\frac{9}{4}$, isto é, o intervalo é fechado.

Então, amigo aluno! Percebeu a explicação dada?

Acreditamos que sim.

Assim, convidámo-lo a resolver os exercícios a seguir.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ as proposições verdadeiras. Em relação às das inequações e as respectivas soluções.E justifique a sua opção.

a) $3x > -6 \Rightarrow x > -2$ ☑ ✓

b) $3x > -6 \Rightarrow x < -2$ ☐

c) $\frac{x}{2} \geq \frac{3}{5} \Rightarrow x \geq \frac{6}{5}$ ☐

d) $\frac{x}{2} \geq \frac{3}{5} \Rightarrow x \leq \frac{6}{5}$ ☐

e) $2 - 3(x-1) < 1 - 5x \Rightarrow x > -2$ ☐

f) $2 - 3(x-1) < 1 - 5x \Rightarrow x < -2$ ☐

2. Resolve as inequações e respresente a solução na forma de intervalos:

a) $5 \bullet (y-1) > \frac{1}{3}$

b) $\frac{2-x}{3} \le 4$

c) $\frac{1}{3} - \frac{z-2}{2} < 4$

d) $2x - \frac{5}{3} \ge 1 + \frac{1}{2}x$

3. Marque com **V** as porposições verdadeiras e com **F** as afirmações, as igualdades.

V/F

a) $\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x + 10 = \left\{ x \in R : x < \frac{33}{14} \right\}$ ☐

b) $\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x + 10 = \left\{ x \in R : x > \frac{33}{14} \right\}$ ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) ✓**.** Porque $3x > -6 \Leftrightarrow 3x > -6$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{6}{3}$$

$$\Leftrightarrow x > -2$$

c) ✓ . Porque $\frac{x}{2} \ge \frac{3}{5} \Leftrightarrow 5x \ge 3 \bullet 2$

$$\Leftrightarrow 5x \ge 6$$

$$\Leftrightarrow x \ge \frac{6}{5}$$

f) ✓ . Porque $2-3(x-1)<1-5x \Leftrightarrow 2-3x+3<1-5x$

$$\Leftrightarrow -3x+5x<1-3-2$$
$$\Leftrightarrow 2x<1-5$$
$$\Leftrightarrow 2x<-4$$
$$\Leftrightarrow x<\frac{-4}{2}$$
$$\Leftrightarrow x<-2$$

2. a) $5\bullet(y-1)>\frac{1}{3}$

$$\Leftrightarrow 15y-15>1$$
$$\Leftrightarrow 15y>1+15$$
$$\Leftrightarrow 15y>16$$
$$\Leftrightarrow y>\frac{16}{15}$$

E na forma de intervalos fica:

Solução: $y\in \left]\frac{16}{15};+\infty\right[$

b) $\frac{2-x}{3}\leq 4$

$$\Leftrightarrow \underset{(1)}{\frac{2-x}{3}}\leq \underset{(3)}{\frac{4}{1}}$$

Calcula-se o m.m.c

$$\Leftrightarrow 2-x\leq 12$$
$$\Leftrightarrow -x\leq 12-2$$
$$\Leftrightarrow (-1)-x\leq 10$$
$$\Leftrightarrow x\geq -10$$

Porque a variável não deve ter o sinal negativo, daí que é necessário multiplicar com um número negativo de modo a fazer desaparecer o sinal negativo (pela regra de multiplicação de sinais). E quando isso acontece, muda-se a posição do sinal da disigualdade.

Solução: $x \in [-10;+\infty[$

c) $\frac{1}{3} - \frac{z-2}{2} < 4$

$\Leftrightarrow \underset{(2)}{\frac{1}{3}} - \underset{(3)}{\frac{z-2}{2}} < \underset{(6)}{\frac{4}{1}}$ ← Calcula-se o m.m.c

$\Leftrightarrow 2 - 3z + 6 < 24$

$\Leftrightarrow -3z < 24 - 6 - 2$

$\Leftrightarrow -3z < 16$

$\Leftrightarrow (-1) - 3z < 16$ ← Usa-se o mesmo procedimento que na alínea anterior.

$\Leftrightarrow 3z > -16$

$\Leftrightarrow z > \frac{-16}{3}$

Solução: $x \in \left]-\frac{16}{3};+\infty\right[$

d) $2x - \frac{5}{3} \geq 1 + \frac{1}{2}x$

$\Leftrightarrow \underset{(6)}{\frac{2x}{1}} - \underset{(2)}{\frac{5}{3}} \geq \underset{(6)}{\frac{1}{1}} + \underset{(3)}{\frac{1}{2}}x$ ← Calcula-se o m.m.c

$\Leftrightarrow 12x - 10 \geq 6 + 3x$

$\Leftrightarrow 12x - 3x \geq 6 + 10$

$\Leftrightarrow 9x \geq 16$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{16}{9}$

Solução: $x \in \left[\frac{16}{9}; +\infty\right[$

3. a) V. Porque $\frac{3}{2}(2x+3) < \frac{2}{3}x + 10 \Leftrightarrow \frac{6x}{2} + \frac{9}{2} < \frac{2}{3}x + 10$

Aplicou-se a propriedade distributiva

$$\Leftrightarrow \frac{6x}{\underset{(3)}{2}} + \frac{9}{\underset{(3)}{2}} < \frac{2}{\underset{(2)}{3}}x + \frac{10}{\underset{(6)}{1}}$$

$$\Leftrightarrow 18x + 27 < 4x + 60$$

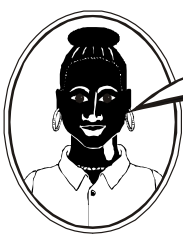
$$\Leftrightarrow 18x - 4x < 60 - 27$$

$$\Leftrightarrow 14x < 33$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{33}{14}$$

Daí que: $\left\{x \in \mathbb{R} : x < \frac{33}{14}\right\}$

b) F



Caro aluno, de certeza acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se errou em algum, volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Cólera

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vómitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vómitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bébé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
- Não tomar banho nos charcos, nas valas de drenagem ou água dos esgotos.

11 Resolução de Inequações Lineares-Continuaçao

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Resoler inequações lineares;
- Aplicar princípios de equivalências na resolução de inequações lineares.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis e borracha.
- Modulo 2 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

90 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 11ª lição do módulo 1 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido as últimas lições. Porque nesta lição vai usar estes conhecimentos ao resolver inequações lineares; e para isso é importante o domínio da representação de intervalos limitados e ilimitados, nas três formas (chavetas, eixo real e intervalos). Por outro lado é necessário recordar os princípios de equivalência estudados na 8 ª classe; módulo 2 sobre equações lineares.

Nesta liçao terá a oportunidade de mais uma vez resolver inequações lineraes, como forma de consolidar e aplicar os conhecimentos sobre a representação de soluções de inequações através de intervalos, chavetas e graficamente.

Para isso começaremos o estudo desta lição fazendo uma breve revisão.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, pedimos que se recorde do que estudou nas lições anteriores resolvendo a actividade.

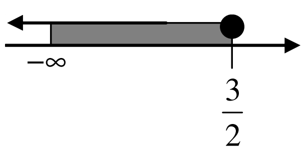
ACTIVIDADE

1. Marque com **V** as proposições verdadeiras e **F** as proposições falsas.

V/F

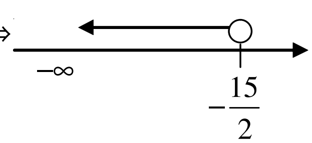
a) $4x+10>x \Leftrightarrow 3x>-10 \Leftrightarrow x=-\frac{10}{3}$ ☐

b) $4x+10>x \Leftrightarrow 3x=-10 \Leftrightarrow x=\frac{10}{3}$ ☐

c) $\frac{2}{3}x+2\geq 2x \Leftrightarrow$ 

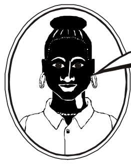
$\Leftrightarrow \left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$ ☐

d) $\frac{2}{3}x+2\geq 2x \Leftrightarrow]-\infty;+\infty]$ ☐

e) $-2\frac{x}{3}+3x>4x+3 \Leftrightarrow$ 

☐

f) $-2\frac{x}{3}+3x>4x+3 \Leftrightarrow]-\infty;+\infty[$ ☐



Caro aluno, depois de ter resolvido a actividade de revisão. Compare as suas respostas, com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** V. Porque $4x+10>x \Leftrightarrow 3x>-10$

Passa-se para o segundo membro o termo indenpendente. Depois isola-se o coeficiente.

$\Leftrightarrow x=-\dfrac{10}{3}$

b) F

c) V. Porque $\dfrac{2}{3}x+2\geq 2x \Leftrightarrow \underset{(1)}{\dfrac{2}{3}}x+\underset{(3)}{\dfrac{2}{1}}\geq \underset{(3)}{\dfrac{2x}{1}}$

$\Leftrightarrow 2x+6\geq 6x$

$\Leftrightarrow 2x-6x\geq -6$

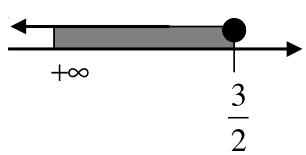
$\Leftrightarrow (-1)-4x\geq -6$

$\Leftrightarrow 4x\leq 6$

$\Leftrightarrow x\leq \dfrac{6}{4}$

$\Leftrightarrow x\leq \dfrac{3}{2}$

E graficamente verica-se a mesma condição:



Na forma de intervalos é:

$x\in \left]-\infty;\dfrac{3}{2}\right]$

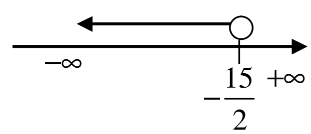
d) F

e) V. Porque $-2\frac{x}{3}+3x>4x+3 \Leftrightarrow \frac{x-6}{3}+3x>4x+3$

$$\Leftrightarrow x-6+9x>12x+9$$
$$\Leftrightarrow x+9x-12x>+9+6$$
$$\Leftrightarrow 10x-12x>15$$
$$\Leftrightarrow (-1)-2x>15$$
$$\Leftrightarrow 2x<-15$$
$$\Leftrightarrow x<-\frac{15}{2}$$

Transformar a fracção mista. Calcular o m.m.c.

E esta representação corresponde a representação gráfica.



f) F

Depois segue atentamente o exemplo e a actividade que lhe sugerimos, que também tem como objectivo rever os conhecimentos sobre equações lineares, de modo a perceber com facilidade esta lição.

Caro aluno vamos falar sobre o significado da **solução de uma equação linear e conceito de equação equivalente**.
Deve se recordar que:

Solução de uma equação é um valor, ou conjunto de valores, que trasnformam a equação numa igualdade verdadeira.

E por outro lado sabemos que:

Equações equivalentes são aquelas que têm o mesmo conjunto solução.

Exemplo 1

Sejam as equações:

a) $7x-\frac{1}{3}=\frac{23}{3}$ e **b)** $x-\frac{x-2x}{3}=\frac{x}{2}+1$

Para verificarmos se as equações dadas são equivalentes ou não. Devemos determinar o valor de ***x*** que satisfaz cada uma dasequações. Assim:

a)

$$7x-\frac{1}{3}=\frac{23}{3}$$
$$\Leftrightarrow 7x=\frac{23}{3}+\frac{1}{3}$$
$$\Leftrightarrow 7x=\frac{24}{3}$$
$$\Leftrightarrow 7x=8$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{8}{7}$$

b)

$$x-\frac{1-2x}{3}=\frac{x}{2}+1$$
$$\Leftrightarrow \underset{(6)}{\frac{x}{1}}-\underset{(2)}{\frac{1-2x}{3}}=\underset{(3)}{\frac{x}{2}}+\underset{(6)}{\frac{1}{1}}$$
$$\Leftrightarrow 6x-(2-4x)=3x+6$$
$$\Leftrightarrow 6x-2+4x=3x+6$$
$$\Leftrightarrow 10x-3x=6+2$$
$$\Leftrightarrow 7x=8$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{8}{7}$$

Como se pode, ver as duas equações têm a mesma solução, logo são equivalentes.

Pode se afirmar que:

a) $\Leftrightarrow$ **b)**

Agora acompanhe atentamente a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ as equações equivalentes.E justifique a sua opção.

i) A = $0,2x-1=\dfrac{x-2}{2}$ ✓

ii) B = $x+7=\dfrac{x}{2}+\dfrac{21}{3}$

iii) C = $\dfrac{2-x}{2}-\dfrac{x+2}{4}=1$

Caro aluno depois de ter resolvido a actividade sugeridas acima, compare os seus resultados, com os que a seguir lhe apresentamos na chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. As equações A e B são equivalentes. Porque tem a mesma solução.

A = $0,2x-1=\dfrac{x-2}{2}$

$\Leftrightarrow \underset{(1)}{\dfrac{2x}{10}}-\underset{(10)}{\dfrac{1}{1}}=\underset{(5)}{\dfrac{x-2}{2}}$

$\Leftrightarrow 2x-10=5x-10$

$\Leftrightarrow 2x-5x=-1\cancel{0}+1\cancel{0}$

$\Leftrightarrow -3x=0$

$\Leftrightarrow x=0$

B = $x+7=\dfrac{x}{2}+\dfrac{21}{3}$

$\Leftrightarrow \underset{(6)}{\dfrac{x}{1}}+\underset{(6)}{\dfrac{7}{1}}=\underset{(3)}{\dfrac{x}{2}}+\underset{(2)}{\dfrac{21}{3}}$

$\Leftrightarrow 6x+42=3x+42$

$\Leftrightarrow 6x-3x=4\cancel{2}-4\cancel{2}$

$\Leftrightarrow 3x=0$

$\Leftrightarrow x=0$

Caro aluno, depois resolve os exercícios que se seguem, que ainda tem como objectivos fazer a revisão dos conhecimentos que estudou nas últimas lições e mesmo na 8ª classe.

EXERCÍCIOS

1. **a)** Faz corresponder por letras as equações equivalentes.

A : $2x+1=x+2$	**I :** $2x-x=2-1$
B : $\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}=\frac{x}{2}$	**II :** $\frac{3}{2}x-\frac{x}{2}=\frac{1}{4}$
C : $\frac{2-x}{3}-\frac{x-2}{2}=x$	**III :** $4-2x-3x+6=6x$

b) Mostra através da resolução porque essas equações são equivalentes.

Caro aluno depois de ter resolvido os exercícios de revisão, compare os seus resultados, com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) **A** $\Leftrightarrow$ I ; **B** $\Leftrightarrow$ II; **C** $\Leftrightarrow$ III.

b) São equivalentes.

A: $2x+1=x+2$ **I:** $2x-x=2-1$

A: $2x-x=+2-1$ **I:** $2x-x=2-1$

A: $x=1$ **I:** $x=1$

A: $2x+1=x+2 \;\rightarrow\;$ I : $2x-x=2-1$. Porque ambas equações tem o mesmo conjunto solução.

B: $\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}=\frac{x}{2}$ **II:** $\frac{3}{2}x-\frac{x}{2}=\frac{1}{4}$

B: $6x-1=2x$ **II:** $6x-2x=1$

B: $6x-2x=1$ **II:** $6x-2x=1$

B: $4x=1$ **II:** $4x=1$

B: $x=\frac{1}{4}$ **II:** $x=\frac{1}{4}$

B: $\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}=\frac{x}{2} \;\rightarrow\;$ **II:** $\frac{3}{2}x-\frac{x}{2}=\frac{1}{4}$. Porque ambas equações tem o mesmo conjunto solução.

C: $\frac{2-x}{3}-\frac{x-2}{2}=x$ **III:** $4-2x-3x+6=6x$

C: $\frac{2-x}{\underset{(2)}{3}}-\frac{x-2}{\underset{(3)}{2}}=\frac{x}{\underset{(6)}{1}}$ **III:** $4-2x-3x+6=6x$

C: $4-2x-3x+6=6x$ **III:** $4-2x-3x+6=6x$

C: $(-1)-5x-6x=-10$ **III :** $(-1)-5x-6x=-10$

C: $11x=10$ **III:** $11x=10$

C: $x=\frac{10}{11}$ **III:** $x=\frac{10}{11}$

C: $\frac{2-x}{3}-\frac{x-2}{2}=x \;\rightarrow\;$ **III:** $4-2x-3x+6=6x$. Porque ambas equações tem o mesmo conjunto solução.

Caro aluno, passamos ao estudo dos princípios de equivalência. Preste atenção.

Princípios de equivalência de inequações lineares

Poderemos ter inequações equivalentes se:

1º. Substituirmos um dos membros da inequação por uma expressão equivalente.

2º. Adicionarmos a ambos membros da inequação o mesmo número.

3º. Multiplicarmos ambos membros da inequeção pelo mesmo número positivo.

4º. Multiplicarmos ambos membros da inequeção pelo mesmo número negativo e invertermos o sentido à desigualdade.

Exemplo 2

Seja a inequação $x-7<3$; aplicando os princípios de equivalência, resolvermos:

i) $x-7<3$ - pelo princípio:

Adicionarmos a ambos membros da inequação o mesmo número. O resultado não altera.

ii) $x-7+\underline{7}<3+\underline{7}$; pelo princípio:

Substituirmos um dos membros da inequação por uma expressão equivalente. O resultado não altera.

iii) $x < 3+7$;

$$\boxed{\text{Redução dos termos semelhantes}}$$

iv) Obtém-se o resultado, o conjunto solução: $x < 10$

FAZENDO RESUMO...

Seja a inequação:

$x-5<3$

i) $x-5<3 \Leftrightarrow x-5\mathbf{+5}<3\mathbf{+5}$ Princípio 2

ii) $x-5+5<3+5 \Leftrightarrow x-\cancel{5}\mathbf{+\cancel{5}}<3\mathbf{+5} \Leftrightarrow x<3\mathbf{+5}$ Princípio 1

iii) $x-5+5<5+3 \Leftrightarrow x<8$ - 1º Princípio

TOME NOTA...

Numa solução de inequação cujo resultado é um conjunto vazio $\{\emptyset\}$ chama-se **solução impossível**.

Se nenhum número real verifica simultaneamente ambas inequações de um sistema.

Tome como exemplo das soluções impossíveis que acabamos de afirmar, Considerando a inequação:

$$3x > 2+3x \Leftrightarrow 3x-3x > 2+3x-3x$$
$$\Leftrightarrow \cancel{3}x-\cancel{3}x > 2+\cancel{3}x-\cancel{3}x$$
$$\Leftrightarrow 0 > 2$$

A inequação é impossível, pois não é vedade que zero é maior que dois.

Caro aluno, depois de ter estudado esta lição atentamente, resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Assinale com ✓ apenas as proposições verdadeiras que indicam o princípio aplicado nas inequações **a) b)** e **c)**.

a) $x-8<4$

i) $x-8<4 \Leftrightarrow x-8+8<4+8$ - 3º Princípio ✓☐

ii) $x-8<4 \Leftrightarrow x-8+8<4+8$ - 2º Princípio ☐

iii) $x-8<4 \Leftrightarrow x-8+8<4+8$ 1º Princípio ☐

iv) $x-8<4 \Leftrightarrow x<12$ 1º Princípio ☐

iv) $x-8<4 \Leftrightarrow x<12$ 2º Princípio ☐

b) $2x+4\geq 3$

i) $2x+4\geq 3 \Leftrightarrow 2x+4+5\geq 3+5$. 1º Princípio ✓☐

ii) $2x+4\geq 3 \Leftrightarrow 2x+4+5\geq 3+5$. 2º Princípio ☐

iii) $2x+4\geq 3 \Leftrightarrow x\geq -\frac{1}{2}$ 3º Princípio ☐

iv) $2x+4\geq 3 \Leftrightarrow x\geq -\frac{1}{2}$ 1º Princípio ☐

c) Dada a inequação: $3(x-1)>2(4+x)$

i) $3(x-1)>2(4+x) \Leftrightarrow 3x-3+3-3x>8+2x+3-3x$
2º Princípio.

ii) $3(x-1)>2(4+x) \Leftrightarrow 3x-3+3-3x>8+2x+3-3x$
1º Princípio.

iii) $3(x-1)>2(4+x) \Leftrightarrow x>11$ 2º Princípio.

iv) $3(x-1)>2(4+x) \Leftrightarrow x>11$ 3º Princípio.

2. Aplicando os princípios de equivalência de inequações 1 e 2. Calcula.

a) $x-9>5$

b) $2<3\left(1-\frac{x}{3}\right)$

c) $\frac{1}{2}-4(a+2)\geq 1$

3. Assinale com um ✓ a inequação equivalente a inequação $-3x>3$. E justifique a sua opção.

a) $x>-1$

b) $x>1$

c) $x<-1$

d) $x<1$

4. Indique por números os princípios de equivalências usados nas inequações:

a) $\frac{x}{3} < \frac{6x-3}{3} \quad \Leftrightarrow \quad x < 6x - 3$

b) $x < 6x - 3 \quad \Leftrightarrow \quad x - 6x < -3$

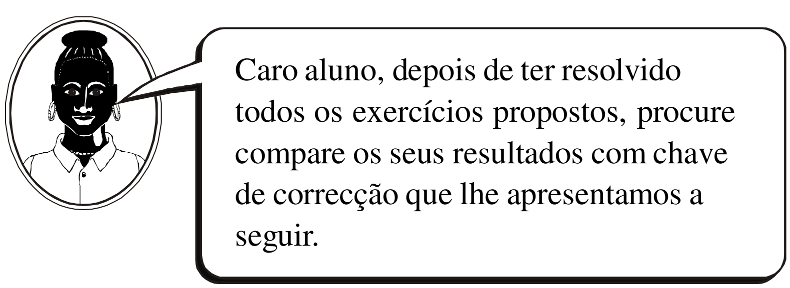
c) $-5x < -3 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{3}{5}$

5. Resolva as inequações

a) $-\frac{x}{2} > -5$

b) $\frac{1}{3} - \frac{x}{2} < x + 1$

c) $0,2x - \frac{3}{5} < 2(x + 0,3)$



CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a. **ii)**

iv)

b. **ii)**

iv)

c. **ii)** $3(x-1)>2(4+x) \Leftrightarrow 3x-3+3-3x>8+2x+3-3x$
1º Princípio

iii) $3(x-1)>2(4+x) \Leftrightarrow x>11$ 2º Princípio

iv) $3(x-1)>2(4+x) \Leftrightarrow x>11$ 2º Princípio

Para as alíneas **iii)** e **iv)** é possível aplicar estes princípios e chegar a este resultado.

2. Aplicando os princípios de equivalência de inequações 1º e 2º teremos:

a) $x-9>5 \Leftrightarrow x-\cancel{9}+\cancel{9}>5+9$

$\Leftrightarrow x>5+9$

$\Leftrightarrow x>14$

b) $2<3\left(1-\frac{x}{3}\right) \Leftrightarrow 2<3-x$

$\Leftrightarrow 2+x<3-\cancel{x}+\cancel{x}$

$\Leftrightarrow \cancel{2}+x-\cancel{2}<3-2$

$\Leftrightarrow x<1$

c) $\frac{1}{2}-4(a+2)\geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}-4(a+2)\geq 1$

$\Leftrightarrow 1-8(a+2)\geq 2$

$\Leftrightarrow 1-8a-16+16\geq 2+16$

$\Leftrightarrow -8a\geq 17$

$\Leftrightarrow a\leq -\frac{17}{8}$

3. A inequação equivalente a $-3x>3$ é $x<-1$. Porque:

Aplicando os princípios de equivalência 3º; 4º e 1º; teremos:

Pelo princípio 3: $-3x>3 \Leftrightarrow \frac{-3x}{3}>\frac{3}{3}$.

Porque dividir ambos membros de uma inequação pelo mesmo número o resultado não altera.

E pelo princípio 4, oberemos:

$-x>1 \Leftrightarrow (-1)\cdot(-x)>1\bullet(-1)$

Finalmente, pelo princípio1 fica: $x<-1$

4.

a) $\frac{x}{3}<\frac{6x-3}{3} \quad \Leftrightarrow \quad x<6x-3$ - Princípio 3. Porque $\frac{x}{3}<\frac{6x-3}{3}$ multiplicarmos por 3 em ambos membros teremos:

$\cancel{3}\bullet\frac{x}{\cancel{3}}<\cancel{3}\bullet\frac{6x-3}{\cancel{3}}$, e assim finalmente fica: $x<6x-3$. O mesmo procedimento podia se fazer em relação a segunda inequação, isto é, multiplicando por $\frac{1}{3}$ em ambos membros.

Multiplicou-se por $\frac{1}{3}$, como forma de facilitar a simplificação e por outro lado multiplicar ambos membros de uma inequação pelo mesmo valor o resultado não altera.

b) $x<6x-3 \quad \Leftrightarrow \quad x-6x<-3$ - Princípio 2. Porque de subtrairmos (adicionarmos) o mesmo número a ambos membros na inequação, o resultado não altera.

c) $-5x<-3 \quad \Leftrightarrow \quad x>\frac{3}{5}$ - Princípio 4. Porque basta multiplicarmos a ambos membros por $\left(-\frac{1}{5}\right)$ e invertermos o sinal , o resultado não altera:

$$-\cancel{5}x\bullet\left(-\frac{1}{\cancel{5}}\right)<-3\bullet\left(-\frac{1}{5}\right) \Leftrightarrow x>\frac{3}{5}$$

5. a) $-\frac{x}{2}>-5 \Leftrightarrow -\frac{x}{\cancel{2}}\bullet(-\cancel{2})>-5\bullet(-2)$

$\Leftrightarrow x<10$

b) $\frac{1}{3}-\frac{x}{2}<x+1 \Leftrightarrow \underset{(2)}{\frac{1}{3}}-\underset{(3)}{\frac{x}{2}}<\underset{(6)}{\frac{x}{1}}+\underset{(6)}{\frac{1}{1}}$ ← Reduzir as fracções ao mesmo denominador, calculando m.m.c.

$$\Leftrightarrow 2-3x<6x+6$$

$$\Leftrightarrow 2-3x-6x<\cancel{6}x+6-\cancel{6}x$$

$$\Leftrightarrow 2-9x<+6$$

$$\Leftrightarrow -\cancel{2}+\cancel{2}-9x<6-2$$ ← Resolver a equação resultante.

$$\Leftrightarrow -9x<4$$

$$\Leftrightarrow -\cancel{9}x\bullet\left(-\frac{1}{\cancel{9}}\right)<4\bullet\left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$\Leftrightarrow x>-\frac{4}{9}$$

c) $0,2x-\frac{3}{5}<2(x+0,3) \Leftrightarrow \frac{2x}{10}-\frac{3}{5}<2\left(x+\frac{3}{10}\right)$

$$\Leftrightarrow \underset{(1)}{\frac{2x}{10}}-\underset{(2)}{\frac{3}{5}}<\underset{(10)}{\frac{2}{1}}x+\underset{(1)}{\frac{6}{10}}$$

$$\Leftrightarrow 2x-6<20x+6$$

$$\Leftrightarrow 2x-\cancel{6}+\cancel{6}<20x+6+6$$

$$\Leftrightarrow 2x-20x<\cancel{20}x-\cancel{20}x+12$$

$$\Leftrightarrow\left(-\frac{1}{6}\right).(-18x<12)$$

$$\Leftrightarrow 3x>-2$$

$$\Leftrightarrow x>-\frac{2}{3}$$

Caro aluno, de certeza acabou de resolver os exercícios sugeridos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se errou em algum reestude esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

12 Resolução de Inequações Lineares - Revisão

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Resolver inequações lineares;
- Representar o resultado de inequações lineares nas três formas (intervalos, gráfica e chavetas).

Material necessário de apoio

- Régua, lápis e borracha.
- Todas lições anteriores deste módulo.

Tempo necessário para completar a lição:

- 60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 12ª lição do módulo de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha percebido bem todas lições anteriores. Nesta lição vai precisar todos conhecimentos adquiridos na 10ª e 11ª lição sobre resolução de inequações lineares. Vai também, precisar dos princípios de equivalência, sua aplicação e procedimentos na resolução de inequações lineares.

Nesta lição vai continuar a resolver inequações, de modo a consolidar os seus conhecimentos. Mas antes de tudo siga antemente o exemplo e a actividade que se segue.
Preste atenção!

Exemplo

Seja dada a inequação: $\frac{3}{2}(2x+3)<\frac{2}{3}x.10$.

Como indicar por extensão, o conjunto das soluções naturais ($\mathbb{N}$) que satisfazem a inequação dada.

Para isso temos que resolver aplicando os princípios de equivalência de inequações lineares estudadas nas última lições.

$$\frac{3}{2}(2x+3)<\frac{2}{3}x+10 \Leftrightarrow \underset{(3)}{\frac{6x}{2}}+\underset{(3)}{\frac{9}{2}}<\underset{(2)}{\frac{2}{3}}x+\underset{(6)}{\frac{10}{1}}$$

$$\Leftrightarrow 18x+27<4x+60$$

$$\Leftrightarrow 18x+\cancel{2}7-\cancel{2}7<4x+60-27$$

$$\Leftrightarrow 18x<4x+33$$

$$\Leftrightarrow 18x-4x<\cancel{4}x-\cancel{4}x+33$$

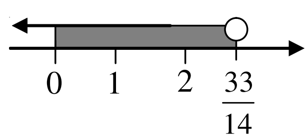
$$\Leftrightarrow 14x<33$$

$$\Leftrightarrow x<\frac{33}{14}$$

Como o nosso problema é encontrar números do conjunto $\mathbb{N}$, que satisfazem a condição exigida, vamos representar primeiro o conjunto solução no eixo real para nos facilitar a localização desses números.

Mas também sabemos o que é $\frac{33}{14}$ na forma decimal será 2,357

$x<\frac{33}{14}$ no eixo real fica:



Representado no eixo podemos ver que os números naturais que satisafezem a condição exigida são 1 e 2 que formam o conjunto solução.: $\{1,2\}$

Muito bem! Caro aluno. Agora realize atentamente a actividade que lhe sugerimos a seguir.

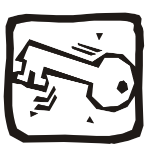
ACTIVIDADE

1. Indique por extenção, o conjunto das soluções naturais das inequações seguintes.

a) $-\frac{x}{2} > -5$

b) $\frac{1}{2} < 5 - 2x$

c) $\frac{2}{10}x - \frac{3}{5} < 2\left(x + \frac{3}{10}\right)$



CHAVE DE CORRECÇÃO

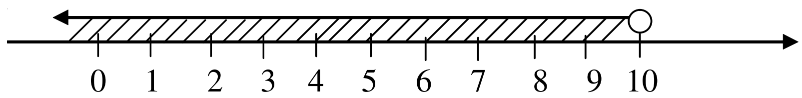
1. a) Como representa: $-\frac{x}{2} > -5$. Para tal deve se seguir os passos similares que os apresentados no exemplo anterior.

Assim:

1º Passo: Resolver a inequação.

$$-\frac{x}{2} > -5 \Leftrightarrow -\frac{x}{2} \bullet (-2) > -5 \bullet (-2)$$

2º Passo: Representar o conjunto solução na recta real.



Representando na forma de intervalo numérico a solução é:

$]-\infty;10[$;

De acordo com o pedido no enunciado, vamos apresentar a solução. E é:

$S=\{1;2;3;4;5;6;7;8\,e\,9\}$.

Não se inclui o zero (0), porque não se fez uma referência de inclusão deste, e por convênsão o zero não é número natural. E não se inclui o 10, pois substituindo na inequação

$$-\frac{x}{2}>-5 \Leftrightarrow -\frac{10}{2}>-5$$

$$\Leftrightarrow -5>-5$$ é falso.

Caro aluno, você é mesmo inteligente! Acertou seguindo rigorosamente as instruções dadas no texto.

b) Como representar: $\frac{1}{2}<5-2x$. Para tal deve se seguir os mesmos passos com na alínea anterior.

Assim:

1º Passo: Resolver a inequação.

$$\frac{1}{2}<5-2x \Leftrightarrow \frac{1}{2}-\frac{1}{2}<5-\frac{1}{2}-2x$$

$$\Leftrightarrow 0<\frac{9}{2}-2x$$

Calculando o m.m.c

$$\Leftrightarrow 0+2x<\frac{9}{2}-\cancel{2}x+\cancel{2}x$$

Neste caminho aplicam-se os princípios de equivalência, estudadas na lição anterior.

$$\Leftrightarrow x<\frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2x<\frac{9}{2}$$

Ou, por um outro caminho:

$$\frac{1}{2} < 5 - 2x \Leftrightarrow 1 < 10 - 4x$$

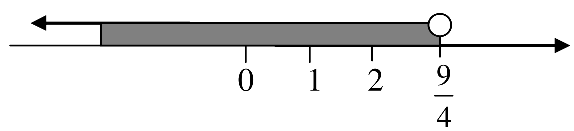
Calculando o m.m.c

$$\Leftrightarrow 4x < 10 - 1$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{9}{4}$$

Neste caminho aplicam-se os princípios de equivalência, estudadas nas lições anteriores.

2º Passo: Representar a solução da inequação na recta real.



Representando a solução na forma de intervalos numéricos fica: $\left]-\infty; \frac{9}{4}\right[$.

De acordo com o pedido no enunciado o conjunto solução é:
$S = \{1;2\}$.

Nota bem: Não se inclui o zero (0), porque não se fez uma referência de inclusão deste e não se inclui o $\frac{9}{4}$ porque não é número natural.

c) 1º Passo: Resolver a inequação.

$$\frac{2}{10}x - \frac{3}{5} < 2\left(x + \frac{3}{10}\right) \Leftrightarrow \frac{2}{10}x - \frac{3}{5} < 2\left(x + \frac{3}{10}\right)$$

$$\Leftrightarrow \underset{(1)}{\frac{2x}{10}} - \underset{(2)}{\frac{3}{5}} < \underset{(10)}{\frac{2}{1}}x + \underset{(1)}{\frac{6}{10}}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 6 < 20x + 6$$

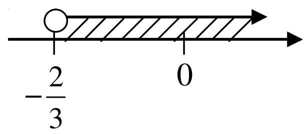
$$\Leftrightarrow 2x - \cancel{6} + \cancel{6} < 20x + 6 + 6$$

$$\Leftrightarrow 2x - 20x < \cancel{20x} - \cancel{20x} + 12$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{6}\right).\left(-18x < 12\right)$$

$$\Leftrightarrow 3x > -2 \qquad \Leftrightarrow x > -\frac{2}{3}$$

2º Passo: Representar o conjunto solução na recta real.



Representando o conjunto solução na forma de intervalos numéricos fica: $\left]-\frac{2}{3};+\infty\right[$; como deve estar recordado, os intervalos estão abertos á esquerda (não inclui o $-\frac{2}{3}$) e á direita. Mas segundo o pedido não consideraremos esta representação, mas sim a que segue no 3º passo.

3º Passo: Representação da solução.

Recordando o pedido do enunciado (números naturais).
Assim a solução será:
De acordo com o pedido o conjunto solução é:
$S = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ ...\}$ ou $x = \mathbb{N}$.

Não se inclui o zero (0), porque não se fez uma referência de inclusão deste ($\mathbb{N}_0$). E não se inclui o $-\frac{2}{3}$ porque não é um número natural..

Caro aluno, já descansou? Se sim, agora resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Assinale com um ✓apenas a resposta certa, o conjunto das soluções naturais da inequação. E justifique a sua opção.

a) $\frac{3}{2}(2x+3)<\frac{2}{3}x+10 = \{-1;2\}$ ✓ ☐

b) $\frac{3}{2}(2x+3)<\frac{2}{3}x+10=\{1;2\}$ ☐

c) $\frac{3}{2}(2x+3)<\frac{2}{3}x+10=\{2\}$ ☐

2. Resolve as inequações e exprime as soluções nas três formas (intervalos, graficamente e chavetas).

a) $\frac{1}{2}\leq 5-2x$

b) $5-3(x-1)>\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{3}-\frac{z-2}{2}<4$

d) $2x-\frac{5}{3}\geq 1+\frac{x}{2}$

e) $1-2(4-3)\leq 3$

3. Assinale apenas com um ✓ o maior múltiplo de 2 que verifica a inequação: $\frac{x}{4}-\frac{2-x}{2}\leq 3$.

a) Maior múltiplo de 2 é 8. ☑

b) Maior múltiplo de 2 é 4. ☐

c) Maior múltiplo de 2 é 2. ☐

4. Determine o conjunto solução da inequação: $2-3x\leq -2+3(1-x)$.

TOME NOTA...

Múltiplo de um número – é um número divisível pelo número dado;
ou ainda:
É o produto do número dado pelo outro.

Caro aluno depois de ter resolvido os exercícios de revisão compare os seus resultados, com os que a seguir lhe apresentamos na chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b) $\frac{3}{2}(2x+3)<\frac{2}{3}x+10 = \{1;2\}$

Porque:

$$\frac{3}{2}(2x+3)<\frac{2}{3}x+10$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x}{2}+\frac{9}{2}<\frac{2}{3}x+\frac{10}{1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x}{\underset{(3)}{2}}+\frac{9}{\underset{(3)}{2}}<\frac{2x}{\underset{(2)}{3}}+\frac{10}{\underset{(6)}{1}}$$

$$\Leftrightarrow 18x+27<4x+60$$

$$\Leftrightarrow 18x-4x<60-27$$

$$\Leftrightarrow 14x<33$$

$$\Leftrightarrow x<\frac{33}{14}$$

Saber que a fracção $\frac{33}{14} \approx$ 2,4. Por outro lado nós queremos apenas números naturais. E os números naturais nesse intervalo são 1 e 2.

2. a) $\frac{1}{2}\leq 5-2x$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\underset{(1)}{2}}\leq\frac{5}{\underset{(2)}{1}}-\frac{2x}{\underset{(2)}{1}}$$

$$\Leftrightarrow 4x\leq 10-1$$

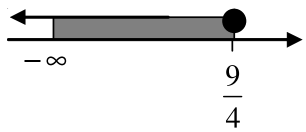
$$\Leftrightarrow 4x\leq 9$$

$$\Leftrightarrow x\leq\frac{9}{4}$$

i) Na forma de intervalos teremos:

$$x\in \left]-\infty;\frac{9}{4}\right]$$

ii) Na forma gráfica:



iii) Finalmente na forma de chavetas será:

$$\left\{x\in\mathbb{R}: x\leq\frac{9}{4}\right\}$$

b) $5-3(x-1)>\dfrac{1}{2}$

Desembaraçar parêntesis aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação á subtracção.

$$\Leftrightarrow \underset{(2)}{\frac{5}{1}}-\underset{(2)}{\frac{3x}{1}}+\underset{(2)}{\frac{3}{1}}>\underset{(1)}{\frac{1}{2}}$$

Desembaraçar os denominadores calculando m.m.c.

$$\Leftrightarrow 10-6x+6>1$$

$$\Leftrightarrow (-1)-6x>1-16$$

$$\Leftrightarrow 6x<15$$

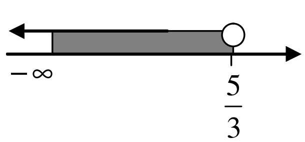
$$\Leftrightarrow x<\frac{15}{6}$$

$$\Leftrightarrow x<\frac{5}{3}$$

Multiplicar por (-1) e inverter o sinal. Porque multiplicar ambos membros de uma inequação pelo mesmo número negativo e inverteu o sentido à desigualdade, obtem-se uma inequação equivalente.

i) Na forma de intervalos teremos: $\left]-\infty;\frac{5}{3}\right[$

ii) Na forma gráfica:



iii) Finalmente na forma de chavetas será:

$$\left\{x \in \mathbb{R} : x < \frac{5}{3}\right\}$$

c) $\frac{1}{3} - \frac{z-2}{2} < 4$

Usam-se os mesmos procedimentos que no exercício anterior.

$$\Leftrightarrow \underset{(2)}{\frac{1}{3}} - \underset{(3)}{\frac{z-2}{2}} < \underset{(6)}{\frac{4}{1}}$$

$$\Leftrightarrow 2 - 3z + 6 < 24$$

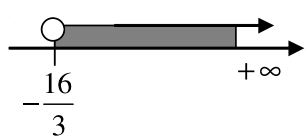
$$\Leftrightarrow -3z < 24 - 8$$

$$\Leftrightarrow (-1) - 3z < 16$$

$$\Leftrightarrow z > -\frac{16}{3}$$

i) Na forma de intervalos teremos: $\left]-\frac{16}{3}; +\infty\right[$

ii) Na forma gráfica:



iii) Finalmente na forma de chavetas será:

$$\left\{x \in \mathbb{R} : x > -\frac{16}{3}\right\}$$

d) $2x - \frac{5}{3} \geq 1 + \frac{x}{2}$

$$\Leftrightarrow \underset{(6)}{\frac{2x}{1}} - \underset{(2)}{\frac{5}{3}} \geq \underset{(6)}{\frac{1}{1}} + \underset{(3)}{\frac{x}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 12x - 10 \geq 6 + 3x$$

$$\Leftrightarrow 12x - 3x \geq 6 + 10$$

$$\Leftrightarrow 9x \geq 16$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{16}{9}$$

i) Na forma de intervalos teremos:

$$\left[\frac{16}{9};+\infty\right[$$

ii) Na forma gráfica:

iii) Finalmente na forma de chavetas será:

$$\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{16}{9}\right\}$$

e) $1-2(4-3x) \leq 3$

$$\Leftrightarrow 1-8+6x \leq 3$$

$$\Leftrightarrow 6x \leq 3+7$$

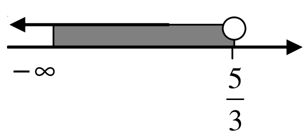
$$\Leftrightarrow 6x \leq 10$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{5}{3}$$

i) Na forma de intervalos teremos:

$$\left]-\infty;\frac{5}{3}\right]$$

ii) Na forma gráfica:



iii) Finalmente na forma de chavetas será:

$$\left\{x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{5}{3}\right\}$$

3. O maior múltiplo de 2 que verifica a inequação: $\frac{x}{4}-\frac{2-x}{2}\leq 3$.

b) ✓

Porque, calculando as condições estabelecidas pela inequação teremos:

$$\frac{x}{4}-\frac{2-x}{2}\leq 3 \Leftrightarrow \underset{(1)}{\frac{x}{4}}-\underset{(2)}{\frac{2-x}{2}}\leq \underset{(4)}{\frac{3}{1}}$$

$$\Leftrightarrow x-4+2x\leq 12$$

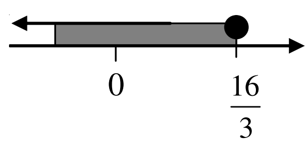
$$\Leftrightarrow 3x\leq 16$$

$$\Leftrightarrow x\leq \frac{16}{3}$$

E o 4 é maior múltiplo de 2 que está difinido no intervalo

$\left]-\infty;\frac{16}{3}\right]$; porque $\frac{16}{3}=5,3(3)$; e o 5 não é múltiplo de 2.

Representando no eixo tem-se:



E fácilmente se nota que o maior múltiplo de 2, neste intervalo é o 4.

4. O conjunto solução da inequação será:

$$2-3x\leq -2+3(1-x) \Leftrightarrow 2-3x\leq -2+3-3x$$

$$\Leftrightarrow \cancel{2}-\cancel{2}-3x\leq -2-2+3-3x$$

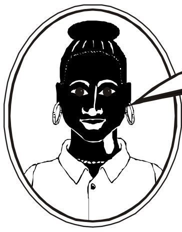
$$\Leftrightarrow -3x\leq -1-3x$$

$$\Leftrightarrow -\cancel{3}x+\cancel{3}x\leq -1-\cancel{3}x+\cancel{3}x$$

$$\Leftrightarrow 0\leq -1$$

Como se pode notar é uma inequação impossível, visto que não tem solução.

Solução: Impossível.



Caro aluno, de certeza acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se errou em algum reestude esta lição ou procure estudar com um colega.

Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Esta é a sua última lição deste módulo de matemática da 9ª classe. Antes de realizar o teste de preparação volte a resolver os exercícios ou a rever todas as lições. Como diz um ditado antigo “ A repetição é a mãe da sabedoria “.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo--se da actividade sexual.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

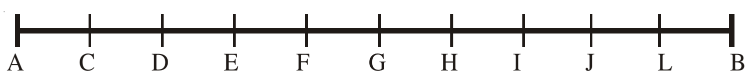
1. Marque no mesmo eixo real os pontos:

A $\sqrt{12}$

B $\sqrt{20}$

C $\sqrt{3}$

2. Dado o segmento:



a) Marque com ✓ apenas a afirmação verdadeira.

i) $\overline{AB}=5\overline{GI}$ ✓ ☐

ii) $\overline{AB}=2\overline{GI}$ ☐

iii) $\frac{1}{4}\overline{AF}=\overline{AB}$ ☐

iv) $\frac{1}{2}\overline{AF}=\overline{AB}$ ☐

v) $\frac{1}{2}\overline{AB}=\overline{AG}$ ☐

vi) $\overline{AB}=\frac{1}{3}\overline{IB}$ ☐

3. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** afirmações falsas:

V/F

a) $R^+ \cap R^- = \{\emptyset\}$

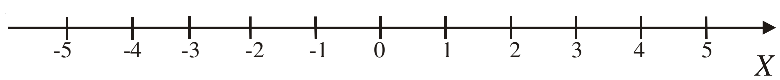
b) $R^+ \cup R^- = \{R\}$

c) $Q \not\subset \{x : x\,e'\,irracional\}$

4. Coloca em ordem crescente, o conjunto A..

$$A = \left\{ \sqrt{2}; -1,4; 1,5; -\sqrt{2}; 0; -1,5; -2; \sqrt{3}; -\frac{11}{4}; 1+\sqrt{5} \right\}$$

5. Completa a indicação das abcissas dos pontos:



A) –0,5 **B)** $\frac{11}{4}$ **C)** $1 + \sqrt{2}$ **D)** $-\sqrt{3}$ **E)** $-\frac{7}{2}$

F) = 0, (3)

6. Assinale com um ✓ apenas o conjunto dos números que está em ordem crescente.

a) $\left\{ \frac{7}{2}; 0; -\frac{2}{3}; \frac{10}{3}; -\frac{3}{2}; \pi; -\sqrt{2} \right\}$ ✓

b) $\left\{ -\frac{3}{2}; -\sqrt{2} - \frac{2}{3}; 0; \pi; \frac{10}{3}; \frac{7}{2} \right\}$

c) $\left\{ 0; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{2}; -\sqrt{2}; \frac{10}{3}; \pi; \frac{7}{2} \right\}$

7. Represente no mesmo eixo real, os números indicados pelas letras abaixo:

$A \rightarrow \sqrt{6}$

$B \rightarrow 2\sqrt{5}$

$C \rightarrow -\frac{4}{5}$

8. Assinale com um ✓ apenas a afirmação verdadeira.

a) $\mathbb{R}^{+} \cup \mathbb{R}^{-} = \mathbb{R}$ ✓ ☐

b) $\mathbb{R}^{+} \cup \mathbb{R}^{-} = \mathbb{R}/0$ ☐

c) $\mathbb{R}^{+} \cup \mathbb{R}^{-} = \mathbb{R}^{-}$ ☐

d) $\mathbb{R}^{+} \cup \mathbb{R}^{-} = \mathbb{R}_0^{+}$ ☐

9. Assinale com um ✓ apenas a afirmação verdadeira.

a) $[-3;10[\cap]6;+\infty[= [6;10]$ ✓ ☐

b) $[-3;10[\cap]6;+\infty[=]6;10[$ ☐

c) $[-3;10[\cap]6;+\infty[= [6;10[$ ☐

10. Consideremos os conjuntos, $A =]-\infty;0[$ e $B =]-3;10[$.
Calcula: $A \cap B$.

11. Assinale com um ✓ apenas a resposta certa, o conjunto das soluções naturais da inequação.

a) $\frac{3}{2}(2x+3)<2x+10 \; = \left[-\infty;\frac{11}{2}\right]$

b) $\frac{3}{2}(2x+3)<2x+10 \; = \left]-\infty;\frac{11}{2}\right[$

c) $\frac{3}{2}(2x+3)<2x+10 = \left[-\infty;\frac{11}{2}\right[$

12. Resolva as inequações e exprime as soluções nas três formas (intervalos, graficamente e chavetas).

a) $\frac{1}{2}\leq 5-\frac{2x}{3}$

b) $2x+5\geq 1+\frac{x}{2}$

13. Assinale apenas com um ✓ o maior múltiplo de 4 que verifica a inequação: $\frac{x}{4}-\frac{2-x}{2}\leq 6$.

a) Maior múltiplo de 4 é 12.

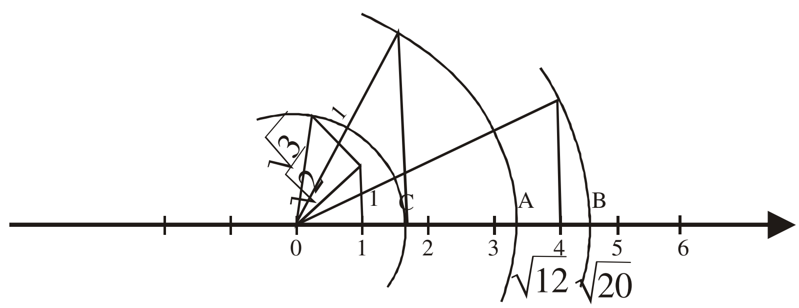
b) Maior múltiplo de 4 é 8.

c) Maior múltiplo de 4 é 4.

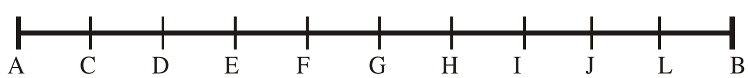
14. Determina o conjunto solução da inequação: $2-3x\leq -2+3(1-x)$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.



2. Dado o segmento:



a) A afirmações verdadieira é:

v) $\frac{1}{2}\overline{AB}=\overline{AG}$. Porque $\overline{AG}$ é metade de $\overline{AB}$.

3.

a) $R^{+}\cap R^{-}=\{\emptyset\}$ V

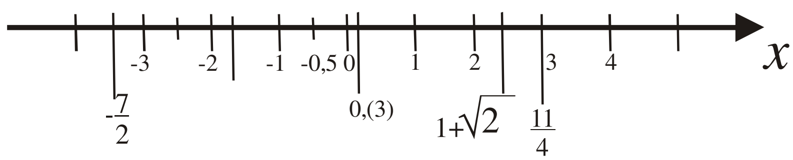
b) $R^{+}\cup R^{-}=\{R\}$ F

c) $Q \not\subset \{x : x\, e\acute{}\, irracional\}$ V

4. Os números em ordem crescente são:

$$A=\left\{-\frac{11}{4};-2;-1,5;-\sqrt{2};-1,4;0;1;\sqrt{2};1,5;\sqrt{3};\sqrt{5}\right\}$$

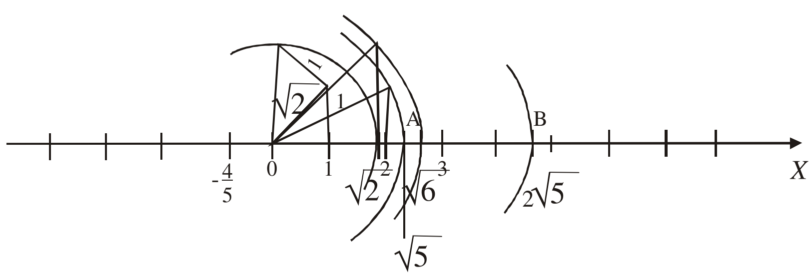
5. Completa a indicação das abcissas dos pontos:



6. Os números em ordem crescente são:

b) $\left\{-\frac{3}{2};-\sqrt{2}-\frac{2}{3};0;\pi;\frac{10}{3};\frac{7}{2}\right\}$

7. A representação ficará:



a) $A \to \sqrt{6}$

b) $B \to 2\sqrt{5}$

c) $C \to -\frac{4}{5}$

8. b) ✓ $\mathbb{R}^{+} \cup \mathbb{R}^{-} = \mathbb{R}/0$

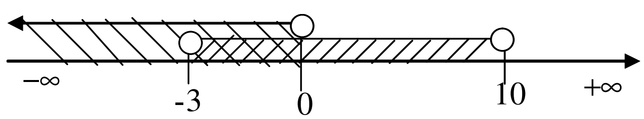
9. b) ✓

10. Considerando os conjuntos, $A =]-\infty;0[$ e $B =]-3;10[$.

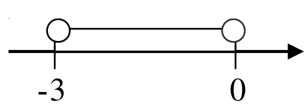
Calcula: $A \cap B$.

Solução:

$A \cap B =]-\infty;0[\cap]-3;10[=]-3;0[$



Ou simplesmente



Na forma de intervalos a solução será:

$x \in]-3;0[$, é o conjunto que resulta da intersecção dos dois conjuntos, formado pelos elementos que pertencem simultâneamente aos dois conjuntos.

11. b) ✓

12. a) $\frac{1}{2} \leq 5 - \frac{2x}{3} \Leftrightarrow \underset{(3)}{\frac{1}{2}} \leq \underset{(6)}{\frac{5}{1}} - \underset{(2)}{\frac{2x}{3}}$

$\Leftrightarrow 3 \leq 30 - 4x$

$\Leftrightarrow 3 - 3 \leq 30 - 4x - 3$

$\Leftrightarrow 4x \leq 27 - 4x + 4x$

$\Leftrightarrow 4x \leq 27$

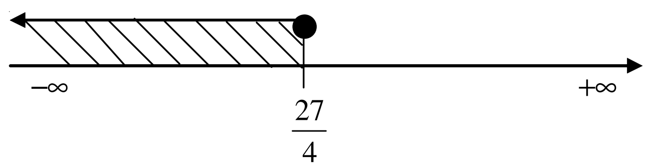
$\Leftrightarrow x \leq \frac{27}{4}$

Solução:

Na forma de intervalos:

$$x \in \left] -\infty ; \frac{27}{4} \right]$$

Na forma gráfica:



Na forma de chavetas:

$$\left\{ x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{27}{4} \right\}$$

b) $2x+5 \geq 1+\frac{x}{2} \Leftrightarrow 4x+10 \geq 2+x$

$\Leftrightarrow 4x-x \geq 2-10$

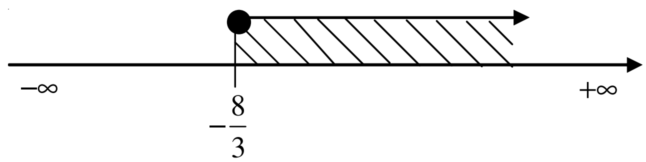
$\Leftrightarrow 3x \geq -8$

$\Leftrightarrow x \geq -\frac{8}{3}$

Na forma de intervalos:

$$x \in \left[-\frac{8}{2} ; +\infty \right[$$

Na forma gráfica:



Na forma de chavetas:

$$\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{8}{3}\right\}$$

13. O maior múltiplo de 4 que verifica a inequação: $\frac{x}{4} - \frac{2-x}{2} \leq 6$:

b) O maior múltiplo de 4 é 8.

Porque:

$$\frac{x}{4} - \frac{2-x}{2} \leq 6 \Leftrightarrow \underset{(1)}{\frac{x}{4}} - \underset{(2)}{\frac{2-x}{2}} \leq \underset{(4)}{\frac{6}{1}}$$

$$\Leftrightarrow x - 4 + 2x \leq 24$$

$$\Leftrightarrow 3x \leq 24 + 4$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{28}{3}$$

E como se pode ver $\frac{28}{3} = 9,3(3)$ e o múltiplo natural de 4, mais próximo de 9 é 8. Porque: 4 x 2 = 8.

14.

$2-3x \leq -2+3(1-x)$.

Para a determinação do conjunto solução desta inequação temos que calcular os valores que satisfazem a mesma, assim teremos:

$$\begin{aligned}
2-3x \leq -2+3(1-x) &\Leftrightarrow 2-3x \leq -2+3-3x \\
&\Leftrightarrow \cancel{2}-\cancel{2}-3x \leq -2-2+3-3x \\
&\Leftrightarrow -3x \leq -1-3x \\
&\Leftrightarrow -\cancel{3}x+\cancel{3}x \leq -1-\cancel{3}x+\cancel{3}x \\
&\Leftrightarrow 0 \leq -1
\end{aligned}$$

Aplica-se propriedade distributiva da multiplicação em realação á subtracção.

Como se pode ver é uma inequação impossível. Porque anulou-se a variável.

TABELA DE QUADRADOS PERFEITOS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801
10	10000	10201	10404	10609	10816	11025	11236	11449	11664	11881
11	12100	12312	12544	12769	12996	13325	13456	13689	13924	14161
12	14400	14641	14884	15129	15376	15625	15876	16129	16384	16641
13	16900	17616	17424	17689	17956	18225	18496	18769	19044	19321
14	19600	19881	20164	20449	20736	21025	21316	21609	21904	22201
15	22500	22801	23104	23409	23716	24025	24336	24649	24964	25281
16	25600	25921	26244	26569	26896	27225	27556	27889	28224	25861
17	28900	29241	29584	29929	30276	30625	30976	31329	31684	32041
18	32400	32761	33124	33489	33856	34225	34596	34969	35334	35721
19	36100	36481	36864	37249	37636	38025	38416	38809	39204	39601
20	40000	40401	40804	41209	41616	42025	42436	42849	43264	43681
21	44100	44521	44944	45369	45796	46225	46656	47089	47524	47961
22	48400	48841	49284	49729	50176	50625	51076	51529	51984	52441
23	52900	53361	53824	54289	54756	55225	55696	56169	56644	57121
24	57600	58081	58564	59049	59539	60025	60516	61009	61504	62001
25	62500	63001	63504	64009	64516	65025	65536	66049	66564	67081
26	67600	68121	68644	69169	69696	70225	70756	71289	71824	72361
27	72900	73441	73984	74529	75076	75625	76176	76729	77284	77841
28	78400	78961	79524	80089	80656	81225	81796	82369	82944	83521
29	84100	84681	85264	85849	86436	87025	87616	88209	88804	89401
30	90000	90601	91204	91809	92416	93025	93636	94249	94864	95481
31	96100	96721	97344	97969	98596	99225	99856	100489	101124	101761
32	102400	103041	103684	104329	104976	105625	106276	106926	107584	108241
33	108900	109561	110224	110889	111556	112225	112896	113569	114244	114921
34	115600	116281	116964	117649	118336	119025	119716	120409	121104	121801
35	122500	123201	123904	124609	125316	126025	126736	127449	128164	128881
36	129600	130321	131044	131769	132496	133225	133956	134689	135424	136161
37	136900	137641	138384	139129	139876	140625	141376	142129	142884	143641
38	144400	145161	145924	146689	147456	148225	148996	149769	150544	154321
39	152100	152881	153664	154449	155236	156025	156816	157609	158404	159201
40	160000	160801	161604	162409	163216	164025	164836	165649	166464	167281
41	168100	168921	169744	170569	171396	172225	173056	173889	174724	175561
42	176400	177241	178084	178929	179776	180625	181476	182329	183184	184041
43	184900	185761	186624	187489	188356	189225	190096	190969	191844	192721
44	193600	194481	195364	196249	197136	198025	198916	199809	200704	201601
45	202500	203401	204304	205209	206116	207025	207936	208849	209764	210681
46	211600	212521	213444	214936	215296	216225	217156	218089	219024	219961
47	220900	221841	222784	223729	224676	225625	226576	227529	228484	229441
48	230400	231361	232324	233289	234256	235225	236196	237169	238144	239121
49	240100	241081	242064	243049	244036	245025	246016	247009	248004	249001

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 1,00 - 5,49

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,0000	1,0050	1,0100	1,0149	1,0198	1,0247	1,0296	1,0344	1,0392	1,0440
1,1	1,0488	1,0536	1,0583	1,0630	1,0677	1,0724	1,0770	1,0817	1,0863	1,0909
1,2	1,0954	1,1000	1,1045	1,1091	1,1136	1,1180	1,1225	1,1269	1,1314	1,1358
1,3	1,1402	1,1446	1,1489	1,1533	1,1576	1,1619	1,1662	1,1705	1,1747	1,1790
1,4	1,1832	1,1874	1,1916	1,1958	1,2000	1,2042	1,2083	1,2124	1,2166	1,2207
1,5	1,2247	1,2288	1,2329	1,2369	1,2410	1,2450	1,2490	1,2530	1,2570	1,2610
1,6	1,2649	1,2689	1,2728	1,2767	1,2806	1,2845	1,2884	1,2923	1,2961	1,3000
1,7	1,3038	1,3077	1,3115	1,3153	1,3191	1,3229	1,3266	1,3304	1,3342	1,3379
1,8	1,3416	1,3454	1,3491	1,3528	1,3565	1,3601	1,3638	1,3675	1,3711	1,3748
1,9	1,3784	1,3820	1,3856	1,3892	1,3928	1,3964	1,4000	1,4036	1,4071	1,4107
2,0	1,4142	1,4177	1,4213	1,4248	1,4283	1,4318	1,4353	1,4387	1,4422	1,4457
2,1	1,4491	1,4526	1,4560	1,4595	1,4629	1,4663	1,4697	1,4731	1,4765	1,4799
2,2	1,4832	1,4866	1,4900	1,4933	1,4967	1,5000	1,5033	1,5067	1,5100	1,5133
2,3	1,5166	1,5199	1,5232	1,5264	1,5297	1,5330	1,5362	1,5395	1,5427	1,5460
2,4	1,5492	1,5524	1,5556	1,5588	1,5620	1,5652	1,5684	1,5716	1,5748	1,5780
2,5	1,5811	1,5843	1,5875	1,5906	1,5937	1,5969	1,6000	1,6031	1,6062	1,6093
2,6	1,6125	1,6155	1,6186	1,6217	1,6248	1,6279	1,6310	1,6340	1,6371	1,6401
2,7	1,6432	1,6462	1,6492	1,6523	1,6553	1,6583	1,6613	1,6643	1,6673	1,6703
2,8	1,6733	1,6763	1,6793	1,6823	1,6852	1,6882	1,6912	1,6941	1,6971	1,7000
2,9	1,7029	1,7059	1,7088	1,7117	1,7146	1,7176	1,7205	1,7234	1,7263	1,7292
3,0	1,7321	1,7349	1,7378	1,7407	1,7436	1,7464	1,7493	1,7521	1,7550	1,7578
3,1	1,7607	1,7635	1,7664	1,7692	1,7720	1,7748	1,7776	1,7804	1,7833	1,7861
3,2	1,7889	1,7916	1,7944	1,7972	1,8000	1,8028	1,8055	1,8083	1,8111	1,8138
3,3	1,8166	1,8193	1,8221	1,8248	1,8276	1,8303	1,8330	1,8358	1,8385	1,8412
3,4	1,8439	1,8466	1,8493	1,8520	1,8547	1,8574	1,8601	1,8628	1,8655	1,8682
3,5	1,8708	1,8735	1,8762	1,8788	1,8815	1,8841	1,8868	1,8894	1,8921	1,8947
3,6	1,8974	1,9000	1,9026	1,9053	1,9079	1,9105	1,9131	1,9157	1,9183	1,9209
3,7	1,9235	1,9261	1,9287	1,9313	1,9339	1,9365	1,9391	1,9416	1,9442	1,9468
3,8	1,9494	1,9519	1,9545	1,9570	1,9596	1,9621	1,9647	1,9672	1,9698	1,9723
3,9	1,9748	1,9774	1,9799	1,9824	1,9849	1,9875	1,9900	1,9925	1,9950	1,9975
4,0	2,0000	2,0025	2,0050	2,0075	2,0100	2,0125	2,0149	2,0174	2,0199	2,0224
4,1	2,0248	2,0273	2,0298	2,0322	2,0347	2,0372	2,0396	2,0421	2,0445	2,0469
4,2	2,0494	2,0518	2,0543	2,0567	2,0591	2,0616	2,0640	2,0664	2,0688	2,0712
4,3	2,0736	2,0761	2,0785	2,0809	2,0833	2,0857	2,0881	2,0905	2,0928	2,0952
4,4	2,0976	2,1000	2,1024	2,1048	2,1071	2,1095	2,1119	2,1142	2,1166	2,1190
4,5	2,1213	2,1237	2,1260	2,1284	2,1307	2,1331	2,1354	2,1378	2,1401	2,1424
4,6	2,1448	2,1471	2,1494	2,1517	2,1541	2,1564	2,1587	2,1610	2,1633	2,1656
4,7	2,1679	2,1703	2,1726	2,1749	2,1772	2,1794	2,1817	2,1840	2,1863	2,1886
4,8	2,1909	2,1932	2,1954	2,1977	2,2000	2,2023	2,2045	2,2068	2,2091	2,2113
4,9	2,2136	2,2159	2,2181	2,2204	2,2226	2,2249	2,2271	2,2293	2,2316	2,2338
5,0	2,2361	2,2383	2,2405	2,2428	2,2450	2,2472	2,2494	2,2517	2,2539	2,2561
5,1	2,2583	2,2605	2,2627	2,2650	2,2672	2,2694	2,2716	2,2738	2,2760	2,2782
5,2	2,2804	2,2825	2,2847	2,2869	2,2891	2,2913	2,2935	2,2956	2,2978	2,3000
5,3	2,3022	2,3043	2,3065	2,3087	2,3108	2,3130	2,3152	2,3173	2,3195	2,3216
5,4	2,3238	2,3259	2,3281	2,3302	2,3324	2,3345	2,3367	2,3388	2,3409	2,3431
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 5,50 - 9,99

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	2,3452	2,3473	2,3495	2,3516	2,3537	2,3558	2,3580	2,3601	2,3622	2,3643
5,6	2,3664	2,3685	2,3707	2,3728	2,3749	2,3770	2,3791	2,3812	2,3833	2,3854
5,7	2,3875	2,3896	2,3917	2,3937	2,3958	2,3979	2,4000	2,4021	2,4042	2,4062
5,8	2,4083	2,4104	2,4125	2,4145	2,4166	2,4187	2,4207	2,4228	2,4249	2,4269
5,9	2,4290	2,4310	2,4331	2,4352	2,4372	2,4393	2,4413	2,4434	2,4454	2,4474
6,0	2,4495	2,4515	2,4536	2,4556	2,4576	2,4597	2,4617	2,4637	2,4658	2,4678
6,1	2,4698	2,4718	2,4739	2,4759	2,4779	2,4799	2,4819	2,4839	2,4860	2,4880
6,2	2,4900	2,4920	2,4940	2,4960	2,4980	2,5000	2,5020	2,5040	2,5060	2,5080
6,3	2,5100	2,5120	2,5140	2,5159	2,5179	2,5199	2,5219	2,5239	2,5259	2,5278
6,4	2,5298	2,5318	2,5338	2,5357	2,5377	2,5397	2,5417	2,5436	2,5456	2,5475
6,5	2,5495	2,5515	2,5534	2,5554	2,5573	2,5593	2,5612	2,5632	2,5652	2,5671
6,6	2,5690	2,5710	2,5729	2,5749	2,5768	2,5788	2,5807	2,5826	2,5846	2,5865
6,7	2,5884	2,5904	2,5923	2,5942	2,5962	2,5981	2,6000	2,6019	2,6038	2,6058
6,8	2,6077	2,6096	2,6115	2,6134	2,6153	2,6173	2,6192	2,6211	2,6230	2,6249
6,9	2,6268	2,6287	2,6306	2,6325	2,6344	2,6363	2,6382	2,6401	2,6420	2,6439
7,0	2,6458	2,6476	2,6495	2,6514	2,6533	2,6552	2,6571	2,6589	2,6608	2,6627
7,1	2,6646	2,6665	2,6683	2,6702	2,6721	2,6739	2,6758	2,6777	2,6796	2,6814
7,2	2,6833	2,6851	2,6870	2,6889	2,6907	2,6926	2,6944	2,6963	2,6981	2,7000
7,3	2,7019	2,7037	2,7055	2,7074	2,7092	2,7111	2,7129	2,7148	2,7166	2,7185
7,4	2,7203	2,7221	2,7240	2,7258	2,7276	2,7295	2,7313	2,7331	2,7350	2,7368
7,5	2,7386	2,7404	2,7423	2,7441	2,7459	2,7477	2,7495	2,7514	2,7532	2,7550
7,6	2,7568	2,7586	2,7604	2,7622	2,7641	2,7659	2,7677	2,7695	2,7713	2,7731
7,7	2,7749	2,7767	2,7785	2,7803	2,7821	2,7839	2,7857	2,7875	2,7893	2,7911
7,8	2,7928	2,7946	2,7964	2,7982	2,8000	2,8018	2,8036	2,8054	2,8071	2,8089
7,9	2,8107	2,8125	2,8142	2,8160	2,8178	2,8196	2,8213	2,8231	2,8249	2,8267
8,0	2,8284	2,8302	2,8320	2,8337	2,8355	2,8373	2,8390	2,8408	2,8425	2,8443
8,1	2,8460	2,8478	2,8496	2,8513	2,8531	2,8548	2,8566	2,8583	2,8601	2,8618
8,2	2,8636	2,8653	2,8671	2,8688	2,8705	2,8723	2,8740	2,8758	2,8775	2,8792
8,3	2,8810	2,8827	2,8844	2,8862	2,8879	2,8896	2,8914	2,8931	2,8948	2,8965
8,4	2,8983	2,9000	2,9017	2,9034	2,9052	2,9069	2,9086	2,9103	2,9120	2,9138
8,5	2,9155	2,9172	2,9189	2,9206	2,9223	2,9240	2,9257	2,9275	2,9292	2,9309
8,6	2,9326	2,9343	2,9360	2,9377	2,9394	2,9411	2,9428	2,9445	2,9462	2,9479
8,7	2,9496	2,9513	2,9530	2,9547	2,9563	2,9580	2,9597	2,9614	2,9631	2,9648
8,8	2,9665	2,9682	2,9698	2,9715	2,9732	2,9749	2,9766	2,9783	2,9799	2,9816
8,9	2,9833	2,9850	2,9866	2,9883	2,9900	2,9917	2,9933	2,9950	2,9967	2,9983
9,0	3,0000	3,0017	3,0033	3,0050	3,0067	3,0083	3,0100	3,0116	3,0133	3,0150
9,1	3,0166	3,0183	3,0199	3,0216	3,0232	3,0249	3,0265	3,0282	3,0299	3,0315
9,2	3,0332	3,0348	3,0364	3,0381	3,0397	3,0414	3,0430	3,0447	3,0463	3,0480
9,3	3,0496	3,0512	3,0529	3,0545	3,0561	3,0578	3,0594	3,0610	3,0627	3,0643
9,4	3,0659	3,0676	3,0692	3,0708	3,0725	3,0741	3,0757	3,0773	3,0790	3,0806
9,5	3,0822	3,0838	3,0854	3,0871	3,0887	3,0903	3,0919	3,0935	3,0952	3,0968
9,6	3,0984	3,1000	3,1016	3,1032	3,1048	3,1064	3,1081	3,1097	3,1113	3,1129
9,7	3,1145	3,1161	3,1177	3,1193	3,1209	3,1225	3,1241	3,1257	3,1273	3,1289
9,8	3,1305	3,1321	3,1337	3,1353	3,1369	3,1385	3,1401	3,1417	3,1432	3,1448
9,9	3,1464	3,1480	3,1496	3,1512	3,1528	3,1544	3,1559	3,1575	3,1591	3,1607
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 10,0 - 54,9

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10,	3,162	3,178	3,194	3,209	3,225	3,240	3,256	3,271	3,286	3,302
11,	3,317	3,332	3,347	3,362	3,376	3,391	3,406	3,421	3,435	3,450
12,	3,464	3,479	3,493	3,507	3,521	3,536	3,550	3,564	3,578	3,592
13,	3,606	3,619	3,633	3,647	3,661	3,674	3,688	3,701	3,715	3,728
14,	3,742	3,755	3,768	3,782	3,795	3,808	3,821	3,834	3,847	3,860
15,	3,873	3,886	3,899	3,912	3,924	3,937	3,950	3,962	3,975	3,987
16,	4,000	4,012	4,025	4,037	4,050	4,062	4,074	4,087	4,099	4,111
17,	4,123	4,135	4,147	4,159	4,171	4,183	4,195	4,207	4,219	4,231
18,	4,243	4,254	4,266	4,278	4,290	4,301	4,313	4,324	4,336	4,347
19,	4,359	4,370	4,382	4,393	4,405	4,416	4,427	4,438	4,450	4,461
20,	4,472	4,483	4,494	4,506	4,517	4,528	4,539	4,550	4,561	4,572
21,	4,583	4,593	4,604	4,615	4,626	4,637	4,648	4,658	4,669	4,680
22,	4,690	4,701	4,712	4,722	4,733	4,743	4,754	4,764	4,775	4,785
23,	4,796	4,806	4,817	4,827	4,837	4,848	4,858	4,868	4,879	4,889
24,	4,899	4,909	4,919	4,930	4,940	4,950	4,960	4,970	4,980	4,990
25,	5,000	5,010	5,020	5,030	5,040	5,050	5,060	5,070	5,079	5,089
26,	5,099	5,109	5,119	5,128	5,138	5,148	5,158	5,167	5,177	5,187
27,	5,196	5,206	5,215	5,225	5,235	5,244	5,254	5,263	5,273	5,282
28,	5,292	5,301	5,310	5,320	5,329	5,339	5,348	5,357	5,367	5,376
29,	5,385	5,394	5,404	5,413	5,422	5,431	5,441	5,450	5,459	5,468
30,	5,477	5,486	5,495	5,505	5,514	5,523	5,532	5,541	5,550	5,559
31,	5,568	5,577	5,586	5,595	5,604	5,612	5,621	5,630	5,639	5,648
32,	5,657	5,666	5,675	5,683	5,692	5,701	5,710	5,718	5,727	5,736
33,	5,745	5,753	5,762	5,771	5,779	5,788	5,797	5,805	5,814	5,822
34,	5,831	5,840	5,848	5,857	5,865	5,874	5,882	5,891	5,899	5,908
35,	5,916	5,925	5,933	5,941	5,950	5,958	5,967	5,975	5,983	5,992
36,	6,000	6,008	6,017	6,025	6,033	6,042	6,050	6,058	6,066	6,075
37,	6,083	6,091	6,099	6,107	6,116	6,124	6,132	6,140	6,148	6,156
38,	6,164	6,173	6,181	6,189	6,197	6,205	6,213	6,221	6,229	6,237
39,	6,245	6,253	6,261	6,269	6,277	6,285	6,293	6,301	6,309	6,317
40,	6,325	6,332	6,340	6,348	6,356	6,364	6,372	6,380	6,387	6,395
41,	6,403	6,411	6,419	6,427	6,434	6,442	6,450	6,458	6,465	6,473
42,	6,481	6,488	6,496	6,504	6,512	6,519	6,527	6,535	6,542	6,550
43,	6,557	6,565	6,573	6,580	6,588	6,595	6,603	6,611	6,618	6,626
44,	6,633	6,641	6,648	6,656	6,663	6,671	6,678	6,686	6,693	6,701
45,	6,708	6,716	6,723	6,731	6,738	6,745	6,753	6,760	6,768	6,775
46,	6,782	6,790	6,797	6,804	6,812	6,819	6,826	6,834	6,841	6,848
47,	6,856	6,863	6,870	6,877	6,885	6,892	6,899	6,907	6,914	6,921
48,	6,928	6,935	6,943	6,950	6,957	6,964	6,971	6,979	6,986	6,993
49,	7,000	7,007	7,014	7,021	7,029	7,036	7,043	7,050	7,057	7,064
50,	7,071	7,078	7,085	7,092	7,099	7,106	7,113	7,120	7,127	7,134
51,	7,141	7,148	7,155	7,162	7,169	7,176	7,183	7,190	7,197	7,204
52,	7,211	7,218	7,225	7,232	7,239	7,246	7,253	7,259	7,266	7,273
53,	7,280	7,287	7,294	7,301	7,308	7,314	7,321	7,328	7,335	7,342
54,	7,348	7,355	7,362	7,369	7,376	7,382	7,389	7,396	7,403	7,409
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 55,0 - 99,9

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55,	7,416	7,423	7,430	7,436	7,443	7,450	7,457	7,463	7,470	7,477
56,	7,483	7,490	7,497	7,503	7,510	7,517	7,523	7,530	7,537	7,543
57,	7,550	7,556	7,563	7,570	7,576	7,583	7,589	7,596	7,603	7,609
58,	7,616	7,622	7,629	7,635	7,642	7,649	7,655	7,662	7,668	7,675
59,	7,681	7,688	7,694	7,701	7,707	7,714	7,720	7,727	7,733	7,740
60,	7,746	7,752	7,759	7,765	7,772	7,778	7,785	7,791	7,797	7,804
61,	7,810	7,817	7,823	7,829	7,836	7,842	7,849	7,855	7,861	7,868
62,	7,874	7,880	7,887	7,893	7,899	7,906	7,912	7,918	7,925	7,931
63,	7,937	7,944	7,950	7,956	7,962	7,969	7,975	7,981	7,987	7,994
64,	8,000	8,006	8,012	8,019	8,025	8,031	8,037	8,044	8,050	8,056
65,	8,062	8,068	8,075	8,081	8,087	8,093	8,099	8,106	8,112	8,118
66,	8,124	8,130	8,136	8,142	8,149	8,155	8,161	8,167	8,173	8,179
67,	8,185	8,191	8,198	8,204	8,210	8,216	8,222	8,228	8,234	8,240
68,	8,246	8,252	8,258	8,264	8,270	8,276	8,283	8,289	8,295	8,301
69,	8,307	8,313	8,319	8,325	8,331	8,337	8,343	8,349	8,355	8,361
70,	8,367	8,373	8,379	8,385	8,390	8,396	8,402	8,408	8,414	8,420
71,	8,426	8,432	8,438	8,444	8,450	8,456	8,462	8,468	8,473	8,479
72,	8,485	8,491	8,497	8,503	8,509	8,515	8,521	8,526	8,532	8,538
73,	8,544	8,550	8,556	8,562	8,567	8,573	8,579	8,585	8,591	8,597
74,	8,602	8,608	8,614	8,620	8,626	8,631	8,637	8,643	8,649	8,654
75,	8,660	8,666	8,672	8,678	8,683	8,689	8,695	8,701	8,706	8,712
76,	8,718	8,724	8,729	8,735	8,741	8,746	8,752	8,758	8,764	8,769
77,	8,775	8,781	8,786	8,792	8,798	8,803	8,809	8,815	8,820	8,826
78,	8,832	8,837	8,843	8,849	8,854	8,860	8,866	8,871	8,877	8,883
79,	8,888	8,894	8,899	8,905	8,911	8,916	8,922	8,927	8,933	8,939
80,	8,944	8,950	8,955	8,961	8,967	8,972	8,978	8,983	8,989	8,994
81,	9,000	9,006	9,011	9,017	9,022	9,028	9,033	9,039	9,044	9,050
82,	9,055	9,061	9,066	9,072	9,077	9,083	9,088	9,094	9,099	9,105
83,	9,110	9,116	9,121	9,127	9,132	9,138	9,143	9,149	9,154	9,160
84,	9,165	9,171	9,176	9,182	9,187	9,192	9,198	9,203	9,209	9,214
85,	9,220	9,225	9,230	9,236	9,241	9,247	9,252	9,257	9,263	9,268
86,	9,274	9,279	9,284	9,290	9,295	9,301	9,306	9,311	9,317	9,322
87,	9,327	9,333	9,338	9,343	9,349	9,354	9,359	9,365	9,370	9,375
88,	9,381	9,386	9,391	9,397	9,402	9,407	9,413	9,418	9,423	9,429
89,	9,434	9,439	9,445	9,450	9,455	9,460	9,466	9,471	9,476	9,482
90,	9,487	9,492	9,497	9,503	9,508	9,513	9,518	9,524	9,529	9,534
91,	9,539	9,545	9,550	9,555	9,560	9,566	9,571	9,576	9,581	9,586
92,	9,592	9,597	9,602	9,607	9,612	9,618	9,623	9,628	9,633	9,638
93,	9,644	9,649	9,654	9,659	9,664	9,670	9,675	9,680	9,685	9,690
94,	9,695	9,701	9,706	9,711	9,716	9,721	9,726	9,731	9,737	9,742
95,	9,747	9,752	9,757	9,762	9,767	9,772	9,778	9,783	9,788	9,793
96,	9,798	9,803	9,808	9,813	9,818	9,823	9,829	9,834	9,839	9,844
97,	9,849	9,854	9,859	9,864	9,869	9,874	9,879	9,884	9,889	9,894
98,	9,899	9,905	9,910	9,915	9,920	9,925	9,930	9,935	9,940	9,945
99,	9,950	9,955	9,960	9,965	9,970	9,975	9,980	9,985	9,990	9,995
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 2

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 2

Elaborado por:

Carlos Xavier F. Nhanguatava

Alfredo Agostinho Gomes

ÍNDICE

		Pág.
	INTRODUÇÃO ---	I
Lição 0 1:	Adição de Números Reais --------------------------------------	1
Lição 02:	Adição de Números Reais – Valor Aproximado ------------------	17
Lição 03:	Multiplicação de Números Reais -------------------------------	31
Lição 04:	Propriedades Comutativa e Associativa ------------------------	45
Lição 05:	Propriedade Comutativa e Associativa da Multiplicação -----------	61
Lição 06:	Propriedade Distribuitiva em Relação à Adição e Subtracção -------	73
Lição 07:	Elemento Neutro de Adição e Multiplicação em $\mathbb{R}$ --------------	91
Lição 08:	Aplicação da Propriedade Elemento Absorvente da Multiplicação e Inverso Multiplicativo em $\mathbb{R}$ ----------------------------------	103
Lição 09:	Multiplicação de Potëncias com Expoente Natural ---------------	115
Lição 10:	Divisão de Potências com Expoente Natural ---------------------	127
Lição 11:	Aplicação das Regras de Cálculo com Potências	143
Lição 12:	Multiplicação e Divisção com Expoente Natural -----------------	153
Lição 13:	Cálculo com Potência de Expoente 1 e 0 -----------------------	165
Lição 14:	Cálculo de Potências de Expoente Negativo ---------------------	179
Lição 15:	Cálculo de Potências --	193
Lição 16:	Cálculo de Base 10 --	207
	TESTE DE PREPARAÇÃO ------------------------------------	217

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

PROGRAMA DE ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA

MENSAGEM DO MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

Estimada aluna,
Estimado aluno,

Sejam todos bem vindos ao primeiro programa de Ensino Secundário através da metodologia de Ensino à Distância.

É com muito prazer que o Ministério da Educação e Cultura coloca nas suas mãos os materiais de aprendizagem especialmente concebidos e preparados para que você, e muitos outros jovens moçambicanos, possam prosseguir os vossos estudos ao nível secundário do Sistema Nacional de Educação, seguindo uma metodologia denominada por "Ensino à Distância".

Com estes materiais, pretendemos que você seja capaz de adquirir conhecimentos e habilidades que lhe permitam concluir, com sucesso, o Ensino Secundário do 1º Ciclo, que, compreende a 8ª, 9ª e 10ª classes. Com o 1º Ciclo do Ensino Secundário você pode melhor contribuir para a melhoria da sua vida, da sua família, da sua comunidade e do país.

O módulo escrito que tem nas mãos, constitui a sua principal fonte de aprendizagem e que "substitui" o professor que você sempre teve lá na escola. Por outras palavras, estes módulos foram concebidos de modo a poder estudar e aprender sozinho obecendo ao seu próprio rítmo de aprendizagem.

Contudo, apesar de que num sistema de Ensino à Distância a maior parte do estudo é realizado individualmente, o Ministério da Educação e Cultura criou Centros de Apoio e Aprendizagem (AA) onde, você e os seus colegas, se deverão encontrar com os tutores, para o esclarecimento de dúvidas, discussões sobre a matéria aprendida, realização de trabalhos em grupo e de experiências

laboratoriais, bem como a avaliação do seu desempenho. Estes tutores são facilitadores da sua aprendizagem e não são professores para lhe ensinar os conteúdos de aprendizagem.

Para permitir a realização de todas as actividades referidas anteriormente, os Centros de Apoio e Aprendizagem estão equipados com material de apoio ao seu estudo: livros, manuais, enciclopédias, vídeo, áudio e outros meios que colocamos à sua disposição para consulta e consolidação da sua aprendizagem.

Cara aluna,
Caro aluno,

Estudar à distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de ensino aprendizagem, estimulando em si a necessidade de dedicação, organização, muita disciplina, criatividade e, sobretudo determinação nos seus estudos.

O programa em que está a tomar parte, enquadra-se nas acções de expansão do acesso à educação desenvolvido pelo Ministério da Educação e Cultura, de modo a permitir o alargamento das oportunidades educativas a dezenas de milhares de alunos, garantindo-lhes assim oportunidades de emprego e enquadramento sócio-cultural, no âmbito da luta contra pobreza absoluta no país.

Pretendemos com este programa reduzir os índices de analfabetismo entre a população, sobretudo no seio das mulheres e, da rapariga em particular, promovendo o equlíbrio do género na educação e assegurar o desenvolvimento da Nossa Pátria.

Por isso, é nossa esperança que você se empenhe com responsabilidade para que possa efectivamente aprender e poder contribuir para um Moçambique Sempre Melhor!

Boa Sorte.

AIRES BONIFACIO ALI
MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo do Módulo 2 de Matemática para a 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado o Módulo 1 que na sua generalidade, abrangeu o estudo de números reais, reprsentação de números reais na recta orientada; identificar e representar intervalos numéricos limitados e ilimitados, resolução de inequções e representar o resultado sob forma de intervalos e aplicar os princípios de equivalências na resolução de inequações lineares. Neste Módulo 2 vai estudar, Operações com números reais, adição, subtração, multiplicação. Devendo ser capaz de aplicar as propriedades comutativa, associativa da adição e multiplicação; propriedade distributiva da multiplicação em relação á adição e subtracção. A propriedade elemento neutro da adição e multiplicação; inverso multiplicativo, elemento absorvente da multiplicação.

Por outro lado aprenderá operações com potências, devendo usar as regras de potenciação; potências de expoente natural, um, zero e expoente negativo e reverá as potências de base 10, que aprendeu na 8ª classe.

Resolver expressões numéricas e algébricas aplicando as regras e propriedades. E no final do Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo. Como sabe, eu sou Srª. **Madalena** e vou acompahá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a compreensão da estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário,... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

Como está estruturada esta disciplina?

O seu estudo da disciplina de Matemática é formado por **15 Módulos**, cada um contendo vários temas de estudo. Por sua vez, cada Módulo está dividido em lições. Este **segundo Módulo** está dividido em **16 lições**. Esperamos que goste da sua apresentação!

Como vai ser feita a avaliação?

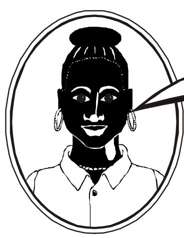
Como este é o segundo módulo você vai ser submetido a um teste porém, primeiro deverá resolver o **Teste de Preparação**. Este Teste corresponde a uma auto-avaliação. Por isso você corrige as respostas com a ajuda da Sra. Madalena. Só depois de resolver e corrigir essa auto-avaliação é que você estará preparado para fazer o Teste de Fim de Módulo com sucesso.

Claro que a função principal do Teste de Preparação, como o próprio nome diz, é ajudá-lo a preparar-se para o Teste de Fim de Módulo, que terá de fazer no **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem - **CAA** para obter a sua classificação oficial.
Não se assuste! Se conseguir resolver o Teste de Preparação sem dificuldade, conseguirá também resolver o Teste de Fim de Módulo com sucesso!

Assim que completar o Teste de Fim de Módulo, o Tutor, no **CAA,** dar-lhe-á o Módulo seguinte para você continuar com o seu estudo. Se tiver algumas questões sobre o processo de avaliação, leia o Guia do Aluno que recebeu, quando se matriculou, ou dirija-se ao **CAA** e exponha as suas questões ao Tutor.

Como estão organizadas as lições?

No início de cada lição vai encontrar os **Objectivos de Aprendizagem**, que lhe vão indicar o que vai aprender nessa lição. Vai, também, encontrar uma recomendação para o tempo que vai precisar para completar a lição, bem como uma descrição do material de apoio necessário.



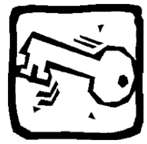
Aqui estou eu outra vez… para recomendar que leia esta secção com atenção, pois irá ajudá-lo a preparar-se para o seu estudo e a não se esquecer de nada!

Geralmente, você vai precisar de mais ou menos meia hora para completar cada lição. Como vê, não é muito tempo!

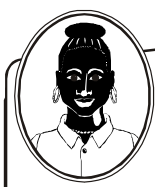
No final de cada lição, vai encontrar alguns exercícios de auto-avaliação. Estes exercícios vão ajudá-lo a decidir se vai avançar para a lição seguinte ou se vai estudar a mesma lição com mais atenção. Quem faz o controle da aprendizagem é você mesmo.

Quando vir esta figura já sabe que lhe vamos pedir para fazer alguns **exercícios** - pegue no seu lápis e borracha e mãos à obra!

A **Chave de Correcção** encontra-se logo de seguida, para lhe dar acesso fácil à correcção das questões.



Ao longo das lições, vai reparar que lhe vamos pedir que faça algumas **Actividades**. Estas actividades servem para praticar conceitos aprendidos.



Conceitos importantes, definições, conclusões, isto é, informações importantes no seu estudo e nas quais se vai basear a sua avaliação, são apresentadas desta forma, também com a ajuda da Sra. Madalena!

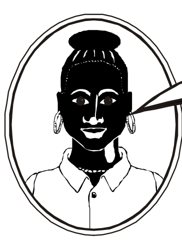
Conforme acontece na sala de aula, por vezes você vai precisar de **tomar nota** de dados importantes ou relacionados com a matéria apresentada. Esta figura chama-lhe atenção para essa necessidade.

E claro que é sempre bom fazer **revisões** da matéria aprendida em anos anteriores ou até em lições anteriores. É uma boa maneira de manter presentes certos conhecimentos.

O que é o CAA?

O **CAA** - **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem foi criado especialmente para si, para o apoiar no seu estudo através do Ensino à Distância.

No **CAA** vai encontrar um Tutor que o poderá ajudar no seu estudo, a tirar dúvidas, a explicar conceitos que não esteja a perceber muito bem e a realizar o seu trabalho. O **CAA** está equipado com o mínimo de materiais de apoio necessários para completar o seu estudo. Visite o **CAA** sempre que tenha uma oportunidade. Lá poderá encontrar colegas de estudo que, como você, estão também a estudar à distância e com quem poderá trocar impressões. Esperamos que goste de visitar o **CAA**!



E com isto acabamos esta introdução. Esperamos que este Módulo 2 de Matemática seja interessante para si! Se achar o seu estudo aborrecido, não se deixe desmotivar: procure estudar com um colega ou visite o **CAA** e converse com o seu Tutor.

Bom estudo!

1 Adição de Números Reais

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Adicionar números reais.

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 da 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 1ª lição do Módulo 2 da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento no primeiro módulo da 9ª classe.

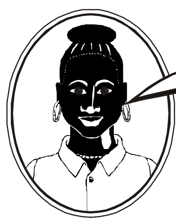
Como pode notar este é o segundo módulo de estudo da Matemática da 9ª classe. Fazemos votos que você redobre esforços para o mais breve poder terminar o seu estudo deste módulo.

Nesta lição terá a oportunidade de saber como adicionar números reais; devendo primeiro rever os conceitos sobre raiz quadrada de um número, valor aproximado por defeito e por excesso.

Com efeito é necessário que faça uma breve revisão dos Módulos 1 e 3 da 8ª classe, para facilmente compreender a matéria que vem a seguir. Entretanto, apresentamos-lhe já a seguir alguns aspectos fundamentais que aparecem nos módulos sugeridos, da 8ª classe, para efeito de revisão.

FAZENDO REVISÕES...

Certamente que se lembra da adição algébrica de **números inteiros** que aprendeu no Módulo 1 da 8ª classe. Se não, procure tê-los já em dia pois, a boa compreensão da lição sobre adição de, **números reais**, passa por dominar bem estes conteúdos sobre os números inteiros; por outro lado deve se recordar da matéria sobre raiz quadrada que aprendeu no Módulo 3 da 8ª classe. Assim, terás muita facilidade na assimilção dos conteúdos deste Módulo.



Caro aluno, deves recordar o que é Adição algébrica, que é um conceito que vai ter que utilizar nas lições deste Módulo.
Chama-se adição algébrica a operação que envolve adições e subtracções. Por exemplo: $(+3)+(-1)-(+4)-(-5)$.

Agora vai resolver algumas actividades sob forma de revisão, pois estes conteúdos foram já tratados na 8ª classe, precisamente no módulo 3, depois compare os resultados com a chave de correcção.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓, apenas uma firmação verdadeira.

a) $(-3)+(+4)=+1$ ✓

b) $(-3)+(+4)=-1$

c) $(-3)+(+4)=-7$

d) $(-3)+(+4)=+7$

2. Marque um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas.

V/F

a) $(+a)+(-2a)=-2a$

b) $(+a)+(-2a)=a$

c) $(+a)+(-2a)=-a$

d) $(+a)+(-2a)=+a$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**

2. **a)** F; **b)** F; **c)** V; **d)** F

Caro aluno, comece por conhecer as propriedades da adição em $\mathbb{R}$. Deve saber que as propriedades, neste conjunto numérico não se diferem com as que aprendeu para adicionar os números inteiros e racionais.

Propriedades da adição em $\mathbb{R}$:

Tal como em $\mathbb{Q}$, usam se as mesmas propriedades em $\mathbb{R}$.

1. Propriedade Comutativa

Por exemplo: $2+3=3+2$, generalizando teremos:

$a+b=b+a, \forall a,b \in \mathbb{R}$

2. Propriedade associativa

Por exemplo: $2+\left(\sqrt{2}+5\right)=\left(2+\sqrt{2}\right)+5$**,** em geral temos:

$\left(a+b\right)+c=a+\left(b+c\right), \forall a,b,c \in \mathbb{R}$

3. Elemento neutro (zero)

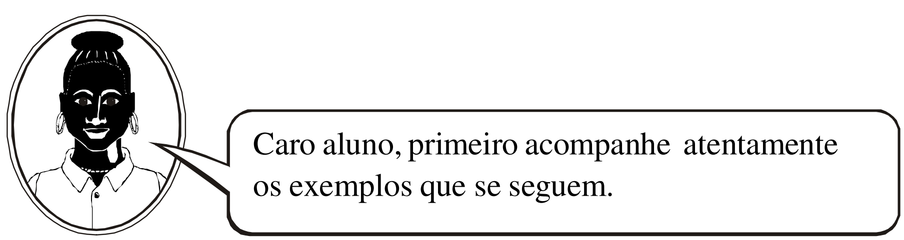
Por exemplo: $0+\sqrt{2}=\sqrt{2}$, em geral temos:

$0+a=a+0=a, \forall a \in \mathbb{R}$.

4. Simétrico para qualquer número real

Por exemplo: $\left(+\sqrt{2}\right)+\left(-\sqrt{2}\right) \Leftrightarrow \sqrt{2}-\sqrt{2}=0$

$a+\left(-a\right)=0; \forall a \in \mathbb{R}$



Exemplo 1

Seja: $\left(+\sqrt{5}\right)+\left(-\sqrt{5}\right)=0$; são números simétricos. Porque $\sqrt{5}-\sqrt{5}=0$, são simétricos.

Exemplo 2

Caro aluno, agora vamos aprender uma regra da adição de radicais.

Desembaraçar parentêsis
Seja: $\left(+\sqrt{3}\right)$ e $\left(+4\sqrt{3}\right)$, como adicionar estes radicais. Neste caso, vamos colocar em evidência o radical $\sqrt{3}$ e adicionamos os coeficientes; é preciso notar que se **adicionam radicais com o mesmo radicando**; assim temos:

$\left(+\sqrt{3}\right)+\left(+4\sqrt{3}\right)=$ ← Desembaraçar parentêsis

$\sqrt{3}+4\sqrt{3}=$

$(1+4)\sqrt{3}=$

$5\sqrt{3}$ ← Aqui adicionamos apenas os coeficientes. O coeficiente de $\sqrt{3}$ é 1 e o de $4\sqrt{3}$ é 4, e somamos 1 e 4; ficando com 5.

TOME NOTA...

Na adição de radicais, põem se em evidência os radicais comuns e adicionam-se os coeficientes.

Exemplo 3

Consideremos os radicais: $\left(+\sqrt{3}\right)$, $\left(4\sqrt{3}\right)$ e $\left(-2\sqrt{3}\right)$.

Como adicioná-los?
Aplicamos as regras de adição algébrica aprendidas no Módulo 1 da 8ª classe, assim temos:

$\left(+\sqrt{3}\right)+\left(+4\sqrt{3}\right)+\left(-2\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{3}$ Desembaraçamos os parêntesis.

$= (3+4-2)\sqrt{3}$ Colocamos em evidência o radical comum.

$= 5\sqrt{3}$ Adicionamos os coeficientes.

ACTIVIDADE

1. Calcule o valor de cada uma das expressões.

a) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)+\left(2\sqrt{2}\right)$

b) $-\frac{a}{2}\sqrt{3}+\left(+\sqrt{3}\right)$

c) $-\left(-b\sqrt{b}\right)+\left(3b\sqrt{b}\right)$

d) $-\left(-3\sqrt{2}\right)+\left(+3\sqrt{2}\right)$

Caro aluno, agora acompanhe e compare os seus resultados com a chave de solução que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. Para calcular as somas a seguir. Segue-se o procedimento apresentado no exemplo 2 e 3 (somam-se os coefecientes e matem-se os radicais)

a) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)+\left(2\sqrt{2}\right)=\left(\frac{1}{2}+2\right)\sqrt{2}$

$$=\left(\frac{1}{\underset{1}{2}}+\frac{2}{\underset{(2)}{1}}\right)\sqrt{2}$$

Calcula-se o m.m.c. dos coeficientes.

$$=\left(\frac{1+4}{2}\right)\sqrt{2}$$

$$=\frac{5}{2}\sqrt{2}$$

b) $-\frac{a}{2}\sqrt{3}+\left(+a\sqrt{3}\right)=-\frac{a}{2}\sqrt{3}+a\sqrt{3}$

$$=\left(-\frac{a}{2}+a\right)\sqrt{3}$$

$$=\left(-\frac{a}{\underset{(1)}{2}}+\frac{a}{\underset{(2)}{1}}\right)\sqrt{3}$$

$$=\left(\frac{-a+2a}{2}\right)\sqrt{3}$$

$$=\frac{a}{2}\sqrt{3}$$

c) $-\left(-b\sqrt{b}\right)+\left(3b\sqrt{b}\right)=b\sqrt{b}+3b\sqrt{b}$

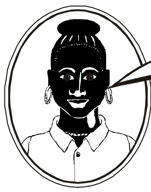
$$=\left(b+3b\right)\sqrt{b}$$

$$=4b\sqrt{b}$$

d) $-\left(-3\sqrt{2}\right)+\left(+3\sqrt{2}\right)= 3\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

$= (3+3)\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{2}$



Depois de ter acompanhado e comparado as soluções com a chave de correcção, que apresentamos resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) $(\pi)-(+3\pi)=2\pi$ ✓ ☐

b) $(\pi)-(+3\pi)=-2\pi$ ☐

c) $\sqrt{6}+\left(+4\sqrt{6}\right)=5\sqrt{6}$ ☐

d) $\sqrt{6}+\left(+4\sqrt{6}\right)=5\sqrt{12}$ ☐

2. Determine o valor das somas.

a) $\left(\sqrt{3}\right)+\left(-2\sqrt{3}\right)$

b) $6\sqrt{b}+\sqrt{b}$

c) $\left(7\sqrt{7}\right)-\left(+2\sqrt{7}\right)$

d) $\left(-2\sqrt{x}\right)-\left(-3\sqrt{x}\right)$

e) $\left(-3\sqrt{3}\right)-\left(-4\sqrt{3}\right)$

f) $\left(-5\sqrt{b}\right)+\left(+2\sqrt{b}\right)$

g) $\left(-6\sqrt{5}\right)+\left(+\sqrt{5}\right)$

3. Marque com um ✓ apenas as respostas certas.

a) $\left(-\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)-\left(+3\sqrt{3}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ ☐

b) $\left(-\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)-\left(+3\sqrt{3}\right) = -\frac{11}{3}\sqrt{3}$ ☐

c) $\left(3\sqrt{5}\right)-\left(-7\sqrt{5}\right) = -4\sqrt{5}$ ☐

d) $\left(3\sqrt{5}\right)-\left(-7\sqrt{5}\right) = 10\sqrt{5}$ ☐

4. Calcule o valor das somas.

a) $\left(\frac{b}{2}\sqrt{2}\right)+\left(-2b\sqrt{2}\right)$

b) $\left(0,5\sqrt{7}\right)+\left(+\frac{1}{2}\sqrt{7}\right)$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **b)** ✓

c) ✓

2. **a)** $\left(\sqrt{3}\right)+\left(-2\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$=(1-2)\sqrt{3}$

$=-\sqrt{3}$

b) $6\sqrt{b}+\sqrt{b}=(6+1)\sqrt{b}$

$=7\sqrt{b}$

c) $\left(7\sqrt{7}\right)-\left(+2\sqrt{7}\right)=7\sqrt{7}-2\sqrt{7}$

$=(7-2)\sqrt{7}$

$=5\sqrt{7}$

d) $\left(-2\sqrt{x}\right)-\left(-3\sqrt{x}\right)=-2\sqrt{x}+3\sqrt{x}$

$=(-2+3)\sqrt{x}$

$=\sqrt{x}$

e) $\left(-3\sqrt{3}\right)-\left(-4\sqrt{3}\right)=-3\sqrt{3}+4\sqrt{3}$

$=(-3+4)\sqrt{3}$

$=(-3+4)\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}$

f) $\left(-5\sqrt{b}\right)+\left(+2\sqrt{b}\right)=-5\sqrt{b}+2\sqrt{b}$

$=(-5+2)\sqrt{b}$

$=-3\sqrt{b}$

g) $\left(-6\sqrt{5}\right)+\left(+\sqrt{5}\right) = -6\sqrt{5}+\sqrt{5}$

$= \left(-6+1\right)\sqrt{5}$

$= -5\sqrt{5}$

3. b)

Porque:

$\left(-\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)-\left(+3\sqrt{3}\right) = -\frac{2}{3}\sqrt{3}-3\sqrt{3}$ ← Desembaraçam-se parêntesis.

$= \left(-\frac{2}{3}-\frac{3}{\underset{(3)}{1}}\right)\sqrt{3}$

$= \left(\frac{-2-9}{3}\right)\sqrt{3}$

$= -\frac{11}{3}\sqrt{3}$

d)

Porque:

$\left(3\sqrt{5}\right)-\left(-7\sqrt{5}\right) = 3\sqrt{5}+7\sqrt{5}$

$= \left(3+7\right)\sqrt{5}$

$= 10\sqrt{5}$

4. a) $\left(\frac{b}{2}\sqrt{2}\right)+\left(-2b\sqrt{2}\right) = \frac{b}{2}\sqrt{2}-2b\sqrt{2}$

$= \left(\frac{b}{\underset{(1)}{2}}-\frac{2b}{\underset{(2)}{1}}\right)\sqrt{2}$

$= \left(\frac{b-4b}{2}\right)\sqrt{2}$

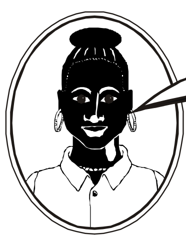
$= -\frac{3b}{2}\sqrt{2}$

b) $\left(0,5\sqrt{7}\right)+\left(+\frac{1}{2}\sqrt{7}\right) = \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{10}^{2}}\sqrt{7}+\frac{1}{2}\sqrt{7}$

$= \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)\sqrt{7} \leftarrow$ Porque: $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$

$= 1\bullet\sqrt{7} \leftarrow$ Como deve estar lembrado, qualquer número multiplicado por 1 é igual a esse mesmo número.

$= \sqrt{7}$



Caro aluno, depois de ter seguido a chave de correcção de actividade que lhe sugerimos, e tentado resolver e comparar os seus resultados com a mesma chave que se apresentou, em casos de dificuldades volte a resolver ou discutir com um dos seus colegas ou dirrigir se para **CAA** para consultar o seu Tutor.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas a afimação verdadeira.

a) $\left(+3\sqrt{7}\right)+\left(2\sqrt{7}\right) = 5\sqrt{7}$ ✓ ☐

b) $\left(+3\sqrt{7}\right)+\left(2\sqrt{7}\right) = \sqrt{7}$ ☐

c) $\left(+3\sqrt{7}\right)+\left(2\sqrt{7}\right)=5\sqrt{14}$ ☐

d) $\left(+3\sqrt{7}\right)+\left(2\sqrt{7}\right)=6\sqrt{7}$ ☐

2. Indique as propriedades usadas nas expressões que seguem.

a) $-\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{3} \;=\; -\sqrt{\cancel{3}}+\sqrt{5}+\sqrt{\cancel{3}}$

$= \sqrt{5}$ ______________________________

b) $\pi+2\sqrt{2}+3\sqrt{2} \;=\; \pi+5\sqrt{2}$ ___________________________

c) $2+\sqrt{7} \;=\; \sqrt{7}+2$ __________________________________

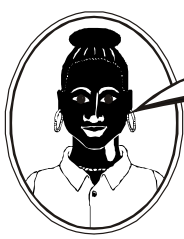
d) $1+\sqrt{3}+0= \sqrt{3}+1$ _________________________________

3. Calcule e indique a propriedade usada da adição em $\mathbb{R}$.

a) $\sqrt{7}+\pi+2\sqrt{7}$

b) $\sqrt{3}+2\pi-\sqrt{3}+2\pi$

c) $\sqrt{2}+0+3$



Depois de ter realizado as actividades proposta, compare os seus resultados com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos; caso não tenha tido sucesso aconselhamos a voltar a resolver a mesma actividade.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) ✓

2. As propriedades usadas.

a) $-\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{3} = -\sqrt{\cancel{3}}+\sqrt{5}+\sqrt{\cancel{3}}$

$= \sqrt{5} \;\rightarrow$ Soma de elementos simétricos.

b) $\pi + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \; = \; \pi + 5\sqrt{2}$ $\rightarrow$ Propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$.

c) $2 + \sqrt{7} \; = \; \sqrt{7} + 2$ $\rightarrow$ Propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$.

d) $1 + \sqrt{3} + 0 = \sqrt{3} + 1$ $\rightarrow$ Propriedade comutativa elemento neutro da adição em $\mathbb{R}$.

3. **a)** $\sqrt{7} + \pi + 2\sqrt{7} = \; \pi + 3\sqrt{7}$ $\rightarrow$ Propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$.

b) $\sqrt{3} + 2\pi - \sqrt{3} + 2\pi \; = \; \sqrt{\cancel{3}} + 2\pi - \sqrt{\cancel{3}} + 2\pi$
$= 4\pi$ $\rightarrow$ Soma de elementos simétricos e propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$.

c) $\sqrt{2} + 0 + 3 \; = \; 3 + \sqrt{2}$ $\rightarrow$ Elemento neutro e propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas.

	V/F
a) $3b + 5b = 8b$	☐
b) $3b + 5b = 8b^2$	☐
c) $3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{6}$	☐
d) $3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$	☐
e) $-5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$	☐
f) $-5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{4}$	☐

2. Indique as propriedades usadas em cada uma das igualdades.

a) $\sqrt{5}-7-\sqrt{5}=-7$

b) $\sqrt{3}+0=\sqrt{3}$

c) $2\sqrt{2}+\pi+3\sqrt{2}=\pi+5\sqrt{2}$

d) $3+\sqrt{5}=\sqrt{5}+3$

3. Marque com ✓penas a resposta certa.

a) $(2\pi)+(-4\pi)=-6\pi$ ☐

b) $(2\pi)+(-4\pi)=-2\pi$ ☐

c) $(2\pi)+(-4\pi)=6\pi$ ☐

4. Marque com um ✓as afirmações verdadeiras.

a) $3\pi-2+\pi = 4\pi-2 \rightarrow$ Aplicou-se a propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$. ☐

b) $3\pi-2+\pi = \sqrt{3}+3 \rightarrow$ Aplicou-se a propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$. ☐

c) $\sqrt{8}+3-\sqrt{8}+\sqrt{3}=\sqrt{3}+3 \rightarrow$ Aplicou-se soma de elementos simétricos e comutativa da adição em $\mathbb{R}$. ☐

d) $\sqrt{8}+3-\sqrt{8}+\sqrt{3}= \sqrt{3}+3 \rightarrow$ Aplicou-se a propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$. ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** V. Porque: Adicionam-se os coeficientes, e matêm-se a parte literal.

   b) F; **c)** F.

   d) V . Porque: Adicionam-se os coeficientes, e matêm-se os radicandos.

   e) V. O mesmo procedimento que na alínea anterior.

   f) F.

2. **a)** $\sqrt{5}-7-\sqrt{5}=-7$ - Soma de números simétrico em $\mathbb{R}$.

   b) $\sqrt{3}+0=\sqrt{3}$ - Elemento neutro da adiçaõ em $\mathbb{R}$.

   c) $2\sqrt{2}+\pi+3\sqrt{2}=\pi+5\sqrt{2}$ - Associativa da adição em $\mathbb{R}$.

   d) $3+\sqrt{5}=\sqrt{5}+3$ - Comutativa da adição em $\mathbb{R}$.

3. **b)**

4. **b)**; **c)**

Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se não conseguiu acertar todos exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

2

Adição de Números Reais - Valor Aproximado

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Adicionar números reais.
- Usar valores aproximados na adição de números reais.

Material necessário de apoio

- Módulo 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a segunda lição do Módulo 2, do seu estudo da Matemática da 9ª classe!

Nesta lição terá a oportunidade de saber como adicionar números reais; para isso vai ser necessário primeiro rever os conceitos sobre a raiz quadrada.

Com efeito é necessário que faça uma breve revisão do Módulo 3 da 8ª classe, para facilmente compreender a matéria que vem a seguir.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, como deve estar lembrado a raiz quadrada de um número pode ser determinada através de várias maneiras; através de leitura na tabela, algorítmo, e também com recurso a máquinas calculadoras. Sendo assim resolve os exercícios que seguem como revisão.

ACTIVIDADE

1. Com ajuda da tabela de raizes quadradas, marque com um ✓apenas as respostas certas.

a) $\sqrt{3} \approx 1,73$ ✓ ☐

b) $\sqrt{10} \approx 3,16$ ☐

c) $\sqrt{2} \approx 1,6$ ☐

d) $\sqrt{10} \approx 3,5$ ☐

e) $\sqrt{2} \approx 1,4$ ☐

2. Calcule o valor de cada raiz quadrada.

a) $\sqrt{5}$

b) $\sqrt{9}$

c) $\sqrt{124}$

d) $\sqrt{58}$

e) $\sqrt{285}$

f) $\sqrt{29}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **b)**; **e)**

2. **a)** $\sqrt{5} \approx 2,23$

b) $\sqrt{9} = 3$

c) $\sqrt{124} \approx 11,1356$

d) $\sqrt{58} = 7,61$

e) $\sqrt{285} \approx 168819$

f) $\sqrt{29} = 5,38$

Depois de ter realizado os exercícios de revisão e comparado com a chave de correcção. Agora vai aprender a calcular a adição de números reais, usando valor aproximado.

Por um lado, caro aluno, como pode ter notado na vida diária, quer nas conversas, compras e vendas, nos órgãos de informação..., quando se pretende dar a conhecer certos valores numéricos, nem sempre se usam valores exactos; sendo assim tem sido normal o uso de números aproximados menores ou maiores, porque torna-se incómodo ler ou menorizar muitos números e até com muitas casas decimais. A estes números são chamados **valor aproximado por excesso** (números aproximados maiores) ou **valor aproximado por defeito** (números aproximados menores).

Deste modo acontece também com os números reais. É assim que nem sempre é fácil encontrar a soma de números reais; daí que teremos que aprender adicionar números aproximados, é desta maneira que vamos em primeiro lugar falarmos de **valor aproximado** por defeito e por excesso, **erro absoluto** de um número e **majorante** de um número.
A seguir apresentamos-lhe alguns exemplos e procure seguí-los atentamente; experimentando o seu cálculo.

Exemplo 1

Como adicionar $2+\sqrt{2}$?

Para determinarmos esta soma, temos que encontrar o valor aproximado de $\sqrt{2}$, com ajuda da tabela de raizes quadradas que aprendeu na 8ª classe Módulo 3 e que pode ser consultada no fim deste Módulo, ou pode usar máquina calculadora ou ainda o algorítmo da extração da raiz quadrada que também aprendeu na 8ª classe. Sendo assim encontraremos que $\sqrt{2} \approx 1,4142$; e aqui podemos não trabalhar com todos decimais.

Assim temos que usar valores aproximados por defeito ou por excesso. Se se disser calcular usando valor aproximado por defeito a menos de 0,1 de $\sqrt{2}$; isto significa que será $\sqrt{2} = 1,4$.

E se fôr para usar valor aproximado por excesso a menos de 0,1; teremos $\sqrt{2} = 1,5$.

Por um lado procurar valores aproximados é procurar valor por defeito e por excesso; ou procurar os números que estão antes e depois.
$1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

Seja por exemplo o pedido:
Efectuar a aproximação de $\sqrt{2}$, usando o valor aproximado por defeito a menos de 0,01 (isto quer dizer fazer a soma com valor aproximado a menos de um centésimo). Assim $\sqrt{2}$ será $\sqrt{2} \approx 1,41$.

Voltemos ao problema inicial deste exemplo:

A - Calcular a soma $2+\sqrt{2}$ usando o valor aproximado por defeito a menos de 0,1.

Como já calculamos o valor da $\sqrt{2}$, com aproximação por defeito a menos de 0,1. Teremos:

$$2+\sqrt{2} \approx 2 + 1,4$$
$$\approx 3,4$$

B – Para calcularmos a soma $2+\sqrt{2}$ usando o valor aproximado por defeito a menos de 0,01.

Teremos:

$2+\sqrt{2} \approx 2+1,41$ Porque já conhecemos o valor da $\sqrt{2}$ na aproximação por $\approx 3,41$ defeito a menos de 0,01; que é 1,41.

C - Calcular a soma $2+\sqrt{2}$ usando o valor aproximado por excesso a menos de 0,1.

Como já conhecemos o valor da $\sqrt{2}$, por aproximação por excesso a menos de 0,1 que é 1,5.

Teremos:

$$2+\sqrt{2} = 2 + 1{,}5$$
$$= 3{,}5$$

Observação: Quando numa questão apenas se pedir o valor aproximado a menos de ***x***; sem especificar se é por defeito ou por excesso, supõe que seja uma aproximação **por defeito**.

Resumindo

Chama-se **erro absoluto** de um número aproximado à diferença entre o valor exacto do número e esse valor aproximado.

Entretanto nem sempre é possível conhecer o erro absoluto cometido numa aproximação. Mas é possível conhecer o **majorante** desse erro.

Majorante é um número ao qual o erro absoluto é sempre inferior.

Por exemplo:

Se dissermos que 1,7 é um valor aproximado de $\sqrt{3}$ a menos de 0,1; queremos dizer que o erro cometido nesta aproximação é inferior a 0,1. Porque como podemos consultar na tabela ou numa calculadora $\sqrt{3}$ = 1,732...; e o seu valor aproximado por defeito a menos de 0,1 é 1,7.

Assim temos por cálculos:

$\sqrt{3} \approx 1{,}732... \approx 1{,}7 \rightarrow$ Por defeito
$\approx 1{,}732... \approx 1{,}8 \rightarrow$ Por excesso

1,8 - 1,7 = **0,1** $\rightarrow$ A diferença entre os valores aproximados, por defeito e por excesso é **majorante**.

Exemplo 1

Agora como calcular a soma de $\frac{5}{6}$ e $\sqrt{3}$ usando valores aproximados por excesso a menos de 0,01?

Segue-se o mesmo procedimento que no exemplo anterior, a diferença é nas aproximações que desta vez será por excesso a menos de 0,01 nas parcelas.

Primeiro temos que determinar os valores de $\frac{5}{6}$ e $\sqrt{3}$, segundo a aproximação dada.

$\frac{5}{6} = 0{,}83(3) \approx 0{,}84$ e $\sqrt{3} \approx$ 1,73205... 1,74.

E ficamos com: $0{,}84 + 1{,}74 \approx 2{,}58$

Exemplo 3

Como calcular a soma de $\frac{5}{6}$ e $\sqrt{3}$ usando valores aproximados por defeito a menos de 0,01?

Para tal temos que calcular o quociente $\frac{5}{6}$, que será 0,83 (3); e determinar a $\sqrt{3}$ que é 1,73205.... E como queremos o valor aproximado por defeito a menos de 0,01; temos que adicionar as duas parcelas já escritas nessa aproximação. E como sabemos que:

$\frac{5}{6} \approx 0{,}83(3) \approx 0{,}83$ e $\sqrt{3} \approx$ 1,73205... 1,73.

Assim sendo teremos:
$0{,}83 + 1{,}73 \approx 2{,}56$.

Exemplo 4

Como calcular o majorante do erro da soma de $\frac{5}{6}$ e $\sqrt{3}$ usando valores aproximados por defeito a menos de 0,01.

Para resolver esta situação temos duas possibilidades; por agora vamos usar o caminho que combina os procedimentos dos exemplos 2 e 3. Deste modo temos que calcular os valores aproximados de cada uma das parcelas por excesso e por defeito, finalmente a sua diferença.

Assim:
Sabemos que:

$\frac{5}{6} = 0{,}83(3) \approx 0{,}84$ e $\sqrt{3} \approx 1{,}73205...\ 1{,}74$ – aproximação por excesso a menos de 0,01.

$\frac{5}{6} + \sqrt{3} \approx 0{,}84 + 1{,}74 \approx 2{,}58$ – soma da aproximação por excesso a menos de 0,01.

$\frac{5}{6} \approx 0{,}83(3)$ e $\sqrt{3} = 1{,}73205...\ 1{,}73$ – aproximação por defeito a menos de 0,01.

$\frac{5}{6} + \sqrt{3} = 0{,}83 + 1{,}73 = 2{,}56$ – soma da aproximação por defeito.
2,58 - 2,56 = 0,02 – majorante do erro da soma a menos de 0,01.

Usando um outro caminho seria:

Calcular o valor aproximado a menos de 0,01 por excesso e por defeito em cada uma das parcelas e depois calcular a majorante e finalmente adicionar esses majorantes; sendo assim teríamos:

$\frac{5}{6} \approx 0{,}84; \rightarrow$ por execesso; 0,83 por defeito.

$0{,}84 - 0{,}83 \approx 0{,}01$ – majorante.

$\sqrt{3}$ = 1,74 $\rightarrow$ por execesso. = 1,73 por defeito.
1,74 – 1,73 = 0,01– majorante
0,01 + 0,01 = 0,02 – majorante do erro da soma.

Conclusão:

Majorante do erro da soma de duas parcelas é a diferença dos majorantes das somas dos valores aproximados por excesso e por defeito de cada parcela.

Ou

Majorante do erro da soma de duas parcelas é soma dos majorantes dos erros das parcelas.

ACTIVIDADE

1. Qual é o majorante dos erros cometidos sabendo que:

a) 2 é um valor aproximado por excesso de $\frac{5}{3}$.

b) 2,2 é um valor aproximado por excesso de $\sqrt{5}$.

c) 0,84 é um valor aproximado por excesso de $\frac{5}{6}$.

d) 1,733 é um valor aproximado por excesso de $\sqrt{3}$.

e) 2 é um valor aproximado por defeito de $\sqrt{5}$.

f) 5,1 é um valor aproximado por defeito de $\sqrt{27}$.

g) 1,41 é um valor aproximado por defeito de $\sqrt{2}$.

h) 1,732 é um valor aproximado por defeito de $\sqrt{3}$.

2. Clacule usando valores aproximados por defeito a menos de 0,1.

a) $\frac{1}{2}+\sqrt{19}$

b) $\pi+\sqrt{7}$

c) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

d) $\sqrt{10}-\sqrt{6}+\frac{1}{6}$

e) $\sqrt{8}+\sqrt{5}-\sqrt{11}$

3. Marque com um ✓ apenas as respostas certas.

a) 7 é valor aproximado, por excesso de $\sqrt{28}$ quando o majorante é 1.

b) 7 é valor aproximado, por excesso de $\sqrt{28}$ quando o majorante é 2.

c) 2,2 é valor aproximado, por defeito de $\sqrt{5}$ quando o majorante é 0,1.

d) 2,2 é valor aproximado, por defeito de $\sqrt{5}$ quando o majorante é 0,01.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.
a) é 1.
b) é 0,1.
c) é 0,01.
d) é 0,001.
e) é 1.
f) é 0,1.
g) é 0,01.
h) é 0,001.

2. a) $\frac{1}{2}+\sqrt{19} \approx 0{,}5+4{,}3$

$\approx 4{,}8$

b) $\pi+\sqrt{7} \approx 3{,}1+2{,}6$

$\approx 6{,}7$

c) $\sqrt{2}+\sqrt{3} \approx 1{,}4+1{,}7$

$\approx 3{,}1$

d) $\sqrt{10}-\sqrt{6}+\frac{1}{6} \approx 3{,}1-2{,}4+0{,}1$

$\approx 0{,}7+0{,}1$

$\approx 0{,}8$

e) $\sqrt{8}+\sqrt{5}-\sqrt{11} \approx 2{,}8+2{,}2-3{,}3$

$\approx 5 - 3{,}3$

$\approx 1{,}7$

3. b); **c)**

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ o majorante certo dos erros cometidos sabendo que:

a) 2 é um valor aproximado por excesso de $\frac{5}{3}$ é 1. ☑

b) 2 é um valor aproximado por excesso de $\frac{5}{3}$ é 0,1. ☐

c) 2,2 é um valor aproximado por excesso de $\sqrt{5}$ é 0,1. ☐

d) 0,3 é um valor aproximado por excesso de $\frac{1}{4}$ é 0,1. ☐

e) 0 é um valor aproximado por defeito de $\frac{1}{12}$ é 0,01. ☐

f) 0 é um valor aproximado por defeito de $\frac{1}{12}$ é 0,1. ☐

2. Marque com um ✓ as somas em que se fez a aproximação por defeito a menos de 0,1.

a) $2+\sqrt{2} \approx 3{,}4$ ☐

b) $2+\sqrt{2} \approx 3.3$ ☐

c) $3+\pi \approx 5{,}2$ ☐

d) $3+\pi \approx 6{,}1$ ☐

3. Marque com um ✓ as somas em que se fez a aproximação por excesso a menos de 0,01.

a) $\pi+\sqrt{7} \approx 5{,}8$ ☐

b) $\pi+\sqrt{7} \approx 5{,}78$ ☐

c) $\frac{5}{2}-\frac{2}{3} \approx 1{,}83$ ☐

d) $\frac{5}{2}-\frac{2}{3} \approx 1{,}84$ ☐

4. Calcule o valor das somas usando uma aproximação por excesso a menos de 0,1.

a) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ☐

b) $\sqrt{7}+\frac{3}{11}$ ☐

c) $\sqrt{3}-\frac{2}{3}+\frac{1}{5}$ ☐

d) $-\sqrt{5}+\frac{1}{3}+\sqrt{8}$ ☐

5. Calcule o valor das somas usando uma aproximação por defeito e por excesso a menos de 0,001.

a) $\frac{1}{2}+\sqrt{19}$

b) $\frac{9}{16}+\sqrt{7}$

c) $\sqrt{11}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$

d) $\sqrt{2}+\frac{2}{5}-\sqrt{3}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a); c); d); f)

2. a); d)

3. a); c)

4. a) $\sqrt{2}+\sqrt{3} \approx 1,4+1,8$

$\approx 1,5+1,8$

$\approx 3,3$

b) $\sqrt{7}+\frac{3}{11} \approx 2,6+0,2$

$\approx 2,7+0,3$

≈ 3

c) $\sqrt{3}-\frac{2}{3}+\frac{3}{7} \approx 1,8+-(0,6)+0,4$

$\approx 1,8-0,7+0,5$

$\approx 1,6$

d) $-\sqrt{5}+\dfrac{1}{3}+\sqrt{8} \approx -2,3+0,4+2,9$

$\approx -2,3+0,4+2,9$

$\approx \mathbf{1}$

5. ai) $\dfrac{1}{2}+\sqrt{19}$

$$\left.\begin{array}{l} \approx 0,5+4,358\cancel{8}\cancel{9}... \\ \approx 0,5+4,358 \\ \approx 4,858 \end{array}\right\} \text{Por defeito}$$

aii) $\dfrac{1}{2}+\sqrt{19}$

$$\left.\begin{array}{l} \approx 0,5+4,35889... \\ \approx 0,5+4,359 \\ \approx 5,359 \end{array}\right\} \text{Por execesso}$$

bi) $\dfrac{9}{16}+\sqrt{7}$

$$\left.\begin{array}{l} \approx 0,5625+2,64575... \\ \approx 0,562+2,645 \\ \approx 3,207 \end{array}\right\} \text{Por defeito}$$

bii) $\dfrac{9}{16}+\sqrt{7}$

$$\left.\begin{array}{l} \approx 0,5625+2,64575... \\ \approx 0,563+2,646 \\ \approx 3,209 \end{array}\right\} \text{Por excesso}$$

ci) $\sqrt{11}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}$

$$\left.\begin{array}{l} \approx 3,31662...-0,5+0,66(6) \\ \approx 3,316-0,5+0,666 \\ \approx 3,482 \end{array}\right\} \text{Por defeito}$$

cii) $\sqrt{11}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$

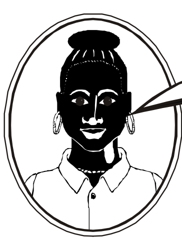
$$\left.\begin{aligned}&\approx 3,31662...-0,5+0,66(6)\\&\approx 3,317-0,5+0,667\\&\approx 3,484\end{aligned}\right\}\text{ Por excesso}$$

di) $\sqrt{2}+\frac{2}{5}-\sqrt{3}$

$$\left.\begin{aligned}&\approx 1,4142...+0,4-1,7320...\\&\approx 1,414+0,4-1,732\\&\approx 0,082\end{aligned}\right\}\text{ Por defeito}$$

dii) $\sqrt{2}+\frac{2}{5}-\sqrt{3}$

$$\left.\begin{aligned}&\approx 1,4142...+0,4-1,7320...\\&\approx 1,415+0,4-1,733\\&\approx 0,082\end{aligned}\right\}\text{ Por excesso}$$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns! E se conseguiu resolver pelo menos mais de dois exercícios prossiga o seu estudo.
Se não conseguiu algum exercício volte a rever esta lição e resolve os exercícios propostos ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os mesmos exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecimento das suas dúvidas.

3 Multiplicação de Números Reais

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Usar e aplicar as propriedades da multiplicação de númerios reais.

Material necessário de apoio

- Módulo 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a lição 3 do Módulo 2 do seu estudo da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha se lembrado de algumas matérias estudadas nos Módulos 1 e 3 da 8ª classe nas lições anteriores e ter feito com sucesso somas de números reais.

Nesta lição terá oportunidade de saber como multiplicar números reais.

Caro aluno, para encontrar o produto de números reais teremos muitas vezes que operar com números aproximados por defeito ou por excesso. Daí a necessidade de dominar a matéria sobre valores aproximados que se trataram na lição anterior.

Propriedades da multiplicação em $\mathbb{R}$:

Para iniciar esta lição primeiro vai conhecer as propriedades da multiplicação em $\mathbb{R}$.

Tal como em $\mathbb{Q}$, usam se as mesmas propriedades como em $\mathbb{R}$.

1. Propriedade Comutativa

$a \bullet b = b \bullet a, \forall a, b \in \mathbb{R}$

2. Propriedade Associativa

$a \bullet (b \bullet c) = (a \bullet b) \bullet c, \forall a, b, c \in \mathbb{R}$

3. Elemento neutro (um)

$a \bullet 1 = 1 \bullet a = a, \forall a \in \mathbb{R}$

4. Elemento absorvente (zero)

$a \bullet 0 = 0 \bullet a = 0; \forall a \in \mathbb{R}$

5. Inverso Multiplicavo

$a \bullet b = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{b}; \forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

6. Distributiva da multiplicação em relação à adição e subtracção:

$a \bullet (b + c) = a \bullet b + a \bullet c; \forall a, b, c \in \mathbb{R}$

$a \bullet (b - c) = a \bullet b - a \bullet c$

Caro aluno, como forma de consolidar e aplicar os seus conhecimentos, resolve os exercícios.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ os produtos certos.

a) $6 \bullet (-4) = 24$ ✓ ☐

b) $6 \bullet (-4) = -24$ ☐

c) $(-3) \bullet (-5) = -15$ ☐

d) $(-3) \bullet (-5) = 15$ ☐

e) $-3 \bullet (-5 \bullet 4) = 60$ ☐

f) $-3 \bullet (-5 \bullet 4) = -60$ ☐

2. Determine o valor das expressões.

a) $-3 - (-4 \bullet 5)$

b) $-6 \bullet 5 + [-5 \bullet (-2)]$

c) $-2 \bullet 3 + 4 \bullet 7$

d) $-2 + 3 \bullet (-5) - 2$

e) $-5 + (-5 \bullet 2 - 4 \bullet 9)$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b); d); e)

2.

a) $-3-(-4\bullet 5) = -3-(-20)$
$= -3+20$
$= 17$

b) $-6\bullet 5+[-5\bullet(-2)] = -30+(+10)$
$= -30+10$
$= -20$

c) $-2\bullet 3+4\bullet 7 = -6+28$
$= 22$

d) $-2+3\bullet(-5)-2 = -2-15-2$
$= -19$

e) $-5+(-5\bullet 2-4\bullet 9) = -5+(-10-36)$
$= -5+(-46)$
$= -5-46$
$= -51$

Caro aluno, recorde as regras da multiplicação dos sinais; se não se lembra eis aqui a seguir.

Multiplicação de sinais

–	•	–	=	+
–	•	+	=	–
+	•	–	=	–
+	•	+	=	+

Depois, acompanhe atentamente os exemplos que se seguem e depois resolve os exercícios que aparecem a seguir.

Exemplo 1

Calcule o valor de $5 \bullet \sqrt{7}$, usando valor aproximado por defeito a menos de 0,1.

Para este caso seguiremos os procedimentos similares que os usados na adição.

Primeiro, temos que encontrar a $\sqrt{7}$ aproximada por defeito a menos de 0,1;

Depois efectuamos a multiplicação.

Assim, procurando, pelo cálculo, na tabela ou com ajuda de uma calculadora. Teremos $\sqrt{7} \approx 2,645751...$ e como queremos $\sqrt{7}$ aproximada por defeito a menos de 0,1. Ficará: $\sqrt{7} \approx 2,6$.

Daqui temos: $5 \bullet \sqrt{7} \approx 5 \bullet 2,6$

$\approx 13,0$

Exemplo 2

Calcule o produto de $\sqrt{3} \bullet 2 \bullet \frac{5}{6}$, usando valores aproximados por excesso a menos de 0,01.

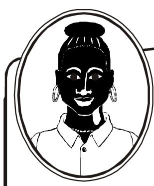
Aqui também segue-se o mesmo procedimento que no exemplo anterior, onde se deve em primeiro lugar determinar os valores aproximados de $\sqrt{3}$ e $\frac{5}{6}$; pelo, cálculo uso da tabela de raizes quadradas ou calculadora.

Teremos:

$\sqrt{3} \approx 1,73205...$; $\frac{5}{6} = 0,83(3)$ e como se pretende calcular o produto usando o valor aproximado por excesso a menos de 0,01; ficará $\sqrt{3} \approx 1,74$ e $\frac{5}{6} \approx 0,84$. Por fim determinanos o produto exigido:

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \bullet 2 \bullet \frac{5}{6} &\approx 1,74 \bullet 2 \bullet 0,84 \\ &\approx 3,48 \bullet 0,84 \\ &\approx 2,9232 \end{aligned}$$

É necessário lembrar a condição dada no enunciado "aproximar por excesso a menos de 0,01". Assim a resposta final será: **2,93**.



Lembre que para dividir dois números racionais (fraccionários) multiplica-se o dividendo pelo inverso do divisor.

Generalizando: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \bullet \frac{d}{c}$

Exemplo 2

Seja: $\frac{2}{3} : \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Calcule o quociente usando valores aproximados por excesso, a menos de 0,1.

Para isso é necessário, primeiro inverter a segunda fracção, encontrar o valor aproximado e depois efectuar a multiplicação:

$$\frac{2}{3}:\frac{1}{\sqrt{5}} \approx \frac{2}{3}\bullet\sqrt{5} \qquad \frac{2}{3}\approx 0,6(6) \text{ e } \sqrt{5}\approx 2,2360...$$
$$\approx 0,7\bullet 2,3$$
$$\approx 1,61$$

E, porque queremos o resultado aproximado por excesso, a menos de 0,1;

assim teremos como resposta: $\frac{2}{3}:\frac{1}{\sqrt{5}}$ **= 1,6**.

Preste atenção: Caro aluno, deve-se recordar da adição algébrica, que é um conceito que vai ter que utilizar muitas vezes neste Módulo.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ as respostas que correspondem a uma aproximação por defeito a menos de 0,1.

a) $\sqrt{5}\bullet 7 \approx 2,2\bullet 7$ ✓☐
$\approx 15,4$

b) $\sqrt{5}\bullet 7 \approx 2,3\bullet 7$ ☐
$\approx 16,1$

c) $\frac{2}{7}\bullet\sqrt{8}\bullet 3 \approx 0,2\bullet 2,8\bullet 3$ ☐
$\approx 1,68$

d) $\frac{2}{7}\bullet\sqrt{8}\bullet 3 \approx 0,3\bullet 2,8\bullet 3$ ☐
$\approx 2,52$

2. Sabendo que $\sqrt{2}=1,4142...$, preenche os espaços em branco de modo que as afirmações sejam verdadeiras:

a) 2,8 é um valor aproximado de $2\bullet\sqrt{2}$, por _______, a menos de ____.

b) 3,0 é um valor aproximado de $2\bullet\sqrt{2}$, por _______, a menos de ____.

c) 2,84 é um valor aproximado de $2\bullet\sqrt{2}$, por _______, a menos de ____.

d) 2,82 é um valor aproximado de $2\bullet\sqrt{2}$, por _______, a menos de ____.

3. Calcule o valor das expressões abaixo, usando valores aproximados.

a) $\frac{2}{5}\bullet 3$ por defeito a menos de 0,1.

b) $\frac{3}{2}\bullet\frac{1}{2}\bullet\sqrt{12}$ por defeito a menos de 0,01.

c) $\frac{8}{7}\bullet\sqrt{3}$ por defeito a menos de 1.

Depois de ter acompanhado atentamente e procurado resolver sozinho as actividades sugeridas, compare as suas respostas com as que apresentamos na chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\sqrt{5} \bullet 7 \approx 2,2 \bullet 7$ Na tabela temos: $\sqrt{5} \approx 2,2360...$

$\approx 15,4$

c) $\frac{2}{7} \bullet \sqrt{8} \bullet 3 \approx 0,2 \bullet 2,8 \bullet 3$ $\frac{2}{7} \approx 0,2857...$

$\approx 1,68$ $\sqrt{8} \approx 2,8284...$

2. a) 2,8 é um valor aproximado de $2 \bullet \sqrt{2}$, por **defeito**, a menos de **0,1**.
b) 3,0 é um valor aproximado de , por **excesso**, a menos de **0,1**.
c) 2,84 é um valor aproximado de , por **excesso**, a menos de **0,01**.
d) 2,82 é um valor aproximado de , por **defeito**, a menos de **0,01**.

3. a) $\frac{2}{5} \bullet 3 \approx 0,4 \bullet 3$

$\approx 1,2$

b) $\frac{3}{2} \bullet \frac{1}{2} \bullet \sqrt{12} = 1,5 \bullet 0,5 \bullet 3,46$; Porque $\frac{3}{2} = 1,5$; 0,5; $\sqrt{12} = 3,4641...$

$= 0,75 \bullet 3,46$

$= 2,595$

Solução: 2,59

Porque: Trata-se de uma aproximação por defeito a menos de 0,01 fica: **2,59**.

c) $\frac{8}{7} \bullet \sqrt{3} \approx \frac{8}{7} \bullet \sqrt{3}$ Porque: $\frac{8}{7} \approx 1,14228...$ e $\sqrt{3} \approx 1,7320...$

$\approx 1 \bullet 1$

≈ 1

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ as expressões, que foram calculadas com aproximação por defeito, a menos de 0,1.

a) $\sqrt{3}+\sqrt{2}\bullet 6 \approx 1,7+1,4\bullet 6$ ✓ ☐

$\approx 1,7+8,4$

$\approx 10,1$

b) $\sqrt{3}+\sqrt{2}\bullet 6 \approx 1,7+1,5\bullet 6$ ☐

$\approx 1,7+9$

$\approx 10,7$

c) $\sqrt{7}\bullet 2\bullet \frac{7}{6} \approx 2,6\bullet 2\bullet 1,2$ ☐

$\approx 6,24$

d) $\sqrt{7}\bullet 2\bullet \frac{7}{6} \approx 2,6\bullet 2\bullet 1$ ☐

$\approx 5,2$

2. Assinale com um **V** as afirmações verdadeira e um **F** as falsas.

V/F

a) O resultado de $\frac{1}{8}+3\bullet\sqrt{13}$, por aproximação por excesso, a menos de 0,1 é 11,3. ☐

b) O resultado de $\frac{1}{8}+3\bullet\sqrt{13}$, por aproximação por excesso, a menos de 0,1 é 10,9. ☐

c) O resultado de $2\sqrt{7}\bullet 4$, por aproximação por excesso, a menos de 0,1 é 20,8. ☐

V/F

d) O resultado de $2\sqrt{7}\bullet 4$, por aproximação por excesso, a menos de 0,1 é 21,6. ☐

e) O resultado de $-\frac{2}{8}\bullet\left(\pi-\sqrt{3}\right)$, por aproximação por excesso, a menos de 0,1 é 0,4. ☐

f) O resultado de $-\frac{2}{8}\bullet\left(\pi-\sqrt{3}\right)$, por aproximação por excesso a menos de 0,1 é 0,4. ☐

3. Calcule o valor das expressões que seguem:

a) $\sqrt{2}\bullet\sqrt{5}$ **;** usa o valor aproximado por excesso, a menos de 1.

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}:\frac{1}{2}$ **;** usa o valor aproximado por defeito, a menos de 1.

c) $\frac{2}{11}\bullet\left(2+\sqrt{6}\right)$ **;** usa o valor aproximado por defeito, a menos de 0,1.

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}:\frac{1}{2}$ **;** usa o valor aproximado por defeito, a menos de 0,01.

e) $(-3)\bullet\left(\frac{2}{7}-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$ **;** usa o valor aproximado por defeito, a menos de 0,01.

4. Nos exercícios que se seguem indique as propriedades usadas.

a) $\sqrt{23}\bullet 2=2\bullet\sqrt{23}$ ______________________________

b) $3\bullet\sqrt{3}=1\Rightarrow 3=\frac{1}{\sqrt{3}}$ ______________________________

c) $9\bullet(-5\bullet 7)=\left[9\bullet(-5)\right]\bullet 7$ ________________________

d) $\sqrt{2}\bullet 1=\sqrt{2}$ __________________________________

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}\bullet\sqrt{8}\bullet 0=0$ _________________________________

f) $\left(3+\sqrt{5}\right)\bullet\pi = 3\pi+\pi\sqrt{5}$ ________________________

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\sqrt{3}+\sqrt{2}\bullet 6 \approx 1,7+1,4\bullet 6$ Consultando a tabela: $\sqrt{3}\approx 1,7320...$

$\approx 1,7+8,4$ $\sqrt{2}\approx 1,4142...$

$\approx 10,1$ ✓

d) $\sqrt{7}\bullet 2\bullet \frac{7}{6} \approx 2,6\bullet 2\bullet 1$ Consultando a tabela: $\sqrt{7}\approx 2,6457...$

$\approx 5,2$ ✓ Pelo cálculo: $\frac{7}{6}\approx 1,16(6)$.

2. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F

3.

a) $\sqrt{2}\bullet\sqrt{5}$ **;** usa o valor aproximado por excesso, a menos de 1.

Teremos: $\sqrt{2}\bullet\sqrt{5}\approx 1,4142\bullet 2,2361$ consultando na tabela.

$\approx 2\bullet 3$

$\approx$ **6**

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}:\frac{1}{2}$**;** usa o valor aproximado por defeito a menos de 1.

Teremos: $\sqrt{3}=1,7321$ Na tabela.

$\frac{\sqrt{3}}{2}:\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\bullet 2$ ← Pela regra de fracções (inverte-se a segunda e transforma-se numa multiplicação).

$\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}_1}\bullet\cancel{2}^1 = \sqrt{3}$

$\approx 1,7321$

≈ 0 - Segundo a condição usar o valor aproximado por defeito, a menos de 1.

c) $\frac{2}{11}\bullet\left(2+\sqrt{6}\right)$**;** usa o valor aproximado por defeito, a menos de 0,1.

Fica: $\frac{2}{11}\approx 0,1818...$ - Por cálculo. $\sqrt{6}\approx 2,4495$ - Por consulta na tabela.

Assim:

$$\frac{2}{11}\bullet\left(2+\sqrt{6}\right)\approx 0{,}1\bullet\left(2+2{,}4\right)$$

$$\approx 0{,}1\bullet 4{,}4$$

$$\approx \mathbf{0{,}44}$$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}:\frac{1}{2}$**;** usa o valor aproximado por defeito, a menos de 0,01.

Teremos: $\sqrt{3}=1{,}7321$ - Na tabela.

$$\frac{\sqrt{3}}{2}:\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\bullet 2$$

Como na alínea b) desta pergunta, a diferença é a condição da aproximação.

$$\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}^{1}}\bullet\cancel{2}^{1}=\sqrt{3}$$

$$\approx 1{,}7321$$

$$\approx \mathbf{1{,}73}$$

e) $(-3)\bullet\left(\frac{2}{7}-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$**;** usa o valor aproximado por defeito, a menos de 0,01.

Teremos: $\sqrt{3}=1{,}7321$ - Na tabela. $\frac{2}{7}=0{,}2857...$ - Pelo cálculo.

$-\frac{1{,}41}{3}=$ -0,47 – Pelo cálculo.

$$(-3)\bullet\left(\frac{2}{7}-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\approx(-3)\bullet\left(0{,}28-\frac{1{,}41}{3}\right)$$

$$\approx (-3)\bullet(0{,}28-0{,}47)$$

$$\approx (-3)\bullet(-0{,}19)$$

$$\approx \mathbf{0{,}57}$$

4. **a)** $\sqrt{23}\bullet 2 = 2\bullet\sqrt{23} \quad \rightarrow$ **Comutativa**

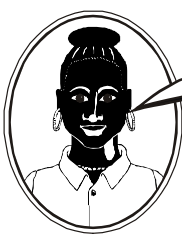
b) $3\bullet\sqrt{3} = 1 \Rightarrow 3 = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \quad \rightarrow$ **Inverso multiplicativo**

c) $9\bullet(-5\bullet 7) = \left[9\bullet(-5)\right]\bullet 7 \quad \rightarrow$ **Associativa**

d) $\sqrt{2}\bullet 1 = \sqrt{2} \quad \rightarrow$ **Elemento neutro**

e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\bullet\sqrt{8}\bullet 0 = 0 \quad \rightarrow$ **Elemento absorvente**

f) $\left(3+\sqrt{5}\right)\bullet\pi = \ 3\pi + \pi\sqrt{5} \rightarrow$ **Distributiva da multiplicação em relação à adição.**



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns! E se conseguiu resolver pelo mais da metade de exercícios prossiga o seus estudo.
Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever esta lição e resolve os mesmos exercícios ou procure estudar com um colega. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecimento das suas dúvidas.

4 Propriedades Comutativa e Associativa da Adição em $\mathbb{R}$

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar propriedades comutativa e associativa da adição.

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a lição 4 do Módulo 2 do seu estudo da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha feito uma breve revisão sobre os Módulos 1 e 3 da 8ª classe nas lições anteriores e ter feito com sucesso as somas e produtos de números reais.

Nesta lição terá a oportunidade de aplicar as propriedades comutativa associativa da adição com números reais.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, vamos começar esta lição fazendo algumas revisões, sobre as propriedades comutativa, associativa da adição em $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$.

Propriedades da adição em $\mathbb{Z}$

Comutativa

$a+b=b+a, com\, a,b \in \mathbb{Z}$

Associativa

$(a+b)+c=a+(b+c), com\, a,b,c \in \mathbb{Z}$

Tal como em $\mathbb{Z}$, as propriedades comutativa e associativa são ainda válida em $\mathbb{Q}$.

Exemplo 1

Propriedade comutativa da adição em $\mathbb{Z}$.

Seja:

$(+14)+(-6)=+8$ e $(-6)+(+14)=+8$

Isso implica que: $(+14)+(-6) = (-6)+(+14)$

Como resolver $(-5)+(+6)$ usando a propriedade comutativa?
Teremos:

$$
\begin{aligned}
(-5)+(+6) &= (+6)+(-5) \\
&= 6-5 \\
&= 1
\end{aligned}
$$

Exemplo 2

Propriedade associativa da adição em $\mathbb{Z}$.

Como resolver $(+4)+(-5)+(+6)$ usando a propriedade associativa?
Sendo assim teremos:

$$
\begin{aligned}
(+4)+\left[(-5)+(+6)\right] &= \left[(-5)+(+6)\right]+(+4) \\
&= 1+4 \\
&= 5
\end{aligned}
$$

Exemplo 3

Propriedade comutativa da adição em $\mathbb{Q}$.

Seja:

$$
\begin{aligned}
\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right) &= \left(-\frac{2}{\underset{(4)}{3}}\right)+\left(+\frac{1}{\underset{(3)}{4}}\right) \\
&= \left(-\frac{8}{12}\right)+\left(+\frac{3}{12}\right) \\
&= -\frac{5}{12}
\end{aligned}
$$

É necessário lembrar que para adicionar fracções é necessário reduzí-los ao mesmo denominador (calculando o m.m.c).

e

$$\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right) = \left(+\underset{(3)}{\frac{1}{4}}\right)+\left(-\underset{(4)}{\frac{2}{3}}\right)$$

$$= \left(+\frac{3}{12}\right)+\left(-\frac{8}{12}\right)$$

$$= -\frac{5}{12}$$

Assim: $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right) = \left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$

Caro aluno, depois de ter companhado atentamente os exemplos apresentados; resolve todos os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) Nesta expressão $(+4)+(-5) = (-5)+(+4)$ foi aplicada a propriedade ___________ da __________ em _________.

a) Nesta expressão $(+6)+\left[(-7)+(+9)\right] = \left[(+6)+(-7)\right]+(+9)$ foi aplicada a propriedade ___________ da ——______em _________.

a) Nesta expressão $\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)=\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)$ foi aplicada a propriedade ___________ da ________em _________.

b) Nesta expressão $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)\right]+\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{3}{2}\right)+\left[\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]$ foi aplicada a propriedade ___________ da ________em _________.

2. Calcule use a propriedade comutativa.

a) $(+4)+(-5)+(+8)$

b) $\left[+5+(-7)\right]+10$

c) $5+(-9)+(+5)$

d) $(+10)+(-5)+(+6)$

e) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)$

f) $(+0,2)+(-1,5)$

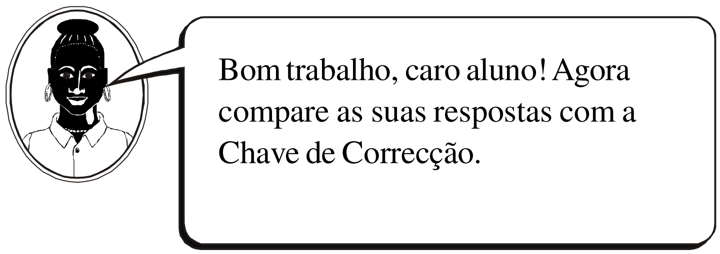
3. Calcule, usando a propriedade associativa.

a) $(+2)+\left[(-6)+(-8)\right]$

b) $(-15)-(+7)-\left[(-9)+(-13)\right]$

c) $\left[\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{1}{7}\right)\right]+\left(-\frac{5}{7}\right)$

d) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{3}{5}\right)\right]+\left(\frac{1}{3}\right)$



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) Nesta expressão $(+4)+(-5) = (-5)+(+4)$ foi aplicada a propriedade **comutativa** da **adição** em $\mathbb{Z}$.

b) Nesta expressão $(+6)+\left[(-7)+(+9)\right] = \left[(+6)+(-7)\right]+(+9)$ foi aplicada a propriedade **associativa** da **adição** em $\mathbb{Z}$.

c) Nesta expressão $\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right) = \left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)$ foi aplicada a propriedade **comutativa** da **adição** em $\mathbb{Q}$.

d) Nesta expressão $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)\right]+\left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{3}{2}\right)+\left[\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]$ foi aplicada a propriedade **associativa** da **adição** em $\mathbb{Q}$.

2. a) $(+4)+(-5)+(+8) = (+4)+(+8)+(-5)$

$= (+12)+(-5)$

$= +12-5$

$= 7$

b) $\left[+5+(-7)\right]+10 = (-7)+\left[10+(+5)\right]$

$= (-7)+(10+5)$

$= -7+15$

$= 8$

c) $5+(-9)+(+5) = (-9)+\left[(+5)+5\right]$

$= (-9)+(+5+5)$

$= (-9)+(+10)$

$= -9+10$

$= 1$

d) $(+10)+(-5)+(+6) = \left[(+10)+(+6)\right]+(-5)$

$= (10+6)+(-5)$

$= 16-5$

$= 11$

e) $\left(-\dfrac{2}{3}\right)+\left(-\dfrac{2}{5}\right) = \left(-\dfrac{2}{\underset{(3)}{5}}\right)+\left(-\dfrac{2}{\underset{(5)}{3}}\right)$

$= \left(-\dfrac{6}{15}\right)+\left(-\dfrac{10}{15}\right)$

$= +\left(-\dfrac{16}{15}\right)$

$= -\dfrac{16}{15}$

f) $(+0,2)+(-1,5)=(-1,5)+(+0,2)$

$$=\left(-\frac{15}{10}\right)+\left(+\frac{2}{10}\right)$$

$$=-\frac{15}{10}+\frac{2}{10}$$

$$=-\frac{13}{10}$$

3. a) $(+2)+\left[(-6)+(-8)\right]=\left[(+2)+(-6)\right]+(-8)$

$$=(2-6)+(-8)$$

$$= -4-8$$

$$= -12$$

b) $(-15)-(+7)-\left[(-9)+(-13)\right]=\left[(-15)-(+7)\right]-(-9)+(-13)$

$$=-(+7)-(-9)+\left[(-13)+(-15)\right]$$

$$=-7+9+(-13-15)$$

$$=+2+(-28)$$

c) $\left[\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{1}{7}\right)\right]+\left(-\frac{5}{7}\right)=\left(-\frac{2}{7}\right)+\left[\left(+\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{5}{7}\right)\right]$

$$=\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{1}{7}-\frac{5}{7}\right)$$

$$=\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{4}{7}\right)$$

$$=\left(-\frac{6}{7}\right)$$

$$=-\frac{6}{7}$$

d) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{3}{5}\right)\right]+\left(\frac{1}{3}\right)=\left[\left(\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]+\left(\frac{3}{5}\right)$

$$=\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$=\left(-\frac{1}{\underset{(5)}{3}}\right)+\left(\frac{3}{\underset{(3)}{5}}\right)$$

$$=\left(-\frac{5}{15}\right)+\left(\frac{9}{15}\right)$$

$$=+\frac{4}{15}$$

$$=\frac{4}{15}$$

Caro aluno, agora vamos lhe apresentar as definições das propriedades comutativa e associativa da adição em $\mathbb{R}$.
Depois acompanhe atentamente os exemplos que a seguir se apresentam e resolve os exercícios.

Definição

Propriedade Comutativa

$a+b=b+a, \forall\, a,b \in \mathbb{R}$

Propriedade Associativa

$(a+b)+c=a+(b+c), \forall\, a,b,c \in \mathbb{R}.$

Para os exemplos que se seguem, consideremos o mesmo procedimento dos exemplos anteriores em $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$ para o conjunto $\mathbb{R}$.

Exemplo 4

Propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$.
Considere:

$$\sqrt{15}+\sqrt{7}=\sqrt{7}+\sqrt{15}$$

Numa adição mudando a ordem das parcelas o resultado não altera.

Exemplo 5

Propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$.
Seja:

$$\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)+\sqrt{3} = \sqrt{2}+\left(\frac{1}{2}+\sqrt{3}\right)$$

Exemplo 6

Propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$.
Considere:

$$\frac{1}{2}+\sqrt{10} = \sqrt{10}+\frac{1}{2}$$

$$\approx 3{,}16+0{,}5$$

$$\approx 3{,}66$$

e

$$\frac{1}{2}+\sqrt{10} \approx 0{,}5 + 3{,}16$$

$$\approx 3{,}66$$

Exemplo 7

Propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$.
Seja:

$$\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)+\sqrt{3} = \sqrt{2}+\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)$$

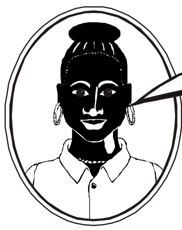
$$\approx 1{,}41+\left(2{,}24+1{,}73\right)$$

$$\approx 1{,}41 + 3{,}97$$

$$\approx 5{,}38$$

e

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)+\sqrt{3} &= \left(1,41+2,24\right)+1,73 \\
&= 3,65 + 1,73 \\
&= 5,38
\end{aligned}
$$



Que tal? Conseguiu acompanhar todos os exemplos e comprendeu a explicação. Se sim! agora resolve as actividades que seguem e no fim compare as suas soluções com a chave de correcção que se apresenta.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirnações verdadeiras.

a) Na expressão $\sqrt{3}+\left(\frac{1}{2}-\sqrt{2}\right) = \left(\frac{1}{2}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}$, aplicou-se a propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$. ✓

b) Na expressão $\sqrt{3}+\frac{1}{2}-\sqrt{2} = \frac{1}{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}$, aplicou-se a propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$.

c) Na expressão $\sqrt{3}+\frac{1}{2}-\sqrt{2}=\frac{1}{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}$, aplicou-se a propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$.

d) Na expressão $\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)+0,5=\sqrt{7}+\left(-\sqrt{5}+0,5\right)$ aplicou-se a propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$.

2. Marque com um V as afirmações verdadeiras e com um F as falsas.

V/F

a) Na expressão $\sqrt{11}+\sqrt{6} = \sqrt{6}-\sqrt{11}$ aplicou-se a propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$.

b) Na expressão $\sqrt{11}+\sqrt{6}=\sqrt{6}+\sqrt{11}$ aplicou-se a propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$.

c) Na expressão:

$$\sqrt{5}+\left[\left(-\sqrt{14}\right)+\sqrt{8}\right]=\left[\sqrt{5}+\left(-\sqrt{14}\right)\right]+\sqrt{8}$$

aplicou-se a propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$.

d) Na expressão $\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{3}=\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{3}$ aplicou-se a propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$.

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) Na expressão $\sqrt{10}+\sqrt{16} = \_\_\_+\sqrt{10}$ aplicou-se a propriedade ______ da ____ em $\mathbb{R}$.

b) Na expressão $2\pi-1+\_\_ = 3\pi-1$ aplicou-se a propriedade associativa da _____ em ____

c) Na expressão $\sqrt{10}+\sqrt{16} = \_\_\_+\sqrt{10}$ aplicou-se a propriedade _________ da ________ em $\mathbb{R}$.

Bom trabalho! caro aluno! Agora compare as suas respostas com a Chave de Correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b); d)

2. a) F; **b)** V; **c)** V; **d)** F

3. a) Na expressão $\sqrt{10}+\sqrt{16} = \underline{\sqrt{16}}+\sqrt{10}$ aplicou-se a propriedade **<u>comutativa</u>** da **<u>adição</u>** em $\mathbb{R}$.

b) Na expressão $2\pi-1+\underline{\pi} = 3\pi-1$ aplicou-se a propriedade associativa da **<u>adição</u>** em $\mathbb{R}$.

c) Na expressão = aplicou-se a propriedade **<u>comutativa</u>** da **<u>multiplicação</u>** em $\mathbb{R}$.

Agora resolve os exercícios que se seguem de modo a aprofundar o domínio sobre as propriedades comutativa e associativa da adição e multiplicação em $\mathbb{R}$.

EXERCÍCIOS

1. Indique as propriedades aplicadas em cada alínea.

a) $\sqrt{7}+\sqrt{15}=\sqrt{15}+\sqrt{7}$

____

b) $\sqrt{3}+\left(\sqrt{17}+\sqrt{8}\right)=\left(\sqrt{3}+\sqrt{17}\right)+\sqrt{8}$

____

2. Marque com um ✓apenas as afirnações verdadeiras.

a) Na expressão $\sqrt{3}+\left(\frac{1}{2}-\sqrt{2}\right)=\left(\frac{1}{2}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}$, ✓

aplicaou-se a propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$.

b) Na expressão $\sqrt{3}+\left(\frac{1}{2}-\sqrt{2}\right)=\left(\frac{1}{2}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}$,

aplicaou-se a propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$.

c) Na expressão $\left(\sqrt{7}-0,5\right)+\sqrt{5}=\left(\sqrt{7}-0,5\right)+\sqrt{5}$,

aplicaou-se a propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$.

d) Na expressão $\left(\sqrt{7}-0,5\right)+\sqrt{5}=\left(\sqrt{7}-0,5\right)+\sqrt{5}$,

aplicaou-se a propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$.

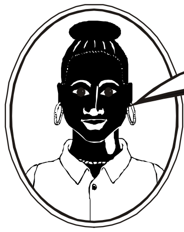
Caro aluno, agora acompare as soluções que encontrou com as sugeridas na Chave de Correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b) $\sqrt{7}+\sqrt{15}=\sqrt{15}+\sqrt{7}$ Propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$.

c) $\sqrt{3}+\left(\sqrt{17}+\sqrt{8}\right)=\left(\sqrt{3}+\sqrt{17}\right)+\sqrt{8}$. Propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$.

2. b); d)



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se não conseguiu acertar todos exercícios volte a reler esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- ➲ Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- ➲ Ambos querem ter relações sexuais?
- ➲ Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

5 Propriedades Comutativa e Associativa da Multiplicação em $\mathbb{R}$

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar propriedades comutativa e associativa da multiplicação.

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a lição 5 do Módulo 2 do seu estudo da Matemática da 9ª classe!

Esperamos que tenha tido sucessos na aprendizagem da última lição sobre as propriedades comutativa da adição.

Caro aluno, como pode ter notado na lição anterior aplicou as propriedades comutativa e associativa da adição com números reais. Nesta lição, dando continuidade ao estudo dos números reais, terá oportunidade de aprender e aplicar as propriedades comutativa e associativa da multiplicação.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, primeiro vamos lhe recordar as difinições sobre as propriedades comutativa e associativa da multicação em $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$ e depois vai resolver alguns exercícios.

Definição

Propriedades da multiplicação em $\mathbb{Z}$.

Comutativa

$a \bullet b = b \bullet a$, com $a\, e\, b \in \mathbb{Z}$

Associativa

$(a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c)$, com a, b e $b \in \mathbb{Z}$

Propriedade comutativa

$a \bullet b = b \bullet a, \forall\, a, b \in \mathbb{R}$

Isto quer dizer que numa multiplicação podemos alterar a ordem dos factores o resultado não altera.

Propriedade Associativa

$a \bullet (b \bullet c) = (a \bullet b) \bullet c, \forall\, a, b, c \in \mathbb{R}$

O que quer dizer que numa multiplicação podemos associar dois ou mais factores o resultado não altera.

Caro aluno, vamos começar por apresentar-lhe alguns exemplos como forma de recordar o que estudou na 8ª classe; para depois realizar as actividades.

Exemplo 1

Propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{Z}$.
Seja:

$(+4)\bullet(-5)=-20$ e $(-5)\bullet(+4)=-20$

Por isso: $(+4)\bullet(-5) = (-5)\bullet(+4)$

Como calcular $(-5)\bullet(+7)$ usando a propriedade comutativa?
Teremos:

$$\begin{aligned}(-5)\bullet(+7) &= (+7)\bullet(-5)\\ &= -35\end{aligned}$$

Exemplo 2

Propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{Z}$.
Considere:

$$\begin{aligned}\left[-3\bullet(+4)\right]\bullet(-5) &= (-12)\bullet(-5)\\ &= 60\end{aligned} \quad \text{ou} \quad \begin{aligned}-3\bullet\left[(+4)\bullet(-5)\right] &= -3\bullet(-20)\\ &= 60\end{aligned}$$

Deste modo:

$$\left[-3\bullet(+4)\right]\bullet(-5) = -3\bullet\left[(+4)\bullet(-5)\right]$$

Como calcular o valor da expressão $4\bullet\left[(-2)\bullet(+3)\right]$?

Primeiro, calcular a expressão que está dentro de parêntesis, finalmente o produto de $4\bullet(-6)$, fica:

$$\begin{aligned}4\bullet\left[(-2)\bullet(+3)\right] &= 4\bullet(-6)\\ &= -24\end{aligned}$$

EXERCÍCIOS

1. Marque apenas com um ✓ as afirmações verdadeiras.

a) Na expressão $3 \bullet \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \bullet 3$ aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{Q}$.

b) Na expressão $3 \bullet \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \bullet 3$ aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{Q}$.

c) Na expressão

$$-3 \bullet \left[(-2) \bullet (+4)\right] = \left[(-3) \bullet (-2)\right] \bullet (+4)$$

aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{Z}$.

2. Marque com um **V** as afimações verdadeiras e com um **F** as falsas.

V/F

a) Na expressão $-3 \bullet \left[(-2) \bullet (+4)\right] = \left[(-3) \bullet (-2)\right] \bullet (+4)$ aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{Z}$.

b) Na expressão $-3 \bullet \left[(-2) \bullet (+4)\right] = \left[(-3) \bullet (-2)\right] \bullet (+4)$ aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{Q}$.

c) Nesta expressão $-\frac{7}{4} \bullet \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \bullet \left(-\frac{7}{4}\right)$ foi aplicada a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{Q}$.

V/F

d) Nesta expressão $-\frac{7}{4}\bullet\frac{5}{3}=\frac{5}{3}\bullet\left(-\frac{7}{4}\right)$ foi aplicada a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{Q}$. ☐

e) Nesta expressão $\left(-\frac{3}{10}\bullet 3\right)\bullet\left(-\frac{4}{10}\right)=\left(-\frac{9}{10}\right)\bullet\left(-\frac{4}{10}\right)$ foi aplicada a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{Q}$. ☐

f) Nesta expressão $\left(-\frac{3}{10}\bullet 3\right)\bullet\left(-\frac{4}{10}\right)=\left(-\frac{9}{10}\right)\bullet\left(-\frac{4}{10}\right)$ foi aplicada a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{Q}$. ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)**

2. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

Caro aluno, como se recordou das propriedades comutativa e associativa da multiplicação em $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$. Em relação a $\mathbb{R}$, também este conjunto goza das mesmas propriedades e usamos os mesmos passos durante os cálculos. Para perceber melhor o que se acaba de dizer segue atentamente os exemplos a baixo e depois realiza as actividades.

Exemplo 3

Propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$.
observa:

$\sqrt{\frac{2}{3}} \bullet \left(-\sqrt{8}\right) = \left(-\sqrt{8}\right) \bullet \sqrt{\frac{2}{3}}$ se formos a calcular as duas expressões obteremos o mesmo resultado.

Assim temos:

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \bullet \left(-\sqrt{8}\right) = \left(-\sqrt{8}\right) \bullet \sqrt{\frac{2}{3}}$$
$$\sqrt{0,66(6)} \bullet (-2,828) = (-2,828) \bullet \sqrt{0,66(6)}$$
$$0,816 \bullet (-2,828) = (-2,828) \bullet 0,816$$
$$-2,3076 = -2,3076$$

Como se pode ver o resultado em ambas resoluções é o mesmo.

Exemplo 4

Propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$.

Observa:

$$\left[\left(\sqrt{12}\right) \bullet \left(-\sqrt{3}\right)\right] \bullet \left(\sqrt{5}\right) = \sqrt{12} \bullet \left[\left(-\sqrt{3}\right) \bullet \left(\sqrt{5}\right)\right]$$

Assim temos:

$$\left[\left(\sqrt{12}\right) \bullet \left(-\sqrt{3}\right)\right] \bullet \left(\sqrt{5}\right) = \sqrt{12} \bullet \left[\left(-\sqrt{3}\right) \bullet \left(\sqrt{5}\right)\right]$$
$$\left[3,464 \bullet (-1,732)\right] \bullet 2,236 = 3,464 \bullet \left[(-1,732) \bullet 2,236\right]$$
$$-5,999 \bullet 2,236 = 3,464 \bullet (-3,872)$$
$$-13,413 = -13,413$$

Como se pode concluir o resultado em ambos casos é o mesmo.

Caro aluno, agora procure seguir atentamente as actividades que a seguir lhe apresentamos.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirnações verdadeiras.

a) Na expressão $2\sqrt{3} \bullet \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \bullet 2\sqrt{3}$, aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ✓ ☐

b) Na expressão $2\sqrt{3} \bullet \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \bullet 2\sqrt{3}$, aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

c) Na expressão $\left[2\frac{1}{2} \bullet \left(-\sqrt{6}\right)\right] \bullet \sqrt{8} = \frac{7}{3} \bullet \left[\left(-\sqrt{6}\right) \bullet \sqrt{8}\right]$, aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

d) Na expressão $\left[2\frac{1}{2} \bullet \left(-\sqrt{6}\right)\right] \bullet \sqrt{8} = \frac{7}{3} \bullet \left[\left(-\sqrt{6}\right) \bullet \sqrt{8}\right]$, aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

V/F

a) Na expressão $\sqrt{10} \bullet \sqrt{13} = \sqrt{13} \bullet \sqrt{10}$ aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

b) Na expressão $\sqrt{10} \bullet \sqrt{13} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{10}}$ aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

V/F

c) Na expressão $\sqrt{6}\bullet\left[\sqrt{8}\bullet\sqrt{3}\right] = \sqrt{8}\bullet\left[\sqrt{3}\bullet\sqrt{6}\right]$ aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

d) Na expressão $\sqrt{6}\bullet\sqrt{8}\bullet\sqrt{3} = \sqrt{6}\bullet\sqrt{8}\bullet\sqrt{3}$ aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

3. Indique as propriedades aplicadas em cada alínea.

a) $4\sqrt{2}\bullet\sqrt{6}=4\bullet\left(\sqrt{2}\bullet\sqrt{6}\right)$

____

b) $\sqrt{18}\bullet\sqrt{11}=\sqrt{11}\bullet\sqrt{18}$

____

4. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) Na expressão $\sqrt{2}\bullet$ ___ $\bullet\sqrt{20} = \sqrt{22}\bullet\left(\sqrt{2}\bullet\text{\_\_\_}\right)$ aplicou-se a propriedade _______ da _________ em $\mathbb{R}$.

b) Na expressão $\sqrt{5}\bullet\pi\sqrt{20} =$ __ $\bullet\sqrt{5}$ aplicou-se a propriedade _________ da _________ em $\mathbb{R}$.

5. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) Nesta expressão $(-10)\bullet(+7)=(+7)\bullet(-10)$ foi aplicada a propriedade ___________ da ________em _________.

b) Nesta expressão $\left[-3\bullet(+4)\right]\bullet(-5) = -3\bullet\left[(+4)\bullet(-5)\right]$ foi aplicada a propriedade ___________ da ________em _________.

c) Nesta expressão $-\frac{7}{3} \bullet \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \bullet \left(-\frac{7}{3}\right)$
foi aplicada a propriedade ___________ da ________em
_________.

d) Nesta expressão $\left(-\frac{3}{10} \bullet 3\right) \bullet \left(-\frac{4}{10}\right) = \left(-\frac{9}{10}\right) \bullet \left(-\frac{4}{10}\right)$
foi aplicada a propriedade ___________ da ________em
_________.

Caro aluno, depois de ter resolvidos as actividades compare as suas respostas com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a); **d)**

2. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F

3. a) $4\sqrt{2} \bullet \sqrt{6} = 4 \bullet \left(\sqrt{2} \bullet \sqrt{6}\right)$ **Propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$.**

b) $\sqrt{18} \bullet \sqrt{11} = \sqrt{11} \bullet \sqrt{18}$ **Propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$.**

4. a) Na expressão $\sqrt{2} \bullet \sqrt{22} \bullet \sqrt{20} = \sqrt{22} \bullet \left(\sqrt{2} \bullet \sqrt{20}\right)$ aplicou-se a propriedade **associativa** da **multiplicação** em $\mathbb{R}$.

b) Na expressão $\sqrt{5} \bullet \pi\sqrt{20} = \pi\sqrt{20} \bullet \sqrt{5}$ aplicou-se a propriedade **comutativa** da **multiplicação** em $\mathbb{R}$.

5. **a)** Nesta expressão $(-10)\bullet(+7) = (+7)\bullet(-10)$ foi aplicada a propriedade **comutativa** da **multiplicação** em $\mathbb{Z}$.

b) Nesta expressão $\left[-3\bullet(+4)\right]\bullet(-5) = -3\bullet\left[(+4)\bullet(-5)\right]$ foi aplicada a propriedade **associativa** da **multiplicação** em $\mathbb{Z}$.

c) Nesta expressão $-\frac{7}{3}\bullet\frac{5}{2} = \frac{5}{2}\bullet\left(-\frac{7}{3}\right)$ foi aplicada a propriedade **comutativa** da **multiplicação** em $\mathbb{Q}$.

d) Nesta expressão $\left(-\frac{3}{10}\bullet 3\right)\bullet\left(-\frac{4}{10}\right) = \left(-\frac{9}{10}\right)\bullet\left(-\frac{4}{10}\right)$

Foi aplicada a propriedade **associativa** da **multiplicação** em $\mathbb{Q}$.

Caro aluno, gora resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações correctas.

a) Na expressão $2\sqrt{3}\bullet\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\bullet 2\sqrt{3}$, aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ✓ ☐

b) Na expressão $2\sqrt{3}\bullet\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\bullet 2\sqrt{3}$, aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

c) Na expressão $\left[2\frac{1}{2}\bullet\left(-\sqrt{6}\right)\right]\bullet\sqrt{8} = \frac{7}{3}\bullet\left[\left(-\sqrt{6}\right)\bullet\sqrt{8}\right]$, aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

d) Na expressão $\left[2\frac{1}{2}\bullet\left(-\sqrt{6}\right)\right]\bullet\sqrt{8} = \frac{7}{3}\bullet\left[\left(-\sqrt{6}\right)\bullet\sqrt{8}\right]$, aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

2. Marque com **V** as afirmações verdadeiras.

a) Na expressão $\sqrt{10}\bullet\sqrt{13} = \sqrt{13}\bullet\sqrt{10}$ aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. **V** ☐

b) Na expressão $\sqrt{10}\bullet\sqrt{13} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{10}}$ aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

c) Na expressão $\sqrt{6}\bullet\left[\sqrt{8}\bullet\sqrt{3}\right] = \sqrt{8}\bullet\left[\sqrt{3}\bullet\sqrt{6}\right]$ aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

d) Na expressão $\sqrt{6}\bullet\sqrt{8}\bullet\sqrt{3} = \sqrt{6}\bullet\sqrt{8}\bullet\sqrt{3}$ aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

3. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) $\sqrt{12}\bullet\left(-\sqrt{5}\right) = \left(-\sqrt{5}\right)\bullet\sqrt{12}$ Nesta expressão aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ✓ ☐

b) $\sqrt{12}\bullet\left(-\sqrt{5}\right)=\left(-\sqrt{5}\right)\bullet\sqrt{12}$ Nesta expressão aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

c) $\left[\sqrt{3}\bullet\frac{2}{3}\right]\bullet\left(-\sqrt{7}\right)=\sqrt{3}\bullet\left[\frac{2}{3}\bullet\left(-\sqrt{7}\right)\right]$ Nesta expressão aplicou-se a propriedade associativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

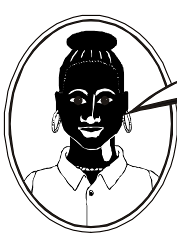
d) $\left[\sqrt{3}\bullet\frac{2}{3}\right]\bullet\left(-\sqrt{7}\right)=\sqrt{3}\bullet\left[\frac{2}{3}\bullet\left(-\sqrt{7}\right)\right]$ Nesta expressão aplicou-se a propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$. ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a); **d)**

2. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F

3. a); **c)**



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se não conseguiu acertar todos exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer suas dúvidas

6

Propriedade Distributiva em Relação à Adição e Subtracção em $\mathbb{R}$

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e subtracção.

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo à 6ª lição do seu estudo da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha compreendido o suficiente a última lição sobre a aplicação das propriedades comutativa e associativa da multiplicação. Nesta lição vai continuar a estudar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e subtracção.

Fazemos votos que redobre esforços para o mais breve possível poder terminar o seu estudo desta lição.

Nesta lição terá oportunidade de saber como determinar produto de expressões envolvendo adição e subtracção com números reais; onde mais uma vez vai ter que operar com valores aproximados por defeito ou por excesso.

Para começar o estudo desta lição sugerimos que resolva alguns exercícios, como forma de rever os conhecimentos.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, antes comecemos por rever a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição em $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$, através de alguns exemplos resolução de alguns exrcícios.

Exemplo 1

Como calcular $3 \bullet (5+2)$?

Deve estar recordado que para resolver este exercício, vamos aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Não se esqueça, que a multiplicação goza da propriedade distributiva em relação à adição.

Assim para o nosso exercício temos:

$$\begin{aligned} 3 \bullet (5+2) &= 3 \bullet 5 + 3 \bullet 2 \\ &= 15 + 6 \\ &= 21 \end{aligned}$$

Exemplo 2

$2\bullet(4-3)=$ Não se esqueça, que a multiplicação goza da propriedade distributiva em relação à subtracção.

$$\begin{aligned} 2\bullet(4-3) &= 2\bullet(4-3) \\ &= 2\bullet4-2\bullet3 \\ &= 8-6 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Exemplo 3

Seja:

$\frac{1}{2}\bullet\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)$; Como calcular o valor da expressão, usando valor aproximado por defeito, a menos de 0,1.

Assim temos:

$\frac{1}{2}\bullet\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{2}\bullet\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\bullet\frac{3}{4}$ Aplica-se a propriedade distributiva.

$=\frac{2}{6}+\frac{3}{8}$

$=\underset{(4)}{\frac{2}{6}}+\underset{(3)}{\frac{3}{8}}$ Em seguida calcular o m.m.c.

$=\frac{8+9}{24}$ Determina-se, a soma.

$=\frac{17}{24}$

$= 0{,}70833(3)$

E como queremos o resultado aproximado por defeito, a menos de 0,1; a resposta será 0,7.

Por outro lado pode se seguir um outro caminho, só que neste caso não se aplicou a propriedade distributiva. Resolver o que está dentro de parêntesis; porque pode se resolver o que estiver dentro de parêntesis em primeiro lugar.

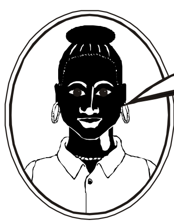
$\frac{1}{2}\bullet\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)$, teremos que calcular o m.m.c.

$$\frac{1}{2}\bullet\left(\underset{(4)}{\frac{2}{3}}+\underset{(3)}{\frac{3}{4}}\right)=\frac{1}{2}\bullet\left(\frac{8+9}{12}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\bullet\frac{17}{12}$$

$$=\frac{17}{24}$$

$$=0,7$$



Caro aluno, a seguir apresentamos-lhe as definições da propriedade distributiva da multiplicação em $\mathbb{R}$, em relação à adição e subtracção. E depois alguns exemplos; sendo assim é necessário que acompanhe atentamente os exemplos.

Propriedade distributiva da multiplicação em $\mathbb{R}$

Definição: Em relação à adição

$a\bullet(b+c)=a\bullet b+a\bullet c; \forall a,b,c \in \mathbb{R}$

O quer dizer que, **a** multiplicado pela soma de **b** e **c**; e é igual a soma dos produtos $a\bullet b$ e $a\bullet c = (a\bullet b+a\bullet c)$. Esta relação é válida para qualquer número real ***a***, ***b***, e ***c***; pertencente a $\mathbb{R}$.

Exemplo 4

Como calcular $3 \bullet \left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)$?

Daqui iremos aplicar o mesmo procedimento como em $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$. Assim sendo teremos:

$3 \bullet \left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right) = 3\sqrt{5}+3\sqrt{3}$ $\rightarrow$ E podemos manter esta resposta, como a final. Em casos de não nos ser pedido o valor aproximado.

Exemplo 5

Calcula o valor da expressão $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right) \bullet 2$, usando valores aproximados por defeito a menos de $0,1$ e aplicando a propriedade distributiva.

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right) \bullet 2 &= 2\sqrt{3}+2\sqrt{2} \\
&\approx 2 \bullet 1,7 + 2 \bullet 1,4 \\
&\approx 3,4 + 2,8 \\
&\approx 6,2
\end{aligned}
$$

$\sqrt{3} \approx 1,732...$ Aproximando por defeito a menos de $0,1$. Teremos $1,7$.

$\sqrt{2} \approx 1,414...$ O seu valor aproximado será $1,4$.

Exemplo 6

Como calcular $\left(\sqrt{11}+\sqrt{3}\right) \bullet (-2)$, usando valor aproximado por defeito, a menos de $0,1$?

Para tal é necessário aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição ou calcular o valor aproximado de cada número e substituir na expressão, depois aplicar a propriedade distributiva:

$$\left(\sqrt{11}+\sqrt{3}\right)\bullet(-2) = \left(\sqrt{11}\right)\bullet(-2)+\left(\sqrt{3}\right)\bullet(-2)$$
$$\approx 3,3 \bullet(-2) + 1,7 \bullet(-2)$$
$$\approx -6,6 - 3,4$$
$$\approx -10,0$$

$\sqrt{11}=3,3166...$

$\sqrt{3}=1,7320...$

Não se esqueças das regras para adicionar números inteiros (regras de sinais).

Ou

$$\left(\sqrt{11}+\sqrt{3}\right)\bullet(-2) \approx (3,3+1,7)\bullet(-2)$$
$$\approx 3,3 \bullet(-2) + 1,7 \bullet(-2)$$
$$\approx -6,6 - 3,4$$
$$\approx -10,0$$

Em relação à subtracção

$a\bullet(b-c)=a\bullet b-a\bullet c;\forall a,b,c\in \mathbb{R}$

O que quer dizer que, **a** multiplicado pela diferença de **b** e **c;** é igual a diferença dos produtos $a\bullet b$ com $a\bullet c$ $(a\bullet b-a\bullet c)$. Esta relação é válida para qualquer número real ***a***, ***b***, e ***c***; pertencente a $\mathbb{R}$.

Exemplo 7

Consideremos a expressão $\frac{3}{4}\bullet\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)$, determinar o valor da mesma, usando o valor aproximado por excesso a menos de 0,01 e aplicando a propriedade distributiva.

Depois determinar os valores da $\sqrt{6}$ e $\sqrt{3}$. Assim teremos:

$\sqrt{6}\approx 2,45$

$\sqrt{3}\approx 1,73$

$$\frac{3}{4}\bullet\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right) = \frac{3}{4}\bullet\sqrt{6}-\frac{3}{4}\bullet\sqrt{3}$$
$$\approx \frac{3}{4}\bullet 2,45-\frac{3}{4}\bullet 1,73$$
$$\approx 0,75\bullet 2,45-0,75\bullet 1,73$$
$$\approx 1,83 - 1,30$$
$$\approx 0,53$$

Por outro lado podemos calcular de outra maneira. Calculando na forma decimal $\frac{3}{4}$.

$$\frac{3}{4}\bullet\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right) \approx 0,75\bullet 2,45-0,75\bullet 1,73$$
$$\approx 1,84-1,30$$
$$\approx 0,54$$

Exemplo 8

Como resolver o exercício $\frac{1}{2}\bullet\left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)$?

Usaremos o mesmo caminho que no exemplo anterior:

$$\frac{1}{2}\bullet\left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right) = \frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}$$
$$=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{2}$$
$$\approx\frac{2,45-2,24}{2}$$
$$\approx 0,1$$

Exemplo 9

Aplicando a propriedade distributiva, calcula usando valores aproximados por defeito a menos de 0,1 a expressão $\frac{2}{3}\bullet\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$.

Assim teremos:

$$\frac{2}{3}\bullet\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)= \frac{2}{3}\bullet\sqrt{5}-\frac{2}{3}\bullet\sqrt{2}$$
$$\approx 0,6\bullet 2,2-0,6\bullet 1,4$$
$$\approx 1,3-0,8$$
$$\approx 0,5$$

$\sqrt{5}=2,236...$ Aproximando por defeito a menos de 0,1.

Teremos 2,2.

$0,6\bullet 2,2-0,6\bullet 1,4 \approx 1,32-0,84 \approx 1,3-0,8$

$\sqrt{2}\approx 1,414... \approx 1,4$

$\frac{2}{3}\approx 0,6(6)...$

Caro aluno, gora realize as actividades que a seguir lhe apresentamos para depois comparar as suas respostas com a chave de correcção.

ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as falsas.

	V/F
a) $2\bullet\left(\sqrt{7}+3\right)=2\sqrt{7}+6$	☐
b) $2\bullet\left(\sqrt{7}+3\right)=\sqrt{7}+8$	☐
c) $\frac{1}{2}\bullet\left(\sqrt{2}+3\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}+1,5$	☐
d) $\frac{1}{2}\bullet\left(\sqrt{2}+3\right)=\sqrt{2}+\frac{3}{2}$	☐
e) $3\bullet\left(8-\sqrt{4}\right)=22$	☐

V/F

f) $5\bullet\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=5\sqrt{3}-5\sqrt{2}$ ☐

g) $5\bullet\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=\sqrt{15}-\sqrt{10}$ ☐

h) $0,5\bullet\left(\sqrt{10}+\sqrt{5}\right)=\frac{\sqrt{10}}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}$ ☐

2. Calcule o valor das expressões abaixo, usando valores aproximados.

a) $\frac{3}{5}\bullet\left(\pi+\sqrt{6}\right)$ por defeito a menos de 0,1.

b) $\frac{2}{5}\bullet\left(3+\sqrt{2}\right):\frac{1}{5}$ por defeito a menos de 0,1.

c) $\frac{3}{5}\bullet\left(\pi+\sqrt{6}\right)$ por defeito a menos de 0,01.

d) $\frac{2}{5}\bullet\left(3+\sqrt{2}\right):\frac{1}{5}$ por defeito a menos de 0,01.

3. Marque com um ✓, apenas uma firmação verdadeira. Sabendo que o cálculo foi feito por uma aproximação por defeito a menos de 0,1.

a) $2\bullet\frac{2}{3}\left(3+\sqrt{7}\right)=7,5$ ✓ ☐

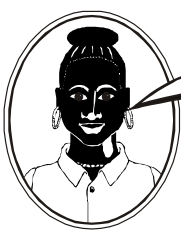
b) $2\bullet\frac{2}{3}\left(3+\sqrt{7}\right)=1,(4)$ ☐

c) $2\bullet\frac{2}{3}\left(3+\sqrt{7}\right)=1,(2)$ ☐

d) $2\bullet\frac{2}{3}\left(3+\sqrt{7}\right)=1,(1)$ ☐

4. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. Sabendo que os resultados foram aproximados por defeito, a menos de 0,1. E justifica a sua opção.

	V/F
a) $\pi \bullet \left(\frac{2}{5}+2\right) \approx 7,5$	☐
b) $2\pi \bullet \left(\frac{4}{7}+3\right) \approx 20,6342$	☐
c) $\pi \bullet \left(\frac{2}{5}-2\right) \approx 7,54$	☐
d) $2\pi \bullet \left(\frac{4}{7}+3\right) \approx 22,4$	☐



Caro aluno, depois de ter resolvido sozinho as actividades sugeridas, compare as suas respostas com a chave de correcção que se segue. Se acertou mais da metade dos exercícios das actividades prossiga no estudo da sua lição. Caso contrário volta a realizar as mesmas actividades.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** F; **f)** V; **g)** F; **h)** V

2. **a)** $\frac{3}{5} \bullet \left(\pi+\sqrt{6}\right) = \frac{3}{5} \bullet \pi + \frac{3}{5} \bullet \sqrt{6}$ **;** Porque $\frac{3}{5}=0,6$ **;** $\pi = 3,14...$ e $\sqrt{6}=2,4494...$

$= 0,6 \bullet 3,1 + 0,6 \bullet 2,4$

$= 1,86 + 1,44$

$=$ **3,3**

b) $\frac{2}{5}\bullet\left(3+\sqrt{2}\right):\frac{1}{5} = \left(\frac{6}{5}+\frac{2\sqrt{2}}{5}\right)\bullet 5 = \left(\frac{6+2\sqrt{2}}{\cancel{5}}\right)\bullet\cancel{5} = 6+2\sqrt{2}$

$= 6+2\bullet 1,4$; Porque $\sqrt{2}=1,4142...$

$= 6+2,8$

$= \mathbf{8,8}$

c) $\frac{3}{5}\bullet\left(\pi+\sqrt{6}\right) = \frac{3}{5}\bullet\pi+\frac{3}{5}\bullet\sqrt{6}$; Porque $\frac{3}{5}=0,60$; $\pi=3,14...$ e $\sqrt{6}=2,4494...$

$\approx 0,60\bullet 3,14+0,60\bullet 2,45$

$\approx 1,88 + 1,47$

$\approx \mathbf{3,35}$

3. a)

4. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V

Caro aluno, depois de ter comparado as soluções com a chave de correcção, e ter realizado todas as actividades com sucesso. Resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as afirmações falsas.

	V/F
a) $2\pi\bullet\left(\sqrt{5}-\frac{5}{6}\right)=8,8$	☐
b) $2\pi\bullet\left(\sqrt{5}-\frac{5}{6}\right)=8,6$	☐

2. Determine o valor das expressões.

a) $2\bullet\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{6}\right)$

b) $3\bullet\left(2\bullet\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)$

c) $5\bullet\left(\pi\bullet\frac{3}{2\pi}+\frac{2}{3}\right)$

3. Marque um **V** as afirmações certas e um **F** as falsas.

	V/F
a) $3\bullet(5\pi+2\pi)=21\,\pi$	☐
b) $3\bullet(5\pi+2\pi)=94{,}9$	☐
c) $\frac{2}{9}\bullet\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{11}\right)=\frac{1}{297}$	☐
d) $\frac{2}{9}\bullet\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{11}\right)=\frac{10}{297}$	☐
e) $\frac{1}{10}\bullet\left(\frac{2}{13}+4\right)=\frac{54}{130}$	☐
f) $\frac{1}{10}\bullet\left(\frac{2}{13}+4\right)=\frac{54}{13}$	☐
g) $\frac{3}{2}\bullet\left(5-\frac{3}{2}\right)=\frac{21}{4}$	☐
h) $\frac{3}{7}\bullet\left(5-\frac{9}{11}\right)=\frac{6}{14}$	☐

4. Calcule:

a) $2\pi \bullet \left(2-\sqrt{7}\right)$; use o valor aproximado por defeito, a menos de 0,1.

b) $\left(-3\right) \bullet \left(\frac{2}{7}-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$; use o valor aproximado por defeito, a menos de 0,1.

c) $3 \bullet \left(3+\frac{1}{3}\right)$; use o valor aproximado por defeito, a menos de 0,01.

d) $\frac{2}{3} \bullet \left(4+\frac{2}{7}\right)$; use o valor aproximado por defeito, a menos de 0,01.

5. Marque com um **V** as afirmações verdadeira e um **F** as falsas.

V/F

a) O produto de $-\frac{2}{8} \bullet \left(\pi-\sqrt{3}\right)$, por aproximação por excesso, a menos de 0,1 é 0,5. ☐

b) O produto de $-\frac{2}{8} \bullet \left(\pi-\sqrt{3}\right)$, por aproximação por excesso, a menos de 0,1 é 0,4. ☐

6. Calcule o valor das expressões que seguem.

a) $\frac{2}{11}\bullet\left(2+\sqrt{6}\right)$; use o valor aproximado por excesso, a menos de 0,1.

b) $2\pi\bullet\left(2-\sqrt{7}\right)$; use o valor aproximado por defeito, a menos de 0,1.

c) $(-3)\bullet\left(\frac{2}{7}-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$; use o valor aproximado por defeito, a menos de 0,01.

Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios propostos, compare os seus resultados com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F

2. a) $2\bullet\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{6}\right) = 2\bullet\left(\frac{1}{2}-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{6}^{2}}\right)$

$$=2\bullet\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)$$

$$=2\bullet 0$$

$$\mathbf{=0}$$

b) $3\bullet\left(2\bullet\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)=3\bullet\left(\cancel{2}\bullet\frac{3}{\cancel{2}}+\frac{2}{3}\right)$

$=9+\frac{6}{3}$

$=9+2$

$=\mathbf{11}$

c) $5\bullet\left(\cancel{\pi}\bullet\frac{3}{2\cancel{\pi}}+\frac{2}{3}\right)=5\bullet\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)$

$=5\bullet\left(\frac{3}{\underset{(3)}{2}}+\frac{2}{\underset{(2)}{3}}\right)$

$=5\bullet\left(\frac{9}{6}+\frac{4}{6}\right)$

$=\frac{45}{6}+\frac{20}{6}$

$=\frac{65}{6}\approx\mathbf{10,8}$

3. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F; **g)** V; **h)** F

4. **a)** $2\pi\bullet\left(2-\sqrt{7}\right)\approx 2\bullet 3,1(2-2,6)$

$\approx 6,2\bullet(-0,6)$

$\approx$ **-3,7**

b) $(-3)\bullet\left(\frac{2}{7}-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\approx(-3)\bullet\left(0,2-\frac{1,4}{3}\right)$

$\approx(-3)\bullet(0,2-0,4)$

$\approx(-3)\bullet(-0,2)$

$\approx$ **0,6**

c) $3\bullet\left(3+\frac{1}{3}\right) = 9+\cancel{3}\bullet\frac{1}{\cancel{3}}$

$= 9+1$

$= \mathbf{10}$

d) $\frac{2}{3}\bullet\left(4+\frac{2}{7}\right) = \frac{8}{3}+\frac{4}{21}$

$\approx 2{,}66 + 0{,}19$

$\approx 2{,}85$

5. a) V; **b)** F

6. a) $\frac{2}{11}\bullet\left(2+\sqrt{6}\right) = \frac{2}{11}\bullet 2+\frac{2}{11}\bullet\sqrt{6}$

$= \frac{4}{11}+\frac{2\sqrt{6}}{11}$

$= \frac{4}{11}+\frac{2\bullet 2{,}5}{11}$

$= \frac{4}{11}+\frac{5}{11}$

$= \frac{9}{11}$

$\approx$ 0,81 - Por excesso a menos de 0,1 a resposta é 0,9.

$\sqrt{6}=2{,}4495$ Por excesso a menos de 0,1. = 2,5.

Ou

$\frac{2}{11}\bullet\left(2+\sqrt{6}\right) = \frac{2}{11}\bullet 2+\frac{2}{11}\bullet\sqrt{6}$

$\approx 0{,}2\bullet 2+0{,}2\bullet 2{,}5$

$\approx 0{,}4+0{,}50$

$\approx 0{,}9$

$\frac{2}{11}$ = 0,18. Por excesso a menos de 0,1. 0,18 = 0,2.

b) $2\pi\bullet\left(2-\sqrt{7}\right) = 4\pi-2\pi\sqrt{7}$

$$\approx 4\bullet 3{,}14-2\bullet 3{,}14\bullet 2{,}6458$$

$$\approx 4\bullet 3{,}0-2\bullet 3{,}0\bullet 2{,}5$$

$$\approx 12{,}0-15{,}0$$

$$\approx -3$$

c)

$$(-3)\bullet\left(\frac{2}{7}-\frac{\sqrt{2}}{3}\right) = (-3)\bullet\frac{2}{7}-(-3)\bullet\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$

$-\frac{6}{7}=-0{,}8571$ e

$\sqrt{2}=1{,}4142$

$$= -\frac{6}{7}+\frac{\cancel{3}^1\sqrt{2}}{\cancel{3}_1}$$

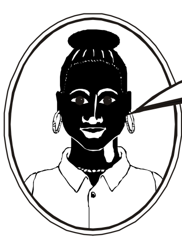
$$= -\frac{6}{7}+\sqrt{2}$$

$$\approx -0{,}84+1{,}40$$

$$\approx 0{,}56$$

$-\frac{6}{7}=-0{,}8571$. Por defeito a menos de 0,01.

$-0{,}8571 = -0{,}84$.
$1{,}4142 = 1{,}40$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever a lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

7 Elemento Neutro de Adição e Multiplicação em $\mathbb{R}$

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar a propriedade elemento neutro da adição e multiplicação.

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 7ª lição de Matemática 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento nas lições anteriores. Nesta lição terá oportunidade de saber como aplicar a propriedade elemento neutro da adição e multiplicação.

Entretanto, apresentamos-lhe já a seguir alguns aspectos fundamentais, e que já teve oportunidade de estudar na 8ª classe, Módulos 1 e 3 para efeitos começaremos por uma revisão. De modo a facilitar o estudo desta lição.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, comecemos por lhe recordar primeiro as definições que aprendeu no Módulo 1 da 8ª classe, sobre as propriedade elemento neutro da adição e da multiplicação em $\mathbb{Q}$.

Com certeza ainda se lembra do estudo das propriedade elemento neutro da adição e multiplicação que aprendeu na 8ª classe. Adicionar um número com zero e multiplicar um número por um é muito fácil!

Caro aluno, primeiro vamos lhe recordar algumas definições e acompanhe atentamente os exemplos que se seguem.

Propriedade elemento neutro da adição em $\mathbb{Q}$.

Definição

$0+a=a+0=a, \forall a \in \mathbb{Q}$ o que quer dizer:

Zero adicionado com qualquer número racional ***a***, será igual a esse mesmo número racional ***a*.**

Exemplo 1

a) $-4+0=-4$

b) $0+\frac{7}{3}=\frac{7}{3}$

Propriedade elemento neutro da multiplicação em $\mathbb{Q}$.

Definição

$a \bullet 1 = 1 \bullet a = a, \forall a \in \mathbb{Q}$ o que quer dizer:

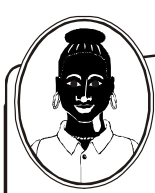
Um (1) multiplicado com qualquer número racional ***a***, será igual a esse mesmo número racional ***a*****.**

Tome nota: Multiplicar por (-1) a qualquer número racional, obtemos o mesmo número com a diferença de sinais (usamos a regra da multiplicação de sinais).

Exemplo 2

a) $-7 \bullet 1 = -7$

b) $1 \bullet \frac{5}{9} = \frac{5}{9}$



Caro aluno, é melhor ter em mente que: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
O que quer dizer que o conjunto $\mathbb{N}$ está incluso no conjunto $\mathbb{Z}$ e este está incluso no conjunto $\mathbb{Q}$.

Como forma de consolidação, vai realizar as actividades que se seguem.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) $\frac{2}{3}+0=\frac{3}{2}$ ☑

b) $\frac{2}{3}+0=\frac{2}{3}$ ☐

c) $(-4)\bullet 1=-4$ ☐

d) $(-4)\bullet 1=1$ ☐

2. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) A _________ de um número racional com zero é igual a ____ _____.

b) $\frac{1}{2}+\_\_=\_\_\_$

c) $\_\_\bullet(-10)=-10$

d) Qualquer _______ racional adicionado com ______é igual a __________ número.

3. Calcule usando uma das propriedades elemento neutro da adição ou da multiplição em $\mathbb{Q}$.

a) $\left(-\frac{2}{5}\right)+0$

b) $(-2)+0+\frac{1}{2}$

c) $-\frac{1}{2}\bullet 1\bullet 2$

d) $(-5)\bullet\frac{1}{5}\bullet 1$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b); **c)**

2.

a) A **multiplivação** de um número racional com zero é igual a **zero**.

b) $\frac{1}{2}+\mathbf{0}=\mathbf{0}$

c) $\mathbf{1}\bullet(-10)=-10$

d) Qualquer **número** racional adicionado com **zero** é igual a **esse mesmo** número.

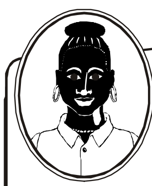
3. a) $\left(-\frac{2}{5}\right)+0=-\frac{2}{5}$

b) $(-2)+0+\dfrac{1}{2}=-2+\dfrac{1}{2}$

$$=-\frac{3}{2}$$

c) $-\dfrac{1}{2}\bullet 1\bullet 2=-1$

d) $(-5)\bullet\dfrac{1}{5}\bullet 1=-1$



Tal como em $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$, são de igual modo aplicáveis em $\mathbb{R}$ as propriedades elemento neutro de adição e multiplicação.

Propriedades da adição em $\mathbb{R}$

Elemento neutro da adição (zero)

Definição

$0+a=a+0=a, \forall a \in \mathbb{R}$ o que quer dizer:
Zero adicionado a qualquer número real ***a***, será igual a esse mesmo número real ***a*.**

Exemplo 3

a) $\sqrt{6}+0=\sqrt{6}$

b) $0-3\sqrt{5}=-3\sqrt{5}$

Conclusão: Adicionar zero (**0**) qualquer a um número real, o resultado não altera.

Elemento neutro da multiplicação (um).

Definição

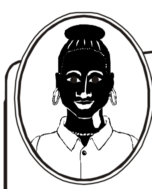
$a \bullet 1 = 1 \bullet a = a, \forall\, a \in \mathbb{R}$ o que quer dizer:

O número **um** multiplicado com qualquer número real ***a***, será igual a esse mesmo número real ***a.***

Exemplo 4

a) $\sqrt{11} \bullet 1 = \sqrt{11}$

b) $1 \bullet \sqrt{3} = \sqrt{3}$



Como pode ver qualquer número real multiplicado por um (1) é igual a esse mesmo número real.

Caro aluno, agora resolve as actividades e depois compare as suas respostas com chave de correcção.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) Adicionar qualquer número com zero é igual a zero.

b) Qualquer produto com um dos factores um é igual a um.

c) Adicionar qualquer número com zero é igual a esse mesmo número.

d) Qualquer produto com um dos factores um é igual a esse factor.

e) $(2+3)+0=5$

f) $(2+3)+0=0$

g) $0+\frac{2}{3}=0$

h) $0+\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$

2. Marque com um **V** as afirmações veradeiras e um **F** as falsas.

V/F

a) $0+b=a+0=a, \forall a \notin \mathbb{R}$

b) $0+a=a+0=a, \forall a \in \mathbb{R}$

c) $0+b=a+0=0, \forall a \in \mathbb{R}$

d) $a \bullet 1=1 \bullet a=1, \forall a \in \mathbb{R}$

e) $a \bullet 1=1 \bullet a=a, \forall a \in \mathbb{R}$

3. Complete as afimações de modo que sejam verdadeiras.

a) $\sqrt{2} \bullet 1 + \_\_ = \_\_$

b) $\frac{2}{3} + \_\_ \bullet 1 = \frac{2}{3}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2} \bullet \_\_ + \_\_ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **b)**; **c)**; **e)**; **h)**

2. **a)** F; **b)** V; **c)** F; **d)** F; **e)** V

3. **a)** $\sqrt{2} \bullet 1 + \mathbf{0} = \sqrt{\mathbf{2}}$

b) $\frac{2}{3} + \mathbf{0} \bullet 1 = \frac{2}{3}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2} \bullet \mathbf{1} + \mathbf{0} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

Caro aluno, depois de ter resolvido todas as acticvidades. Resolve os exercícios que seguem como forma de consolidar os seus conhecimentos.

EXERCÍCIOS

1. Marque com **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as falsas.

V/F

a) $\frac{1}{3}\sqrt{5}+0=\frac{1}{3}\sqrt{5}$ ☐

b) $\frac{1}{3}\sqrt{5}+0=0$ ☐

c) $1\bullet\sqrt{13}=\sqrt{13}$ ☐

d) $1\bullet\sqrt{13}=1$ ☐

2. Marque com um ✓ apenas as respostas certas.

a) $0+(-\sqrt{2})=-\sqrt{2}$ ☐

b) $0+(-\sqrt{2})=0$ ☐

c) $\frac{2}{2}\bullet\sqrt{12}=\sqrt{12}$ ☐

d) $\frac{2}{2}\bullet\sqrt{12}=12$ ☐

e) $\sqrt{14}-0=\sqrt{14}$ ☐

f) $-\sqrt{14}-0=-\sqrt{14}$ ☐

3. Complete as expressões de modo que sejam verdadeiras.

a) $\frac{\sqrt{2}}{3} + \_\_\_ = \frac{\sqrt{2}}{3}$

b) $\sqrt{5} + 0 = \_\_\_$

c) $\frac{1}{2} + \_\_\_ + \frac{3}{2} = 2$

d) $\sqrt{3} \bullet \_\_ = \sqrt{3}$

e) $\_\_\_ \bullet \sqrt{7} \bullet \_\_\_ = \sqrt{7}$

f) $\frac{2}{3} \bullet \_\_\_ \bullet \frac{3}{2} = 1$

4. Resolve os seguintes execícios:

a) $0 + \sqrt{5} \bullet 1 = \_\_\_\_\_\_\_\_$

b) $0 + \frac{\sqrt{6}}{3} = \_\_\_\_\_\_\_\_$

c) $-\sqrt{7} - 0 = \_\_\_\_\_\_\_$

d) $\sqrt{7} \bullet 1 + 0 = \_\_\_\_\_\_\_$

Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exrcícios propostos, compare os seus resultados com a chave de correcção caso não tenha conseguido acertar nenhum, volte a resolver os mesmos exercícios.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F

2. a); **c)**; **e)**

3. a) $\frac{\sqrt{2}}{3}+0=\frac{\sqrt{2}}{3}$

b) $\sqrt{5}+0=\sqrt{\mathbf{5}}$

c) $\frac{1}{2}+\mathbf{0}+\frac{3}{2}=2$

d) $\sqrt{3}\bullet\mathbf{1}=\sqrt{3}$

e) $\mathbf{1}\bullet\sqrt{7}\bullet\mathbf{1}=\sqrt{7}$

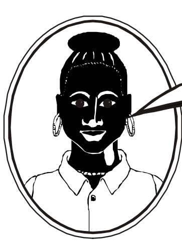
f) $\frac{2}{3}\bullet\mathbf{1}\bullet\frac{3}{2}=1$

4. a) $0+\sqrt{5}\bullet 1=\sqrt{5}$

b) $0+\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

c) $-\sqrt{7}-0=-\sqrt{7}$

d) $\sqrt{7}\bullet 1+0=\sqrt{7}$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar nenhum volte a rever a lição ou procure estudar com um colega. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

8

Aplicação da Propriedade Elemento Absorvente da Multiplicação e Inverso Multiplicativo em $\mathbb{R}$

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar as propriedades elemento neutro e absorvente da multiplicação em expressões numéricas e algébricas.

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 8ª lição de Matemática! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento nas lições anteriores.

Nesta lição terá a oportunidade de saber como aplicar a propriedade elemento absorvente da multiplicação e o inverso multiplicativo. Aplicar a propriedade elemento absorvente da multiplicação.

Entretanto, apresentamos-lhe já a seguir alguns aspectos fundamentais que estudou nos Módulos, 1 e 3 da 8ª classe, para tal começaremos por uma breve revisão, sobre a propriedade elemento absorvente da multiplicação. É importante recordar que, quer em $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ é aplicável a propriedade elemento absorvente da multiplicação o zero (**0**); assim como em $\mathbb{R}$ **.**

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, comecemos por rever a propriedade elemento absorvente da multiplicação e inverso de um número em $\mathbb{Q}$.

Propriedade elemento absorvente da multiplicação em $\mathbb{Q}$.

Definição

$a \bullet 0 = 0 \bullet a = 0; \forall a \in \mathbb{Q}$. Isto quer dizer qualquer número racional multiplicado por zero (0) é igual a zero (0).

Exemplo 1

a) $\frac{5}{3} \bullet 0 = 0$

b) $\frac{-5 \bullet 0}{10 \bullet (-4)}$

Propriedade elemento inverso da multiplicação em $\mathbb{Q}$.

Definição

$a \bullet \frac{1}{a} = \frac{1}{\cancel{a}} \bullet \cancel{a} = 1; e\left(a \neq 0\right)$. Isto quer dizer qualquer número racional, diferente de zero multiplicado pelo seu inverso é igual a um (1).

Exemplo 2

a) $\frac{1}{2} \bullet 2 = 1$. Porque o inverso de $\frac{1}{2}$ é 2.

b) $\frac{3}{5} \bullet \frac{5}{3} = 1$. Porque $\frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} \bullet \frac{\cancel{5}}{\cancel{3}} = 1$.

TOME NOTA...

Inverso de um número é o mesmo que oposto desse número.

Caro aluno, agora resolve as actividades que se seguem.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmação verdadeira.

a) Qualquer número multiplicado por zero é igual um. ☐

b) Qualquer número multiplicado por zero é igual zero. ☐

c) Qualquer número multiplicado por zero é igual a esse mesmo número. ☐

2. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) $\frac{2}{3} \bullet \_\_ = 1$

b) $5 \bullet \_\_ = 1$

c) $\_\_ \bullet 3 = 1$

d) $\frac{1}{7} \bullet 7 = \_\_$

3. Marque com um **V** as afimações verdadeiras e um **F** as falsas.

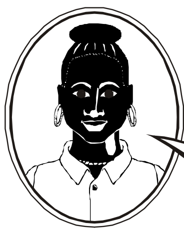
	V/F
a) O inverso de 2 é -2	☐
b) O inverso de 2 é $\frac{1}{2}$	☐
c) O inverso de $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$	☐
d) O inverso de $\frac{2}{3}$ é 6	☐

4. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) Todo ________ racional tem o seu __________ .

b) Zero é elemento __________ da ______________ .

c) A multiplicação de um _______ racional com o seu ______ é igual a _____ .



Caro aluno, depois de ter resolvido todas as actividades compare as suas respostas com chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

2. a) $\frac{2}{3} \bullet \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} = 1$

b) $5 \bullet \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}} = 1$

c) $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \bullet 3 = 1$

d) $\frac{1}{7} \bullet 7 = \mathbf{1}$

3. a) F; **b)** V; **c)** V; **d)** F

4. a) Todo **número** racional tem o seu **inverso**.

b) Zero é elemento **obsorvente** da **multiplicação**.

c) A multiplicação de um **número** racional com o seu **inverso** é igual a **um**.

Propriedade elemento absorvente da multiplicação e inverso multiplicativo em $\mathbb{R}$

Propriedade Elemento absorvente (zero)

Definição

$a \bullet 0 = 0 \bullet a = 0; \forall a \in \mathbb{R}$. Isto quer dizer qualquer número real multiplicado por zero (0) é igual a zero (0).

Exemplo 3

$\sqrt{2} \bullet 0 = 0$ - Porque qualquer número multiplicado por zero é igual a zero.

Exemplo 4

$\frac{1}{3} \bullet 0 \bullet \sqrt{3} = 0$

Propriedade Inverso Multiplicativo

Definição

$a \bullet b = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{b}; \forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Isto quer dizer, qualquer número real diferente de zero, multiplicado pelo seu inverso é igual a um (1).

Exemplo 5

Seja:

$$a=\sqrt{2} \quad \text{e} \quad b=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Como calcular **a.b**?

$$\sqrt{2}\bullet\frac{1}{\sqrt{2}}=1$$

Exemplo 6

Consideremos:

$a=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. Determine o seu inverso multiplicativo.

Para a determinação do inverso multiplicativo, primeiro temos que considerar a fórmula, $a\bullet b=1$ substituindo teremos:

$$\frac{2}{\sqrt{5}}\bullet b=1$$

$$\Rightarrow b=1:\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow b=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

Conclusão: Qualquer número $\mathbb{R}$, diferente de zero (**0**), tem o seu inverso.

Caro aluno, depois de ter seguido atentamente os exemplos apresentados, resolve as actividades que se seguem.

ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

	V/F
a) O inverso de um número é um número negativo.	☐
b) Qualquer número $\mathbb{R}$, excluindo o zero tem o seu inverso.	☐
c) O inverso de zero é o próprio zero.	☐
d) Não existe o inverso de zero.	☐

2. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira.

a) O inverso de $\frac{1}{\sqrt{5}}$ é 5 ✓ ☐

b) O inverso de $\frac{1}{\sqrt{5}}$ é $\sqrt{5}$ ☐

c) O inverso de $\frac{1}{\sqrt{5}}$ é 1 ☐

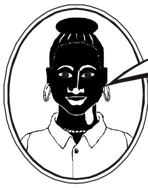
3. Complete as expressões de modo que sejam verdadeiras. E justifica.

a) $\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \_\_ = 1$

b) $\_\_ \cdot \frac{\sqrt{8}}{2} = 1$

c) $\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \_\_$

d) $\_\_ \cdot \_\_ = 1$



Caro aluno, depois de ter resolvido todas as actividades propostas, compare as suas respostas com a chave de correcção, que lhe sugerimos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** F; **b)** V; **c)** F; **d)** V

2. **b)**

3. **a)** $\frac{2}{\sqrt{3}} \bullet \frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{2}} = 1$. Porque: $\frac{\cancel{2}_1}{\sqrt{\cancel{3}}_1} \bullet \frac{\sqrt{\cancel{3}}_1}{\cancel{2}_1} = 1$

b) $\frac{\mathbf{2}}{\sqrt{\mathbf{8}}} \bullet \frac{\sqrt{8}}{2} = 1$. Porque: $\frac{\cancel{2}_1}{\sqrt{\cancel{8}}_1} \bullet \frac{\sqrt{\cancel{8}}_1}{\cancel{2}_1} = 1$

c) $\sqrt{6} \bullet \frac{1}{\sqrt{6}} = \mathbf{1}$. Porque: $\sqrt{\cancel{6}}_1 \bullet \frac{1}{\sqrt{\cancel{6}}_1} = \mathbf{1}$

d) $\mathbf{9} \bullet \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}} = 1$. Porque: $\cancel{9}_1 \bullet \frac{\mathbf{1}}{\cancel{9}_1} = 1$. Neste caso a resposta é facultativa, o importante é que sejam dois números um inverso do outro.

Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver com sucesso todas as actividades sugeridas, senão volte a resolver.

EXERCÍCIOS

1. Indique as propriedades da multiplicação aplicadas.

a) $0 \bullet \left(-\sqrt{5}\right) = 0$ ____________________________

b) $\left(-\dfrac{1}{5}\right) \bullet (-5) = 1$ ________________________

c) $\sqrt{\dfrac{2}{3}} \bullet 0 = 0$ ____________________________

d) $\left(2\sqrt{6}\right) \bullet \left(\dfrac{1}{2\sqrt{6}}\right) = 1$ _______________________

2. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) $\dfrac{\sqrt{2}}{5} \bullet \_\_ = 0$

b) $\dfrac{\_\_}{\sqrt{2}} \bullet \_\_ = 1$

c) $-\dfrac{\_\_}{2} \bullet \left(-\dfrac{3}{\_\_}\right) = 1$

d) $2\pi \bullet \_\_ = 0$

e) $\pi \bullet \_\_ = 1$

3. Efectue cada uma das operações.

a) $\sqrt{10} \bullet 0 : \frac{2}{3}$

b) $6 : \frac{6}{5}$

c) $11 \bullet \frac{1}{11}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $0 \bullet \left(-\sqrt{5}\right) = 0 \longrightarrow$ **Elemento absorvente da multiplicação.**

b) $\left(-\frac{1}{5}\right) \bullet (-5) = 1 \longrightarrow$ **Elemento inverso multiplicativo.**

c) $\sqrt{\frac{2}{3}} \bullet 0 = 0 \longrightarrow$ **Elemento absorvente da multiplicação.**

d) $\left(2\sqrt{6}\right) \bullet \left(\frac{1}{2\sqrt{6}}\right) = 1 \longrightarrow$ **Elemento inverso multiplicativo.**

2. **a)** $\frac{\sqrt{2}}{5}\bullet\mathbf{0}=0$

b) $\frac{\mathbf{3}}{\sqrt{2}}\bullet\frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{3}}=1$. Os valores a substituir são facultativos, desde que satisfaçam a simplificação.

c) $-\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}\bullet\left(-\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}}\right)=1$

d) $2\pi\bullet\mathbf{0}=0$

e) $\cancel{\pi}\bullet\frac{\mathbf{1}}{\cancel{\pi}}=1$

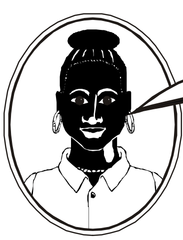
3. **a)** $\sqrt{10}\bullet 0:\frac{2}{3}=0\bullet\frac{3}{2}$

$=0$

b) $6:\frac{6}{5}=\cancel{6}\bullet\frac{5}{\cancel{6}}$

$=5$

c) $\cancel{11}\bullet\frac{1}{\cancel{11}}=1$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar todos exercícios volte a rever a lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

9 Multiplicação de Potências com Expoente Natural

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar regras de cálculo com potências de expoente natural.

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, até aqui tem vindo a estudar como adicionar e multiplicar números reais; aplicando diferentes propriedades.

Nesta lição terá a oportunidade de estudar e aplicar as regras de cálculo com potências de expoente natural.

De certeza que se lembra de ter estudado este conteúdo na 8ª classe, nos Módulos 1 e 3. Caso não se lembre; volte a rever esses Módulos.

Entretanto vamos lhe apresentar algumas definições e conceitos sob forma de exemplos e algumas actividades, de modo a proporciona-lo uma base do seu estudo.

FAZENDO REVISÕES...

Potência de um número racional é uma forma abreviada da multiplicação de factores iguais.

Que se pode definir pela expressão:

$$\underbrace{a^n = a \bullet a \bullet a \ldots a}_{n\ factores}\ ;\ \forall a \in \mathbb{Q}$$

Exemplo 1

a) $a^2 = a \bullet a$

b) $b^3 = b \bullet b \bullet b$

c) $4^2 = 4 \bullet 4 = 16$

Por outro lado, aprendeu a fazer operações com potências em $\mathbb{Q}$, usando várias regras de potenciação. Assim através dos exercícios que abaixo se apresentam, tem a oportunidade de rever as mesmas regras.

Agora resolve algumas actividades sob forma de revisão, porque estes conteúdos foram já tratados na 8ª classe, precisamente nos Módulos 1 e 3, depois compare os resultados com a chave de correcção:

ACTIVIDADE

1. Escreve as potências na forma de produto e o resultado.

a) $(-5)^2$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

2. Marque com um ✓ apenas uma resposta certa.

a) $\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^3=\frac{27}{16}$ ☐ ✓

b) $\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^3=\frac{81}{196}$ ☐

c) $\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^3=-\frac{81}{196}$ ☐

3. Marque com um ✓, apenas as firmações verdadeiras.

a) $(-3)^2 = 9$ ✓ ☐

b) $(-3)^2 = -9$ ☐

c) $1,2^2 = 14,4$ ☐

d) $1,2^2 = 1,44$ ☐

e) $0,4^3 = 0,064$ ☐

f) $0,4^3 = 0,64$ ☐

g) $\left(-\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{256}{81}$ ☐

h) $\left(-\frac{4}{3}\right)^4 = -\frac{256}{81}$ ☐

4. Marque um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas.

a) $(-1)^{1994} = 1$ ☐

b) $(-1)^{1994} = -1$ ☐

c) $0^{2000} = 0$ ☐

d) $0^{2000} = 1$ ☐

e) $4236^0 = 1$ ☐

f) $823831170^0 = 1$ ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** $(-5)^2 = (-5)\bullet(-5) = 25$

   b) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\bullet\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

   c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)\bullet\left(-\frac{2}{3}\right)\bullet\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}$

2. **b)**

3. **a)**; **d);** **e)**; **g)**

4. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** V

Definição

Potência de expoente natural ($\mathbb{N}$) é um produto de factores iguais. A base representa o factor que se repete e o expoente o número de vezes que a base se repete.

Sendo $a \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$, define-se a potência de base a e expoente n da seguinte forma:

$$\underbrace{a^n = a \bullet a \bullet a \ldots a}_{n\ factores} \quad n \in \mathbb{N} \text{ e } (n \geq 1)$$

Tome atênção: $a^1 = a$

Caro aluno, vamos lhe recordar os sinais de potências que aprendeu na 8ª classe.

Através do quadro a seguir: a^n;
Onde *a* é a base e *n* é o expoente.

a \ **n**	Par	Ímpar
Positiva	Positiva	Positiva
Negativa	Positiva	Negativa

E conclui-se que:

A potência de base **positiva** expoente **par** ou **impar** é **positiva.**

A potência de base **negativa** expoente **par** é **positiva.**

A potência de base **negativa** expoente **ímpar** é **negativa**.

As regras de potenciação em $\mathbb{Z}$ *e* $\mathbb{Q}$, também continuam válidas em $\mathbb{R}$.

Regras de multiplicação de potências

1. **Multiplicação de potências com bases iguais e expoentes diferentes.**

$a^n \bullet a^m = a^{n+m}$; $(a \neq 0)$, e $n, m \in \mathbb{N}$
Isto quer dizer, o valor de ***a*** deve ser diferente de zero, é ***n*** e ***m*** pertencem ao conjunto $\mathbb{N}$.

2. Multiplicação de potências com bases diferentes e expoentes iguais.

$a^n \bullet b^n = (a \bullet b)^n$; $(a \neq 0)$, $(b \neq 0)$ **e** $(n > 0)$.

Isto quer dizer que o valor de ***a*** e ***b*** deve ser diferente de zero e ***n*** maior que zero.

Agora acompanhe os exemplos que a seguir lhe apresentamos depois resolve as actividades e os exercícios que se seguem.

Exemplo 2

Considremos: **a)** $3^2 \bullet 3^3$ e **b)** $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \bullet \left(-\frac{1}{2}\right)^4$.

Como calcular o valor deste produto de duas potências com mesmas bases e expoentes diferentes?

Como pode estar recordado, pela regra: $a^n \bullet a^m = a^{n+m}$. Mantêm-se a base e adicionam-se os expoentes; assim teremos:

a) $2^2 \bullet 2^3 = 2^{2+3}$

$= 2^5$

$= 32$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \bullet \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2+4}$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^6$

$= \frac{1}{64}$

Recorde que quando a base é negativa e o expoente par o valor da potência é positivo.

Exemplo 3

Seja: **a)** $3^2 \bullet 2^2$ e **b)** $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^2$.

Como calcular o valor desta potência?

Caro aluno, como pode notar, trata-se de multiplicação de potências de bases diferentes e expoentes iguais. Sendo assim seguiremos a regra: $a^n \bullet b^n = (a \bullet b)^n$.
Multiplicam-se as bases e matêm-se o expoente. Deste modo teremos:

a) $3^2 \bullet 2^2 = (3 \bullet 2)^2$

$= 6^2$

$= 36$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left[\left(\frac{1}{3}\right) \bullet \left(\frac{1}{2}\right)\right]^2$

$= \left(\frac{1}{6}\right)^2$

$= \frac{1}{36}$

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) $(-1)^{1993} = -1$ ☐ ✓

b) $(-1)^{1993} = 1$ ☐

c) $2008^0 = 0$ ☐

d) $2008^0 = 1$ ☐

e) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = -\frac{27}{125}$ ☐

f) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$ ☐

2. Determine o valor das potências.

a) $(-4)^3$

b) $\left(-\frac{2}{5}\right)^4$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$

d) 4^3

e) $(-5)^2$

f) $-\left(-\frac{2}{7}\right)^3$

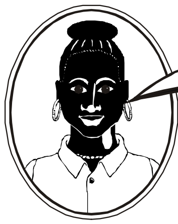
g) $-\left(-\frac{2}{3}\right)^2$

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) Uma potência de expoente par é sempre __________________.

b) Uma potência de base negativa é sempre positiva se o expoente for ________ e é __________ se o expoente for ímpar.

c) Uma potência de base positiva é sempre ________________________.



Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios propostos, compare os seus resultados com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos; caso não tenha conseguido acertar mais nenhum exercício, volte a resolver.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **d)**; **e)**

2. **a)** $(-4)^3 = -64$

b) $\left(-\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625}$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

d) $4^3 = 64$

e) $(-5)^2 = 25$

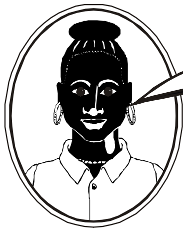
f) $-\left(-\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{8}{343}$

g) $-\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{4}{9}$

3. **a)** Uma potência de expoente par é sempre **positiva**.

b) Uma potência de base negativa é sempre positiva se o expoente for **par** e é **negativa** se o expoente for ímpar.

c) Uma potência de base positiva é sempre **positiva**.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever a lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

10 Divisão de Potências com Expoente Natural

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar regras de cálculo com potências de expoente natural

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 10ª lição da Matemática da 9ª classe!
Caro aluno, na última lição estudou potências de expoente natural, aplicando as regras da multiplicação de potências.

Nesta lição terá a oportunidade de aplicar regras de cálculo com potências na divisão, de expoente natural.

Este conteúdo de certeza que se lembra ter estudado na 8ª classe, nos Módulos 1 e 3. Caso não se lembre; volte a rever esses Módulos.
Por outro lado vamos lhe apresentar alguns conceitos sob forma de exemplos de modo a rever os seus conhecimentos.

FAZENDO REVISÕES...

Como deve estar recordado, potência de um número racional é uma multiplicação, em que a base se repete o número de vezes que o expoente representa.

E para efectuar a divisão de potências seguimos as regras já estudadas na 8ª classe em $\mathbb{Q}$

Regras

1. Divisão de potências com bases iguais e expoentes diferentes.

$a^n : a^m = a^{n-m}$

Preste atênção: $(n > m)$ e, $n \; e \; m \in \mathbb{N}$.

Para melhor se lembrar, das regras acima indicadas. Vai resolver algumas actividades como forma de consolidar os seus conhecimentos.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) $(-1,2)^4 : (-1,2)^2 = \frac{144}{100}$ ✓ ☐

b) $(-1,2)^4 : (-1,2)^2 = -1,44$ ☐

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}$ ☐

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{32}{243}$

e) $(-2)^3 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{8}{216}$

f) $(-2)^3 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 = -216$

2. Determine o valor de cada expressão.

a) $\left(-\frac{3}{5}\right)^9 : \left(-\frac{3}{5}\right)^7$

b) $(-0,2)^2 : \frac{1}{5^2}$

c) $\left(-\frac{4}{3}\right)^8 : \left(-\frac{4}{3}\right)^6$

d) $(-1,5)^4 : (0,3)^4$

Caro aluno, agora compare as suas respostas com a chave de correcção a seguir

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)**; **f)**

2. **a)** $\left(-\frac{3}{5}\right)^9 : \left(-\frac{3}{5}\right)^7 = \left(-\frac{3}{5}\right)^2$

$= \frac{9}{25}$

b) $(-0,2)^2 : \frac{1}{5^2} = (-0,2)^2 : \left(\frac{1}{5}\right)^2$

$= \left(-\frac{2}{10}\right)^2 : \left(\frac{1}{5}\right)^2$

$= \left(-\frac{2}{10} : \frac{1}{5}\right)^2$

$= \left(-\frac{2}{2}\right)^2$

$= (-1)^2$

$= 1$

ou $(-0,2)^2 : \frac{1}{5^2} = (-0,2)^2 \bullet 5^2$

$= (-0,2)^2 \bullet 5^2$

$= (-1,0)^2$

$= 1$

c) $\left(-\frac{4}{3}\right)^8 : \left(-\frac{4}{3}\right)^6 = \left(-\frac{4}{3}\right)^2$

$= \frac{16}{9}$

$$\mathbf{d)}\ (-1{,}5)^4 : (0{,}3)^4 = \left(-\frac{15}{10}\right)^4 : \left(\frac{3}{10}\right)^4$$

$$= \left(-\frac{15}{10} : \frac{3}{10}\right)^4$$

$$= (-5)^4$$

$$= 3125$$

TOME NOTA...

As regras de potenciação em $\mathbb{Q}$ também são válidas em $\mathbb{R}$, para a divisão.

Caro aluno, a partir de alguns exemplos, acompanhe como efectuar a divisão de potências em $\mathbb{R}$.

Exemplo 1

Seja: $\left(\sqrt{3}\right)^4 : \left(\sqrt{3}\right)^2$.

Como calcular $\left(\sqrt{3}\right)^4 : \left(\sqrt{3}\right)^2$?

Como se pode ver trata se da divisão de potência de bases iguais e expoentes diferentes. Sendo assim matêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

$$\left(\sqrt{3}\right)^4 : \left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^{4-2}$$

$$= \left(\sqrt{3}\right)^2$$

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ as respostas certas.

a) $2^4 : 2^3 = 2$ ✓

b) $2^4 : 2^3 = 2^7$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16}$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^6$

e) $(0,3)^6 : (0,3)^5 = (0,3)^{11}$

f) $(0,3)^6 : (0,3)^5 = \frac{3}{10}$

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as falsas.

V/F

a) $(0,5)^3 : (0,5)^2 = \frac{1}{2}$

b) $(0,5)^3 : (0,5)^2 = (0,5)^5$

c) $\left(\sqrt{2}\right)^3 : \left(\sqrt{2}\right) = \left(\sqrt{2}\right)^4$

d) $\left(\sqrt{2}\right)^3 : \left(\sqrt{2}\right) = \left(\sqrt{2}\right)^2$

e) $\left(\frac{2}{7}\right)^4 : \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \left(\frac{2}{7}\right)^2$

f) $\left(\frac{2}{7}\right)^4 : \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^8$

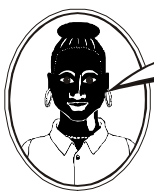
3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) $(-3)^2 : \_\_\_ = 9$

b) $\left(\sqrt{5}\right)^{\_\_} : \_\_\_ = \sqrt{5}$

c) $\_\_^{7} : \left(\sqrt{7}\right)^3 = \left(\sqrt{7}\right)^{\_\_}$

d) $\left(\sqrt{6}\right)^{\_} : \_\_\_ = \sqrt{6}$



Caro aluno, depois de ter resolvido as actividades sugeridas, compare as suas respostas com a chave de correcção que lhe apresentamos a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)**; **f)**

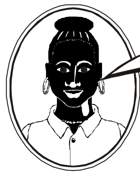
2. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F

3. **a)** $(-3)^2 : \mathbf{1} = 9$

b) $\left(\sqrt{5}\right)^{\mathbf{2}} : \left(\sqrt{\mathbf{5}}\right) = \sqrt{5}$

c) $\left(\sqrt{\mathbf{7}}\right)^{\mathbf{7}} : \left(\sqrt{\mathbf{7}}\right)^{\mathbf{3}} = \left(\sqrt{7}\right)^{\mathbf{4}}$

d) $\left(\sqrt{6}\right)^{\mathbf{3}} : \left(\sqrt{\mathbf{6}}\right) = \left(\sqrt{6}\right)^2$



Caro aluno, agora vamos ver como calcular o quociente de potências com bases diferentes e expoentes iguais.

Divisão de potências com bases diferentes e expoentes iguais.

$$b^n : a^n = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Preste atênção: $(a \neq 0)$, $(n > 1)$ e $n \in \mathbb{N}$

Exemplo 2

Considere: $\left(\sqrt{5}\right)^3 : (2)^3$.

Como calcular $\left(\sqrt{5}\right)^3 : (2)^3$?

Como se pode ver, trata se da divisão de potência de bases diferentes e expoentes iguais. Sendo assim dividem-se as bases e matêm-se os expoentes.

$$\left(\sqrt{5}\right)^3 : (2)^3 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^3$$

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ as respostas certas.

a) $3^2 : 4^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2$ ✓ ☐

b) $3^2 : 4^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^4$ ☐

c) $(0,5)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^3$ ☐

d) $(0,5)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3$ ☐

e) $\left(\sqrt{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^3$ ☐

f) $\left(\sqrt{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3$ ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as falsas.

V/F

a) $\pi^3 : (-2)^3 = -2\pi^3$ ☐

b) $\pi^3 : (-2)^3 = \left(-\frac{\pi}{2}\right)^3$ ☐

c) $\left(-\sqrt{7}\right)^4 : (-1)^4 = \left(\sqrt{7}\right)^4$ ☐

d) $\left(-\sqrt{7}\right)^4 : (-1)^4 = \left(-\sqrt{7}\right)^4$ ☐

e) $\left(\sqrt{5}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^5$ ☐

f) $\left(\sqrt{5}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(2\sqrt{5}\right)^5$ ☐

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) $\_\_\_ : \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \left(\_\_\sqrt{3}\right)^2$

b) $\left(\frac{\_\_}{9}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^{\_} = \frac{1}{\_\_}$

c) $3^{\_} : \left(\frac{\_\_}{\sqrt{11}}\right)^4 = \left(3\_\_\_\right)^4$

d) $\_\_\_^{2} : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(0,3\bullet\_\_\right)^2 = \_\_\_$

Caro aluno, depois de ter resolvido as actividades sugeridas, compare as suas respostas com a chave de correcção que lhe apresentamos a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)**

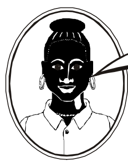
2. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** F; **f)** V

3. **a)** $\left(\boldsymbol{\sqrt{3}}\right)^{\mathbf{2}} : \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \left(\mathbf{7}\sqrt{3}\right)^2$

b) $\left(\frac{\mathbf{2}}{9}\right)^{2}:\left(\frac{2}{3}\right)^{\mathbf{2}}=\frac{1}{\mathbf{9}}$

c) $3^{\mathbf{4}}:\left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{11}}\right)^{4}=\left(3\sqrt{\mathbf{11}}\right)^{4}$

d) $(\mathbf{0,3})^{2}:\left(\frac{1}{3}\right)^{2}=(0,3\bullet\mathbf{3})^{2}=0,81$



Caro aluno, depois de ter resolvido as actividades sugeridas com sucesso resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas a resposta certa. E justifique a sua opção.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{8}:\left(\frac{1}{2}\right)^{7}=\left(\frac{1}{2}\right)^{15}$ ✓ ☐

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{8}:\left(\frac{1}{2}\right)^{7}=\frac{1}{2}$ ☐

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{8}:\left(\frac{1}{2}\right)^{7}=1$ ☐

d) $\left(\sqrt{5}\right)^{3}:\left(\frac{2}{3}\right)^{3}=\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^{6}$ ☐

e) $\left(\sqrt{5}\right)^{3}:\left(\frac{2}{3}\right)^{3}=\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^{3}$ ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. E justifique a sua opção.

V/F

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{4}{5}$ ☐

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^5$ ☐

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5}{3}$ ☐

d) $\left(\sqrt{3}\right)^5 : \left(\sqrt{3}\right)^3 : \left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^{10}$ ☐

e) $\left(\sqrt{3}\right)^5 : \left(\sqrt{3}\right)^3 : \left(\sqrt{3}\right)^2 = 1$ ☐

f) $\left(\sqrt{3}\right)^5 : \left(\sqrt{3}\right)^3 : \left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^4$ ☐

3. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

V/F

a) $\left(\sqrt{7}\right)^3 : \left(\sqrt{7}\right)^2 = \sqrt{7}$ ☐

b) $\left(\sqrt{7}\right)^3 : \left(\sqrt{7}\right)^2 = \left(\sqrt{7}\right)^5$ ☐

c) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\sqrt{3}\right)^5$ ☐

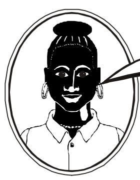
d) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^5$ ☐

4. Determine o valor dos quocientes.

a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{8} : \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{3}$

b) $\left(\frac{2}{9}\right)^{3} : \left(\frac{1}{3}\right)^{3}$

c) $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{3} : \frac{1}{8} : \pi^{2}$



Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios sugeridos, compare as suas respostas com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

Porque: $\left(\frac{1}{2}\right)^{8} : \left(\frac{1}{2}\right)^{7} = \left(\frac{1}{2}\right)^{8-7}$

$$= \frac{1}{2}$$

e)

Porque: $\left(\sqrt{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\sqrt{5} : \frac{2}{3}\right)^3$

Aqui temos divisão de potências com bases diferentes e expoentes iguais.

$= \left(\sqrt{5} \bullet \frac{3}{2}\right)^3$

$= \left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^3$

2. **a)** F; **b)** F;

c) V

Porque: $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3} : \frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{5}{3}\right)^2$

Aqui temos divisão de potências com bases diferentes e expoentes iguais.

$= \left(\frac{\cancel{2}}{3} \bullet \frac{5}{\cancel{2}}\right)^3 : \left(\frac{5}{3}\right)^2$

$= \left(\frac{5}{3}\right)^3 : \left(\frac{5}{3}\right)^2$

Aqui temos divisão de potências com bases iguais e expoentes diferentes.

$= \left(\frac{5}{3}\right)^{3-2}$

$= \frac{5}{3}$

d) F;

e) V

Porque: $\left(\sqrt{3}\right)^5 : \left(\sqrt{3}\right)^3 : \left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^{5-3} : \left(\sqrt{3}\right)^2$

$= \left(\sqrt{3}\right)^2 : \left(\sqrt{3}\right)^2$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)^2$

$= \left(\sqrt{\frac{3}{3}}\right)^2$

$= \left(\sqrt{1}\right)^2$

$= \mathbf{1}$

f) F

3. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F

4. **a)** $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{8} : \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{8-3}$

$= \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{5}$

b) $\left(\frac{2}{9}\right)^{3} : \left(\frac{1}{3}\right)^{3} = \left(\frac{2}{9} : \frac{1}{3}\right)^{3}$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^{3}$

$= \frac{8}{27}$

ou

$\left(\frac{2}{9}\right)^{3} : \left(\frac{1}{3}\right)^{3} = \left(\frac{2}{9} : \frac{1}{3}\right)^{3}$

$= \left(\frac{2}{\cancel{9}_{3}} \cdot \cancel{3}^{1}\right)^{3}$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^{3}$

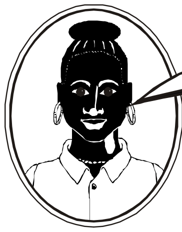
$= \frac{8}{27}$

c) $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{3} : \frac{1}{8} : \pi^{2} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{3} : \pi^{2}$

$= \left(\frac{\pi}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}\right)^{3} : \pi^{2}$

$= \pi^{3} : \pi^{2}$

$= \pi$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu algum exercício volte a reler esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

11 Aplicação das Regras de Cálculo com Potências

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar regras de cálculo com potências de expoente natural

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 11ª lição de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha comprendido o suficiente a lição anterior.

Nesta lição terá oportunidade de saber aplicar as regras de potenciação no cálculo de diversas expressões.

Com efeito é necessário que tenha consigo bem consolidados os conceitos aprendidos nos Módulos 1 e 3 da 8ª classe e nas lições anteriores sobre potências, para facilitar o cálculo com potências em $\mathbb{R}$, aplicando as regras.

Entretanto, recordamos-lhe já a seguir algumas regras sob forma de exemplos, seguidos de algumas actividades.

Exemplo 1

Seja:

$3^2 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2$

Como se pode notar aqui temos a multiplicação de potências com bases diferentes e expoentes iguais.

Como pode estar recordado.

$3^2 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(3 \bullet \sqrt{2}\right)^2$

Multiplicam-se as bases e matêm-se os expoentes.

Generalizando teremos

$a^n \bullet b^n = \left(a \bullet b\right)^n$

Agora segue atentamente as actividades e procure resolvê-los. Depois compare as suas respostas com a chave de correcção.

ACTIVIDADE

1. Calcule os produto.

a) $2^2 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2$

b) $\left(-\sqrt{7}\right)^4 \bullet \left(-1\right)^4$

c) $\pi^3 \bullet (-2)^3$

d) $\left(-\sqrt{3}\right)^2 \bullet \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $2^2 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2$ ou $4\left(\sqrt{2}\right)^2$

b) $\left(-\sqrt{7}\right)^4 \bullet (-1)^4 = \left[\left(-\sqrt{7}\right)\bullet(-1)\right]^4$

$= \left[-\sqrt{7}\bullet(-1)\right]^4$

$= \left(\sqrt{4}\right)^4$

$= \left(\cancel{\sqrt{4^2}}\right)^{\cancel{2}}$

$= 16$

Pela multiplicação dos sinais $- \bullet - = +$ (menos vezes menos igual a mais)

E ainda sabemos que qualquer base negativa, elevada a um expoente par, o valor da potência será um número positivo.

c) $\pi^3 \bullet (-2)^3 = \left[\pi \bullet (-2)\right]^3$

$= (-2\pi)^3$

$= -8\pi$

Esta lembrado que uma base negativa elevada a um expoente ímpar, o resultado é um número negativo.

d) $\left(-\sqrt{3}\right)^2 \bullet \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 = \left[-\sqrt{3} \bullet \left(-\dfrac{1}{2}\right)\right]^2$

Pela multiplicação dos sinais $- \bullet - = +$

$= \left(\sqrt{3} \bullet \dfrac{1}{2}\right)^2$

$= \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ **ou** $\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^2}{4} = \dfrac{3}{4}$

$= \dfrac{3}{4}$

Exemplo 2

Consideremos:

$\left(\sqrt{2}\right)^3 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2$

Como se pode notar aqui temos a multiplicação de potências com bases iguais e expoentes diferentes.

Por isso:

$\left(\sqrt{2}\right)^3 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(\sqrt{2}\right)^{2+3}$

$= \left(\sqrt{2}\right)^5$

Generalizando:

$a^n \bullet a^m = a^{n+m}$

Agora segue atentamente as actividades e procura resolvê-los. Depois compare com a chave de correcção.

ACTIVIDADE

1. Dertermine o produto:

a) $\left(\sqrt{5}\right)^4 \bullet \left(\sqrt{5}\right)^2$

b) $\left(-\sqrt{3}\right)^3 \bullet \left(-\sqrt{3}\right)$

c) $\left(-\sqrt{2}\right)^3 \bullet \left(-\sqrt{2}\right)^2$

d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \bullet \left(-\frac{1}{3}\right)^3$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\left(\sqrt{5}\right)^4 \bullet \left(\sqrt{5}\right)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^{2+4}$

$= \left(\sqrt{5}\right)^6$

b) $\left(-\sqrt{3}\right)^3 \bullet \left(-\sqrt{3}\right) = \left(-\sqrt{3}\right)^{3+1}$

$= \left(-\sqrt{3}\right)^4$

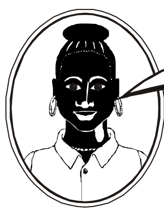
$= \left(\sqrt{3}\right)^4$ - Porque qualquer base negativa elevada a um expoente par o resultado é um número positivo.

c) $\left(-\sqrt{2}\right)^{3} \bullet \left(-\sqrt{2}\right)^{2} = \left(-\sqrt{2}\right)^{3+2}$

$= \left(-\sqrt{2}\right)^{5}$

d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{2} \bullet \left(-\frac{1}{3}\right)^{3} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{2+3}$

$= \left(-\frac{1}{3}\right)^{5}$



Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção que lhe apresentamos, e ter acertado em todos os exercícios, resolve os seguintes. Caso não, volte até que consiga acertar em pelo menos mais da metade.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) $\left(-\sqrt{3}\right)^{2} \bullet (-1)^{2} = \left(\sqrt{3}\right)^{2}$ ✓

b) $\left(-\sqrt{3}\right)^{2} \bullet (-1)^{2} = \left(\sqrt{3}\right)^{4}$ ☐

c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{2} \bullet \left(-\frac{1}{3}\right)^{2} = \frac{1}{81}$ ☐

d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ ☐

e) $\left(-\sqrt{7}\right)^3 \cdot \left(-\sqrt{7}\right)^2 = \left(\sqrt{7}\right)^5$ ☐

f) $\left(-\sqrt{7}\right)^3 \cdot \left(-\sqrt{7}\right)^2 = \left(-\sqrt{7}\right)^5$ ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

V/F

a) $(0,5)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^5$ ☐

b) $(0,5)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = (0,5)^6$ ☐

c) $1:\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3$ ☐

d) $1:\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\sqrt{2}\right)^3$ ☐

e) $\left(\sqrt{3}\right)^2 : \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt{3}}$ ☐

f) $\left(\sqrt{3}\right)^2 : \frac{1}{\sqrt{3}} = \left(\sqrt{3}\right)^3$ ☐

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) $3^2 \bullet \_\_ = \_\_\left(\sqrt{2}\right)^{\_\_}$

b) $\left(-\sqrt{3}\right)^5 \bullet \_\_\_ = \left[\_\_\_ \bullet (-1)\right]^{\_\_}$

c) $\_\_\_ \bullet \left(\sqrt{6}\right)^2 = \_\_\_^{5}$

d) $\_\_^{2} : \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{\_\_}$

e) $\left(\sqrt{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\_\_} = (\_\_)^5$

4. Determine o valor de cada potência.

a) $(-8)^6 : (6)^6 \bullet (1,5)^6$

b) $\left(\sqrt{2}\right)^3 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2 : \sqrt{2}$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \bullet \left(\frac{1}{3}\right)^3 : 3^5$

d) $\left(\sqrt{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{5}\right)^2 \bullet 0$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a**); **c**); **f**)

2. **a**) V; **b**) F; **c**) V; **d**) F; **e**) F; **f**) V

3. **a**) $3^2 \cdot \left(\sqrt{\mathbf{2}}\right)^2 = \mathbf{9}\left(\sqrt{2}\right)^{\mathbf{2}}$

b) $\left(-\sqrt{3}\right)^5 \cdot (-1)^5 = \left[\left(-\sqrt{3}\right) \cdot (-1)\right]^5 = \left(\sqrt{3}\right)^5$

c) $\left(\sqrt{\mathbf{6}}\right)^{\mathbf{3}} \cdot \left(\sqrt{\mathbf{6}}\right)^2 = \left(\sqrt{\mathbf{6}}\right)^5$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^6$

e) $\left(\sqrt{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\sqrt{2}\right)^5$ Porque: $\left(\sqrt{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\sqrt{2}\right)^3 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^2$

$= \left(\sqrt{2}\right)^5$

4. **a**) $(-8)^6 : (6)^6 \cdot (1{,}5)^6 = \left(-\frac{8}{6}\right)^6 \cdot (1{,}5)^6$

$= \left(-\frac{8}{6}\right)^6 \cdot \left(\frac{15}{10}\right)^6$

$= \left(-\frac{\cancel{8}^{\cancel{4}^{2}}}{\cancel{6}^{\cancel{3}^{1}}} \cdot \frac{1\cancel{5}^{\cancel{3}^{1}}}{1\cancel{0}^{\cancel{2}^{1}}}\right)^6$

$= (-2)^6$

$= 2^6$

= 64

b) $\left(\sqrt{2}\right)^3 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^2 : \sqrt{2} = \left(\sqrt{2}\right)^5 : \sqrt{2}$

$= \left(\sqrt{2}\right)^4$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \bullet \left(\frac{1}{3}\right)^3 : \frac{1}{3}^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^5 : \frac{1}{3}^5$ **ou** $= \left(\frac{1}{\cancel{3}} \bullet \cancel{3}\right)^5$

$= \left(\frac{1}{3} : \frac{1}{3}\right)^5$ $= 1^5$

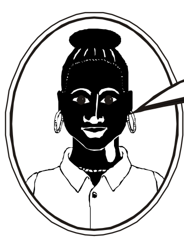
$= (1)^5$ **= 1**

= 1

d) $\left(\sqrt{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{5}\right)^2 \bullet 0 = \left(\sqrt{5} : \frac{1}{5}\right)^2 \bullet 0$

$= \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 \bullet 0$

= 0



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em pelo menos mais da metade de exercícios volte a rever a lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

12 Multiplicação e Divisão com Expoente Natural

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Efectuar a multiplicação e divisão com potências aplicando as regras.

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 12ª lição de Matemática! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento nas lições anteriores.

Fazemos votos que você redobre esforços para o mais breve poder terminar o seu estudo deste Módulo, porque lhe faltam poucas lições para terminar o estudo deste.

Nesta lição terá oportunidade de rever e consolidar os seus conhecimentos sobre a multiplicação e divisão de potências de base real e expoente natural ($\mathbb{N}$).

Com efeito, vamos fazer revisão de algumas regras, estudadas na 8ª classe para em seguida apresentar-lhe alguns exemplos e actividades; que deverá procurar seguir atentamente para depois resolver os exercícios sugeridos.

FAZENDO REVISÕES...

Mas antes deve procurar recordar-se das regras, que abaixo se apresentam e que aprendeu no Módulo 1 da 8ª classe:

Regras

		Produto	**Quociente**
Potência	Mesma base	$a^p \bullet a^q = a^{p+q}$	$a^p : a^q = a^{p-q}$
	Mesmo expoente	$a^p \bullet b^p = (a \bullet b)^p$	$a^p : b^p = \left(\frac{a}{b}\right)^p$

Exemplo 1

Seja: $2^6 : 2^4 \bullet 2^3$.

Efectuar a operação e simplificar o resultado.

$$2^6 : 2^4 \bullet 2^3 = 2^{6-4} \bullet 2^3$$
$$= 2^2 \bullet 2^3$$
$$= 2^{2+3}$$
$$= 2^5$$
$$= \mathbf{32}$$

Neste caso, começamos a resolução da esquerda para direita; porque ambas operações gozam de prioridade.

Exemplo 2

Considere:

$$\left(\sqrt{6}\right)^4 : \left(\frac{1}{6}\right)^4 : \left(6\sqrt{6}\right)^3$$

Como efectuar o exrcício?

Para determinarmos estes quocientes, temos que usar as regras de potenciação.

$$\left(\sqrt{6}\right)^4 : \left(\frac{1}{6}\right)^4 : \left(6\sqrt{6}\right)^3 = \left(\sqrt{6} : \frac{1}{6}\right)^4 : \left(6\sqrt{6}\right)^3$$

Como pode ver, temos divisão de potência de expoentes iguais e bases diferentes.

$$= \left(\sqrt{6} \bullet 6\right)^4 : \left(6\sqrt{6}\right)^3$$

$$= \left(6\sqrt{6}\right)^4 : \left(6\sqrt{6}\right)^3$$

$$= \left(6\sqrt{6}\right)^{4-3}$$

Enquanto, neste passo temos divisão de bases iguais e expoentes diferentes.

$$= 6\sqrt{6}$$

Exemplo 3

Considere: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^2$.

Como calcular este quociente.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{3} : \frac{1}{2}\right)^2$$

Como pode estar recordado, aqui se trata de divisão de potências com bases diferentes e expoentes iguais. Mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases.
Por outro lado, numa divisão de fracções, pode-se inverter a segunda fracção e transformar numa multiplicação.

$$= \left(\frac{2}{3} \bullet 2\right)^2$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$= \frac{16}{9}$$

Exemplo 2

Considere: $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3$.

Como determinar o valor destas potências?

Neste caso trata-se de potência de uma potência; assim teremos:

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^6$$

Apenas multiplicam-se os expoentes.

Que é definido pela regra:

$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$ sendo: $m \, e \, n \in \mathbb{N}$

Caro aluno, agora resolve algumas actividades de forma a interiorizar os procedimentos para resolução de exercícios deste tipo.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓, apenas a firmação verdadeira.

a) $\left(\sqrt{2}\right)^6 : \left(\sqrt{2}\right)^3 = \left(\sqrt{2}\right)^9$ ☑

b) $\left(\sqrt{2}\right)^6 : \left(\sqrt{2}\right)^3 = \left(\sqrt{4}\right)^3$ ☐

c) $\left(\sqrt{2}\right)^6 : \left(\sqrt{2}\right)^3 = \left(\sqrt{2}\right)^3$ ☐

d) $\left(\sqrt{2}\right)^6 : \left(\sqrt{2}\right)^3 = \left(\sqrt{\frac{2}{2}}\right)^3$ ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas. E justifique as afirmações verdadeiras.

V/F

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ ☐

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2$ ☐

c) $\left(\frac{\sqrt{2}}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^3 : \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{4}$ ☐

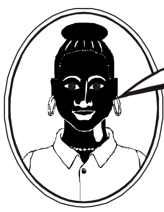
e) $\left(\frac{\sqrt{2}}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^3 : \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^2}{4}$ ☐

f) $\left(-\sqrt{10}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^3 : \left(\sqrt{\frac{10}{7}}\right) = \sqrt{\frac{10}{7}}$ ☐

g) $\left(-\sqrt{10}\right)^3 \bullet \left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^3 : \left(\sqrt{\frac{10}{7}}\right) = \left(\sqrt{\frac{10}{7}}\right)^5$ **V/F** ☐

h) $\left[\left(\sqrt{7}\right)^2\right]^4 = \left(\sqrt{7}\right)^8$ ☐

i) $\left[\left(\sqrt{7}\right)^2\right]^4 = \left(\sqrt{7}\right)^6$ ☐



Depois de ter realizado as actividades propostas, compare os seus resultados com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos; caso não tenha conseguido acertar mais da metade dos exercícios volte a resolver as mesmas actividades.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. c)

2. a) V

Porque: $\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} \bullet \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \bullet \left(\frac{4}{3}\right)^2$

$= \left(\frac{1}{\cancel{2}^1} \bullet \frac{\cancel{4}^2}{3}\right)^2$

$= \left(\frac{1}{3}\right)^2$

$= \frac{1}{9}$

b) F; **c)** F;

e) V

Porque: $\left(\frac{\sqrt{2}}{7}\right)^3 \bullet \left(\frac{7}{2}\right)^3 : \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{\cancel{7}^1} \bullet \frac{\cancel{7}^1}{2}\right)^3 : \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 : \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{3-1}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{\left(\sqrt{2}\right)^2}{4}$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

f) V

Porque: $\left(-\sqrt{10}\right)^3 \bullet \left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^3 : \left(\sqrt{\frac{10}{7}}\right)^2 = \left[\left(-\sqrt{10}\right) \bullet \left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right)\right]^3 : \left(\sqrt{\frac{10}{7}}\right)^2$

$$= \left(\sqrt{\frac{10}{7}}\right)^3 : \left(\sqrt{\frac{10}{7}}\right)^2$$

$$= \left(\sqrt{\frac{10}{7}}\right)^{3-2}$$

$$= \sqrt{\frac{10}{7}}$$

g) F; **h)** V; **i)** F

Caro aluno, gora resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Marque com ✓ apenas as expressões verdadeiras. E justifique a escolha.

a) $\left(\sqrt{3}\right)^3 : \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 : \left(3\sqrt{3}\right) = 3\sqrt{3}$ ☑

b) $\left(\sqrt{3}\right)^3 : \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 : \left(3\sqrt{3}\right) = 9\left(\sqrt{3}\right)^2$ ☐

c) $\left(\sqrt{3}\right)^3 : \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 : \left(3\sqrt{3}\right) = \left(3\sqrt{3}\right)^4$ ☐

2. Completa as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) $\left(\sqrt{2}\right)^3 : \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = (\_\_\_ \bullet \_\_\_)^3 = (3\,\_\_)^3$

b) $\left(\dfrac{1}{2}\right) \bullet \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 : \_\_\_ = \left(\dfrac{1}{2}\right)^4 \bullet \_\_\_ = \dfrac{1}{32}$

c) $\left(\dfrac{5}{3}\right)^2 \bullet \_\_\_ \bullet \left(\dfrac{5\sqrt{2}}{3}\right) = \left(\dfrac{5\sqrt{2}}{3}\right)^2 \bullet \_\_\_ = \left(\dfrac{5\sqrt{2}}{3}\right)^3$

d) $\left[\left(\sqrt{\_\_}\right)^{-}\right]^3 = \left(\sqrt{6}\right)^{-}$

3. Marque com um **V** as afimações verdadeiras e um **F** as falsas.

	V/F
a) $\left(\frac{1}{7}\right)^2 : \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{1}{4}$	☐
b) $\left(\frac{1}{7}\right)^2 : \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \left(\frac{2}{7}\right)^2$	☐
c) $\left(\sqrt{5}\right)^3 : \left(\sqrt{5}\right) \bullet \left(\sqrt{5}\right) = \left(\sqrt{5}\right)^3$	☐
d) $\left(\sqrt{5}\right)^3 : \left(\sqrt{5}\right) \bullet \left(\sqrt{5}\right) = \left(\sqrt{5}\right)^5$	☐

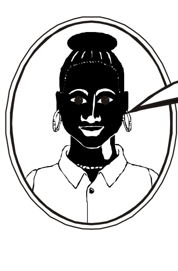
4. Cálcule o valor das expressões:

a) $\left(\frac{1}{2}\right) : 3 : \frac{3}{2}$

b) $\left[(-2)^2\right]^3 : (-2)^2 \bullet (-6)^2 : (3)^2$

c) $2^6 : 2^4 \bullet 2^2$

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^2 \bullet \left(\frac{1}{5}\right) : (-5)^3$



Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exrcícios propostos, compare os seus resultados com a chave de correcção que a seguir-lhe apresentamos; caso não tenha conseguido resolver nenhum exercício, volte a resolver.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

Porque: $\left(\sqrt{3}\right)^3 : \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 : \left(3\sqrt{3}\right) = \left(\sqrt{3} \bullet 3\right)^3 : \left(3\sqrt{3}\right)$

$$= \left(3\sqrt{3}\right)^3 : \left(3\sqrt{3}\right)$$

$$= \left(3\sqrt{3}\right)^{3-1}$$

$$= \left(3\sqrt{3}\right)^2$$

$$= 9\left(\sqrt{3}\right)^2$$

$$= 9.3 = 27$$

2. **a)** $\left(\sqrt{2}\right)^3 : \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = \left(\sqrt{\mathbf{2}} \bullet \mathbf{3}\right)^3 = \left(3\sqrt{\mathbf{2}}\right)^3$

b) $\left(\dfrac{1}{2}\right) \bullet \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 : \mathbf{2} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^4 \bullet \dfrac{1}{2} = \left(\dfrac{1}{5}\right)^5 = \dfrac{1}{32}$ ←

Recorde-se que para dividir duas fracções, pode se inverter a segunda fracção e transformar numa multiplicação.

c) $\left(\dfrac{5}{3}\right)^2 \bullet \left(\sqrt{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{2}} \bullet \left(\dfrac{5\sqrt{2}}{3}\right) = \left(\dfrac{5\sqrt{2}}{3}\right)^2 \bullet \left(\dfrac{\mathbf{5\sqrt{2}}}{\mathbf{3}}\right) = \left(\dfrac{5\sqrt{2}}{3}\right)^3$

d) $\left[\left(\sqrt{\mathbf{6}}\right)^{\mathbf{5}}\right]^3 = \left(\sqrt{6}\right)^{\mathbf{15}}$

3. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F

4. a) $\left(\frac{1}{2}\right)\bullet 3:\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\bullet 3\right)^{\mathbf{1}}:\left(\frac{3}{2}\right)$

É necessário prestar atênção que o expoente um (1) não se escreve.

$= \left(\frac{3}{2}\right):\left(\frac{3}{2}\right)$

$= 1$

b) $\left[(-2)^2\right]^3:(-2)^2\bullet(-6)^2:(3)^2 = (-2)^6:(-2)^2\bullet(-6)^2:(3)^2$

$= (-2)^4\bullet(-6)^2:(3)^2$

$= (-2)^4\bullet\left[(-6):(3)\right]^2$

$= (-2)^4\bullet(-2)^2$

$= (-2)^6$

= 64

É importante recordar a multiplicação e divisão de sinais.

c) $2^6:2^4\bullet 2^2 = 2^{6-4}\bullet 2^2$

$= 2^2\bullet 2^2$ **ou** $2^2\bullet 2^2 = (2\bullet 2)^2$

$= 2^4$ $= 4^2$

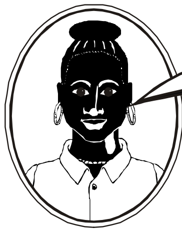
= 16 **= 16**

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^2\bullet\left(\frac{1}{5}\right):(-5)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3:(-5)^3$

$= \left[\frac{1}{5}:(-5)\right]^3$

$= \left[\frac{1}{5}\bullet\left(-\frac{1}{5}\right)\right]^3$

$= \left(-\frac{1}{25}\right)^3$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar todos exercícios, volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

13 Cálculo com Potências de Expoente 1 e 0

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar regras de cálculo com potências de expoente um (1) e zero (0).

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

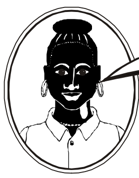
Bem vindo ao seu estudo da 13ª lição de Matemática do módulo 2! Esperamos que tenha compreendido o suficiente sobre a multiplicação e divisão de potências com expoente natural.

Nesta lição terá a oportunidade de saber calcular potências com expoente 1 e 0.

Para tal é necessário que faça uma breve revisão sobre os mesmos conteúdos que aprendeu nos módulos 1 e 3 da 8ª classe, para facilmente compreender a matéria que vêm a seguir. Entretanto, apresentamos-lhe já a seguir alguns aspectos fundamentais que aparecem nesses módulos, da 8ª classe, para efeitos de uma revisão, a partir de definições e exemplos.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, na 8ª classe estudou no conjunto $\mathbb{Q}$, que qualquer número elevado a um (1) é igual a esse mesmo número. Daí que temos a definição que se segue.



Agora acompanhe as definições e os exemplos de modo a comprender o cálculo de potências de expoente 1 e 0.

Definição

$a^1 = a, \forall a \in \mathbb{R}$;

Isto quer dizer, qualquer valor em que a base (***a***) pertence ao conjunto dos números reais $(\mathbb{R})$.

Exemplo 1

Seja: $\left(\sqrt{6}\right)^1$

$\left(\sqrt{6}\right)^1 = \sqrt{6}$

Definição

$a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$ para $n \in \mathbb{N}$; o expoente diferente de zero e um (expoente $\neq$ de 0 e 1).

O quer dizer na divisão de potências de expoente e bases iguais, pode-se manter a base e subtrair os expoentes. E como já se sabe que qualquer número elevado a zero é igual a um (1); e desde que o expoente pertença ao conjnto dos números naturais $(\mathbb{N})$.

Exemplo 2

Seja:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^{2-2}$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^0$$

$$= 1$$

Exemplo 3

Definição

$a^n : a^n = (a:a)^n = 1^n = 1 \quad \text{e} \quad a \neq 0$;

Isto significa que numa divisão de potências de bases e expoentes iguais, pode-se dividir as bases e manterem-se os expoentes, o resultado é igual a um (1); e desde que a base seja diferente de zero.

Gereralizando, teremos

Toda potência de base real, diferente de zero, e expoente zero (0), é igual a um (1).

O que se traduz simbolicamente

$a^0 = 1$ Para $\forall a \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$

Exemplo 4

Seja: $34^0 = 1$

O sinal da potência

A potência de base positiva expoente par é positiva.
A potência de base positiva expoente ímpar é positiva.
A potência de base negativa expoente par é positiva.
A potência de base negativa expoente ímpar é negativa.

Por outro lado

Zero elevado a qualquer número é igual a zero.

$0^n = 0$

Exemplo 5

Seja: $0^{1676} = 0$

Mas também

Um (1) elevado a qualquer número é igual a um (1).

$1^n = 1$

Exemplo 5

Seja: $1^{2679} = 1$

Observação

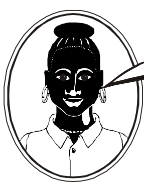
$a^n \bullet a^0 = a^n \bullet 1 = a^n$ onde $(a \neq 0)$ e $n \in \mathbb{N}$;

Isto significa que num produto de potências de bases iguais e um expoente (n) pertencente ao conjunto dos números naturais $(\mathbb{N})$ e o outro zero (0), o resultado é igual a base elevado a n.

e traduz-se por:

$a^n \bullet a^0 = a^{n+0} = a^n$ onde $(n \geq 0)$; e $n \in \mathbb{N}$;

O que quer dizer num produto de potências de bases iguais e um expoente (n) pertencente ao conjunto dos números naturais $(\mathbb{N})$ e o outro zero (0), o resultado é igual a base elevado a n. Mas também n deve ser maior ou igual a zero (0).



Caro aluno, depois de ter seguido os exemplos acompanhar as actividades que se seguem compare as respostas com chave de correcção.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓, apenas as firmações verdadeiras.

a) $23^1 = 23$ ✓

b) $23^1 = 1$

c) $0^7 = 0$

d) $0^7 = 7$

e) $15^0 = 15$

f) $15^0 = 1$

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas.

V/F

a) $(-1)^{2017} = 1$ ☐

b) $(-1)^{2017} = -1$ ☐

c) $123^0 = 1$ ☐

d) $123^0 = -1$ ☐

e) $123^0 = 0$ ☐

f) $21^1 = 21$ ☐

g) $21^1 = 1$ ☐

3. Marque com um ✓, apenas uma firmação verdadeira. E justifique a sua afirmação verdadeira.

✓

a) $0^6 \bullet 6^0 + 6^0 + 6^1 : 6^0 = 6$ ☐

b) $0^6 \bullet 6^0 + 6^0 + 6^1 : 6^0 = 7$ ☐

c) $0^6 \bullet 6^0 + 6^0 + 6^1 : 6^0 = 0$ ☐

4. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas. E justifique a sua escolha.

V/F

a) $144^0 - (0,7)^0 \bullet 81 + (3 \bullet 0,1)^0 = -79$

b) $144^0 - (0,7)^0 \bullet 81 + (3 \bullet 0,1)^0 = 79$

c) $-3^2 + (-3)^2 - 3^4 : 9^2 + 12^0 = 0$

d) $-3^2 + (-3)^2 - 3^4 : 9^2 + 12^0 = 3$

e) $\left(\frac{1}{3}\right)^0 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2 : \left(\sqrt{2}\right)^1 = \sqrt{2}$

f) $\left(\frac{1}{3}\right)^0 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2 : \left(\sqrt{2}\right)^1 = \left(\sqrt{2}\right)^3$

Caro aluno, agora acompanhe como se resolve estes exercícios com números reais, depois compare com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)**; **f)**

2. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** F; **f)** V; **g)** F

3. **b)** = 7

Porque: $0^6 \bullet 6^0 + 6^0 + 6^1 : 6^0 = 0 \bullet 1 + 1 + 6 : 1$

$= 0 + 1 + 6$

$= 7$

4. **a)** V

Porque: $144^0 - (0,7)^0 \bullet 81 + (3 \bullet 0,1)^0 = 1 - 1 \bullet 81 + 1^0$

$= 1 - 81 + 1$

$= -79$

b) F; **c)** V

Porque: $-3^2 + (-3)^2 - 3^4 : 9^2 + 12^0 = -9^2 + 9^2 - 3^4 : (3^2)^2 + 1$

$= -9^2 + 9^2 - 3^4 : 3^4 + 1$

$= -\cancel{9}^2 + \cancel{9}^2 - \cancel{1} + \cancel{1}$

$= 0$

d) F; **e)** V

Porque: $\left(\frac{1}{3}\right)^0 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2 : \left(\sqrt{2}\right) = 1 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2 : \left(\sqrt{2}\right)$

$= \left(\sqrt{2}\right)^{2-1}$

$= \sqrt{2}$

f) F

Caro aluno, agora resolve os exercícios que se seguem, achamos que teve um número de actividades que lhe possam habilitar, para resolver com sucesso.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. E prove a veracidade.

a) $1-\dfrac{2^0:2^2}{2^0:2^2}=1$ ✓

b) $1-\dfrac{2^0:2^2}{2^0:2^2}=0$

d) $1-\dfrac{2^0:2^2}{2^0:2^2}=\dfrac{15}{16}$

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas. E justifique as afirmações verdadeiras.

V/F

a) $\left(\dfrac{3}{2^2}\right)^0-\dfrac{2^0:2^2}{2^0\bullet 2^2}=1$

b) $\left(\dfrac{3}{2^2}\right)^0-\dfrac{2^0:2^2}{2^0\bullet 2^2}=\dfrac{15}{16}$

c) $\dfrac{\left(\dfrac{\sqrt{7}}{2}\right)^0\bullet\left(\dfrac{2}{4}\right)^3:\left(\dfrac{2}{4}\right)}{\dfrac{1}{2}}=1$

d) $\dfrac{\left(\dfrac{\sqrt{7}}{2}\right)^0\bullet\left(\dfrac{2}{4}\right)^3:\left(\dfrac{2}{4}\right)}{\dfrac{1}{2}}=\dfrac{1}{2}$

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) $\left(7^0 \bullet 7^{\_}\right) = 7^{12}$

b) $\left(8^2\right)^6 \bullet 8^0 = 8^{\_}$

c) $\dfrac{3^0 \bullet 3^{\_}}{9} = 3^7$

d) $\left(\sqrt{3}\right)^{\mathbf{0}} \bullet (\_\_)^3 : \left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{\_\_}$

4. Calcule o valor das expressões.

a) $\left(\sqrt{3}\right)^2 : \left[8^0 \bullet \left(\dfrac{1}{2}\right)\right]$

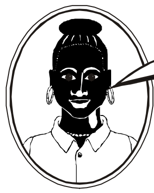
b) $(-1)^0 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^0$

c) $\left(-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^0 \bullet \left[\left(-\sqrt{5}\right)^{23} : \left(-\sqrt{5}\right)^{20}\right]$

d) $(0{,}1)^{\frac{0}{2}} \bullet \left[\left(\sqrt{12}\right)^0 \bullet \left(\sqrt{13}\right)^{15}\right] \bullet 2$

e) $\dfrac{a}{b} + 2a^0 - b^0$

f) $\left(\dfrac{\sqrt{a}}{2}\right)^0 \bullet \left[\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right) : \left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)\right]$



Caro aluno, depois de ter resoslvido todos exercícios propostos compare as suas soluções com a chave de correcção a seguir.

ACTIVIDADE

1. b)

Porque: $1-\dfrac{2^0:2^2}{2^0:2^2}=1-\dfrac{1:4}{1:4}$

$$= 1-\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}$$

$$= 1-\frac{1}{4}:\frac{1}{4}$$

$$= 1-1$$

$$= 0$$

2. a) F; **b)** V

Porque: $\left(\dfrac{3}{2^2}\right)^0-\dfrac{2^0:2^2}{2^0\bullet 2^2}= 1-\dfrac{1:4}{1\bullet 4}$

$$= 1-\dfrac{\frac{1}{4}}{4}$$

$$= 1-\frac{1}{4}:4$$

$$= 1-\frac{1}{4}\bullet\frac{1}{4}$$

$$= 1-\frac{1}{16}$$

$$= \frac{15}{16}$$

c) F; **d)** V

Porque: $$\frac{\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^0 \bullet \left(\frac{2}{4}\right)^3 : \left(\frac{2}{4}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{1 \bullet \left(\frac{2}{4}\right)^{3-1}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1 \bullet \left(\frac{2}{4}\right)^2}{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{2}{4}\right)^2 : \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

3. **a)** $\left(7^0 \bullet 7^{12}\right) = 7^{12}$

b) $\left(8^2\right)^6 \bullet 8^0 = 8^{\mathbf{12}}$

c) $\frac{3^0 \bullet 3^{\mathbf{9}}}{9} = 3^7$

d) $\left(\sqrt{3}\right)^{\mathbf{0}} \bullet \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

4.

a) $\left(\sqrt{3}\right)^2 : \left[8^0 \bullet \left(\frac{1}{2}\right)\right] = \left(\sqrt{3}\right)^2 : \left[1 \bullet \left(\frac{1}{2}\right)\right]$

$$= \left(\sqrt{3}\right)^2 : \frac{1}{2}$$

$$= \left(\sqrt{3}\right)^2 \bullet 2$$

$$= 2\left(\sqrt{3}\right)^2$$

b) $(-1)^0+\left(-\frac{1}{2}\right)^0 = 1+1$

$= \mathbf{2}$

c) $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^0 \bullet \left[\left(-\sqrt{5}\right)^{23} : \left(-\sqrt{5}\right)^{20}\right] = 1 \bullet \left(-\sqrt{5}\right)^{23-20}$

$= \left(-\sqrt{5}\right)^3$

d) $(0,1)^{\frac{0}{2}} \bullet \left[\left(\sqrt{12}\right)^0 \bullet \left(\sqrt{13}\right)^{15}\right] \bullet 2 = 1 \bullet 1 \bullet \left(\sqrt{13}\right)^{15} \bullet 2$

$= 2\left(\sqrt{13}\right)^{15}$

e) $\frac{a}{b}+2a^0-b^0 = \frac{a}{b}+2 \bullet 1-1$

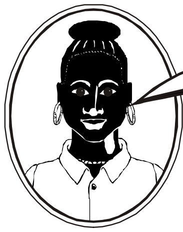
$= \frac{a}{b}+2-1$

$= \frac{a}{b}+1$

f) $\left(\frac{\sqrt{a}}{2}\right)^0 \bullet \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right) : \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\right] = 1 \bullet \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{1-1}$

$= \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^0$

$= 1$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar nenhum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

14 Calculo de Potências de Expoente Negativo

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar regras de cálculo com potências de expoente negativo.

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da lição 14 de Matemática da 9ª classe do módulo 2! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento em todas lições anteriores sobre a potenciação.

Desta vez terá oportunidade de aprofundar os seus conhecimentos, estudando potências de expoente negativo.

Fazemos votos que você redobre os esforços para o mais breve poder terminar o seu estudo desta lição.

Nesta lição terá oportunidade de saber como operar com potências de expoente negativo.

Contudo terá de aplicar ainda as mesmas regras que nos casos anteriores, das lições sobre pontências.

Com efeito é necessário que faça uma breve revisão sobre essas lições.

FAZENDO REVISÕES...

Para esta lição começaremos por rever o conhecimento sobre o inverso multiplicativo de um número, de modo a relacionar com potências de expoente negativo.

Assim vai ter que resolver algumas actividades como forma de consolidação dos seus conhecimentos.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ as operações que indicam o inverso multiplicativo.

a) $\frac{3}{13}\bullet\frac{13}{3}=\frac{39}{16}$ ✓☐

b) $\frac{3}{13}\bullet\frac{13}{3}=1$ ☐

c) $\frac{2}{3}:\frac{3}{2}=\frac{6}{5}$ ☐

d) $\frac{2}{3}:\frac{3}{2}=1$ ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

a) $\frac{1}{2}:2=\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{2}:2=1$

c) $\frac{4}{5}:\frac{5}{4}=1$

d) $\frac{4}{5}:\frac{5}{4}=\frac{9}{20}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b); **d)**

2. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F

Comecemos por definir a potência de expoente negativo.

Definição

Uma potência de expoente negativo é igual ao inverso da potência de expoente simétrico.

Simbolicamente teremos:

$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ onde $a\neq 0$ em e $n=\mathbb{N}_0$. Isto quer dizer que, uma potência de base elevada a um expoente negativo é igual ao inverso da potência.

TOME NOTA...

Quando se tem $\mathbb{N}_0$ significa que se exclui o zero.

Por outro lado o zero não tem sinal, porque o zero não é positivo e nem negativo (não tem sinal).

O expoente zero pode surgir como consequência da situação:

$a^n \bullet a^n = a^{n-n} = a^0 = 1$ onde $(a \neq 0)$

Ou

$$\cancel{a^n} \bullet \frac{1}{\cancel{a^n}} = 1$$

Assim: $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Por outro lado, quando tivermos: $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n}$ para escrever na forma do inverso será: $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^{n}$

Exemplo 1

Seja: 2^{-1}, como escrever de uma outra maneira?

Como sabemos pela fómula $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, assim teremos:

$$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}.$$

Exemplo 2

Seja: $\left(\frac{a}{b}\right)^n \bullet \left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ como determinar o valor da expressão?

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \bullet \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \bullet \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$= \left(\frac{\cancel{a}}{\cancel{b}} \bullet \frac{\cancel{b}}{\cancel{a}}\right)^n$$

$$= 1^n$$
$$= 1$$

Ou

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \bullet \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^n}{b^n} \bullet \frac{a^{-n}}{b^{-n}}$$

$$= \frac{a^{n+(-n)}}{b^{n+(-n)}}$$

$$= \frac{a^{n-n}}{b^{n-n}}$$

$$= \frac{a^0}{b^0}$$

$$= \frac{1}{1}$$
$$= 1$$

Exemplo 3

Seja: $a^{-3} \bullet a^{-2}$ como calcular o valor do produto da potência?

$a^{-3} \bullet a^{-2} = a^{(-3)+(-2)} = a^{-5}$ onde $(a \neq 0)$.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓, apenas uma firmação verdadeira.

a) $\left(a^{3}\right)^{-4} = a^{-7}$ ☐

b) $\left(a^{3}\right)^{-4} = a^{-12}$ ☐

c) $\left(a^{3}\right)^{-4} = a^{-1}$ ☐

2. Marque um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas.

V/F

a) $\left(a^{-3}\right)^{-4} = a^{-12}$ ☐

b) $\left(a^{-3}\right)^{-4} = a^{12}$ ☐

c) $5^{0} \bullet 2^{-3} = \frac{1}{8}$ ☐

d) $5^{0} \bullet 2^{-3} = 8$ ☐

e) $2^{-6} : 2^{4} \bullet 2^{-2} = 2^{-12}$ ☐

f) $2^{-6} : 2^{4} \bullet 2^{-2} = 2^{-4}$ ☐

3. Complete as expressões de modo que sejam verdadeiras.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\bullet\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\bullet(-3)^{3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\_\_}\bullet(\_\_)^{3}=-\frac{\_\_}{8}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}=\_\_\_\_$

c) $\left(\sqrt{3}\right)^{-1}\bullet\frac{1}{3}=\frac{1}{3^{\_\_}}$

d) $3^{-2}\bullet\left(\sqrt{2}\right)^{-2}:\left(3\sqrt{2}\right)=\left(\_\_\_\right)^{-2}:\left(3\sqrt{2}\right)=\_\_\_$

4. Sendo $a=\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$, $b=\frac{3^{-1}}{4^{0}}$ e $c=\frac{2^{-2}}{6}$. Calcaule o valor das expressões:

a) $a^{-2}\bullet c^{-1}\bullet b$

b) $\frac{1}{a^{-2}\bullet c^{-1}}-b$

c) $a^{-2}\bullet\left(c^{-1}+b^{0}\right)$

d) $\frac{b^{-2}}{c^{-1}-a^{2}}$

Caro aluno, agora siga e acompanhe atentamente a chave de correcção que se apresenta.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **b)**

2. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

3. **a)** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{4} \bullet (-3)^{3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathbf{3}} \bullet (\mathbf{-3})^{3}$

$= -\frac{\mathbf{27}}{8}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}$

c) $\left(\sqrt{3}\right)^{-1} \bullet \frac{1}{3} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

d) $3^{-2} \bullet \left(\sqrt{2}\right)^{-2} : \left(3\sqrt{2}\right) = \left(\mathbf{3\sqrt{2}}\right)^{-2} : \left(3\sqrt{2}\right) = \left(\mathbf{3\sqrt{2}}\right)^{-3}$

4. **Sendo: a =** $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$, **b =** $\frac{3^{-1}}{4^{0}}$ e **c =** $\frac{2^{-2}}{6}$. Teremos:

a) $a^{-2} \bullet c^{-1} \bullet b = \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{-2} \bullet \left(\frac{2^{-2}}{6}\right)^{-1} \bullet \frac{3^{-1}}{4^{0}}$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{4} \bullet \left(\frac{6}{2^{-2}}\right) \bullet \frac{3^{-1}}{4^{0}}$ **Atênção:** $4^{0} = 1$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{4} \bullet \left(\frac{6}{2^{-2}}\right) \bullet \frac{3^{-1}}{1}$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{4} \bullet \left(\frac{6}{2^{-2}}\right) \bullet \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{2^{4}} \bullet \left(6 \bullet \frac{1}{2^{-2}}\right) \bullet \frac{1}{3} \longleftarrow \boxed{\left(\frac{1}{2^{-2}}\right) = 2^{2}}$

$$= \frac{1}{2^4} \bullet 6 \bullet 2^2 \bullet \frac{1}{3}$$

$6 = 2 \bullet 3$

$$= \frac{1}{2^4} \bullet 2 \bullet 3 \bullet 2^2 \bullet \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2 \bullet 2^2 \bullet 3}{2^4 \bullet 3}$$

$$= \frac{\cancel{2^3} \bullet \cancel{3}}{2^{\cancel{4}} \bullet \cancel{3}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

b) $a = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = (-2)^2 = 4$

$$b = \frac{3^{-1}}{4^0} = \frac{3^{-1}}{4^0} = \frac{3^{-1}}{1} = \frac{1}{3}$$

$$c = \frac{2^{-2}}{6} = \frac{1}{6 \bullet 2^2} = \frac{1}{24}$$

Para facilitar os cálculos vamos primeiro determinar os valores de *a*, *b* e *c*.

$$\frac{1}{a^{-2} \bullet c^{-1}} - b = \frac{1}{4^{-2} \bullet \left(\frac{1}{24}\right)^{-1}} - \frac{1}{3}$$

$$= \cancel{16}^{2} \bullet \frac{1}{\cancel{24}^{3}} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3}$$

c) $a = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = (-2)^2 = 4$

$$b = \frac{3^{-1}}{4^0} = \frac{3^{-1}}{4^0} = \frac{3^{-1}}{1} = \frac{1}{3}$$

$$c = \frac{2^{-2}}{6} = \frac{1}{6 \bullet 2^2} = \frac{1}{24}$$

$$a^{-2}\bullet\left(c^{-1}+b^{0}\right) = 4^{-2}\bullet\left[\left(\frac{1}{24}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{3}\right)^{0}\right]$$

$$= \frac{1}{16}\bullet(24+1)$$

$$= \frac{25}{16}$$

d) $$\frac{b^{-2}}{c^{-1}-a^{2}} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}{\left(\frac{1}{24}\right)^{-1}-4^{2}}$$

Aqui iremos substituir os valores de *a*, *b* e *c*, como nos casos anteriores.

$$= \frac{3^{2}}{24-16}$$

$$= \frac{3^{2}}{8}$$

$$= \frac{9}{8}$$

EXERCÍCIOS

1. Marque com ✓apenas as afirmações verdadeiras.

a) $3^{-2}=-6$ ✓ ☐

b) $3^{-2}=\frac{1}{9}$ ☐

c) $(-1)^{-7}=-1$ ☐

d) $(-1)^{-7}=1$ ☐

2. Marque com um **V** as afimações verdadeiras e um **F** as falsas. E Justifique as verdadeiras.

V/F

a) $\dfrac{2^{-3}:(-7)^{0}}{2^{-1}\bullet 5^{2}}=\dfrac{1}{100}$ ☐

b) $\dfrac{2^{-3}:(-7)^{0}}{2^{-1}\bullet 5^{2}}=\dfrac{2}{100}$ ☐

c) $3^{-1}\bullet\left(3^{-1}\right)^{5}\bullet\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-6}=1$ ☐

d) $3^{-1}\bullet\left(3^{-1}\right)^{5}\bullet\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-6}=3$ ☐

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) $\dfrac{9^{-3}}{3^{-7}}=\dfrac{\left(\_\_^{2}\right)^{-3}}{3^{-7}}=\_\_\_$

b) $\left(\sqrt{3}\right)^{-1}:(\_\_)^{3}\bullet\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2}=\left(\sqrt{3}\right)^{-1}:\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3}\bullet\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^{\_\_}=\_\_$

c) $\left(2^{-1}+2^{-3}\right):\left[(\_\_)^{-1}\right]^{2}=\left(\dfrac{1}{2}+\_\_\right):\left(\dfrac{5}{\_\_}\right)^{-3}=\left(\dfrac{5}{8}\right)^{\_\_}$

4. Calcule o valor de cada uma das expressões:

a) $(-10)^{-1}+(0{,}1)^{-1}$

b) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-4}\bullet\left(\dfrac{3}{5}\right)^{2}:(0{,}2)^{-2}+\left(\dfrac{1}{0{,}3}\right)^{0}$

c) $(-10)+\left(-\dfrac{1}{10}\right)^{-2}\bullet\left(-\dfrac{1}{10}\right)^{-1}+\left(\dfrac{1}{10}\right)^{-3}$

d) $6^{-3}\bullet 6:8^{-2}-\left[\left(-\dfrac{3}{4}\right)^{2}\right]^{-1}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b); c)

2. a) V

Porque: $\dfrac{2^{-3}:(-7)^0}{2^{-1}\bullet 5^2} = \dfrac{2^{-3}:1}{\frac{1}{2}\bullet 25}$

$= \dfrac{1}{8}:\dfrac{25}{2}$

$= \dfrac{1}{\cancel{8}^{4}}:\dfrac{\cancel{2}^{1}}{25}$

$= \dfrac{1}{100}$

b) F; **c)** V

Porque: $3^{-1}\bullet\left(3^{-1}\right)^5\bullet\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-6} = \left(\dfrac{1}{3}\right)\bullet\left(\dfrac{1}{3}\right)^5\bullet\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-6}$

$= \left(\dfrac{1}{3}\right)^{1+5+(-6)}$

$= \left(\dfrac{1}{3}\right)^{6-6}$

$= \left(\dfrac{1}{3}\right)^{0}$

$= 1$

d) F

3. a) $\dfrac{9^{-3}}{3^{-7}} = \dfrac{\left(3^2\right)^{-3}}{3^{-7}} = 3$

b) $\left(\sqrt{3}\right)^{-1}:\left(\dfrac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{3}}}\right)^3\bullet\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^{-1}:\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^3\bullet\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2$

c) $\left(2^{-1}+2^{-3}\right):\left[\left(\mathbf{\frac{5}{8}}\right)^{-1}\right]^{2} = \left(\frac{1}{2}+\mathbf{\frac{1}{8}}\right):\left(\frac{5}{\mathbf{8}}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{8}\right)^{\mathbf{4}}$

4. a) $(-10)^{-1}+(0,1)^{-1} = \left(-\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{1}{10}\right)^{-1}$

Por definição de potência de expoente negativo

$= -0,1+10$

$= 9,9$

Por definição de potência de expoente negativo.

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-4}\bullet\left(\frac{3}{5}\right)^{2}:(0,2)^{-2}+\left(\frac{1}{0,3}\right)^{0} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}:(0,2)^{-2}+1$

$= \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}:\left(\frac{2}{10}\right)^{-2}+1$

$= \left(\frac{3}{\cancel{5}}\bullet\frac{\cancel{10}^{2}}{2}\right)^{-2}+1$

$= \left(\frac{3\bullet 2}{2}\right)^{-2}+1$

$= \left(\frac{6}{2}\right)^{-2}+1$

$= 3^{-2}+1$

$= \frac{1}{\underset{(1)}{9}}+\frac{1}{\underset{(9)}{1}}$

$= \frac{1+9}{9}$

$= \frac{10}{9}$

c) $(-1)^{10}+\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2}\bullet\left(-\frac{1}{10}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{10}\right)^{-3} = (-1)^{10}+\left(-\frac{1}{10}\right)^{-3}+\left(\frac{1}{10}\right)^{-3}$

$= 1-\cancel{10^{3}}+\cancel{10^{3}}$

$= \mathbf{1}$

d) $6^{-3}\bullet 6:8^{-2}:\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^{2}\right]^{-1} = \left(\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{8}^{4}}\right)^{-2}:\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$

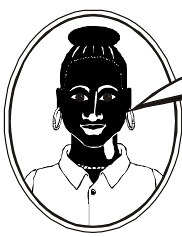
$$= \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}:\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$$

$$= \left(\frac{3}{4}:-\frac{3}{4}\right)^{-2}$$

$$= (-1)^{-2}$$

$$= -\frac{1}{1^{2}}$$

$$= 1$$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em nenhum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

15 Cálculo de Potências

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar regras de cálculo com potências - Exercícios de aplicação.

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo da 15ª lição de Matemática da 9ª classe do módulo 2! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento em todas lições anteriores.

Nesta lição terá oportunidade de consolidar uma vez os conhecimentos sobre o cálculo com potências em $\mathbb{R}$; para tal é necessário realizar mais exercícios de aplicação. É de notar que vai ter que aplicar quase todas as propriedades sobre as potências.

Em casos de certas dúvidas e dificuldades, poderá voltar a rever as lições anteriores deste Módulo.

Agora vamos resolver algumas actividades sob forma de revisão, porque estes conteúdos foram tratados na 8ª classe, nos Módulos 1 e 3, e lições anteriores deste módulo, depois compare as suas respostas com a chave de correcção, que lhe apresentamos em seguida.

ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

V/F

a) $\dfrac{2^3 \bullet 2^2}{2^4} = 2$

b) $\dfrac{2^3 \bullet 2^2}{2^4} = 2^3$

c) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4 \bullet (6)^4 : 4^3 = 2$

d) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4 \bullet (6)^4 : 4^3 = 4$

e) $\left(-\sqrt{5}\right)^0 + \left(-\dfrac{2}{\sqrt{2}}\right)^0 = 2$

f) $\left(-\sqrt{5}\right)^0 + \left(-\dfrac{2}{\sqrt{2}}\right)^0 = 0$

2. Assinale com um ✓, apenas as firmações verdadeiras. E justifique as verdadeiras.

a) $\left(-\dfrac{1}{5}\right)^{-2} \bullet \left[(-5)^{-23} : 5^{-20}\right] = -\dfrac{1}{5}$

b) $\left(-\dfrac{1}{5}\right)^{-2} \bullet \left[(-5)^{-23} : 5^{-20}\right] = 5$

c) $\dfrac{\left(-\dfrac{1}{4}\right)^{-3} \bullet \left(-\dfrac{1}{4}\right)^{2}}{(-4)^{-1}} + \left(1-\sqrt{5}\right)^{0} = 17$

d) $\dfrac{\left(-\dfrac{1}{4}\right)^{-3} \bullet \left(-\dfrac{1}{4}\right)^{2}}{(-4)^{-1}} + \left(1-\sqrt{5}\right)^{0} = \dfrac{1}{4}$

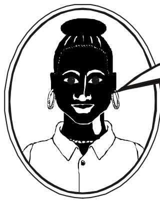
4. Calcule o valor de cada uma das expressões.

a) $\dfrac{x^2 \bullet y}{x+y} - 3y^2$ para $x = (-2)^0$, $y = -\dfrac{1}{3}$

b) $\dfrac{a}{b} + 2a^0 - b^0$ para $a = 2^2$, $b = -5$

c) $\dfrac{x^2 \bullet y}{x+y} - 3y^2$ para $x = \left(\sqrt{3}\right)^0$, $y = 2$

d) $\dfrac{a}{b} + 2a^0 - b^0$ para $a = \sqrt{2}$, $b = 5$



Caro aluno, agora compare as suas respostas com a chave de correcção que lhe sugerimos a seguir. Caso não tenha conseguido resolver com sucesso, volte a estudar e resolver novamente.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F

2. a)

Porque:

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} \bullet \left[(-5)^{-23} : 5^{-20}\right] = \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} \bullet (-5)^{-23-(-20)}$$

$$= \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} \bullet (-5)^{-23+20}$$

$$= \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} \bullet (-5)^{-3}$$

$$= \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} \bullet \left(-\frac{1}{5}\right)^{3}$$

$$= \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2+3}$$

$$= -\frac{1}{5}$$

c)

Porque:

$$\frac{\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3}\bullet\left(-\frac{1}{4}\right)^{2}}{(-4)^{-1}}+\left(1-\sqrt{5}\right)^{0}=\frac{\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3+2}}{(-4)^{-1}}+1$$

$$=\frac{\left(-\frac{1}{4}\right)^{-1}}{(-4)^{-1}}+1$$

$$=\frac{(-4)^{1}}{(-4)^{-1}}+1$$

$$=(-4)^{1}:(-4)^{-1}+1$$

$$=(-4)^{1-(-1)}+1$$

$$=(-4)^{2}+1$$

$$=16+1$$

$$=\mathbf{17}$$

3. a) $\dfrac{x^2\bullet y}{x+y}-3y^2$ para $x=(-2)^0,\quad y=-\dfrac{1}{3}$

$$\frac{x^2\bullet y}{x+y}-3y^2=\frac{\left[(-2)^0\right]^2\bullet\left(-\frac{1}{3}\right)}{(-2)^0+\left(-\frac{1}{3}\right)}-3\left(-\frac{1}{3}\right)^2$$

$$=\frac{(-2)^0\bullet\left(-\frac{1}{3}\right)}{(-2)^0+\left(-\frac{1}{3}\right)}-3\bullet\frac{1}{9}$$

$$=\frac{1\bullet\left(-\frac{1}{3}\right)}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)}-\cancel{3}\bullet\frac{1}{\cancel{9}^{3}}$$

$$= \frac{-\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-3-2}{6}$$

$$= -\frac{5}{6}$$

b) $\frac{a}{b} + 2a^0 - b^0$ para $a = 2^2$, $b = -5$

$$\frac{a}{b} + 2a^0 - b^0 = \frac{2^2}{-5} + 2\left(2^2\right)^0 - (-5)^0$$

$$= -\frac{4}{5} + 2 \bullet 1 - 1$$

$$= -\frac{4}{5} + 2 - 1$$

$$= -\frac{4}{5} + 1$$

$$= \frac{1}{5}$$

c) $\dfrac{x^2 \bullet y}{x+y} - 3y^2$ para $x = \left(\sqrt{3}\right)^0$, $y = 2$

$$\frac{x^2 \bullet y}{x+y} - 3y^2 = \frac{\left[\left(\sqrt{3}\right)^0\right]^2 \bullet 2}{\left(\sqrt{3}\right)^0 + 2} - 3 \bullet 2^2$$

$$= \frac{1 \bullet 2}{1+2} - 3 \bullet 4$$

$$= \frac{2}{1+2} - 12$$

$$= \frac{2}{\underset{(1)}{3}} - \frac{12}{\underset{(3)}{1}}$$

$$= \frac{2-36}{3}$$

$$= -\frac{34}{3}$$

d) $\dfrac{a}{b} + 2a^0 - b^0$ para $a = \sqrt{2}$, $b = 5$

$$\frac{a}{b} + 2a^0 - b^0 = \frac{\sqrt{2}}{5} + 2\left(\sqrt{2}\right)^0 - (5)^0$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{5} + 2 \bullet 1 - 1$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{5} + 2 - 1$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{5} + 1$$

Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção. E ter ficado sucedido. Resolve os exercícios que se seguem, de modo a consolidar os seus conhecimentos.

EXERCÍCIOS

1. Assinale com ✓ apenas a afirmação verdadeira.

a) $\left(-\sqrt{7}\right)^4 \cdot (-1)^4 = \left(-\sqrt{7}\right)^4$ ✓ ☐

b) $\left(-\sqrt{7}\right)^4 \cdot (-1)^4 = \left(\sqrt{7}\right)^4$ ☐

c) $\left(-\sqrt{7}\right)^4 \cdot (-1)^4 = \left(\sqrt{7}\right)^8$ ☐

2. Marque um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas. E justifique as afirmações verdadeiras.

V/F

a) $\left(\sqrt{2}\right)^3 : \left(\sqrt{2}\right)^6 : \left(\sqrt{2}\right)^{-3} = 1$ ☐

b) $\left(\sqrt{2}\right)^3 : \left(\sqrt{2}\right)^6 : \left(\sqrt{2}\right)^{-3} = \left(\sqrt{2}\right)$ ☐

c) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-7} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-7}\right] \cdot (-2)^{-2} = \frac{2}{5}$ ☐

d) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-7} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-7}\right] \cdot (-2)^{-2} = 2^{-11}$ ☐

3. Preenche os espaços em branco de modo que as expressões sejam verdadeiras.

a) $\left(\frac{4}{9}\right)^3 = (\_\_)^{-6}$

b) $(\_\_)^4 \cdot \left(\sqrt{5}\right)^{\_} : \left(\sqrt{5}\right)^3 = \_\_$

c) $\left(8^{\_}\right)^6 \cdot 8^0 = 8^{\_}$

4. Determine o valor de cada uma das expressões.

a) $\left(2^{-9}\bullet 2^{6}\right):2^{-5} = \dfrac{1}{16}$

b) $\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^{-3}\bullet\left(\sqrt{3}\right)^{2}}{\left(-\sqrt{3}\right)^{-1}}+\left(1-\sqrt{5}\right)^{0}$

c) $\dfrac{\left(-2\right)^{-2}-1^{-3}}{4:4^{2}}+\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{0}+5^{-2}:5^{-3}$

Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios, compare as suas respostas com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

2. a) V

Porque:

$$\left(\sqrt{2}\right)^{3}:\left(\sqrt{2}\right)^{6}:\left(\sqrt{2}\right)^{-3}=\left(\sqrt{2}\right)^{3-6}:\left(\sqrt{2}\right)^{-3}$$
$$=\left(\sqrt{2}\right)^{-3}:\left(\sqrt{2}\right)^{-3}$$
$$=\left(\sqrt{2}\right)^{-3-(-3)}$$
$$=\left(\sqrt{2}\right)^{-3+3}$$
$$=\left(\sqrt{2}\right)^{0}$$
$$=1$$

b) F; **c)** F

d) V

Porque:

$$\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-7}:\left(-\frac{1}{5}\right)^{-7}\right]\bullet(-2)^{-4}=\left[\frac{2}{5}:\left(-\frac{1}{5}\right)\right]^{-7}\bullet(-2)^{-4}$$
$$=(-2)^{-7}\bullet(-2)^{-4}$$
$$=(-2)^{-11}$$

3. a)

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{3}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$$

b) $\left(\sqrt{\mathbf{5}}\right)^{4} \bullet \left(\sqrt{5}\right)^{\mathbf{2}} : \left(\sqrt{5}\right)^{3} = \left(\sqrt{5}\right)^{3}$

c) $\left(8^{\mathbf{1}}\right)^{6} \bullet 8^{0} = 8^{\mathbf{6}}$

4. a) $\left(2^{-9} \bullet 2^{6}\right) : 2^{-5}$ **=** $2^{-9+6} : 2^{-5}$

= $2^{-3} : 2^{-5}$
= $2^{-3-(-5)}$
= 2^{-3+5}
= 2^{2}
= 4

b) $\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^{-3} \bullet \left(\sqrt{3}\right)^{2}}{\left(-\sqrt{3}\right)^{-1}} + \left(1-\sqrt{5}\right)^{0}$ **=** $\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^{-3+2}}{\left(-\sqrt{3}\right)^{-1}} + 1$

= $\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^{-1}}{\left(-\sqrt{3}\right)^{-1}} + 1$

= $\dfrac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{-\frac{1}{\sqrt{3}}} + 1$

= $\dfrac{1}{\sqrt{3}} : \left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) + 1$

= $\dfrac{1}{\sqrt{3}} \bullet \left(-\sqrt{3}\right) + 1$

= $-\dfrac{\sqrt{\cancel{3}}}{\sqrt{\cancel{3}}} + 1$

= $-1 + 1$
= 0

c) $\dfrac{(-2)^{-2}-1^{-3}}{4:4^{2}}+\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{0}+5^{-2}:5^{-3} = \dfrac{(-2)^{-2}-1^{-3}}{4^{1-2}}+1+5^{-2-(-3)}$

$$= \frac{(-2)^{-2}-1^{-3}}{4^{-1}}+1+5^{-2+3}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}-1}{\frac{1}{4}}+1+5^{1}$$

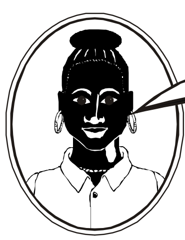
$$= \frac{-\frac{5}{4}}{\frac{1}{4}}+1+5$$

$$= -\frac{5}{4}:\frac{1}{4}+6$$

$$= -\frac{5}{\cancel{4}}\bullet\cancel{4}+6$$

$$= -5+6$$

$$= \mathbf{1}$$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em pelo menos um exercícios, volte a rever a lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

16 Potências de Base 10

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar regras de cálculo com potências de base 10.
- Aplicar regras de potência de base 10, na notação científica;

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 – 8ª classe.
- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 16ª lição de Matemática da 9ª classe do módulo 2, e última deste Módulo! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento em todas lições anteriores, devendo no fim desta realizar um teste de preparação.

Fazemos votos que você redobre esforços para o mais breve poder terminar o seu estudo desta lição e deste Módulo.
Nesta lição terá oportunidade de saber como operar com potências de base 10.

Contudo terá de aplicar ainda as mesmas regras que nos casos anteriores, das lições sobre potências de expoente inteiro. E na representação de números na notação científica.

Com efeito é necessário que faça uma breve revisão sobre estes contéudos aprendidos na 8ª classe Módulo 1, com designação **notação científica**.

FAZENDO REVISÕES...

Primeiro comecemos por definir a potência de base 10.
Traduz–se simbolicamente.

$$\underbrace{100...0=10^n}_{n\ zeros}$$

$$\underbrace{0,00...01=10^{-n}}_{n\ zeros}$$

E qualquer número (diferente de zero) pode escrever-se , sob a forma de produto de um número compreendido entre 1 e 10, por uma potência de base 10.

Por outro lado: 10^{-n} é o inverso de 10^n , pois, $10^{-n} \cdot 10^n = 10^n \cdot 10^{-n} = 1$

Porque: $10^{-n} = \dfrac{1}{10^n}$

E $\dfrac{1}{\cancel{10^n}} \cdot \cancel{10^n} = 1$

TOME NOTA...

Este procedimento (notação científica), é usado para simplificar a escrita de números grande ou pequenos, com muitos zeros, escrevendo na forma de potência de base 10.

Exemplo 1

$1.000.000\ Km/s = 1 \cdot 10^6\ Km/s$ ← Este é um dos exemplos de um número grande.

Como escrever na potência de base 10, o número $100.000.000$?
Pelo mesmo princípio, escreveremos o 10, contamos o número de zeros e esse número será o valor do expoente. Assim sendo será: $100.000.000 = 1 \cdot 10^8$.

Por outro lado, pode não se escrever o *um*, porque como é sabido na multiplicação o um é elemento neutro.

Como escrever $6.000.000$, sob forma de potência de base 10?
Segue se o mesmo procedimento como nos casos anteriores.
Assim teremos: $6.000.000 = 6 \bullet 10^6$.

Como escrever 470.000 na forma de notação científica?
Segue se o mesmo caminho que nos casos anteriores, desta forma teremos:

$470.000 = 4,7 \bullet 10^5$

Exemplo 2

Consideremos os casos de números com casas decimais.

Seja: $0,000001$. ← Este é um dos exemplos de um número pequeno.

Como escrever este número $0,000001$, na forma de potência de base 10?
Será: $0,000001 = 10^{-6}$; contamos o número de casas decimais e esse número corresponde ao valor do expoente.

Por outro lado, como já visto anteriormente que $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$, assim

podemos dizer que $0,000001 = 10^{-6}$ é o mesmo que $0,000001 = 10^{-6} = \frac{1}{10^6}$.

Como representar agora o número $0,0025$ na forma de potência de base 10?

Será: $0,0025 = 2,5 \bullet 10^{-3}$.

ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓, apenas as firmações verdadeiras.

a) $2000 = 2 \bullet 10^3$ ✓

b) $2000 = 2 \bullet 10^4$

c) $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$

d) $10^{-3} = \frac{1}{100}$

2. Marque um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas.

a) $0,00002 = 2 \bullet 10^{-4}$ ✓

b) $0,00002 = 2 \bullet 10^{-5}$

c) $\frac{1}{200\,000} = 2 \bullet 10^{-6}$

d) $\frac{1}{200\,000} = 2 \bullet 10^{-5}$

3. Complete as expressões de modo que sejam verdadeiras.

a) $52 \bullet 10^{-4} = \_\_\_ \bullet 10^{-3}$

b) $2.500.000.000 = 2,5 \bullet \_\_\_$

c) $0,0000083 = \_\_\_ \bullet 10^{-6}$

d) $0,15 = 1,5 \bullet 10^{—}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)**

2. **a)** F; **b)** V; **c)** F; **d)** V

3. **a)** $52\cdot10^{-4}=\mathbf{5,2}\cdot10^{-3}$

b) $2.500.000.000=2,5\cdot\mathbf{10^{9}}$

c) $0,0000083=\mathbf{8,3}\cdot10^{-6}$

d) $0,15=1,5\cdot10^{\mathbf{-1}}$

Exemplo 3

TOME NOTA...

A multiplicação de um número racional por uma potência de 10.

Multipliquemos por exemplo 21,54 por diferentes potências de 10.

a) $21,54\cdot10=215,4$ obtem-se deslocando a vírgula uma classe para direita.

b) $21,54\cdot10^{-1}=2,154$ obtem-se deslocando a vírgula uma classe para esquerda.

c) $21,54\cdot10^{-4}=0,002154$ obtem-se deslocando a vírgula quatro casas para esquerda.

Como pôr em evidência uma potência de 10?
Ora veja por exemplo; vamos escrever de várias maneiras o número $x=18,35$ sob forma de um produto dum número decimal por uma potência de 10.

$x=18,35=183,5\bullet 10^{-1}=1835\bullet 10^{-2}$

ou ainda

$x=1,835\bullet 10$

ou ainda mais

$x=0,1835\bullet 10^{2}=18,35; x=0,01835\bullet 10^{3}=18,35$

Como se pode notar existe uma infenidade de representações do número 18,35.

Como se pode conclui este tipo de representações de números decimais é usada para números muito grandes ou muito pequenos.

EXERCÍCIOS

1. Assinale com ✓apenas as afirmações verdadeiras.

a) $10^{-4}=\dfrac{1}{1000}$ ☐

b) $10^{-4}=\dfrac{1}{10}$ ☐

c) $0,0000084=8,4\bullet 10^{-6}$ ☐

d) $0,0000084=8,4\bullet 10^{-7}$ ☐

e) $\dfrac{1}{200000}=5\bullet 10^{-5}$ ☐

f) $\dfrac{1}{200000}=2\bullet 10^{-5}$ ☐

2. Marque com um **V** as afimações verdadeiras e um **F** as falsas. E justifique as afirmações verdadeiras.

V/F

a) $\left(2,5\cdot10^{-5}\right):\left(0,125\cdot10^{-2}\right) = 2\cdot10^{-2}$ ☐

b) $\left(2,5\cdot10^{-5}\right):\left(0,125\cdot10^{-2}\right) = 2\cdot10^{-7}$ ☐

c) $(-2)^4\cdot(-5)^5 = -5\cdot10^9$ ☐

d) $(-2)^4\cdot(-5)^5 = -5\cdot10^4$ ☐

3. Assinale com ✓ um apenas as afirmações verdadeiras.

a) $10^2\cdot10^{-5}\cdot10^3\cdot10^{-4} = 10^{-4}$ ☐ ✓

b) $\left(10^{-5}\cdot10^{-1}\right)^2:\left(10^4\cdot10^{-7}\right)^{-2} = 10^{-6}$ ☐

c) $10^2\cdot10^{-5}\cdot10^3\cdot10^{-4} = 10^{-10}$ ☐

d) $\left(10^{-5}\cdot10^{-1}\right)^2:\left(10^4\cdot10^{-7}\right)^{-2} = 10^{-1}$ ☐

4. Escreve na forma $a\cdot10^n$.

a) $0,001\cdot0,000001$

b) $0,04\cdot0,00008$

c) $\dfrac{0,00009}{0,02}$

d) 10000

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a); c); f)

2. a) V

Porque:

$$(2,5\cdot10^{-5}):(0,125\cdot10^{-2}) = \frac{2,5\cdot10^{-5}}{0,125\cdot10^{-2}}$$

$$= \frac{2,5}{0,125}\cdot\frac{10^{-5}}{10^{-2}}$$

$$= 20\cdot10^{-5-(-2)}$$

$$= (2\cdot10)\cdot10^{-3}$$

$$= 2\cdot10^{-2}$$

Pela divisão de potências de bases iguais expoentes diferentes.

b) F; **c)** F

d) V

Porque:

$$(-2)^4\cdot(-5)^5 = (-2)^4\cdot\left[(-5)^4\cdot(-5)\right]$$

$$= \left[(-2)^4\cdot(-5)^4\right]\cdot(-5)$$

$$= 10^4\cdot(-5)$$

$$= (-5)\cdot10^4$$

Pela propriedade associativa da multiplicação. E multiplicação de potências de bases diferentes e expoentes iguais.

3. a)

Porque:

$$10^2\cdot10^{-5}\cdot10^3\cdot10^{-4} = (10)^{2+(-5)}\cdot(10)^{3+(-4)}$$

$$= 10^{-3}\cdot10^{-1}$$

$$= 10^{-4}$$

Pela multiplicação de potências de bases iguais e expoentes diferentes.

b)

Porque:

$$\left(10^{-5}\bullet10^{-1}\right)^2:\left(10^4\bullet10^{-7}\right)^{-2}=\frac{\left(10^{-5}\bullet10^{-1}\right)^2}{\left(10^4\bullet10^{-7}\right)^{-2}}$$

$$=\frac{\left(10^{-6}\right)^2}{\left(10^{-3}\right)^{-2}}$$

$$=\frac{10^{-12}}{10^6}$$

$$=10^{-6}$$

4. **a)** $0,001\bullet0,000001=10^{-3}\bullet10^{-6}$

$=10^{-9}$

b) $0,04\bullet0,00008=\left(4\bullet10^{-2}\right)\bullet\left(8\bullet10^{-5}\right)$

$=\left(4\bullet8\right)\bullet\left(10^{-2}\bullet10^{-5}\right)$ ← Aplicando a propriedade comutativa e associativa da multiplicação.

$=\left(32\right)\bullet\left(10^{-2}\bullet10^{-5}\right)$

$=\left(3,2\bullet10\right)\bullet10^{-7}$

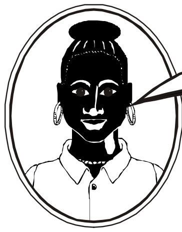
$=3,2\bullet10^{-6}$

c) $\dfrac{0,00009}{0,02}=\dfrac{9\bullet10^{-5}}{2\bullet10^{-2}}$

$=\dfrac{9}{2}\bullet10^{-5-(-2)}$ ← Pela divisão de potências de bases iguais e expoentes diferentes.

$=4,5\bullet10^{-3}$

d) $10000=10^4$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar mais da metade dos exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Assinale com um ✓, apenas uma firmação verdadeira.

a) $(-3)+(+4)=+1$ ☑

b) $(-3)+(+4)=-1$ ☐

c) $(-3)+(+4)=-7$ ☐

d) $(-3)+(+4)=+7$ ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas.

	V/F
a) $(+a)+(-2a)=-2a$	☐
b) $(+a)+(-2a)=a$	☐
c) $(+a)+(-2a)=-a$	☐
d) $(+a)+(-2a)=+a$	☐

3. Marque com um **V** as afimações verdadeiras e um **F** as falsas.

	V/F
a) $\left(+3\sqrt{7}\right)+\left(2\sqrt{7}\right) = 5\sqrt{7}$	☐
b) $\left(+3\sqrt{7}\right)+\left(2\sqrt{7}\right)=\sqrt{7}$	☐
c) $\left(+3\sqrt{7}\right)+\left(2\sqrt{7}\right)=5\sqrt{14}$	☐
d) $\left(+3\sqrt{7}\right)+\left(2\sqrt{7}\right)=6\sqrt{7}$	☐

4. Indique as propriedades usadas em cada uma das igualdades.

a) $\sqrt{5}-7-\sqrt{5}=-7$ ______________________

b) $\sqrt{3}+0=\sqrt{3}$ ________________________

c) $2\sqrt{2}+\pi+3\sqrt{2}=\pi+5\sqrt{2}$ ________________

d) $3+\sqrt{5}=\sqrt{5}+3$ _______________________

5. Assinale com um ✓ penas a resposta certa.

a) $(2\pi)+(-4\pi)=-6\pi$ ☐

b) $(2\pi)+(-4\pi)=-2\pi$ ☐

c) $(2\pi)+(-4\pi)=6\pi$ ☐

6. Sabendo que $\sqrt{3}=1,73205...$, complete os espaços em branco de modo que as afirmações sejam verdadeiras.

a) 1,7 é um valor aproximado de $\sqrt{3}$, por _____, a menos de ___.

b) 2 é um valor aproximado de $\sqrt{3}$, por _____, a menos de ___.

c) 1,74 é um valor aproximado de $\sqrt{3}$, por _____, a menos de ___

7. Calcule o valor das somas usando uma aproximação por defeito e por excesso a menos de 0,001.

a) $\frac{1}{2}+\sqrt{19}$

b) $\frac{9}{16}+\sqrt{7}$

c) $\sqrt{11}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$

d) $\sqrt{2}+\frac{2}{5}-\sqrt{3}$

8. Calcule as somas.

a) $\sqrt{5}+\frac{2}{3}$

b) $-\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$

c) $-7+\sqrt{5}-\sqrt{5}$

9. Nos exercícios que se seguem indique as propriedades usadas.

a) $\sqrt{23} \bullet 2 = 2 \bullet \sqrt{23}$ ______________________________

b) $3 \bullet \sqrt{3} = 1 \Rightarrow 3 = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ______________________________

c) $9 \bullet (-5 \bullet 7) = [9 \bullet (-5)] \bullet 7$ ________________________

d) $\sqrt{2} \bullet 1 = \sqrt{2}$ __________________________________

e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \bullet \sqrt{8} \bullet 0 = 0$ _________________________________

f) $(3 + \sqrt{5}) \bullet \pi = 3\pi + \pi\sqrt{5}$ ________________________

10. Assinale com um ✓ apenas as afirnações verdadeiras.

a) Na expressão $\sqrt{3} + \left(\frac{1}{2} - \sqrt{2}\right) = \left(\frac{1}{2} - \sqrt{2}\right) + \sqrt{3}$,
aplicou-se a propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$. ☐ ✓

b) Na expressão $\sqrt{3} + \left(\frac{1}{2} - \sqrt{2}\right) = \left(\frac{1}{2} - \sqrt{2}\right) + \sqrt{3}$,
aplicou-se a propriedade comutativa da adição em $\mathbb{R}$. ☐

c) Na expressão $(\sqrt{7} - 0,5) + \sqrt{5} = (\sqrt{7} + \sqrt{5}) - \frac{1}{2}$,
aplicou-se a propriedade distributiva da adição em $\mathbb{R}$. ☐

d) Na expressão $(\sqrt{7} - 0,5) + \sqrt{5} = (\sqrt{7} + \sqrt{5}) - \frac{1}{2}$,
aplicou-se a propriedade associativa da adição em $\mathbb{R}$. ☐

11. Determine o valor de cada uma das expressões.

a) $2\bullet\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{6}\right)$

b) $3\bullet\left(2\bullet\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)$

c) $5\bullet\left(\pi\bullet\frac{3}{2\pi}+\frac{2}{3}\right)$

12. Complete as expressões de modo que sejam verdadeiras.

a) $\frac{2}{\sqrt{3}}\bullet\_\_=1$

b) $\sqrt{6}\bullet\frac{1}{\sqrt{6}}=\_\_$

13. Assinale com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) $(-1)^{1993} = -1$ ☑

b) $(-1)^{1993} = 1$ ☐

c) $2008^0 = 0$ ☐

d) $2008^0 = 1$ ☐

e) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = -\frac{27}{125}$ ☐

14. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) $\left(\frac{\_\_}{9}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^{\_\_} = \frac{1}{\_\_}$

b) $3^{\_\_} : \left(\frac{\_\_}{\sqrt{11}}\right)^4 = (3\_\_\_)^4$

c) $\_\_\_^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = (0,3 \bullet \_\_)^2 = \_\_\_$

15. Determine o valor de cada potência.

a) $(-8)^6 : (6)^6 \bullet (1,5)^6$

b) $\left(\sqrt{2}\right)^3 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2 : \sqrt{2}$

c) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 \bullet 2$

16. Sendo a = $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$, b = $\frac{3^{-1}}{4^0}$ e c = $\frac{2^{-2}}{6}$. Calcaule o valor das expressões.

a) $a^{-2} \bullet c^{-1} \bullet b$

b) $\frac{1}{a^{-2} \bullet c^{-1}} - b$

c) $a^{-2} \bullet \left(c^{-1} + b^0\right)$

17. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas. Justifique as afirmações verdadeiras.

	V/F
a) $\left(\sqrt{2}\right)^{3} : \left(\sqrt{2}\right)^{6} : \left(\sqrt{2}\right)^{-3} = 1$	☐
b) $\left(\sqrt{2}\right)^{3} : \left(\sqrt{2}\right)^{6} : \left(\sqrt{2}\right)^{-3} = \left(\sqrt{2}\right)$	☐
c) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-7} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-7}\right] \bullet (-2)^{-2} = \frac{2}{5}$	☐
d) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-7} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-7}\right] \bullet (-2)^{-2} = 2^{-11}$	☐

18. Escreve na forma $a \bullet 10^{n}$.

a) $0{,}001 \bullet 0{,}000001$

b) $0{,}04 \bullet 0{,}00008$

c) $\dfrac{0{,}00009}{0{,}02}$

d) 10000

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2. a) F; **b)** F; **c)** V; **d)** F

3. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** F

4. a) $\sqrt{5}-7-\sqrt{5}=-7$ **- Adição de elemento simétrico em $\mathbb{R}$.**

b) $\sqrt{3}+0=\sqrt{3}$ **- Elemento neutro da adiçaõ em $\mathbb{R}$.**

c) $2\sqrt{2}+\pi+3\sqrt{2}=\pi+5\sqrt{2}$ **- Associativa da adição em $\mathbb{R}$.**

d) $3+\sqrt{5}=\sqrt{5}+3$ **- Comutativa da adiçao em $\mathbb{R}$.**

5. b)

6. a) 1,7 é um valor aproximado de $\sqrt{3}$, por **defeito**, a menos de **1**.

b) 2 é um valor aproximado de $\sqrt{3}$, por **excesso**, a menos de **0,1**.

c) 1,74 é um valor aproximado de $\sqrt{3}$, por **excesso**, a menos de **0,01**.

7.

a1) $\frac{1}{2}+\sqrt{19}$

$$\left.\begin{array}{l}\approx 0,5+4,3588...\\ \approx 0,5+4,358\\ \approx 5,358\end{array}\right\}\textbf{Por defeito}$$

a2) $\frac{1}{2}+\sqrt{19}$

$$\left.\begin{array}{l}\approx 0,5+4,3588...\\ \approx 0,5+4,359\\ \approx 5,359\end{array}\right\}\textbf{Por execesso}$$

b1) $\frac{9}{16}+\sqrt{7}$

$$\left.\begin{aligned}&\approx 0,5625+2,64575...\\&\approx 0,562+2,645\\&\approx 3,207\end{aligned}\right\}\textbf{Por defeito}$$

b2) $\frac{9}{16}+\sqrt{7}$

$$\left.\begin{aligned}&\approx 0,5625+2,64575...\\&\approx 0,563+2,646\\&\approx 3,209\end{aligned}\right\}\textbf{Por excesso}$$

c1) $\sqrt{11}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$

$$\left.\begin{aligned}&\approx 3,31662...-0,5+0,66(6)\\&\approx 3,316-0,5+0,666\\&\approx 3,482\end{aligned}\right\}\textbf{Por defeito}$$

c2) $\sqrt{11}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$

$$\left.\begin{aligned}&\approx 3,31662...-0,5+0,66(6)\\&\approx 3,317-0,5+0,667\\&\approx 3,484\end{aligned}\right\}\textbf{Por excesso}$$

d1) $\sqrt{2}+\frac{2}{5}-\sqrt{3}$

$$\left.\begin{aligned}&\approx 1,4142...+0,4-1,7320...\\&\approx 1,414+0,4-1,732\\&\approx 0,082\end{aligned}\right\}\textbf{Por defeito}$$

d2) $\sqrt{2}+\frac{2}{5}-\sqrt{3}$

$$\left.\begin{aligned}&\approx 1,4142...+0,4-1,7320...\\&\approx 1,415+0,4-1,733\\&\approx 0,082\end{aligned}\right\}\textbf{Por excesso}$$

8. a) $\sqrt{5}+\frac{2}{3}\approx 2,2+0,6$

$\approx\ 2,8$

b) $-\cancel{\sqrt{2}}+\sqrt{3}+\cancel{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$

$\approx 1,7$

c) $-7+\cancel{\sqrt{5}}-\cancel{\sqrt{5}}=-7$

9. a) $\sqrt{23}\bullet 2=2\bullet\sqrt{23}$ $\rightarrow$ Comutativa.

b) $3\bullet\sqrt{3}=1\Rightarrow 3=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\rightarrow$ Inverso multiplicativo. Porque:

$a\bullet b=1\Rightarrow a=\frac{1}{b}$.

c) $9\bullet(-5\bullet 7)=\left[9\bullet(-5)\right]\bullet 7$ $\rightarrow$ Associativa.

d) $\sqrt{2}\bullet 1=\sqrt{2}$ $\rightarrow$ Elemento neutro.

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}\bullet\sqrt{8}\bullet 0=0$ $\rightarrow$ Elemento absorvente.

f) $\left(3+\sqrt{5}\right)\bullet\pi=3\pi+\pi\sqrt{5}$ Distributiva da multiplicação em relação à adição.

10. b); **d)**

11. a) $2\bullet\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{6}\right)=2\bullet\left(\frac{1}{2}-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{6}^{2}}\right)$

$=2\bullet\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)$

$=2\bullet 0$

$=\mathbf{0}$

b) $3\bullet\left(2\bullet\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)=3\bullet\left(\cancel{2}\bullet\frac{3}{\cancel{2}}+\frac{2}{3}\right)$

$=9+\frac{6}{3}$

$=9+2$

$=11$

c) $5\bullet\left(\cancel{\pi}\bullet\frac{3}{2\cancel{\pi}}+\frac{2}{3}\right)=5\bullet\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)$

$=5\bullet\left(\frac{3}{\underset{(3)}{2}}+\frac{2}{\underset{(2)}{3}}\right)$

$=5\bullet\left(\frac{1}{6}+\frac{4}{6}\right)$

$=5\bullet\left(\frac{13}{6}\right)$

$=\frac{65}{6}$

12. a) $\frac{2}{\sqrt{3}}\bullet\frac{\mathbf{\sqrt{3}}}{\mathbf{2}}=1$

b) $\sqrt{6}\bullet\frac{1}{\sqrt{6}}=\mathbf{1}$

13.

a); d); e)

14. a) $\left(\frac{\mathbf{2}}{9}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^{\mathbf{2}} = \frac{1}{\mathbf{9}}$

b) $3^{\mathbf{4}} : \left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{11}}\right)^4 = \left(3\sqrt{\mathbf{11}}\right)^4$

c) $(0,3)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = (0,3 \cdot \mathbf{3})^2 = \mathbf{0,81}$

15. a) $(-8)^6 : (6)^6 \cdot (1,5)^6 = \left(-\frac{8}{6}\right)^6 \cdot (1,5)^6$

$= \left(-\frac{8}{6}\right)^6 \cdot \left(\frac{15}{10}\right)^6$

$= \left(-\frac{\cancel{8}\,\cancel{4}\,2}{\cancel{6}\,\cancel{3}\,1} \cdot \frac{1\cancel{5}\,\cancel{3}\,1}{1\cancel{0}\,\cancel{5}\,1}\right)^6$

$= 2^6$

= 64

b) $\left(\sqrt{2}\right)^3 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^2 : \sqrt{2} = \left(\sqrt{2}\right)^5 : \sqrt{2}$

$= \left(\sqrt{2}\right)^4$

c) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 \bullet 2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 \bullet 2$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \bullet \sqrt{3}\right)^3 \bullet 2 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \bullet 2$$

$$= \left(\frac{27}{8}\right) \bullet 2$$

$$= \frac{54}{8}$$

16. Sendo: **a =** $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$**, b =** $\frac{3^{-1}}{4^0}$ e **c =** $\frac{2^{-2}}{6}$**.**

a) $a^{-2} \bullet c^{-1} \bullet b = \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{-2} \bullet \left(\frac{2^{-2}}{6}\right)^{-1} \bullet \frac{3^{-1}}{4^{0}}$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{4} \bullet \left(\frac{6}{2^{-2}}\right) \bullet \frac{3^{-1}}{4^{0}}$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{4} \bullet \left(\frac{6}{2^{-2}}\right) \bullet \frac{3^{-1}}{1}$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{4} \bullet \left(\frac{6}{2^{-2}}\right) \bullet \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{2^{4}} \bullet \left(6 \bullet \frac{1}{2^{-2}}\right) \bullet \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{2^{4}} \bullet 6 \bullet 2^{2} \bullet \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{2^{4}} \bullet 2 \bullet 3 \bullet 2^{2} \bullet \frac{1}{3}$

$= \frac{2 \bullet 2^{2} \bullet 3}{2^{4} \bullet 3}$

$= \frac{\cancel{2^{3}} \bullet \cancel{3}}{2^{4} \bullet \cancel{3}}$

$= \frac{1}{2}$

b) Os valores de a; b e c. Quando reduzidos ficar:

$a = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = (-2)^{2} = 4$;

$$b = \frac{3^{-1}}{4^{0}} = \frac{3^{-1}}{4^{0}} = \frac{3^{-1}}{1} = \frac{1}{3} \text{ e } c = \frac{2^{-2}}{6} = \frac{1}{6 \bullet 2^{2}} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{1}{a^{-2} \bullet c^{-1}} - b = \frac{1}{4^{-2} \bullet \left(\frac{1}{24}\right)^{-1}} - \frac{1}{3}$$

$$= \cancel{16}^{2} \bullet \frac{1}{\cancel{24}^{3}} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3}$$

c) Usamos os mesmos valores de a, b e c; como na alínea anterior.

$$a^{-2} \bullet \left(c^{-1} + b^{0}\right) = 4^{-2} \bullet \left[\left(\frac{1}{24}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{0}\right]$$

$$= \frac{1}{16} \bullet (24 + 1)$$

$$= \frac{25}{16}$$

17. a) V

Porque: $\left(\sqrt{2}\right)^{3} : \left(\sqrt{2}\right)^{6} : \left(\sqrt{2}\right)^{-3} = \left(\sqrt{2}\right)^{3-6} : \left(\sqrt{2}\right)^{-3}$

$$= \left(\sqrt{2}\right)^{-3} : \left(\sqrt{2}\right)^{-3}$$

$$= \left(\sqrt{2}\right)^{-3-(-3)}$$

$$= \left(\sqrt{2}\right)^{-3+3}$$

$$= \left(\sqrt{2}\right)^{0}$$

$$= 1$$

b) F; **c)** F

d) V

Porque:

$$\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-7}:\left(-\frac{1}{5}\right)^{-7}\right]\bullet(-2)^{-4}=\left[\frac{2}{5}:\left(-\frac{1}{5}\right)\right]^{-7}\bullet(-2)^{-4}$$

$$=(-2)^{-7}\bullet(-2)^{-4}$$

$$=(-2)^{-11}$$

18. a) $0,001\bullet 0,000001 = 10^{-3}\bullet 10^{-6}$

$$= 10^{-9}$$

b) $0,04\bullet 0,00008 = \left(4\bullet 10^{-2}\right)\bullet\left(8\bullet 10^{-5}\right)$

$$= (4\bullet 8)\bullet\left(10^{-2}\bullet 10^{-5}\right)$$

$$= (32)\bullet\left(10^{-2}\bullet 10^{-5}\right)$$

$$= (3,2\bullet 10)\bullet 10^{-7}$$

$$= 3,2\bullet 10^{-6}$$

c) $\dfrac{0,00009}{0,02} = \dfrac{9\bullet 10^{-5}}{2\bullet 10^{-2}}$

$$= \frac{9}{2}\bullet 10^{-5-(-2)}$$

$$= 4,5\bullet 10^{-3}$$

d) $10000 = 10^{4}$

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

TABELA DE QUADRADOS PERFEITOS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801
10	10000	10201	10404	10609	10816	11025	11236	11449	11664	11881
11	12100	12312	12544	12769	12996	13325	13456	13689	13924	14161
12	14400	14641	14884	15129	15376	15625	15876	16129	16384	16641
13	16900	17616	17424	17689	17956	18225	18496	18769	19044	19321
14	19600	19881	20164	20449	20736	21025	21316	21609	21904	22201
15	22500	22801	23104	23409	23716	24025	24336	24649	24964	25281
16	25600	25921	26244	26569	26896	27225	27556	27889	28224	25861
17	28900	29241	29584	29929	30276	30625	30976	31329	31684	32041
18	32400	32761	33124	33489	33856	34225	34596	34969	35334	35721
19	36100	36481	36864	37249	37636	38025	38416	38809	39204	39601
20	40000	40401	40804	41209	41616	42025	42436	42849	43264	43681
21	44100	44521	44944	45369	45796	46225	46656	47089	47524	47961
22	48400	48841	49284	49729	50176	50625	51076	51529	51984	52441
23	52900	53361	53824	54289	54756	55225	55696	56169	56644	57121
24	57600	58081	58564	59049	59539	60025	60516	61009	61504	62001
25	62500	63001	63504	64009	64516	65025	65536	66049	66564	67081
26	67600	68121	68644	69169	69696	70225	70756	71289	71824	72361
27	72900	73441	73984	74529	75076	75625	76176	76729	77284	77841
28	78400	78961	79524	80089	80656	81225	81796	82369	82944	83521
29	84100	84681	85264	85849	86436	87025	87616	88209	88804	89401
30	90000	90601	91204	91809	92416	93025	93636	94249	94864	95481
31	96100	96721	97344	97969	98596	99225	99856	100489	101124	101761
32	102400	103041	103684	104329	104976	105625	106276	106926	107584	108241
33	108900	109561	110224	110889	111556	112225	112896	113569	114244	114921
34	115600	116281	116964	117649	118336	119025	119716	120409	121104	121801
35	122500	123201	123904	124609	125316	126025	126736	127449	128164	128881
36	129600	130321	131044	131769	132496	133225	133956	134689	135424	136161
37	136900	137641	138384	139129	139876	140625	141376	142129	142884	143641
38	144400	145161	145924	146689	147456	148225	148996	149769	150544	154321
39	152100	152881	153664	154449	155236	156025	156816	157609	158404	159201
40	160000	160801	161604	162409	163216	164025	164836	165649	166464	167281
41	168100	168921	169744	170569	171396	172225	173056	173889	174724	175561
42	176400	177241	178084	178929	179776	180625	181476	182329	183184	184041
43	184900	185761	186624	187489	188356	189225	190096	190969	191844	192721
44	193600	194481	195364	196249	197136	198025	198916	199809	200704	201601
45	202500	203401	204304	205209	206116	207025	207936	208849	209764	210681
46	211600	212521	213444	214936	215296	216225	217156	218089	219024	219961
47	220900	221841	222784	223729	224676	225625	226576	227529	228484	229441
48	230400	231361	232324	233289	234256	235225	236196	237169	238144	239121
49	240100	241081	242064	243049	244036	245025	246016	247009	248004	249001

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 1,00 - 5,49

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,0000	1,0050	1,0100	1,0149	1,0198	1,0247	1,0296	1,0344	1,0392	1,0440
1,1	1,0488	1,0536	1,0583	1,0630	1,0677	1,0724	1,0770	1,0817	1,0863	1,0909
1,2	1,0954	1,1000	1,1045	1,1091	1,1136	1,1180	1,1225	1,1269	1,1314	1,1358
1,3	1,1402	1,1446	1,1489	1,1533	1,1576	1,1619	1,1662	1,1705	1,1747	1,1790
1,4	1,1832	1,1874	1,1916	1,1958	1,2000	1,2042	1,2083	1,2124	1,2166	1,2207
1,5	1,2247	1,2288	1,2329	1,2369	1,2410	1,2450	1,2490	1,2530	1,2570	1,2610
1,6	1,2649	1,2689	1,2728	1,2767	1,2806	1,2845	1,2884	1,2923	1,2961	1,3000
1,7	1,3038	1,3077	1,3115	1,3153	1,3191	1,3229	1,3266	1,3304	1,3342	1,3379
1,8	1,3416	1,3454	1,3491	1,3528	1,3565	1,3601	1,3638	1,3675	1,3711	1,3748
1,9	1,3784	1,3820	1,3856	1,3892	1,3928	1,3964	1,4000	1,4036	1,4071	1,4107
2,0	1,4142	1,4177	1,4213	1,4248	1,4283	1,4318	1,4353	1,4387	1,4422	1,4457
2,1	1,4491	1,4526	1,4560	1,4595	1,4629	1,4663	1,4697	1,4731	1,4765	1,4799
2,2	1,4832	1,4866	1,4900	1,4933	1,4967	1,5000	1,5033	1,5067	1,5100	1,5133
2,3	1,5166	1,5199	1,5232	1,5264	1,5297	1,5330	1,5362	1,5395	1,5427	1,5460
2,4	1,5492	1,5524	1,5556	1,5588	1,5620	1,5652	1,5684	1,5716	1,5748	1,5780
2,5	1,5811	1,5843	1,5875	1,5906	1,5937	1,5969	1,6000	1,6031	1,6062	1,6093
2,6	1,6125	1,6155	1,6186	1,6217	1,6248	1,6279	1,6310	1,6340	1,6371	1,6401
2,7	1,6432	1,6462	1,6492	1,6523	1,6553	1,6583	1,6613	1,6643	1,6673	1,6703
2,8	1,6733	1,6763	1,6793	1,6823	1,6852	1,6882	1,6912	1,6941	1,6971	1,7000
2,9	1,7029	1,7059	1,7088	1,7117	1,7146	1,7176	1,7205	1,7234	1,7263	1,7292
3,0	1,7321	1,7349	1,7378	1,7407	1,7436	1,7464	1,7493	1,7521	1,7550	1,7578
3,1	1,7607	1,7635	1,7664	1,7692	1,7720	1,7748	1,7776	1,7804	1,7833	1,7861
3,2	1,7889	1,7916	1,7944	1,7972	1,8000	1,8028	1,8055	1,8083	1,8111	1,8138
3,3	1,8166	1,8193	1,8221	1,8248	1,8276	1,8303	1,8330	1,8358	1,8385	1,8412
3,4	1,8439	1,8466	1,8493	1,8520	1,8547	1,8574	1,8601	1,8628	1,8655	1,8682
3,5	1,8708	1,8735	1,8762	1,8788	1,8815	1,8841	1,8868	1,8894	1,8921	1,8947
3,6	1,8974	1,9000	1,9026	1,9053	1,9079	1,9105	1,9131	1,9157	1,9183	1,9209
3,7	1,9235	1,9261	1,9287	1,9313	1,9339	1,9365	1,9391	1,9416	1,9442	1,9468
3,8	1,9494	1,9519	1,9545	1,9570	1,9596	1,9621	1,9647	1,9672	1,9698	1,9723
3,9	1,9748	1,9774	1,9799	1,9824	1,9849	1,9875	1,9900	1,9925	1,9950	1,9975
4,0	2,0000	2,0025	2,0050	2,0075	2,0100	2,0125	2,0149	2,0174	2,0199	2,0224
4,1	2,0248	2,0273	2,0298	2,0322	2,0347	2,0372	2,0396	2,0421	2,0445	2,0469
4,2	2,0494	2,0518	2,0543	2,0567	2,0591	2,0616	2,0640	2,0664	2,0688	2,0712
4,3	2,0736	2,0761	2,0785	2,0809	2,0833	2,0857	2,0881	2,0905	2,0928	2,0952
4,4	2,0976	2,1000	2,1024	2,1048	2,1071	2,1095	2,1119	2,1142	2,1166	2,1190
4,5	2,1213	2,1237	2,1260	2,1284	2,1307	2,1331	2,1354	2,1378	2,1401	2,1424
4,6	2,1448	2,1471	2,1494	2,1517	2,1541	2,1564	2,1587	2,1610	2,1633	2,1656
4,7	2,1679	2,1703	2,1726	2,1749	2,1772	2,1794	2,1817	2,1840	2,1863	2,1886
4,8	2,1909	2,1932	2,1954	2,1977	2,2000	2,2023	2,2045	2,2068	2,2091	2,2113
4,9	2,2136	2,2159	2,2181	2,2204	2,2226	2,2249	2,2271	2,2293	2,2316	2,2338
5,0	2,2361	2,2383	2,2405	2,2428	2,2450	2,2472	2,2494	2,2517	2,2539	2,2561
5,1	2,2583	2,2605	2,2627	2,2650	2,2672	2,2694	2,2716	2,2738	2,2760	2,2782
5,2	2,2804	2,2825	2,2847	2,2869	2,2891	2,2913	2,2935	2,2956	2,2978	2,3000
5,3	2,3022	2,3043	2,3065	2,3087	2,3108	2,3130	2,3152	2,3173	2,3195	2,3216
5,4	2,3238	2,3259	2,3281	2,3302	2,3324	2,3345	2,3367	2,3388	2,3409	2,3431
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 5,50 - 9,99

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	2,3452	2,3473	2,3495	2,3516	2,3537	2,3558	2,3580	2,3601	2,3622	2,3643
5,6	2,3664	2,3685	2,3707	2,3728	2,3749	2,3770	2,3791	2,3812	2,3833	2,3854
5,7	2,3875	2,3896	2,3917	2,3937	2,3958	2,3979	2,4000	2,4021	2,4042	2,4062
5,8	2,4083	2,4104	2,4125	2,4145	2,4166	2,4187	2,4207	2,4228	2,4249	2,4269
5,9	2,4290	2,4310	2,4331	2,4352	2,4372	2,4393	2,4413	2,4434	2,4454	2,4474
6,0	2,4495	2,4515	2,4536	2,4556	2,4576	2,4597	2,4617	2,4637	2,4658	2,4678
6,1	2,4698	2,4718	2,4739	2,4759	2,4779	2,4799	2,4819	2,4839	2,4860	2,4880
6,2	2,4900	2,4920	2,4940	2,4960	2,4980	2,5000	2,5020	2,5040	2,5060	2,5080
6,3	2,5100	2,5120	2,5140	2,5159	2,5179	2,5199	2,5219	2,5239	2,5259	2,5278
6,4	2,5298	2,5318	2,5338	2,5357	2,5377	2,5397	2,5417	2,5436	2,5456	2,5475
6,5	2,5495	2,5515	2,5534	2,5554	2,5573	2,5593	2,5612	2,5632	2,5652	2,5671
6,6	2,5690	2,5710	2,5729	2,5749	2,5768	2,5788	2,5807	2,5826	2,5846	2,5865
6,7	2,5884	2,5904	2,5923	2,5942	2,5962	2,5981	2,6000	2,6019	2,6038	2,6058
6,8	2,6077	2,6096	2,6115	2,6134	2,6153	2,6173	2,6192	2,6211	2,6230	2,6249
6,9	2,6268	2,6287	2,6306	2,6325	2,6344	2,6363	2,6382	2,6401	2,6420	2,6439
7,0	2,6458	2,6476	2,6495	2,6514	2,6533	2,6552	2,6571	2,6589	2,6608	2,6627
7,1	2,6646	2,6665	2,6683	2,6702	2,6721	2,6739	2,6758	2,6777	2,6796	2,6814
7,2	2,6833	2,6851	2,6870	2,6889	2,6907	2,6926	2,6944	2,6963	2,6981	2,7000
7,3	2,7019	2,7037	2,7055	2,7074	2,7092	2,7111	2,7129	2,7148	2,7166	2,7185
7,4	2,7203	2,7221	2,7240	2,7258	2,7276	2,7295	2,7313	2,7331	2,7350	2,7368
7,5	2,7386	2,7404	2,7423	2,7441	2,7459	2,7477	2,7495	2,7514	2,7532	2,7550
7,6	2,7568	2,7586	2,7604	2,7622	2,7641	2,7659	2,7677	2,7695	2,7713	2,7731
7,7	2,7749	2,7767	2,7785	2,7803	2,7821	2,7839	2,7857	2,7875	2,7893	2,7911
7,8	2,7928	2,7946	2,7964	2,7982	2,8000	2,8018	2,8036	2,8054	2,8071	2,8089
7,9	2,8107	2,8125	2,8142	2,8160	2,8178	2,8196	2,8213	2,8231	2,8249	2,8267
8,0	2,8284	2,8302	2,8320	2,8337	2,8355	2,8373	2,8390	2,8408	2,8425	2,8443
8,1	2,8460	2,8478	2,8496	2,8513	2,8531	2,8548	2,8566	2,8583	2,8601	2,8618
8,2	2,8636	2,8653	2,8671	2,8688	2,8705	2,8723	2,8740	2,8758	2,8775	2,8792
8,3	2,8810	2,8827	2,8844	2,8862	2,8879	2,8896	2,8914	2,8931	2,8948	2,8965
8,4	2,8983	2,9000	2,9017	2,9034	2,9052	2,9069	2,9086	2,9103	2,9120	2,9138
8,5	2,9155	2,9172	2,9189	2,9206	2,9223	2,9240	2,9257	2,9275	2,9292	2,9309
8,6	2,9326	2,9343	2,9360	2,9377	2,9394	2,9411	2,9428	2,9445	2,9462	2,9479
8,7	2,9496	2,9513	2,9530	2,9547	2,9563	2,9580	2,9597	2,9614	2,9631	2,9648
8,8	2,9665	2,9682	2,9698	2,9715	2,9732	2,9749	2,9766	2,9783	2,9799	2,9816
8,9	2,9833	2,9850	2,9866	2,9883	2,9900	2,9917	2,9933	2,9950	2,9967	2,9983
9,0	3,0000	3,0017	3,0033	3,0050	3,0067	3,0083	3,0100	3,0116	3,0133	3,0150
9,1	3,0166	3,0183	3,0199	3,0216	3,0232	3,0249	3,0265	3,0282	3,0299	3,0315
9,2	3,0332	3,0348	3,0364	3,0381	3,0397	3,0414	3,0430	3,0447	3,0463	3,0480
9,3	3,0496	3,0512	3,0529	3,0545	3,0561	3,0578	3,0594	3,0610	3,0627	3,0643
9,4	3,0659	3,0676	3,0692	3,0708	3,0725	3,0741	3,0757	3,0773	3,0790	3,0806
9,5	3,0822	3,0838	3,0854	3,0871	3,0887	3,0903	3,0919	3,0935	3,0952	3,0968
9,6	3,0984	3,1000	3,1016	3,1032	3,1048	3,1064	3,1081	3,1097	3,1113	3,1129
9,7	3,1145	3,1161	3,1177	3,1193	3,1209	3,1225	3,1241	3,1257	3,1273	3,1289
9,8	3,1305	3,1321	3,1337	3,1353	3,1369	3,1385	3,1401	3,1417	3,1432	3,1448
9,9	3,1464	3,1480	3,1496	3,1512	3,1528	3,1544	3,1559	3,1575	3,1591	3,1607
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 10,0 - 54,9

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10,	3,162	3,178	3,194	3,209	3,225	3,240	3,256	3,271	3,286	3,302
11,	3,317	3,332	3,347	3,362	3,376	3,391	3,406	3,421	3,435	3,450
12,	3,464	3,479	3,493	3,507	3,521	3,536	3,550	3,564	3,578	3,592
13,	3,606	3,619	3,633	3,647	3,661	3,674	3,688	3,701	3,715	3,728
14,	3,742	3,755	3,768	3,782	3,795	3,808	3,821	3,834	3,847	3,860
15,	3,873	3,886	3,899	3,912	3,924	3,937	3,950	3,962	3,975	3,987
16,	4,000	4,012	4,025	4,037	4,050	4,062	4,074	4,087	4,099	4,111
17,	4,123	4,135	4,147	4,159	4,171	4,183	4,195	4,207	4,219	4,231
18,	4,243	4,254	4,266	4,278	4,290	4,301	4,313	4,324	4,336	4,347
19,	4,359	4,370	4,382	4,393	4,405	4,416	4,427	4,438	4,450	4,461
20,	4,472	4,483	4,494	4,506	4,517	4,528	4,539	4,550	4,561	4,572
21,	4,583	4,593	4,604	4,615	4,626	4,637	4,648	4,658	4,669	4,680
22,	4,690	4,701	4,712	4,722	4,733	4,743	4,754	4,764	4,775	4,785
23,	4,796	4,806	4,817	4,827	4,837	4,848	4,858	4,868	4,879	4,889
24,	4,899	4,909	4,919	4,930	4,940	4,950	4,960	4,970	4,980	4,990
25,	5,000	5,010	5,020	5,030	5,040	5,050	5,060	5,070	5,079	5,089
26,	5,099	5,109	5,119	5,128	5,138	5,148	5,158	5,167	5,177	5,187
27,	5,196	5,206	5,215	5,225	5,235	5,244	5,254	5,263	5,273	5,282
28,	5,292	5,301	5,310	5,320	5,329	5,339	5,348	5,357	5,367	5,376
29,	5,385	5,394	5,404	5,413	5,422	5,431	5,441	5,450	5,459	5,468
30,	5,477	5,486	5,495	5,505	5,514	5,523	5,532	5,541	5,550	5,559
31,	5,568	5,577	5,586	5,595	5,604	5,612	5,621	5,630	5,639	5,648
32,	5,657	5,666	5,675	5,683	5,692	5,701	5,710	5,718	5,727	5,736
33,	5,745	5,753	5,762	5,771	5,779	5,788	5,797	5,805	5,814	5,822
34,	5,831	5,840	5,848	5,857	5,865	5,874	5,882	5,891	5,899	5,908
35,	5,916	5,925	5,933	5,941	5,950	5,958	5,967	5,975	5,983	5,992
36,	6,000	6,008	6,017	6,025	6,033	6,042	6,050	6,058	6,066	6,075
37,	6,083	6,091	6,099	6,107	6,116	6,124	6,132	6,140	6,148	6,156
38,	6,164	6,173	6,181	6,189	6,197	6,205	6,213	6,221	6,229	6,237
39,	6,245	6,253	6,261	6,269	6,277	6,285	6,293	6,301	6,309	6,317
40,	6,325	6,332	6,340	6,348	6,356	6,364	6,372	6,380	6,387	6,395
41,	6,403	6,411	6,419	6,427	6,434	6,442	6,450	6,458	6,465	6,473
42,	6,481	6,488	6,496	6,504	6,512	6,519	6,527	6,535	6,542	6,550
43,	6,557	6,565	6,573	6,580	6,588	6,595	6,603	6,611	6,618	6,626
44,	6,633	6,641	6,648	6,656	6,663	6,671	6,678	6,686	6,693	6,701
45,	6,708	6,716	6,723	6,731	6,738	6,745	6,753	6,760	6,768	6,775
46,	6,782	6,790	6,797	6,804	6,812	6,819	6,826	6,834	6,841	6,848
47,	6,856	6,863	6,870	6,877	6,885	6,892	6,899	6,907	6,914	6,921
48,	6,928	6,935	6,943	6,950	6,957	6,964	6,971	6,979	6,986	6,993
49,	7,000	7,007	7,014	7,021	7,029	7,036	7,043	7,050	7,057	7,064
50,	7,071	7,078	7,085	7,092	7,099	7,106	7,113	7,120	7,127	7,134
51,	7,141	7,148	7,155	7,162	7,169	7,176	7,183	7,190	7,197	7,204
52,	7,211	7,218	7,225	7,232	7,239	7,246	7,253	7,259	7,266	7,273
53,	7,280	7,287	7,294	7,301	7,308	7,314	7,321	7,328	7,335	7,342
54,	7,348	7,355	7,362	7,369	7,376	7,382	7,389	7,396	7,403	7,409
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 55,0 - 99,9

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55,	7,416	7,423	7,430	7,436	7,443	7,450	7,457	7,463	7,470	7,477
56,	7,483	7,490	7,497	7,503	7,510	7,517	7,523	7,530	7,537	7,543
57,	7,550	7,556	7,563	7,570	7,576	7,583	7,589	7,596	7,603	7,609
58,	7,616	7,622	7,629	7,635	7,642	7,649	7,655	7,662	7,668	7,675
59,	7,681	7,688	7,694	7,701	7,707	7,714	7,720	7,727	7,733	7,740
60,	7,746	7,752	7,759	7,765	7,772	7,778	7,785	7,791	7,797	7,804
61,	7,810	7,817	7,823	7,829	7,836	7,842	7,849	7,855	7,861	7,868
62,	7,874	7,880	7,887	7,893	7,899	7,906	7,912	7,918	7,925	7,931
63,	7,937	7,944	7,950	7,956	7,962	7,969	7,975	7,981	7,987	7,994
64,	8,000	8,006	8,012	8,019	8,025	8,031	8,037	8,044	8,050	8,056
65,	8,062	8,068	8,075	8,081	8,087	8,093	8,099	8,106	8,112	8,118
66,	8,124	8,130	8,136	8,142	8,149	8,155	8,161	8,167	8,173	8,179
67,	8,185	8,191	8,198	8,204	8,210	8,216	8,222	8,228	8,234	8,240
68,	8,246	8,252	8,258	8,264	8,270	8,276	8,283	8,289	8,295	8,301
69,	8,307	8,313	8,319	8,325	8,331	8,337	8,343	8,349	8,355	8,361
70,	8,367	8,373	8,379	8,385	8,390	8,396	8,402	8,408	8,414	8,420
71,	8,426	8,432	8,438	8,444	8,450	8,456	8,462	8,468	8,473	8,479
72,	8,485	8,491	8,497	8,503	8,509	8,515	8,521	8,526	8,532	8,538
73,	8,544	8,550	8,556	8,562	8,567	8,573	8,579	8,585	8,591	8,597
74,	8,602	8,608	8,614	8,620	8,626	8,631	8,637	8,643	8,649	8,654
75,	8,660	8,666	8,672	8,678	8,683	8,689	8,695	8,701	8,706	8,712
76,	8,718	8,724	8,729	8,735	8,741	8,746	8,752	8,758	8,764	8,769
77,	8,775	8,781	8,786	8,792	8,798	8,803	8,809	8,815	8,820	8,826
78,	8,832	8,837	8,843	8,849	8,854	8,860	8,866	8,871	8,877	8,883
79,	8,888	8,894	8,899	8,905	8,911	8,916	8,922	8,927	8,933	8,939
80,	8,944	8,950	8,955	8,961	8,967	8,972	8,978	8,983	8,989	8,994
81,	9,000	9,006	9,011	9,017	9,022	9,028	9,033	9,039	9,044	9,050
82,	9,055	9,061	9,066	9,072	9,077	9,083	9,088	9,094	9,099	9,105
83,	9,110	9,116	9,121	9,127	9,132	9,138	9,143	9,149	9,154	9,160
84,	9,165	9,171	9,176	9,182	9,187	9,192	9,198	9,203	9,209	9,214
85,	9,220	9,225	9,230	9,236	9,241	9,247	9,252	9,257	9,263	9,268
86,	9,274	9,279	9,284	9,290	9,295	9,301	9,306	9,311	9,317	9,322
87,	9,327	9,333	9,338	9,343	9,349	9,354	9,359	9,365	9,370	9,375
88,	9,381	9,386	9,391	9,397	9,402	9,407	9,413	9,418	9,423	9,429
89,	9,434	9,439	9,445	9,450	9,455	9,460	9,466	9,471	9,476	9,482
90,	9,487	9,492	9,497	9,503	9,508	9,513	9,518	9,524	9,529	9,534
91,	9,539	9,545	9,550	9,555	9,560	9,566	9,571	9,576	9,581	9,586
92,	9,592	9,597	9,602	9,607	9,612	9,618	9,623	9,628	9,633	9,638
93,	9,644	9,649	9,654	9,659	9,664	9,670	9,675	9,680	9,685	9,690
94,	9,695	9,701	9,706	9,711	9,716	9,721	9,726	9,731	9,737	9,742
95,	9,747	9,752	9,757	9,762	9,767	9,772	9,778	9,783	9,788	9,793
96,	9,798	9,803	9,808	9,813	9,818	9,823	9,829	9,834	9,839	9,844
97,	9,849	9,854	9,859	9,864	9,869	9,874	9,879	9,884	9,889	9,894
98,	9,899	9,905	9,910	9,915	9,920	9,925	9,930	9,935	9,940	9,945
99,	9,950	9,955	9,960	9,965	9,970	9,975	9,980	9,985	9,990	9,995
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE QUADRADOS PERFEITOS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801
10	10000	10201	10404	10609	10816	11025	11236	11449	11664	11881
11	12100	12312	12544	12769	12996	13325	13456	13689	13924	14161
12	14400	14641	14884	15129	15376	15625	15876	16129	16384	16641
13	16900	17616	17424	17689	17956	18225	18496	18769	19044	19321
14	19600	19881	20164	20449	20736	21025	21316	21609	21904	22201
15	22500	22801	23104	23409	23716	24025	24336	24649	24964	25281
16	25600	25921	26244	26569	26896	27225	27556	27889	28224	25861
17	28900	29241	29584	29929	30276	30625	30976	31329	31684	32041
18	32400	32761	33124	33489	33856	34225	34596	34969	35334	35721
19	36100	36481	36864	37249	37636	38025	38416	38809	39204	39601
20	40000	40401	40804	41209	41616	42025	42436	42849	43264	43681
21	44100	44521	44944	45369	45796	46225	46656	47089	47524	47961
22	48400	48841	49284	49729	50176	50625	51076	51529	51984	52441
23	52900	53361	53824	54289	54756	55225	55696	56169	56644	57121
24	57600	58081	58564	59049	59539	60025	60516	61009	61504	62001
25	62500	63001	63504	64009	64516	65025	65536	66049	66564	67081
26	67600	68121	68644	69169	69696	70225	70756	71289	71824	72361
27	72900	73441	73984	74529	75076	75625	76176	76729	77284	77841
28	78400	78961	79524	80089	80656	81225	81796	82369	82944	83521
29	84100	84681	85264	85849	86436	87025	87616	88209	88804	89401
30	90000	90601	91204	91809	92416	93025	93636	94249	94864	95481
31	96100	96721	97344	97969	98596	99225	99856	100489	101124	101761
32	102400	103041	103684	104329	104976	105625	106276	106926	107584	108241
33	108900	109561	110224	110889	111556	112225	112896	113569	114244	114921
34	115600	116281	116964	117649	118336	119025	119716	120409	121104	121801
35	122500	123201	123904	124609	125316	126025	126736	127449	128164	128881
36	129600	130321	131044	131769	132496	133225	133956	134689	135424	136161
37	136900	137641	138384	139129	139876	140625	141376	142129	142884	143641
38	144400	145161	145924	146689	147456	148225	148996	149769	150544	154321
39	152100	152881	153664	154449	155236	156025	156816	157609	158404	159201
40	160000	160801	161604	162409	163216	164025	164836	165649	166464	167281
41	168100	168921	169744	170569	171396	172225	173056	173889	174724	175561
42	176400	177241	178084	178929	179776	180625	181476	182329	183184	184041
43	184900	185761	186624	187489	188356	189225	190096	190969	191844	192721
44	193600	194481	195364	196249	197136	198025	198916	199809	200704	201601
45	202500	203401	204304	205209	206116	207025	207936	208849	209764	210681
46	211600	212521	213444	214936	215296	216225	217156	218089	219024	219961
47	220900	221841	222784	223729	224676	225625	226576	227529	228484	229441
48	230400	231361	232324	233289	234256	235225	236196	237169	238144	239121
49	240100	241081	242064	243049	244036	245025	246016	247009	248004	249001

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 1,00 - 5,49

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,0000	1,0050	1,0100	1,0149	1,0198	1,0247	1,0296	1,0344	1,0392	1,0440
1,1	1,0488	1,0536	1,0583	1,0630	1,0677	1,0724	1,0770	1,0817	1,0863	1,0909
1,2	1,0954	1,1000	1,1045	1,1091	1,1136	1,1180	1,1225	1,1269	1,1314	1,1358
1,3	1,1402	1,1446	1,1489	1,1533	1,1576	1,1619	1,1662	1,1705	1,1747	1,1790
1,4	1,1832	1,1874	1,1916	1,1958	1,2000	1,2042	1,2083	1,2124	1,2166	1,2207
1,5	1,2247	1,2288	1,2329	1,2369	1,2410	1,2450	1,2490	1,2530	1,2570	1,2610
1,6	1,2649	1,2689	1,2728	1,2767	1,2806	1,2845	1,2884	1,2923	1,2961	1,3000
1,7	1,3038	1,3077	1,3115	1,3153	1,3191	1,3229	1,3266	1,3304	1,3342	1,3379
1,8	1,3416	1,3454	1,3491	1,3528	1,3565	1,3601	1,3638	1,3675	1,3711	1,3748
1,9	1,3784	1,3820	1,3856	1,3892	1,3928	1,3964	1,4000	1,4036	1,4071	1,4107
2,0	1,4142	1,4177	1,4213	1,4248	1,4283	1,4318	1,4353	1,4387	1,4422	1,4457
2,1	1,4491	1,4526	1,4560	1,4595	1,4629	1,4663	1,4697	1,4731	1,4765	1,4799
2,2	1,4832	1,4866	1,4900	1,4933	1,4967	1,5000	1,5033	1,5067	1,5100	1,5133
2,3	1,5166	1,5199	1,5232	1,5264	1,5297	1,5330	1,5362	1,5395	1,5427	1,5460
2,4	1,5492	1,5524	1,5556	1,5588	1,5620	1,5652	1,5684	1,5716	1,5748	1,5780
2,5	1,5811	1,5843	1,5875	1,5906	1,5937	1,5969	1,6000	1,6031	1,6062	1,6093
2,6	1,6125	1,6155	1,6186	1,6217	1,6248	1,6279	1,6310	1,6340	1,6371	1,6401
2,7	1,6432	1,6462	1,6492	1,6523	1,6553	1,6583	1,6613	1,6643	1,6673	1,6703
2,8	1,6733	1,6763	1,6793	1,6823	1,6852	1,6882	1,6912	1,6941	1,6971	1,7000
2,9	1,7029	1,7059	1,7088	1,7117	1,7146	1,7176	1,7205	1,7234	1,7263	1,7292
3,0	1,7321	1,7349	1,7378	1,7407	1,7436	1,7464	1,7493	1,7521	1,7550	1,7578
3,1	1,7607	1,7635	1,7664	1,7692	1,7720	1,7748	1,7776	1,7804	1,7833	1,7861
3,2	1,7889	1,7916	1,7944	1,7972	1,8000	1,8028	1,8055	1,8083	1,8111	1,8138
3,3	1,8166	1,8193	1,8221	1,8248	1,8276	1,8303	1,8330	1,8358	1,8385	1,8412
3,4	1,8439	1,8466	1,8493	1,8520	1,8547	1,8574	1,8601	1,8628	1,8655	1,8682
3,5	1,8708	1,8735	1,8762	1,8788	1,8815	1,8841	1,8868	1,8894	1,8921	1,8947
3,6	1,8974	1,9000	1,9026	1,9053	1,9079	1,9105	1,9131	1,9157	1,9183	1,9209
3,7	1,9235	1,9261	1,9287	1,9313	1,9339	1,9365	1,9391	1,9416	1,9442	1,9468
3,8	1,9494	1,9519	1,9545	1,9570	1,9596	1,9621	1,9647	1,9672	1,9698	1,9723
3,9	1,9748	1,9774	1,9799	1,9824	1,9849	1,9875	1,9900	1,9925	1,9950	1,9975
4,0	2,0000	2,0025	2,0050	2,0075	2,0100	2,0125	2,0149	2,0174	2,0199	2,0224
4,1	2,0248	2,0273	2,0298	2,0322	2,0347	2,0372	2,0396	2,0421	2,0445	2,0469
4,2	2,0494	2,0518	2,0543	2,0567	2,0591	2,0616	2,0640	2,0664	2,0688	2,0712
4,3	2,0736	2,0761	2,0785	2,0809	2,0833	2,0857	2,0881	2,0905	2,0928	2,0952
4,4	2,0976	2,1000	2,1024	2,1048	2,1071	2,1095	2,1119	2,1142	2,1166	2,1190
4,5	2,1213	2,1237	2,1260	2,1284	2,1307	2,1331	2,1354	2,1378	2,1401	2,1424
4,6	2,1448	2,1471	2,1494	2,1517	2,1541	2,1564	2,1587	2,1610	2,1633	2,1656
4,7	2,1679	2,1703	2,1726	2,1749	2,1772	2,1794	2,1817	2,1840	2,1863	2,1886
4,8	2,1909	2,1932	2,1954	2,1977	2,2000	2,2023	2,2045	2,2068	2,2091	2,2113
4,9	2,2136	2,2159	2,2181	2,2204	2,2226	2,2249	2,2271	2,2293	2,2316	2,2338
5,0	2,2361	2,2383	2,2405	2,2428	2,2450	2,2472	2,2494	2,2517	2,2539	2,2561
5,1	2,2583	2,2605	2,2627	2,2650	2,2672	2,2694	2,2716	2,2738	2,2760	2,2782
5,2	2,2804	2,2825	2,2847	2,2869	2,2891	2,2913	2,2935	2,2956	2,2978	2,3000
5,3	2,3022	2,3043	2,3065	2,3087	2,3108	2,3130	2,3152	2,3173	2,3195	2,3216
5,4	2,3238	2,3259	2,3281	2,3302	2,3324	2,3345	2,3367	2,3388	2,3409	2,3431
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 5,50 - 9,99

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	2,3452	2,3473	2,3495	2,3516	2,3537	2,3558	2,3580	2,3601	2,3622	2,3643
5,6	2,3664	2,3685	2,3707	2,3728	2,3749	2,3770	2,3791	2,3812	2,3833	2,3854
5,7	2,3875	2,3896	2,3917	2,3937	2,3958	2,3979	2,4000	2,4021	2,4042	2,4062
5,8	2,4083	2,4104	2,4125	2,4145	2,4166	2,4187	2,4207	2,4228	2,4249	2,4269
5,9	2,4290	2,4310	2,4331	2,4352	2,4372	2,4393	2,4413	2,4434	2,4454	2,4474
6,0	2,4495	2,4515	2,4536	2,4556	2,4576	2,4597	2,4617	2,4637	2,4658	2,4678
6,1	2,4698	2,4718	2,4739	2,4759	2,4779	2,4799	2,4819	2,4839	2,4860	2,4880
6,2	2,4900	2,4920	2,4940	2,4960	2,4980	2,5000	2,5020	2,5040	2,5060	2,5080
6,3	2,5100	2,5120	2,5140	2,5159	2,5179	2,5199	2,5219	2,5239	2,5259	2,5278
6,4	2,5298	2,5318	2,5338	2,5357	2,5377	2,5397	2,5417	2,5436	2,5456	2,5475
6,5	2,5495	2,5515	2,5534	2,5554	2,5573	2,5593	2,5612	2,5632	2,5652	2,5671
6,6	2,5690	2,5710	2,5729	2,5749	2,5768	2,5788	2,5807	2,5826	2,5846	2,5865
6,7	2,5884	2,5904	2,5923	2,5942	2,5962	2,5981	2,6000	2,6019	2,6038	2,6058
6,8	2,6077	2,6096	2,6115	2,6134	2,6153	2,6173	2,6192	2,6211	2,6230	2,6249
6,9	2,6268	2,6287	2,6306	2,6325	2,6344	2,6363	2,6382	2,6401	2,6420	2,6439
7,0	2,6458	2,6476	2,6495	2,6514	2,6533	2,6552	2,6571	2,6589	2,6608	2,6627
7,1	2,6646	2,6665	2,6683	2,6702	2,6721	2,6739	2,6758	2,6777	2,6796	2,6814
7,2	2,6833	2,6851	2,6870	2,6889	2,6907	2,6926	2,6944	2,6963	2,6981	2,7000
7,3	2,7019	2,7037	2,7055	2,7074	2,7092	2,7111	2,7129	2,7148	2,7166	2,7185
7,4	2,7203	2,7221	2,7240	2,7258	2,7276	2,7295	2,7313	2,7331	2,7350	2,7368
7,5	2,7386	2,7404	2,7423	2,7441	2,7459	2,7477	2,7495	2,7514	2,7532	2,7550
7,6	2,7568	2,7586	2,7604	2,7622	2,7641	2,7659	2,7677	2,7695	2,7713	2,7731
7,7	2,7749	2,7767	2,7785	2,7803	2,7821	2,7839	2,7857	2,7875	2,7893	2,7911
7,8	2,7928	2,7946	2,7964	2,7982	2,8000	2,8018	2,8036	2,8054	2,8071	2,8089
7,9	2,8107	2,8125	2,8142	2,8160	2,8178	2,8196	2,8213	2,8231	2,8249	2,8267
8,0	2,8284	2,8302	2,8320	2,8337	2,8355	2,8373	2,8390	2,8408	2,8425	2,8443
8,1	2,8460	2,8478	2,8496	2,8513	2,8531	2,8548	2,8566	2,8583	2,8601	2,8618
8,2	2,8636	2,8653	2,8671	2,8688	2,8705	2,8723	2,8740	2,8758	2,8775	2,8792
8,3	2,8810	2,8827	2,8844	2,8862	2,8879	2,8896	2,8914	2,8931	2,8948	2,8965
8,4	2,8983	2,9000	2,9017	2,9034	2,9052	2,9069	2,9086	2,9103	2,9120	2,9138
8,5	2,9155	2,9172	2,9189	2,9206	2,9223	2,9240	2,9257	2,9275	2,9292	2,9309
8,6	2,9326	2,9343	2,9360	2,9377	2,9394	2,9411	2,9428	2,9445	2,9462	2,9479
8,7	2,9496	2,9513	2,9530	2,9547	2,9563	2,9580	2,9597	2,9614	2,9631	2,9648
8,8	2,9665	2,9682	2,9698	2,9715	2,9732	2,9749	2,9766	2,9783	2,9799	2,9816
8,9	2,9833	2,9850	2,9866	2,9883	2,9900	2,9917	2,9933	2,9950	2,9967	2,9983
9,0	3,0000	3,0017	3,0033	3,0050	3,0067	3,0083	3,0100	3,0116	3,0133	3,0150
9,1	3,0166	3,0183	3,0199	3,0216	3,0232	3,0249	3,0265	3,0282	3,0299	3,0315
9,2	3,0332	3,0348	3,0364	3,0381	3,0397	3,0414	3,0430	3,0447	3,0463	3,0480
9,3	3,0496	3,0512	3,0529	3,0545	3,0561	3,0578	3,0594	3,0610	3,0627	3,0643
9,4	3,0659	3,0676	3,0692	3,0708	3,0725	3,0741	3,0757	3,0773	3,0790	3,0806
9,5	3,0822	3,0838	3,0854	3,0871	3,0887	3,0903	3,0919	3,0935	3,0952	3,0968
9,6	3,0984	3,1000	3,1016	3,1032	3,1048	3,1064	3,1081	3,1097	3,1113	3,1129
9,7	3,1145	3,1161	3,1177	3,1193	3,1209	3,1225	3,1241	3,1257	3,1273	3,1289
9,8	3,1305	3,1321	3,1337	3,1353	3,1369	3,1385	3,1401	3,1417	3,1432	3,1448
9,9	3,1464	3,1480	3,1496	3,1512	3,1528	3,1544	3,1559	3,1575	3,1591	3,1607
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 10,0 - 54,9

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10,	3,162	3,178	3,194	3,209	3,225	3,240	3,256	3,271	3,286	3,302
11,	3,317	3,332	3,347	3,362	3,376	3,391	3,406	3,421	3,435	3,450
12,	3,464	3,479	3,493	3,507	3,521	3,536	3,550	3,564	3,578	3,592
13,	3,606	3,619	3,633	3,647	3,661	3,674	3,688	3,701	3,715	3,728
14,	3,742	3,755	3,768	3,782	3,795	3,808	3,821	3,834	3,847	3,860
15,	3,873	3,886	3,899	3,912	3,924	3,937	3,950	3,962	3,975	3,987
16,	4,000	4,012	4,025	4,037	4,050	4,062	4,074	4,087	4,099	4,111
17,	4,123	4,135	4,147	4,159	4,171	4,183	4,195	4,207	4,219	4,231
18,	4,243	4,254	4,266	4,278	4,290	4,301	4,313	4,324	4,336	4,347
19,	4,359	4,370	4,382	4,393	4,405	4,416	4,427	4,438	4,450	4,461
20,	4,472	4,483	4,494	4,506	4,517	4,528	4,539	4,550	4,561	4,572
21,	4,583	4,593	4,604	4,615	4,626	4,637	4,648	4,658	4,669	4,680
22,	4,690	4,701	4,712	4,722	4,733	4,743	4,754	4,764	4,775	4,785
23,	4,796	4,806	4,817	4,827	4,837	4,848	4,858	4,868	4,879	4,889
24,	4,899	4,909	4,919	4,930	4,940	4,950	4,960	4,970	4,980	4,990
25,	5,000	5,010	5,020	5,030	5,040	5,050	5,060	5,070	5,079	5,089
26,	5,099	5,109	5,119	5,128	5,138	5,148	5,158	5,167	5,177	5,187
27,	5,196	5,206	5,215	5,225	5,235	5,244	5,254	5,263	5,273	5,282
28,	5,292	5,301	5,310	5,320	5,329	5,339	5,348	5,357	5,367	5,376
29,	5,385	5,394	5,404	5,413	5,422	5,431	5,441	5,450	5,459	5,468
30,	5,477	5,486	5,495	5,505	5,514	5,523	5,532	5,541	5,550	5,559
31,	5,568	5,577	5,586	5,595	5,604	5,612	5,621	5,630	5,639	5,648
32,	5,657	5,666	5,675	5,683	5,692	5,701	5,710	5,718	5,727	5,736
33,	5,745	5,753	5,762	5,771	5,779	5,788	5,797	5,805	5,814	5,822
34,	5,831	5,840	5,848	5,857	5,865	5,874	5,882	5,891	5,899	5,908
35,	5,916	5,925	5,933	5,941	5,950	5,958	5,967	5,975	5,983	5,992
36,	6,000	6,008	6,017	6,025	6,033	6,042	6,050	6,058	6,066	6,075
37,	6,083	6,091	6,099	6,107	6,116	6,124	6,132	6,140	6,148	6,156
38,	6,164	6,173	6,181	6,189	6,197	6,205	6,213	6,221	6,229	6,237
39,	6,245	6,253	6,261	6,269	6,277	6,285	6,293	6,301	6,309	6,317
40,	6,325	6,332	6,340	6,348	6,356	6,364	6,372	6,380	6,387	6,395
41,	6,403	6,411	6,419	6,427	6,434	6,442	6,450	6,458	6,465	6,473
42,	6,481	6,488	6,496	6,504	6,512	6,519	6,527	6,535	6,542	6,550
43,	6,557	6,565	6,573	6,580	6,588	6,595	6,603	6,611	6,618	6,626
44,	6,633	6,641	6,648	6,656	6,663	6,671	6,678	6,686	6,693	6,701
45,	6,708	6,716	6,723	6,731	6,738	6,745	6,753	6,760	6,768	6,775
46,	6,782	6,790	6,797	6,804	6,812	6,819	6,826	6,834	6,841	6,848
47,	6,856	6,863	6,870	6,877	6,885	6,892	6,899	6,907	6,914	6,921
48,	6,928	6,935	6,943	6,950	6,957	6,964	6,971	6,979	6,986	6,993
49,	7,000	7,007	7,014	7,021	7,029	7,036	7,043	7,050	7,057	7,064
50,	7,071	7,078	7,085	7,092	7,099	7,106	7,113	7,120	7,127	7,134
51,	7,141	7,148	7,155	7,162	7,169	7,176	7,183	7,190	7,197	7,204
52,	7,211	7,218	7,225	7,232	7,239	7,246	7,253	7,259	7,266	7,273
53,	7,280	7,287	7,294	7,301	7,308	7,314	7,321	7,328	7,335	7,342
54,	7,348	7,355	7,362	7,369	7,376	7,382	7,389	7,396	7,403	7,409
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 55,0 - 99,9

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55,	7,416	7,423	7,430	7,436	7,443	7,450	7,457	7,463	7,470	7,477
56,	7,483	7,490	7,497	7,503	7,510	7,517	7,523	7,530	7,537	7,543
57,	7,550	7,556	7,563	7,570	7,576	7,583	7,589	7,596	7,603	7,609
58,	7,616	7,622	7,629	7,635	7,642	7,649	7,655	7,662	7,668	7,675
59,	7,681	7,688	7,694	7,701	7,707	7,714	7,720	7,727	7,733	7,740
60,	7,746	7,752	7,759	7,765	7,772	7,778	7,785	7,791	7,797	7,804
61,	7,810	7,817	7,823	7,829	7,836	7,842	7,849	7,855	7,861	7,868
62,	7,874	7,880	7,887	7,893	7,899	7,906	7,912	7,918	7,925	7,931
63,	7,937	7,944	7,950	7,956	7,962	7,969	7,975	7,981	7,987	7,994
64,	8,000	8,006	8,012	8,019	8,025	8,031	8,037	8,044	8,050	8,056
65,	8,062	8,068	8,075	8,081	8,087	8,093	8,099	8,106	8,112	8,118
66,	8,124	8,130	8,136	8,142	8,149	8,155	8,161	8,167	8,173	8,179
67,	8,185	8,191	8,198	8,204	8,210	8,216	8,222	8,228	8,234	8,240
68,	8,246	8,252	8,258	8,264	8,270	8,276	8,283	8,289	8,295	8,301
69,	8,307	8,313	8,319	8,325	8,331	8,337	8,343	8,349	8,355	8,361
70,	8,367	8,373	8,379	8,385	8,390	8,396	8,402	8,408	8,414	8,420
71,	8,426	8,432	8,438	8,444	8,450	8,456	8,462	8,468	8,473	8,479
72,	8,485	8,491	8,497	8,503	8,509	8,515	8,521	8,526	8,532	8,538
73,	8,544	8,550	8,556	8,562	8,567	8,573	8,579	8,585	8,591	8,597
74,	8,602	8,608	8,614	8,620	8,626	8,631	8,637	8,643	8,649	8,654
75,	8,660	8,666	8,672	8,678	8,683	8,689	8,695	8,701	8,706	8,712
76,	8,718	8,724	8,729	8,735	8,741	8,746	8,752	8,758	8,764	8,769
77,	8,775	8,781	8,786	8,792	8,798	8,803	8,809	8,815	8,820	8,826
78,	8,832	8,837	8,843	8,849	8,854	8,860	8,866	8,871	8,877	8,883
79,	8,888	8,894	8,899	8,905	8,911	8,916	8,922	8,927	8,933	8,939
80,	8,944	8,950	8,955	8,961	8,967	8,972	8,978	8,983	8,989	8,994
81,	9,000	9,006	9,011	9,017	9,022	9,028	9,033	9,039	9,044	9,050
82,	9,055	9,061	9,066	9,072	9,077	9,083	9,088	9,094	9,099	9,105
83,	9,110	9,116	9,121	9,127	9,132	9,138	9,143	9,149	9,154	9,160
84,	9,165	9,171	9,176	9,182	9,187	9,192	9,198	9,203	9,209	9,214
85,	9,220	9,225	9,230	9,236	9,241	9,247	9,252	9,257	9,263	9,268
86,	9,274	9,279	9,284	9,290	9,295	9,301	9,306	9,311	9,317	9,322
87,	9,327	9,333	9,338	9,343	9,349	9,354	9,359	9,365	9,370	9,375
88,	9,381	9,386	9,391	9,397	9,402	9,407	9,413	9,418	9,423	9,429
89,	9,434	9,439	9,445	9,450	9,455	9,460	9,466	9,471	9,476	9,482
90,	9,487	9,492	9,497	9,503	9,508	9,513	9,518	9,524	9,529	9,534
91,	9,539	9,545	9,550	9,555	9,560	9,566	9,571	9,576	9,581	9,586
92,	9,592	9,597	9,602	9,607	9,612	9,618	9,623	9,628	9,633	9,638
93,	9,644	9,649	9,654	9,659	9,664	9,670	9,675	9,680	9,685	9,690
94,	9,695	9,701	9,706	9,711	9,716	9,721	9,726	9,731	9,737	9,742
95,	9,747	9,752	9,757	9,762	9,767	9,772	9,778	9,783	9,788	9,793
96,	9,798	9,803	9,808	9,813	9,818	9,823	9,829	9,834	9,839	9,844
97,	9,849	9,854	9,859	9,864	9,869	9,874	9,879	9,884	9,889	9,894
98,	9,899	9,905	9,910	9,915	9,920	9,925	9,930	9,935	9,940	9,945
99,	9,950	9,955	9,960	9,965	9,970	9,975	9,980	9,985	9,990	9,995
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 3

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camudimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)
1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 3

Elaborado por:
Carlos Xavier F Nhanguatava
Alfredo Agostinho Gomes

ÍNDICE

		Pág.
	INTRODUÇÃO	I
Lição 0 1:	Números Quadrados	1
Lição 02:	Uso da Tábua de Quadrados	13
Lição 03:	Raiz Quadrada de um Número Racional	23
Lição 04:	Uso da Tábua de Raiz Quadrada	39
Lição 05:	Potência de Expoente Fraccionária	49
Lição 06:	Multiplicação de Raizes Quadradas	65
Lição 07:	Divisão de Radicais de Índice n	73
Lição 08:	Potência de uma Raiz Quadrada	85
Lição 09:	Passagem de um factor para dentro do Radical	99
Lição 10:	Passagem de factores de dentro para fora do Radical	111
Lição 11:	Exercícios de Aplicação	125
Lição 12:	Adição e Subtracção de Radicais Quadráticos	141
Lição 13:	Cálculo de Radicais Quadráticos	157
Lição 14:	Simplificação de Radicais	171
	TESTE DE PREPARAÇÃO	189

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Deptamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

PROGRAMA DE ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA

MENSAGEM DO MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

Estimada aluna,
Estimado aluno,

Sejam todos bem vindos ao primeiro programa de Ensino Secundário através da metodologia de Ensino à Distância.

É com muito prazer que o Ministério da Educação e Cultura coloca nas suas mãos os materiais de aprendizagem especialmente concebidos e preparados para que você, e muitos outros jovens moçambicanos, possam prosseguir os vossos estudos ao nível secundário do Sistema Nacional de Educação, seguindo uma metodologia denominada por “Ensino à Distância”.

Com estes materiais, pretendemos que você seja capaz de adquirir conhecimentos e habilidades que lhe permitam concluir, com sucesso, o Ensino Secundário do 1º Ciclo, que, compreende a 8ª, 9ª e 10ª classes. Com o 1º Ciclo do Ensino Secundário você pode melhor contribuir para a melhoria da sua vida, da sua família, da sua comunidade e do país.

O módulo escrito que tem nas mãos, constitui a sua principal fonte de aprendizagem e que “substitui” o professor que você sempre teve lá na escola. Por outras palavras, estes módulos foram concebidos de modo a poder estudar e aprender sozinho obecendo ao seu próprio rítmo de aprendizagem.

Contudo, apesar de que num sistema de Ensino à Distância a maior parte do estudo é realizado individualmente, o Ministério da Educação e Cultura criou Centros de Apoio e Aprendizagem (CAA) onde, você e os seus colegas, se deverão encontrar com os tutores, para o esclarecimento de dúvidas, discussões sobre a matéria aprendida, realização de trabalhos em grupo e de experiências

laboratoriais, bem como a avaliação do seu desempenho. Estes tutores são facilitadores da sua aprendizagem e não são professores para lhe ensinar os conteúdos de aprendizagem.

Para permitir a realização de todas as actividades referidas anteriormente, os Centros de Apoio e Aprendizagem estão equipados com material de apoio ao seu estudo: livros, manuais, enciclopédias, vídeo, áudio e outros meios que colocamos à sua disposição para consulta e consolidação da sua aprendizagem.

Cara aluna,
Caro aluno,

Estudar à distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de ensino aprendizagem, estimulando em si a necessidade de dedicação, organização, muita disciplina, criatividade e, sobretudo determinação nos seus estudos.

O programa em que está a tomar parte, enquadra-se nas acções de expansão do acesso à educação desenvolvido pelo Ministério da Educação e Cultura, de modo a permitir o alargamento das oportunidades educativas a dezenas de milhares de alunos, garantindo-lhes assim oportunidades de emprego e enquadramento sócio-cultural, no âmbito da luta contra pobreza absoluta no país.

Pretendemos com este programa reduzir os índices de analfabetismo entre a população, sobretudo no seio das mulheres e, da rapariga em particular, promovendo o equlíbrio do género na educação e assegurar o desenvolvimento da Nossa Pátria.

Por isso, é nossa esperança que você se empenhe com responsabilidade para que possa efectivamente aprender e poder contribuir para um Moçambique Sempre Melhor!

Boa Sorte.

AIRES BONIFACIO ALI
MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo do Módulo 3 de Matemática da 9ª classe.

Depois de ter estudado todos os Módulos da Matemática da 8ª classe, e ter terminado com sucesso esta classe.

Depois de ter estudado o Módulo 2 que na sua generalidade, abrangeu o estudo de Operações com números reais, adição, subtracção, multiplicação e divisão. Foi capaz de aplicar as propriedades comutativa, associativa da adição e multiplicação; propriedade distributiva da multiplicação em relação á adição e subtracção. A propriedade elemento neutro da adição e multiplicação; inverso multiplicativo, elemento absorvente da multiplicação; operações com potências, onde usou as regras de potenciação; potências de expoente natural, um, zero e expoente negativo e reverá as potências de base 10. Expressões numéricas e algébricas aplicando as regras e propriedades.

Neste Módulo 3 vai estudar, **Radiciação**, onde vai rever o uso da tabela de raizes quadradas, operações com potências de expoente fraccionário; passagem de factores de fora para dentro e de dentro para fora do radical, onde para tal deve rever a decomposição de números em factores primos.

Vai ainda aprender a adição algébrica de radicais; a multiplicação e divisão de radicais.
Aprenderá ainda a simplificação de radicais na resolução de expressões com radicais.

Este módulo é constituido por 14 lições e um teste de preparação para consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.

Como está estruturada esta disciplina?

O seu estudo da disciplina de Matemática é formado por **15 Módulos**, cada um contendo vários temas de estudo. Por sua vez, cada Módulo está dividido em lições. Este **terceiro Módulo** está dividido em **14 lições**. Esperamos que goste da sua apresentação!

Como vai ser feita a avaliação?

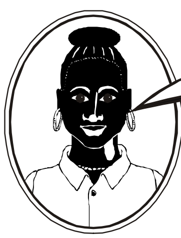
Como este é o terceiro módulo você vai ser submetido a um teste porém, primeiro deverá resolver o **Teste de Preparação**. Este Teste corresponde a uma auto-avaliação. Por isso você corrige as respostas com a ajuda da Sra. Madalena. Só depois de resolver e corrigir essa auto-avaliação é que você estará preparado para fazer o Teste de Fim de Módulo com sucesso.

Claro que a função principal do Teste de Preparação, como o próprio nome diz, é ajudá-lo a preparar-se para o Teste de Fim de Módulo, que terá de fazer no **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem - **CAA** para obter a sua classificação oficial.
Não se assuste! Se conseguir resolver o Teste de Preparação sem dificuldade, conseguirá também resolver o Teste de Fim de Módulo com sucesso!

Assim que completar o Teste de Fim de Módulo, o Tutor, no **CAA,** dar-lhe-á o Módulo seguinte para você continuar com o seu estudo. Se tiver algumas questões sobre o processo de avaliação, leia o Guia do Aluno que recebeu, quando se matriculou, ou dirija-se ao **CAA** e exponha as suas questões ao Tutor.

Como estão organizadas as lições?

No início de cada lição vai encontrar os **Objectivos de Aprendizagem**, que lhe vão indicar o que vai aprender nessa lição. Vai, também, encontrar uma recomendação para o tempo que vai precisar para completar a lição, bem como uma descrição do material de apoio necessário.



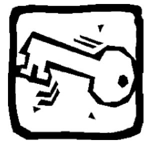
Aqui estou eu outra vez… para recomendar que leia esta secção com atenção, pois irá ajudá-lo a preparar-se para o seu estudo e a não se esquecer de nada!

Geralmente, você vai precisar de mais ou menos meia hora para completar cada lição. Como vê, não é muito tempo!

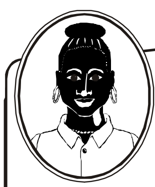
No final de cada lição, vai encontrar alguns exercícios de auto-avaliação. Estes exercícios vão ajudá-lo a decidir se vai avançar para a lição seguinte ou se vai estudar a mesma lição com mais atenção. Quem faz o controle da aprendizagem é você mesmo.

Quando vir esta figura já sabe que lhe vamos pedir para fazer alguns **exercícios** - pegue no seu lápis e borracha e mãos à obra!

A **Chave de Correcção** encontra-se logo de seguida, para lhe dar acesso fácil à correcção das questões.



Ao longo das lições, vai reparar que lhe vamos pedir que faça algumas **Actividades**. Estas actividades servem para praticar conceitos aprendidos.



Conceitos importantes, definições, conclusões, isto é, informações importantes no seu estudo e nas quais se vai basear a sua avaliação, são apresentadas desta forma, também com a ajuda da Sra. Madalena!

Conforme acontece na sala de aula, por vezes você vai precisar de **tomar nota** de dados importantes ou relacionados com a matéria apresentada. Esta figura chama-lhe atenção para essa necessidade.

E claro que é sempre bom fazer **revisões** da matéria aprendida em anos anteriores ou até em lições anteriores. É uma boa maneira de manter presentes certos conhecimentos.

O que é o CAA?

O **CAA** - **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem foi criado especialmente para si, para o apoiar no seu estudo através do Ensino à Distância.

No **CAA** vai encontrar um Tutor que o poderá ajudar no seu estudo, a tirar dúvidas, a explicar conceitos que não esteja a perceber muito bem e a realizar o seu trabalho. O **CAA** está equipado com o mínimo de materiais de apoio necessários para completar o seu estudo. Visite o **CAA** sempre que tenha uma oportunidade. Lá poderá encontrar colegas de estudo que, como você, estão também a estudar à distância e com quem poderá trocar impressões. Esperamos que goste de visitar o **CAA**!

E com isto acabamos esta introdução. Esperamos que este Módulo 3 de Matemática seja interessante para si! Se achar o seu estudo aborrecido, não se deixe desmotivar: procure estudar com um colega ou visite o **CAA** e converse com o seu Tutor.

Bom estudo!

2 Uso da Tábua de Quadrados

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Determinar quadrados com uso da tábua de quadrados.

Material necessário de apoio

- Tábua de quadrados;
- Módulos 3 da 8ª classe;
- Módulo 2 da 9ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Certamente você se lembra ter estudado quadrados perfeitos na 8ª classe, onde determinou quadrados perfeitos com ajuda da tabela .

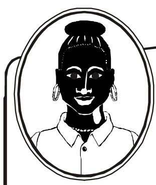
Caso tenha se esquecido, reveja o módulo 3 da 8ª classe, relea-o e faça os exercícios propostos e depois confronta as suas respostas com a chave de correcção e de seguida estude a presente lição.

A tabela de quadrados foi concebida para facilitar o cálculo de quadrados de números.

A tabela é constituida por linhas (horizontais) e colunas (verticais) a coluna do X representa o número cujo quadrado se pretende determinar (ver um extracto da tábua a baixo ou no fim deste Módulo).

Tábua de quadrados

X	0	1	2	3
10	10000	10201	10404	10609
11	12100	12321	12544	12769
12	14400	14641	14884	15129
13	16900	17161	17424	17689
14	19600	19881	20164	20449



Esta tabela está a representar de uma forma resumida. A tabela completa encontra-se no fim do Módulo.

TOME NOTA...

Existem as **linhas X**; 10; 11; 12; etc.

Existem as **colunas X**; 0; 1;2; etc.

Como consultar a tabela de quadrados perfeitos?

Exemplo 1

Vamos determinar 142^2 com ajuda da tabela.
Procura-se localizar na tábua o número 142; onde decompomos este número em 14 e 2. Sendo assim lê-se o 14 na prmeira coluna e o 2 na primeira fila. Na intersecção da coluna 2 e a fila 14, encontramos o nosso resultado. Segundo ilustsram as setas na tabela abaixo. Assim:

$142^2 = 20164$

Tábua de quadrados

X	0	1	2	3
10	10000	10201	10404	10609
11	12100	12321	12544	12769
12	14400	14641	14884	15129
13	16900	17161	17424	17689
14	19600	19881	**20164**	20449

Caro aluno, repare que o resultado encontra-se visualizado na tabela acima.

Exemplo 2

Como calcular 123^2 usando a tabela.
Procede-se como no exemplo anterior, o resultado lê-se na linha 12 e coluna 3, donde se vê que:

$123^2 = 15129$

Tábua de quadrados

X	0	1	2	3
10	10000	10201	10404	10609
11	12100	12321	12544	12769
12	14400	14641	14884	**15129**
13	16900	17161	17424	17689
14	19600	19881	20164	20449

Exemplo 3

Como determinar 21^2 com ajuda da tabela.

Para este número, temos que ter atênção ao consultar na tábua porque temos que considerar que ela contém três algarísmos, na primeira coluna havendo a necessidade de acrescentar o terceiro algarísmo o zero (0), assim 21 = 21,0.

Donde resulta da linha 21 e coluna 0 (zero). Isto é; $21{,}0^2$. E 21 ao quadrado é igual a 441.

Preste atênção para a sua exercitação e confirmação deste exemplo e outros, consulte a tabela no fim deste módulo.

Exemplo 4

Como consultar $(6,38)^2$ na tabela de quadrados perfeitos.

Consulta-se na linha 63 e coluna 8.

Logo: $638^2 = 407044$ o que significa que: $(6,38)^2 = 40,7044$ (dobro das casas decimais no resultado).

Exemplo 5

Caro aluno, deve-se lembrar que:

- O quadrado de um número natural terminado com zeros é igual ao dobro desse número de zeros.

  Assim:

  a) $30^2 = 30 \bullet 30 = 900$

  b) $140^2 = 140 \bullet 140 = 19600$

  c) $100^2 = 100 \bullet 100 = 10000$

- O quadrado de um número decimal é igual ao dobro desse número de casas decimais.

  Assim:

  a) $(2,1)^2 = 2,1 \bullet 2,1 = 4,41$

  b) $(0,3)^2 = 0,3 \bullet 0,3 = 0,09$

  c) $(1,02)^2 = 1,02 \bullet 1,02 = 1,0404$

  d) $(0,004)^2 = 0,004 \bullet 0,004 = 0,000016$

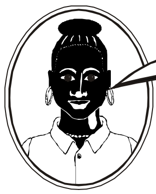
Exemplo 6

Como determinar:

$(0,0075)^2$

Consulta-se na linha 75 e coluna 0.

Logo: $75^2 = 5625$, então: $(0,0075)^2 = 0,00005625$ (dobro das casas decimais no resultado). Tal como foi mostrado no exemplo anterior.



Caro aluno, agora resolve a actividade que se segue, isto é, determinar os quadrados perfeitos com ajuda da tabela.

ACTIVIDADE

1. Calcule os quadrados perfeitos dos números seguintes. Use a tabela.

a) 20^2 ________________________________

b) 110^2 ________________________________

c) 226^2 ________________________________

d) $(0,27)^2$ ________________________________

e) $(0,0085)^2$ ________________________________

2. Assinale com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) O quadrado de um número decimal é igual ao quadro dos números significativos e o dobro do número de casas decimais. ✓ ☐

b) O quadrado de um número decimal é igual ao mesmo número de casas decimais desse número. ☐

c) O quadrado de um número natural que termina por zeros é igual ao mesmo número de zeros. ☐

d) O quadrado de um número natural que termina por zeros é igual ao quadrado desse número e o dobro desse número de zeros. ☐

3. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afalsas.

V/F

a) $120^2 = 14400$

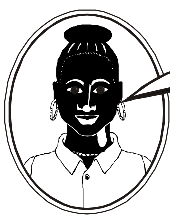
b) $120^2 = 14000$

c) $12{,}023^2 = 144{,}552529$

d) $(12{,}023)^2 = 144552{,}529$

e) $234^2 = 54756$

f) $234^2 = 547506$



Que tal, foi fácil? Não é!..., conseguiu resolver as actividades com muita facilidade. Agora compare as suas respostas com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** $20^2 = 400$

b) $110^2 = 12100$

c) $226^2 = 51076$

d) $(0{,}27)^2 = 0{,}0729$

e) $(0{,}0085)^2 = 0{,}00007225$

2.

a); **d)**

3.

a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

EXERCÍCIOS

1. Complete as identidades de modo que sejam verdadeiras. Utilize a tábua de quadrados. E justifique as suas respostas.

a) 27^2 = ______________

b) 447000^2 = ______________

c) $\_\_\_\_^2 = 625$

d) $(0{,}0023)^2$ = ______________

e) $\_\_\_\_^2 = 1024$

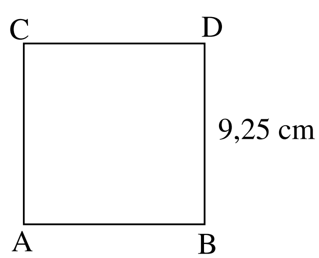
f) $(6{,}26)^2$ = ______________

g) $\_\_\_\_^2 = 25$

h) $(73{,}4)^2$ = ______________

i) $12^{\_} = 144$

2. Dado o quadrado com 9,25 cm de lado, como ilustra a figura. Assinale com um ✓ as afirmações verdadeiras.



a) A área do quadrado é de $85{,}5625 \text{ cm}^2$.

b) A área do quadrado é de $8556{,}25 \text{ cm}^2$.

c) A área do quadrado tem quatro casas decimais.

d) A área do quadrado tem duas casas decimais.

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) O quadrado de 5,0123 tem ______________ casas decimais

b) O quadrado de um número com _______ casas decimais tem 24 casas decimais

c) O quadrado de um número com ___ zeros no fim terá 10 ____ no resultado.

d) O quadrado de um número com ____ no resultado é porque tinha 10 zeros no fim.

Caro aluno, bom trabalho agora consulte a chave de correcção e compare com os seus resultados.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $27^2 = 729$;
Porque: $27^2 = 27 \cdot 27 = 729$.

b) $447000^2 = 199809000000$;
Porque: $447000^2 = 447000 \cdot 447000 = 199809000000$.

c) $25^2 = 25 \cdot 25 = 625$;
Porque: Na tabela, a partir de 625, encontrou-se o primeiro algarismo (2) na primeira coluna vertical e o segundo algarismo (5) na primeira linha horizontal. Assim temos: 25.

d) $(0{,}0023)^2 = 0{,}0023 \cdot 0{,}0023 = 0{,}00000529$;
Porque: $(0{,}0023)^2 = 0{,}00000529$.

e) $32^2 = 1024$;
Porque: Na tabela, a partir de 1024, encontrou-se o primeiro algarismo (3) na primeira coluna vertical e o segundo algarismo (2) na primeira linha horizontal. Assim encontrou-se o 32.

f) $(6{,}26)^2 = 6{,}26 \cdot 6{,}26 = 39{,}1876$;
Porque: = 39,1876 = 6,26•6,26 $(6{,}26)^2$

g) $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$;

Porque: Na tabela, a partir de 25, encontrou-se o primeiro algarismo (0) na primeira coluna vertical e o segundo algarismo (5) na primeira linha horizontal. Assim encontrou-se o 25.

h) $(73{,}4)^2 = 73{,}4 \cdot 73{,}4 = 5387{,}56$;

Para facilitar a leitura na tabela, temos que considerar 73 e 4 como sendo 734; então procura-se a linha do cruzamento entre as linhas 73 e coluna 4. E encontramos o resultado 538756, aplica-se a regra dos quadrados dos números decimais. Se a base tem uma casa decimal então, o resultado terá duas e neste caso; de 73,4 temos uma casa decimal o seu resultado terá o dobro das casas decimais da base e fica 5387,56.

i) $12^2 = 12 \cdot 12 = 144$;
Porque: 144 é o produto de 12 por 12 (o quadrado de doze).

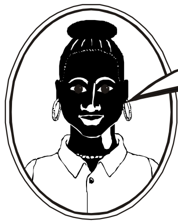
2. **a**); **c**)

3. **a)** O quadrado de 5,0123 tem **oito** casas decimais.

b) O quadrado de um número com **doze** casas decimais tem 24 casas decimais.

c) O quadrado de um número com **5** zeros no fim terá 10 **zeros** no resultado.

d) O quadrado de um número com **20 zeros** no resultado é porque tinha 10 zeros no fim.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos.
Se sim estás de parabens!
Se não acertou em todos, não desanime, reveja a lição e tente resolver de novo os mesmos xercícios. Já sabe que o Tutor se encontra no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

3

Raiz Quadrada de um Número Racional

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Determinar a raiz quadrada de quadrados perfeitos.
- Determinar quadrados de raizes quadradas.

Material necessário de apoio

- Tábuas de raizes quadradas;
- Módulo 3 – 8ª classe;
- Módulo 2 – 9ª classe;

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Você se lembra de ter estudado a determinação de quadrados perfeitos na 8ª classe, com ajuda da tabela de quadrados perfeitos .

Caso tenha se esquecido, releia o módulo 3 da 8ª classe.

Por outro lado também estudou como extrair raizes quadrados de um número com ajuda de tabelas.

As tabelas de quadrados assim como de raizes quadradas foram concebidas para facilitar o cálculo de quadrados de números maiores, como é o caso de números com mais de dois algarísmos e decimais.

A constituição e funcionamento da tabela de raizes quadradas já foi explicada no Módulo 3 da 8ª classe e na lição anterior.

Nesta lição terá mais uma vez a oportunidade de calcular raizes quadradas de um número real.

Para ter facilidade na compreensão desta lição, é necessário que se lembre como se determina o quadrado de um número decimal.

Para isso começaremos o estudo desta lição através de uma breve revisão.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, de forma a comprender melhor a lição que vai estudar realize a actividade.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras em relação aos quadrados perfeitos.

a) $16^2 = 256$ ✓

b) $16^2 = 32$

c) $10,89 = (3,3)^2$

d) $10,99 = (3,3)^2$

e) $(0,02)^2 = 0,004$

f) $(0,02)^2 = 0,0004$

g) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

h) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{8}$

2. Determine o valor de cada uma das expressões.

a) $\left(\frac{3}{16}\right)^2$

b) $(0,001)^2$

c) 36^2

d) $(12,06)^2$

3. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação aos quadrados dos números dados.

V/F

a) $(0,6)^2 = 0,36$

b) $(0,6)^2 = 3,6$

c) $100 = 10^2$

d) $10^2 = 1000$

e) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

f) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

Caro aluno, depois de ter realizado todos os exercícios propostos na actividade acima, compare as suas respostas com a chave de correcção que a seguir se apresenta.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)**; **f)**; **g)**

2. **a)** $\left(\frac{3}{16}\right)^2 = \frac{9}{256}$

b) $(0,001)^2 = 0,000001$

c) $36^2 = 1296$

d) $(12,06)^2 = 145,4436$

3. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** V

Caro aluno, depois da realização da actividade, preste atênção à explicação do cálculo da raiz quadrada de um número racional.

Raiz quadrada de um número racional

Definição

Raiz quadrada de um número ***a*** não negativo é um número ***x***, também não negativo, tal que ***x*** ao quadrado seja igual a ***a.***

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a; \forall a, x \in IR$$

Caro aluno, lembre-se das designações:

$\sqrt{\ }$ **é o radical ou símbolo da raiz**
a **é o radicando**
x **é a raiz**

TOME NOTA...

$\sqrt[2]{a}$, **2** é o índice da raiz que, por convenção, omite-se ficando apenas $\sqrt{a}$.

Se $\sqrt{a}$ **é** solução da equação $x^2 = a$.

Então, por definição da raiz quadrada:

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a;\ \left(\sqrt{k}\right)^2 = k;\ \left(\sqrt{p}\right)^2 = p$$

Que se lê raiz quadrada de ***a*** ao quadrado é igual a ***a***
Raiz quadrada de ***k*** ao quadrado é igual a ***k***
Raiz quadrada de ***p*** ao quadrado é igual a ***p***

Recorde:

$$Assim: \sqrt{25} = 5 \ porque \ 5.5 = 25$$
$$\sqrt{0} = 0 \ porque \ 0.0 = 0$$
$$\sqrt{169} = 13 \ porque \ 13.13 = 169$$

Repare que $\sqrt{-81}$ é raiz quadrada de um número negativo, por isso não existe, porque qualquer número real ao quadrado é um número não negativo.

Exemplo 1

Seja: $\sqrt{\frac{1}{4}}$.

Como calcular a sua raiz quadrada.

Para resolver este exercício, deve se pensar em $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$; onde vai se encontrar a raiz de 1 e de 4. Primeiro encontramos a $\sqrt{1}$, que é o numerador, e é igual a 1; e o mesmo em relação ao denominador, onde extraimos a $\sqrt{4}$, que é igual a 2.

Por fim ficamos com $\frac{1}{2}$.

E a resposta final: $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

Exemplo 2

Como determinar o valor da expressão: $\left(\sqrt{361}\right)^2$.

Para isso vamos usar a definição, já apresentada acima.

$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$; Assim sendo teremos: $\left(\sqrt{361}\right)^2 = 361$

EXERCÍCIOS

1. Calcule o valor das raizes quadradas. E justifique.

a) $\sqrt{\dfrac{1}{100}}$

b) $-\sqrt{\dfrac{9}{25}}$

c) $\sqrt{\dfrac{1}{10000}}$

d) $\sqrt{3,24}$

e) $\sqrt{36100}$

f) $\sqrt{0,0225}$

2. Determine o valor de cada uma das expressões.

a) $\left(\sqrt{16}\right)^2$

b) $\left(\sqrt{23}\right)^2$

c) $\left(\sqrt{\pi}\right)^2$

3. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas em relação às raizes quadradas dos seguintes números.

	V/F
a) $\sqrt{\frac{36}{100}}=\frac{3}{5}$	☐
b) $\sqrt{\frac{36}{100}}=0{,}6$	☐
c) $\sqrt{\frac{36}{100}}=\frac{6}{10}$	☐
d) $\sqrt{\frac{36}{100}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{100}}$	☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$ Deve-se lembrar que $\sqrt{1}$ é 1, e $\sqrt{100}$ é 10.

b) $-\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$ Neste exercício, consegue notar que o sinal (-) está antes do radical, por isso o resultado, terá o mesmo sinal (negativo) e a maneira de resolver é como no exercício anterior; extrai-se a raiz quadrada do numerador e depois do denominador.

c) $\sqrt{\frac{1}{10000}}=\frac{1}{100}$ Usa-se o mesmo procedimento que nos casos anteriores.

d) $\sqrt{3,24}=1,8$ Neste caso, pode usar a tabela de quadrados; pensando num número que multiplicado por si dá 3,24. Assim na tabela.
A partir de 324 encontra o primeiro algarismo na primeira coluna, que é o um (1) e o segundo algarismo na primeira linha horizontal o oito (8). Assim encontrou a raiz pretendida.

Em seguida usa-se a regra dos quadrados de números decimais; $\sqrt{3,24}$ é igual a 1,8. Pela regra de número de casas decimais no radicando, o resultado terá metade das casas decimais.

e) $\sqrt{36100} = 180$ Aplica-se o mesmo procedimento que no exercício anterior; deve tomar atênção:
1º Considera 36100 como se fosse 361; sabendo que a sua raiz é 18 (usar a tabela).

2º Aplica-se a regra, o número de últimos algarismos quando se trata de zeros no radicando. A raiz terá a metade de zeros.

f) $\sqrt{0,0225} = 0,15$ Usa-se o mesmo procedimento como na alínea **d)**.

2. **a)** $\left(\sqrt{16}\right)^2 = 16$

b) $\left(\sqrt{23}\right)^2 = 23$

c) $\left(\sqrt{\pi}\right)^2 = \pi$

3. **a)** V; **b)** V; **c)** V; **d)** V

Conclusão:

Assim pode-se concluir que: $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ ou $\left(\sqrt{k}\right)^2 = \sqrt{k^2} = k$ quando *k* pode tomar valores positivos ou negativos; caso geral do quadrado de uma raiz quadrada. Agora veja com cuidado o exemplo que segue: $\left(\sqrt{6}\right)^2 = 6$ (para o caso do radicando positivo);

$\left(\sqrt{-4}\right)^2 = \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$ (para o caso do radicando positivo ou negativo).

Pela definição teremos:

A potência de uma raiz quadrada é igual à raiz quadrada da potência do seu radicando: $\left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt{a^n}$, $\forall a \in \mathbb{R}_0^+ \wedge n \in \mathbb{N}$

Exemplo 3

Por outro lado, quando tivermos o caso: $\left(\sqrt{15}\right)^2$.

Resolve-se do seguinte modo:

$$\left(\sqrt{15}\right)^2 = \sqrt{15^2}$$

Agora resolve a ctividade que se segue. No final consulte a chave de correcção e compare com os seus resultados.

ACTIVIDADE

1. Determine as raizes quadradas.

a) $\sqrt{0,49}$

b) $\sqrt{19600}$

c) $\sqrt{\dfrac{289}{256}}$

d) $-\sqrt{\dfrac{1}{0,25}}$

e) $\sqrt{\dfrac{1,21}{0,36}}$

f) $\sqrt{0,000064}$

2. Assinale com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras em relação às raizes quadras dos seguintes números.

a) $\left(\sqrt{361}\right)^2 = 361$ ✓ ☐

b) $\left(\sqrt{361}\right)^2 = 19$ ☐

c) $\left(\sqrt{16}\right)^2 = 4$ ☐

d) $\left(\sqrt{16}\right)^2 = 16$ ☐

e) $\left(\sqrt{23}\right)^2 = 23$ ☐

f) $\left(\sqrt{23}\right)^2 = 4,7$ ☐

g) $\left(\sqrt{\pi}\right)^2 = \pi$ ☐

h) $\left(\sqrt{\pi}\right)^2 = 1,77$ ☐

3. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação aos quadrados dos seguintes números.

V/F

a) $\left(\sqrt{15}\right)^2 = 225$ ☐

b) $\left(\sqrt{15}\right)^2 = 15$ ☐

c) $\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2 = \frac{25}{9}$ ☐

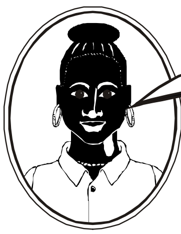
d) $\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2 = \frac{5}{3}$ ☐

e) $\left[\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)}\right]^2 = \frac{2}{3}$ ☐

V/F

f) $\left[\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)}\right]^2 = -\frac{2}{3}$

g) $\left[\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)}\right]^2 = \frac{4}{9}$



Caro aluno, depois de ter resolvido as actividades sugeridas, compare as suas respostas com chave de correcção. Caso não tenha conseguido acertar pelo menos um exercício da actividade; volte à leitura do texto e refaça a actividades de novo. Se a dúvida continuar já sabe onde encontra o seu Tutor, dirija para lá e peça esclarecimento.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** $\sqrt{0,49} = 0,9$

b) $\sqrt{19600} = 140$

c) $\sqrt{\frac{289}{256}} = \frac{17}{16}$

d) $\sqrt{\frac{1}{0,25}} = -\frac{1}{0,5} = -\frac{1}{\frac{5}{10}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -1 \div \frac{1}{2} = -1 \bullet 2 = -2$

e) $\sqrt{\frac{1,21}{0,36}} = \frac{1,1}{0,6} = 1,833...$

f) $\sqrt{0,000064} = 0,008$

2. a); **d)**; **e)**; **g)**

3. a) F; **b)** V; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F; **g)** F

Bom aluno, depois da realização da actividade passe à resolução de exrcícios, apenas se tiver acertado em todos exercícios da actividade.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afalsas. Justifique as afirmações verdadeiras.

	V/F
a) $\left(\sqrt{-8}\right)^2 = -8$	☐
b) $\left(\sqrt{-8}\right)^2 = 8$	☐
c) $\left(\sqrt{7}\right)^2 = 7$	☐
d) $\left(\sqrt{7}\right)^2 = 49$	☐
e) $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \dfrac{3}{2}$	☐
f) $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \dfrac{3}{4}$	☐

2. Determine o valor das expressões.

a) $\left(\sqrt{2}\right)^2$

b) $\left(\sqrt{10}\right)^2$

c) $\left(\sqrt{1,1}\right)^2$

d) $\left(\sqrt{0,81}\right)^2$

e) $\left(\sqrt{\frac{7}{3}}\right)^2$

3. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação às raizes quadradas.

a) $\sqrt{x^2} = x$ ☐

b) $\sqrt{x^2} = 2x$ ☐

c) $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$ ☐

d) $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$ ☐

e) $\left(\sqrt{-\frac{c}{d}}\right)^2 = \frac{c}{d}$ ☐

f) $\left(\sqrt{-\frac{c}{d}}\right)^2 = -\frac{c}{d}$ ☐

Verifique os seus resultados e compare-os com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) F;

b) V

Porque: $\left(\sqrt{-8}\right)^2 = \sqrt{(-8)^2} = \sqrt{64} = 8$

c) V

Porque: **c)** $\left(\sqrt{7}\right)^2 = 7$

d) F;
e) F;
f) V

Porque: $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\bullet\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2}{2\bullet 2} = \frac{3}{4}$

2. a) $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$

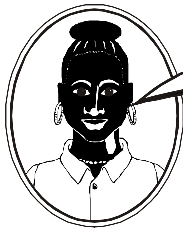
b) $\left(\sqrt{10}\right)^2 = 10$

c) $\left(\sqrt{1,1}\right)^2 = 1,1$

d) $\left(\sqrt{0,81}\right)^2 = 0,81$

e) $\left(\sqrt{\frac{7}{3}}\right)^2 = \frac{7}{3}$

3. a); **c)**;
e)
Porque: $\left(\sqrt{-\frac{c}{d}}\right)^2 = \sqrt{(-8)^2} = \sqrt{64} = 8$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum dos exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo -
-se da actividade sexual.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

4 Uso da Tábua de Raiz Quadrada

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Determinar a raíz quadrada de um número real.

Material necessário de apoio

- Tábuas de raizes quadradas;
- Módulo 3 – 8ª classe;
- Módulo 2 – 9ª classe;

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, na lição anterior aprendeu a calcular a raiz quadrada perfeita de um número racional. Agora voltaremos a calcular raizes quadradas cujos radicandos não sejam só quadrados perfeitos $\sqrt{16}$, $\sqrt{\frac{1}{25}}$, $\sqrt{0,625}$, $-\sqrt{\frac{9}{25}}$. Esta matéria já foi tratada na 8ª classe no módulo 3.

Vamos também tratar de raizes quadradas não perfeitas, tais como $\sqrt{2}, \sqrt{11}, \sqrt{23}, \ldots$

Por fim vamos determinar raizes quadradas de números decimais.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, para facilitar a compreensão desta lição, começaremos por fazer uma breve revisão sobre o cálculo de raizes quadradas de números racionais e irracionais usando a tabela de raizes quadradas. Aproximação de resultados por excesso e por defeito.
Agora resolve a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓, apenas uma firmação verdadeira em relação às igualdades. Sabendo que o cálculo foi feito por uma aproximação por defeito a menos de 0,1.

a) $2\bullet\frac{2}{3}\left(3+\sqrt{7}\right)=7{,}5$ ✓ ☐

b) $2\bullet\frac{2}{3}\left(3+\sqrt{7}\right)=1{,}(4)$ ☐

c) $2\bullet\frac{2}{3}\left(3+\sqrt{7}\right)=1{,}(2)$ ☐

d) $2\bullet\frac{2}{3}\left(3+\sqrt{7}\right)=1{,}(1)$ ☐

2. Calcule o valor das expressões abaixo, usando valores aproximados.

a) $\frac{3}{5}\bullet\left(\pi+\sqrt{6}\right)$ por defeito a menos de 0,1.

b) $\frac{2}{5}\bullet\left(3+\sqrt{2}\right):\frac{1}{5}$ por defeito a menos de 0,1.

c) $\frac{3}{5}\bullet\left(\pi+\sqrt{6}\right)$ por defeito a menos de 0,01.

d) $\frac{2}{5}\bullet\left(3+\sqrt{2}\right):\frac{1}{5}$ por defeito a menos de 0,01.

3. Marque com um ✓ as somas em que se fez a aproximação por excesso a menos de 0,01. E justifique a sua escolha.

a) $\pi+\sqrt{7}=5{,}8$ ☑

b) $\pi+\sqrt{7}=5{,}78$ ☐

c) $\frac{5}{2}-\frac{2}{3}=1{,}83$ ☐

d) $\frac{5}{2}-\frac{2}{3}=1{,}84$ ☐

Caro aluno, após a realização da actividade sugerida, compare as suas respostas com a chave de correcção que se segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2.

a) Por defeito a menos de 0,1.

$$\frac{3}{5}\bullet\left(\pi+\sqrt{6}\right)\approx 0{,}6\bullet(3{,}1+2{,}4)$$
$$\approx 0{,}6\bullet 5{,}5$$
$$\approx \mathbf{3{,}3}$$

$\frac{3}{5}=0{,}6$

$\pi\approx 3{,}1$

$\sqrt{6}\approx 2{,}4$

b) Por defeito a menos de 0,1.

$$\frac{2}{5}\bullet\left(3+\sqrt{2}\right):\frac{1}{5}\approx 0{,}4\bullet(3+1{,}4):0{,}2$$
$$\approx 0{,}4\bullet 4{,}4:0{,}2$$
$$\approx 1{,}76:0{,}2$$
$$\approx 8{,}8$$

$\frac{2}{5}=0{,}4$

$\sqrt{2}\approx 1{,}4$

$\frac{1}{5}=0{,}2$

c) Por defeito a menos de 0,01.

$$\frac{3}{5}\bullet\left(\pi+\sqrt{6}\right) \approx 0,6\bullet(3,14+2,44)$$
$$\approx 0,6\bullet 5,58$$
$$\approx 3,35$$

$\frac{3}{5}=0,6$

$\pi\approx 3,14$

$\sqrt{6}\approx 2,44$

d) Por defeito a menos de 0,01.

$$\frac{2}{5}\bullet\left(3+\sqrt{2}\right):\frac{1}{5} \approx 0,4\bullet(3+1,41):0,2$$
$$\approx 0,4\bullet 4,41:0,2$$
$$\approx 1,764:0,2$$
$$\approx 8,82$$

$\frac{2}{5}=0,4$

$\sqrt{2}\approx 1,41$

$\frac{1}{5}=0,2$

3. a)

Porque: $\pi+\sqrt{7}$; $\pi\approx 3,15$ e $\sqrt{7}\approx 2,65$.

Assim: $\pi+\sqrt{7} = 3,15+2,65$
$= 5,80$

c)

Porque: $\frac{5}{2}-\frac{2}{3}$; $\frac{5}{2} = 2,5$ e $\frac{2}{3} = 0,67$.

Assim: $\frac{5}{2}-\frac{2}{3} = 2,5 - 0,67$
$= 1,83$

Exemplo 1

Tomemos como exemplo a $\sqrt{1,21}$.

Consulta-se na tábua de raízes quadradas correspondente a $\sqrt{x}$.

Vejamos como se procede:

$\sqrt{1,21}$ Lê-se na linha 1,2 e coluna 1 o valor pretendido e é igual a 1,1000.

$\sqrt{1,21} = 1,1$ Pois os zeros depois da vírgula podem não ser escritos. Como pode ver no extracto da tabela a seguir.

Tábua das raizes quadradas

$\sqrt{x}$	0	1	2	3
1,0	1,0000	1,0050	1,0100	1,0149
1,1	1,0488	1,0536	1,0583	1.0630
1,2	1,0954	**1,1000**	1,1045	1,1091
1,3	1,1402	1,1446	1,1489	1,1533

Alguns números são aproximados ($\approx$) por não serem quadrados perfeitos.

Exemplo 2

$\sqrt{56,3}$ - Lê-se na linha 56 e coluna 3, visualiza–se o valor 7,503 ou seja.

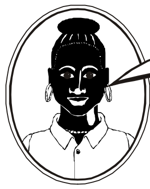
7,503. Verificar o resultado na tabela.

NB: Caro aluno, para a sua melhor compreensão deste exemplo use a tabela que se encontra no fim do módulo.

Exemplo 3

$\sqrt{4,41}$ - Lê-se na linha 4,4 na coluna 1 e o resultado é 2,1000 , isto é, $\sqrt{4,41} = 2,1$.

NB: Caro aluno, para a sua melhor compreensão deste exemplo use a tabela que se encontra no fim do módulo.



Caro aluno; está recordado como determinar a raiz quadrada de um número decimal, conhecimento esse que estudou na última lição.

$\sqrt{4,41} = 2,1 \; porque \; 2,1 \bullet 2,1 = 4,41$

$\sqrt{56,3} \approx 7,503 \; porque \; 7,503 \bullet 7,503 \approx 56,3$

$\sqrt{1,21} = 1,1 \; porque \; 1,1 \bullet 1,1 = 1,21$

TOME NOTA...

Ao consultar as tabelas de raizes quadradas é preciso notar que existem duas categorias, a **primeira** que compreende de $\sqrt{x} \quad 1,00 - 5,49$ e a **segunda** de $\sqrt{x} \quad 5,50 - 9,99$, aplicável para a extração de rais quadradas de números decimais; e que se subdivide em $\sqrt{x} \quad 1,00 - 5,49$, que compreende os radicandos (X) de 1,00 a 5,49 e a $\sqrt{x} \quad 5,50 - 9,99$, que compreende os radicandos (X) de 5,50 a 9,99.

Caro aluno, agora resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Determine o valor das raízes quadradas utilizando a tábua das raizes quadradas.

a) $\sqrt{72,6}$

b) $\sqrt{7,71}$

c) $\sqrt{91,8}$

d) $\sqrt{2,61}$

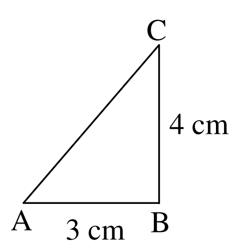
e) $\sqrt{1,44}$

f) $\sqrt{21,5}$

g) $\sqrt{18}$

2. Qual é a medida do lado de um quadrado com $20\,dm^2$ de área?

3. Determine a medida de hipotenusa de um triângulo rectângulo cujos catetos medem 3 e 4 cm respectivamente.



4. Usando a tábua de raízes quadradas, determine o valor de x.

a) $\sqrt{x} = 9,503$

b) $\sqrt{x} = 4,899$

c) $\sqrt{x} = 77,65$

Caro aluno, depois de ter resolvido todas as actividades, compare as suas respostas com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\sqrt{72,6} = 8,52$ Procura-se a linha 72 e coluna 6. No ponto de cruzamento, visualiza-se o número 8,52; que é a solução do exercício.

b) $\sqrt{7,71} = 2,776$

c) $\sqrt{91,8} = 9,48$

d) $\sqrt{2,61} = 1,61$

e) $\sqrt{1,44} = 1,2$

f) $\sqrt{21,54} = 4,63$

g) $\sqrt{18} = 4,24$

Tome nota: Das as alíneas **b)** a **g)** usou-se o mesmo procedimento como na alínea **a)**.

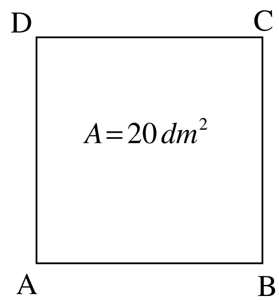
2. $A = l^2$

$20dm^2 = l^2$

$l = \sqrt{20dm^2}$

$l = 4,472dm$

Caro aluno, determine $\sqrt{20dm^2}$, com ajuda da tabela que se encontra no final do módulo.



Resposta: O quadrado tem de lado aproximadamente 4,472 dm.

3. $c_1^2 + c_2^2 = h^2$

Pelo Teorema de Pitágoras.

$h^2 = 9cm^2 + 16cm^2$

$h^2 = 25cm^2$

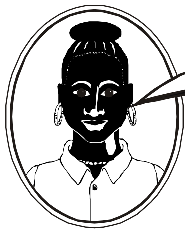
$h = \sqrt{25cm^2}$

$h = 5cm$

Resposta: O triângulo tem de hipotenusa 5 cm.

4. **a)** $x \approx 90,3$.
b) $x \approx 24,0$.
c) $x \approx 6029,5225$.

Caro aluno, não se esqueça de usar a tabela que consta no fim do módulo.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar todos exercícios volte a rever a lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Todos os dias centenas de jovens Moçambicanos contraem o vírus da SIDA. Se nada fizermos para alterar esta situação corremos o risco de desaparecer como Nação.

Jovem, **diga não à SIDA** e contribua para um futuro melhor e um país próspero.

5 Potência de Expoente Fraccionário

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Determinar potências com expoente fraccionário.
- Aplicar as regras práticas da multiplicação e divisão de potências.

Material necessário de apoio

- Módulo 2 da 9ª classe.
- Tábua de raizes quadrados e quadrados
- perfeitos.

  Módulo 1 e 3 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, na 8ª classe estudou o conceito de potência com expoente natural incluindo o zero $\mathbb{N}_0$. Nesta lição vai estudar o conceito de potência de expoente fraccionário.

Nesta lição terá oportunidade de estudar potências de expoente fraccionário, transformação de uma potência de expoente fraccionário em radical; calcular potências aplicando regras de potenciação. Mas antes de iniciar este estudo vamos recordar lhe alguns conceitos, para facilitar a compreensão desta matéria é o caso da definição de fracção e algumas regras de potenciação.

Acompanhe atentamente os exemplos que lhe apresentamos.

Exemplo 1

Caro aluno, você está lembrado, uma fracção é um quociente de dois números. Dados pela fórma: $\frac{a}{b}$; $b \neq 0 \wedge a, b \in \mathbb{N}$.

Por exemplo: $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{7}{2}; ...$

Preste muita atênção as explicações que se seguem porque esta matéria é fundamental no estudo das operações com radicais e de potência de expoente fraccionário.

Recorde-se que na 8ª classe no módulo 1 de Matemática aprendeu as regras de potenciação. A tabela seguinte ajuda-lhe a lembrar esta matéria. Estude-a com atênção.

Regras de potenciação	Exemplos
$a^p \bullet b^p = (ab)^p$	$3^2 \,.\, 5^2 = (3 \,.\, 5)^2 = 15^2$
$a^p \bullet a^q = a^{p+q}$	$2^3 \bullet 2^5 = 2^{3+5} = 2^7$
$a^p \div b^p = \left(\frac{a}{b}\right)^p$	$16^2 : 4^2 = \left(\frac{16}{4}\right)^2 = 4^2$
$a^p : a^q = a^{p-q}$	$8^5 \div 8^3 = 8^{5-3} = 8^2$
$(a^m)^n = a^{mn}$	$(3^2)^3 = 3^6$

Definição

Potência de expoente fraccionário é toda potência cujo expoente é uma fracção de termos inteiros.

E podemos indicar esta definição através de símbolos matemáticos, como segue:

$a^{\frac{p}{q}}$;"aÎR;pÙqÎZÙq¹0 Que se lê ***a*** elevado a ***p*** sobre ***q***; para qualquer número ***a*** que pertence ao conjunto dos números reais ; ***p*** e ***q*** pertencem ao conjunto dos números inteiros e ***q*** deve ser um número diferente de zero porque a divisão por zero não é possível.

Exemplo 2

$2^{\frac{3}{4}}$ - Lê-se dois elevado a três quartos ou (três sobre quatro).

$3{,}1^{\frac{5}{2}}$ - Lê-se três vírgula um elevado a cinco meios ou (cinco sobre dois).

$\pi^{\frac{-6}{5}}$ - Lê-se pi elevado a menos seis quintos ou (menos seis sobre cinco).

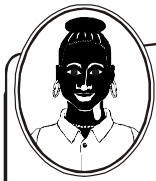
$9^{\frac{1}{2}}$ - Lê-se nove elevado a um meio ou (um sobre dois).

Transformação de uma potência de expoente fraccionário em radical.

$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}, \forall a \in R_0^+ \wedge q \neq 0$ Que se lê, ***a*** elevado a ***p*** sobre ***q*** é igual a raiz quadrada de índice ***q*** de ***a*** elevado a ***p***; regra válida para qualquer número real positivo incluindo o zero, e ***q*** não pode tomar valor zero (porque a divisão por zero não é possível).

Exemplo 3

$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ - Onde a base 3 seria o ***a*** e o expoente a fracção $\frac{1}{2}$ correspondente a $\frac{p}{q}$ (expoente da potência), igual a $\sqrt{3}$, onde o índice q é 2 (que por convensão omite-se, segundo o que já se explicou na introdução da raiz quadrada) e o expoente do radicando é 1 , pois p = 1



Sabe que $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ e do mesmo modo $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$; o mesmo aplica-se para $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$, onde se omite o índice tal como vimos na lição 3. E veja que para o caso $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$.

Em geral temos

$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}, \forall a \in \mathbb{R}_0^+$ **-** Que significa: **a** elevado a $\frac{1}{2}$, e qualquer ***a*** pertencente ao conjunto dos números reais positivos incluindo o zero.

Exemplo 4

$25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$

Transformando a potência em radical, sabe-se que 25 é um quadrado perfeito, então raiz quadrada de 25 é igual a 5.

$2^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{2^5} = \sqrt{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2} = \sqrt{32}$

Tranformando a potência em radical, onde 2 é índice (que por convensão omite-se) e dois elevado a cinco é igual a 32.

$3 \bullet 6,25^{\frac{1}{2}} = 3\sqrt{6,25}$

Três é coeficiente da potência e o expoente do radicando é $\frac{1}{2}$. Na forma do radical, o 3 continua coeficiente, o denominador 2 fica índice, e o 1 o expoente do radicando 6,25.

Saibas que:

Regras de potenciação	Exemplos
$a^{-p} = a^{-p} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^{p}$	$3^{-1} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{1} = \dfrac{1}{3}$ ou $5^{-2} = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{2} = \left(\dfrac{1}{5}\right) \bullet \left(\dfrac{1}{5}\right) = \dfrac{1}{25}$
$\left(a^{p}\right)^{q} = q^{pq}$	$\left(3^{2}\right)^{3} = 3^{2 \cdot 3} = 3^{6} = 729$
$a^{1} = a$	$324^{1} = 324$
$a^{0} = 1$	$2006^{0} = 1$

Exemplo 5

Caro aluno, siga antentamente o exemplo a seguir e anote os diferentes passos da resolução de cada exercício.

a) $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16}$

b) $3^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3^{3}} = \sqrt{3 \bullet 3 \bullet 3} = \sqrt{27}$

c) $\dfrac{9^{\frac{2}{4}}}{5} = \dfrac{9^{\frac{1}{2}}}{5} = \dfrac{\sqrt{9}}{5} = \dfrac{3}{5}$

d) $169^{0,5} = 169^{\frac{5}{10}} = 169^{\frac{1}{2}} = \sqrt{169}$

TOME NOTA...

Sejam as expressões $16^{\frac{1}{2}}$ e $\sqrt{16}$ elevando ambas expressões ao expoente 2 teremos o mesmo resultado: $\left(16^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\sqrt{16}\right)^2$

$$16^{\frac{2}{2}} = \left(\sqrt{16}\right)^2$$

$$16^1 = \left(\sqrt{16}\right)^2$$

$$16 = 16$$

Então: $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16}$ pois, potências de expoentes iguais serão iguais se tiverem bases também iguais.

Exemplo 6

Caro aluno, as regras de operações com potências de expoente natural são todas válidas na operação com potências de expoente fraccionário ($\mathbb{Q}$).

Preste atênção ao exemplo 6:

Seja:

a) $12^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{2}}$.

Para resolver este exercício, aplicam-se as mesmas regras que as aprendidas na 8ª classe assim como nas lições anteriores.

Assim temos, divisão de potências com expoentes iguais e bases diferentes.

$$12^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{2}} = (12:2)^{\frac{1}{2}}$$

$$(12:2)^{\frac{1}{2}} = 6^{\frac{1}{2}}$$

Dividem-se as bases e matem-se o expoente.

b) $6:6^{\frac{1}{2}}$

Na divisão de potências de bases iguais e expoentes diferentes.

$$6:6^{\frac{1}{2}}=6^{1}:6^{\frac{1}{2}}$$

Mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

$$=6^{1-\frac{1}{2}}$$

$$=6^{\frac{1}{2}}$$

c) $3^{\frac{1}{2}}\bullet 4^{\frac{1}{2}}$

Na multiplicação de potências de bases diferentes e expoentes iguais.

$$3^{\frac{1}{2}}\bullet 4^{\frac{1}{2}}=12^{\frac{1}{2}}$$

Multiplicam-se as bases e mantem-se os expoentes.

d) $5^{\frac{1}{6}}\bullet 5^{\frac{1}{3}}$

Na multiplicação de potências de bases iguais e expoentes diferentes.

$$5^{\frac{1}{6}}\bullet 5^{\frac{1}{3}}=5^{\underset{(1)}{\frac{1}{6}}+\underset{(2)}{\frac{1}{3}}}$$

$$=5^{\frac{3}{6}}$$

Matêm-se as bases e adicionam-se os expoentes.

$$=5^{\frac{1}{2}}$$

Caro aluno, depois de ter acompanhado os exemplos, resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Transforme em potência de expoente fraccionário, como no exemplo

$\sqrt{6} = 6^{\frac{1}{2}}$.

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{15}$

c) $\sqrt{29}$

d) $3\sqrt{5}$

e) $2\sqrt{11}$

f) $\sqrt{\frac{3}{7}}$

g) $\frac{2}{3}\sqrt{1,2}$

h) $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{7}{6}}$

2. Calcule como no exemplo $\left(16^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 16^{\frac{1}{2}\cdot 2} = 16^{\frac{2}{2}} = 16^1 = 16$.

a) $\left(2,4^{\frac{1}{2}}\right)^2$

b) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2$

c) $\left(\sqrt{43}\right)^2$

d) $\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$

e) $\left(\sqrt{1,4}\right)^2$

f) $\left(3\sqrt{23,2}\right)^2$

g) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2$

3. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação as potências de expoente fraccionário.

	V/F
a) $\left(2{,}4^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2,4$	☐
b) $\left(2{,}4^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 5,76$	☐
c) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = \frac{9}{49}$	☐
d) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = \frac{3}{7}$	☐
e) $\left(\sqrt{43}\right)^2 = 43$	☐
f) $\left(\sqrt{43}\right)^2 = 1849$	☐
g) $\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{8}{3}$	☐
h) $\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{16}{9}$	☐
i) $\left(\sqrt{1,4}\right)^2 = 1,96$	☐
j) $\left(\sqrt{1,4}\right)^2 = 1,4$	☐
l) $\left(3\sqrt{23,2}\right)^2 = 208,8$	☐
m) $\left(3\sqrt{23,2}\right)^2 = 20,88$	☐

V/F

n) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = \frac{6}{12}$ $\square$

o) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = \frac{27}{16}$ $\square$

4. Complete as expressões de modo que sejam verdadeiras em relação a potências de expoente fraccionário.

a) $\sqrt{6} = 6^{-}$

b) $\sqrt{17} = \_\_^{\frac{1}{2}}$

c) $3\sqrt{27} = 3 \bullet \_\_^{\frac{-}{2}}$

d) $\frac{3}{11}\sqrt{\frac{1}{2}} = \_\_ \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{-}$

5. Calcule o valor de cada uma das expressões.

a) $49^{\frac{1}{2}}$

b) $\left(\sqrt{11}\right)^2$

c) $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$

d) $\left(10\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2$

6. Marque com **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. E justifique as afirmações verdadeiras, em relação a multiplicação e divisão de potências de expoente fraccionário.

V/F

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ☐

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt{2}$ ☐

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} : \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right) = 1$ ☐

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} : \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}$ ☐

e) $\left(\frac{50^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot \left(4^{\frac{1}{2}}\right) = 10$ ☐

f) $\left(\frac{50^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot \left(4^{\frac{1}{2}}\right) = 100$ ☐

Caro aluno, após a resolução dos exercícios propostos confira as suas respostas na chave de correcção que lhe apresentamos a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt{15} = 15^{\frac{1}{2}}$

c) $\sqrt{29} = 29^{\frac{1}{2}}$

d) $3\sqrt{5} = 3 \bullet 5^{\frac{1}{2}}$

e) $2\sqrt{11} = 2 \bullet 11^{\frac{1}{2}}$

f) $\sqrt{\dfrac{3}{7}} = \left(\dfrac{3}{7}\right)^{\frac{1}{2}}$

g) $\dfrac{2}{3}\sqrt{1,2} = \dfrac{2}{3} \bullet 1,2^{\frac{1}{2}}$

h) $\dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{7}{6}} = \dfrac{5}{2} \bullet \left(\dfrac{7}{6}\right)^{\frac{1}{2}}$

2.

a) $\left(2,4^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2,4^{\frac{2}{2}} = 2,4$

b) $\left[\left(\dfrac{3}{7}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = \left(\dfrac{3}{7}\right)^{\frac{2}{2}} = \dfrac{3}{7}$

c) $\left(\sqrt{43}\right)^2 = \left[(43)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = 43^{\frac{2}{2}} = 43$

d) $\left(2\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)^2 = 2^2 \bullet \left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{2}{2}} = 4 \bullet \dfrac{2}{3} = \dfrac{8}{3}$

e) $\left(\sqrt{1,4}\right)^2 = \left[(1,4)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = (1,2)^{\frac{2}{2}} = 1,4$

f) $\left(3\sqrt{23,2}\right)^2 = 3^2 \bullet (23,2)^{\frac{2}{2}} = 9 \bullet 23,2 = 208,8$

g) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \bullet \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{2}} = \frac{9}{4} \bullet \frac{3}{4} = \frac{27}{16}$

3. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F; **g)** V; **h)** F; **i)** F; **j)** V; **l)** V; **m)** F; **n)** F; **o)** V

4. **a)** $\sqrt{6} = 6^{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt{17} = \mathbf{17}^{\frac{1}{2}}$

c) $3\sqrt{27} = 3 \bullet \mathbf{27}^{\frac{1}{2}}$

d) $\frac{3}{11}\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{11}} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$

5. **a)** $49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7$

b) $\left(\sqrt{11}\right)^2 = 11$

c) $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 = \frac{1}{5}$

d) $\left(10\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2 = 10^2 \bullet \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{2}{2}} = 100 \bullet \left(\frac{5}{2}\right)^1 = 100 \bullet \frac{5}{2} = \frac{500}{2} = 250$

6.

a) V

Porque: $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\underset{(1)}{\frac{1}{6}}+\underset{(2)}{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{6}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ou

$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)}$

b) F;

c) V

Porque: $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} : \sqrt{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} : \sqrt{\frac{1}{2}}$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{\underset{(2)}{\frac{1}{3}}+\underset{(1)}{\frac{1}{6}}} : \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{6}} : \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} : \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{0}$$

$$= 1$$

d) F;

e) V

Porque: $\frac{50^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} \bullet 4^{\frac{1}{2}} = 50^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{2}} \bullet 4^{\frac{1}{2}}$

$$= (50:2)^{\frac{1}{2}} \bullet 4^{\frac{1}{2}}$$

$$= 25^{\frac{1}{2}} \bullet 4^{\frac{1}{2}}$$

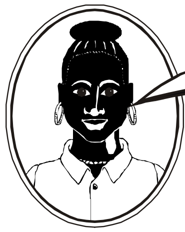
$$= (25 \bullet 4)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 100^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{100}$$

$$= \mathbf{10}$$

f) F



Caro aluno, você acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns! Prossiga o seu estudo passando para a lição seguinte.

Se não acertou algum dos exercícios reestude esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Empenhemo-nos no combate e prevenção da SIDA. **Por uma geração livre da SIDA!**

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são as **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual** vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos.
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus.
- Ardor ao urinar.
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis.
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais.
- Ardor ao urinar.

6 Multiplicação de Raizes Quadradas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Multiplicar raizes quadradas.
- Aplicar as regras na multiplicação de raizes quadradas na resolução de expressões numéricas.

Material necessário de apoio

- Tábua de raizes quadradas e quadrados perfeitos.
- Módulo 2 da 9ª classe.
- Módulo 3 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, mantenhe recordadas as regras de operações com expoente fraccionário, pois é de capital importância para o estudo desta lição.

Você sabe que: $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}}=(a\cdot b)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a.b}$; onde:

- Transformemos os radicais em potências de expoente fraccionário.
- Aplicando a regra da multiplicação de potências com bases diferentes e expoentes iguais.
- Transformamos o produto em radical.

Daí resulta que: O produto de radicais de índice **n** é igual à raiz de índice do modo dos radicandos.

Resumindo:

O produto de radicais com o mesmo índice é um radical do mesmo índice cujo radicando é igual ao produto dos radicandos dos factores.

Está recordado que uma potência de expoente fraccionáro, pode ser escrito na forma de um radical: $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$.

Se por exemplo temos o caso: $4^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} = (4 \cdot 16)^{\frac{1}{2}}$; aplica-se a regra de multiplicação de potências, de bases diferentes e expoentes iguais, onde matêm-se o mesmo expoente e multiplicam-se as bases.

Depois transforma-se a potência obtida em radical, como se mostra a seguir: $(4 \bullet 16)^{\frac{1}{2}} = 64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = 8$.

Sendo 64 um quadrado perfeito, efectuou-se o cálculo da raiz exacta de 64, que é igual a 8.

Caro aluno, em seguida apresentamos ainda mais exemplos de modo a ajudá-lo a compreender melhor esta matéria.

Exemplo 1

a) $\sqrt{2} \bullet \sqrt{8} = \sqrt{2 \bullet 8} = \sqrt{16} = 4$

b) $\sqrt{\frac{17}{3}} \bullet \sqrt{9} = \sqrt{\frac{17 \bullet 9}{3}} = \sqrt{17 \bullet 3} = \sqrt{51} \approx 7{,}1414$

c) $\sqrt{\frac{32}{8}} \bullet \sqrt{\frac{216}{64}} = \sqrt{\frac{32}{8} \bullet \frac{216}{64}} = \sqrt{13{,}5} \approx 3{,}6742$

d) $\sqrt{0{,}2} \bullet \sqrt{0{,}5} \bullet \sqrt{0{,}3} \bullet \sqrt{270} = \sqrt{0{,}2 \bullet 0{,}5 \bullet 0{,}3 \bullet 270} =$
$= \sqrt{8{,}1} = 2{,}846$

TOME NOTA...

Pode usar a tabela de raizes quadradas, ou o algorítimo da raiz quadrada que aprendeu na 8ª classe Módulo 3, para determinação de raizes quadradas.

Caro aluno, após o estudo do texto, no qual seguiu atentamente os exemplos, realize a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1.

a) $\sqrt{12} \bullet \sqrt{2}$

b) $\sqrt{27} \bullet \sqrt{41}$

c) $\sqrt{2} \bullet \sqrt{6} \bullet \sqrt{3}$

d) $\sqrt{3} \bullet 2\sqrt{6}$

e) $\sqrt{7} \bullet \left(\sqrt{7}\right)^{3}$

Depois de realizar a actividade compare as suas respostas com as chaves de correcção que lhe apresentamos a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $\sqrt{12}\bullet\sqrt{2}=\sqrt{12\bullet 2}=\sqrt{24}=4,8989$ - Estas raizes são todas do mesmo índice, portanto, aplica-se a regra da multiplicação de radicais com o mesmo índice. Depois extrair-se a reaiz.

b) $\sqrt{27}\bullet\sqrt{41}=\sqrt{27\bullet 41}=\sqrt{1107}=33,2716$ - Neste exercício, o caminho usado é igual ao da alínea **a)**.

c) $\sqrt{2}\bullet\sqrt{6}\bullet\sqrt{3}=\sqrt{2\bullet 6\bullet 3}=\sqrt{12\bullet 3}=\sqrt{36}=6$ - Neste exercício temos três radicais do mesmo índice. Também aplicamos a regra de multiplicação de radicais com o mesmo índice.

d) $\sqrt{3}\bullet 2\sqrt{6}=2\sqrt{3\bullet 6}=2\bullet\sqrt{18}=2\bullet 4,2426=8,4853$ - Atênção! Identifique bem os radicais e os seus coeficientes. Multiplique os radicais entre si e os coeficientes também entre si.Você já conhece a regra da multiplicação de radicais com o mesmo índice. Mas também pode ser, passar um factor para fora do radical $\sqrt{3}\bullet 2\sqrt{6}=2\sqrt{3\bullet 6}=6\sqrt{2}$

e) $\sqrt{7}\bullet\left(\sqrt{7}\right)^3=\sqrt{7}\bullet\sqrt{7^3}=\sqrt{7\bullet 7^3}=\sqrt{7^4}=7^2=49$ - Pela regra de potência de uma raiz $\left(\sqrt{7}\right)^3=\sqrt{7^3}$.

TOME NOTA...

O produto de radicais com o mesmo índice é um radical do mesmo índice cujo radicando é igual ao produto dos radicandos dos factores.

Exemplo 2

Seja: **a)** $7^{\frac{1}{2}} \bullet 7^{\frac{1}{2}}$. Como resolver esta questão.

Aqui temos três possibildades.
A primeira é considerarmos uma multiplicação de potências de bases iguais e expoentes diferentes. Sendo assim, matêm-se a base e adicionar os expoentes.

$7^{\frac{1}{2}} \bullet 7^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 7^{\frac{2}{2}} = 7$.

A segunda é considerar multiplicação de potências de expoentes iguais e bases diferentes. Assim sendo, multiplicam-se as bases e matêm-se o expoente:

$7^{\frac{1}{2}} \bullet 7^{\frac{1}{2}} = (7 \bullet 7)^{\frac{1}{2}} = 49^{\frac{1}{2}}$. Pode-se notar que 49 é um quadrado perfeito, e como sabemos qualquer número elevado a $\frac{1}{2}$ é o mesmo que encontrar a raiz quadrada. Assim $49^{\frac{1}{2}} = 7$.

A terceira possibilidade é: $7^{\frac{1}{2}} \bullet 7^{\frac{1}{2}}$ transformar as potências em radicais, $7^{\frac{1}{2}} \bullet 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7} \bullet \sqrt{7} = \sqrt{7 \bullet 7} = \sqrt{49} = 7$. E como se trata de um quadrado perfeito é fácil encontrar a sua raiz.

b) Consideremos o caso: $3^{\frac{1}{2}} \bullet 5^{\frac{1}{2}}$. Os radicandos não são quadrados perfeitos, por isso vamos resolver como na **a)**, deste modo teremos: $3^{\frac{1}{2}} \bullet 5^{\frac{1}{2}} = (3 \bullet 5)^{\frac{1}{2}} = 15^{\frac{1}{2}} = \sqrt{15} \approx 3{,}8729$.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação aos produtos de potências de expoente fraccionário.

V/F

a) $(3 \bullet 27)^{\frac{1}{2}} = 81^{\frac{1}{2}} = \sqrt{81} = 9$

b) $(3 \bullet 27)^{\frac{1}{2}} = 81^{\frac{1}{2}} = \sqrt{81} = 3$

c) $\sqrt{3} \bullet \sqrt{12} = (3 \bullet 12)^{\frac{1}{2}} = 6$

d) $\sqrt{3} \bullet \sqrt{12} = (3 \bullet 12)^{\frac{1}{2}} = 18$

e) $\sqrt{7} \bullet \sqrt{5} = \dfrac{35}{2}$

f) $\sqrt{7} \bullet \sqrt{5} = 35^{\frac{1}{2}}$

2. Marque com um ✓ apenas as afimações verdadeiras, em relação ao produto de radicais.

a) $\sqrt{6} \bullet \sqrt{15} = \sqrt{15 \bullet 6} = 90^{\frac{1}{2}}$ ✓

b) $\sqrt{6} \bullet \sqrt{15} = 90^{\frac{1}{2}} = 30$

c) $\sqrt{8} \bullet \sqrt{50} = \sqrt{8 \bullet 50} = 400^{\frac{1}{2}} = 20$

d) $\sqrt{8} \bullet \sqrt{50} = \sqrt{8 \bullet 50} = \sqrt{40} = 6,325$

e) $\sqrt{8} \bullet \sqrt{4} : \sqrt{2} = \sqrt{32 \bullet 2} = \sqrt{64} = 8$

f) $\sqrt{8} \bullet \sqrt{4} : \sqrt{2} = \sqrt{32} \bullet \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{32}{2}} = 4$

3. Calcule como no exemplo 2.

a) $50^{\frac{1}{2}} \bullet 2^{\frac{1}{2}}$

b) $7^{\frac{1}{2}} \bullet 3^{\frac{1}{2}}$

c) $3^{\frac{1}{2}} \bullet 3^{\frac{1}{2}}$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \bullet 2^{\frac{1}{2}}$

e) $5^{\frac{1}{2}} \bullet 3^{\frac{1}{2}} \bullet 15^{\frac{1}{2}}$

f) $3^{\frac{1}{2}} \bullet 2^{\frac{1}{2}} \bullet 10^{\frac{1}{2}}$

4. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras em relação ás definições em relação às definições potências de expoente fraccionário e produto de radicais.

a) A raiz _______ de um número pode ser escrita na forma de _______ de expoente __________.

b) $\sqrt{\_\_} = a^{-}$

c) O produto de raizes _________ é igual à raiz quadrada do ________ dos radicandos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** F; **f)** V

2. **a)**; **c)**; **f)**

3. a) $50^{\frac{1}{2}} \bullet 2^{\frac{1}{2}} = (50 \bullet 2)^{\frac{1}{2}} = 100^{\frac{1}{2}} = \sqrt{100} = 10$

b) $7^{\frac{1}{2}} \bullet 3^{\frac{1}{2}} = (7 \bullet 3)^{\frac{1}{2}} = 21^{\frac{1}{2}} = \sqrt{21} \approx 4,5826$

c) $3^{\frac{1}{2}} \bullet 3^{\frac{1}{2}} = (3 \bullet 3)^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \bullet 2^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{3}{4} \bullet 2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1,2247$

e) $5^{\frac{1}{2}} \bullet 3^{\frac{1}{2}} \bullet 15^{\frac{1}{2}} = (5 \bullet 3 \bullet 15)^{\frac{1}{2}} = 225^{\frac{1}{2}} = \sqrt{225} = 15$

f) $3^{\frac{1}{2}} \bullet 2^{\frac{1}{2}} \bullet 10^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} \bullet 2^{\frac{1}{2}} \bullet 10^{\frac{1}{2}} = (3 \bullet 2 \bullet 10)^{\frac{1}{2}} = 60^{\frac{1}{2}} = \sqrt{60} \approx 7,746$

4.

a) A raiz **quadrada** de um número pode ser escrita na forma de **potência** de expoente **fraccionário**.

b) $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

c) O produto de raizes **quadradas** é igual à raiz quadrada do **produto** dos radicandos.

Caro aluno, você acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não acertou em algum dos exercícios reestude esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

7 Divisão de Radicais de Índice n

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Dividir radicais.
- Aplicar as regras de divisão de radicais na resolução de exercícios práticos.

Material necessário de apoio

- Tábua de raizes e quadradas.
- Módulo 2 da 9ª classe.
- Módulo 3 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, seja bem vindo ao seu estudo da 7ª lição do Módulo 3 de Matemática.

Nesta lição terá oportunidade de aprender a divisão de raizes quadradas, onde mais uma vez vai aplicar potências de expoente fraccionário, com respectivas regras, devendo também transformar essas potências em radicais e vice-versa.

Em casos de algumas dúvidas nas regras para operar com a divisão, poderá voltar a rever os Módulos 3 da 8ª classe e 2 da 9ª classe, da disciplina de matemática.

Caro aluno, mais uma vez vamos lhe recodar a definição da divisão.

Definição

A divisão é definida, segundo a expressão: $a \div b = c \leftrightarrow a = bc + R$, $\wedge$ R o resto da divisão, onde $b \neq 0$; $a, b \in \mathbb{R}^{+}$.

Onde ***a*** é dividendo, ***b*** é o divisor, ***c*** é o quociente, onde ***b*** deve ser diferente de zero.

Consideremos a expressão; $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a \div b}; b \neq 0$

Que se lê, raiz quadrada de ***a*** a dividir por raiz quadrada de ***b***, onde ***b*** deve ser diferente de zero.

Definição

O quociente de raiz quadrada é igual à raiz quadrada do quociente dos radicandos, desde que o radicando do divisor não seja nulo.

Resumindo

O quociente de dois radicais com o mesmo índice é igual ao radical com o mesmo índice e cujo radicando é quociente dos radicandos.

Generalizando

$Se\, a, b \in \mathbb{R}^{+}, n \in \mathbb{N}$ então, $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$ ou $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

Exemplo 1

a) $\dfrac{\sqrt{120}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\dfrac{120}{8}} = \sqrt{15}$

Caro aluno, lembre-se que o traço de fracção sempre representa o sinal de divisão.

Exemplo 2

b) $\sqrt{410} \div \sqrt{10} = \sqrt{\frac{410}{10}} = \sqrt{41} \approx 6,4$. Tranformou-se o sinal da divisão em traço de fracção.

Exemplo 3

a) $4^{\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{1}{2}} = (4 \div 2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

b) $6^{\frac{1}{2}} \div 9^{\frac{1}{2}} = (6 \div 9)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{0,(6)} \approx 0,8165$

c) $72^{\frac{1}{2}} \div 4^{\frac{1}{2}} = (72 \div 4)^{\frac{1}{2}} = (36)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6$

Exemplo 4

a) $2^{\frac{1}{2}} \div 3^{\frac{1}{2}} = (2 \div 3)^{\frac{1}{2}}$; Aplicação da regra de divisão de potências, com as bases diferentes e expoentes iguais, dá-se o mesmo expoente e divide-se as bases.

b) $72^{\frac{1}{2}} \div 12^{\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{1}{2}} \bullet 27^{\frac{1}{2}} = (72 \div 12 \div 2)^{\frac{1}{2}} \bullet 27^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} \bullet 3^{\frac{3}{2}} = 3^2 = 9$. Aplicando a regra de divisão de potências, com bases diferentes e expoentes iguais, dá-se o mesmo expoente e dividem-se as bases.

Caro aluno, a seguir apresenta-se uma actividade. Realize-a atentamente!

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas a afirmação vedadeira em relação a quocientes de radicais de índice n. Justifique a sua escolha.

a) $\sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$ ✓

b) $\sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

c) $\sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{\dfrac{b}{a}}$

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação a quocientes de radicais de índice n e suas definições.

V/F

a) $\sqrt{a}:\sqrt{b}=(a:b)^{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt{a}:\sqrt{b}=(b:a)^{\frac{1}{2}}$

c) O quociente de raizes quadradas é igual à raiz quadrada do quociente dos radicandos, desde que o radicando do divisor não seja nulo.

d) O quociente de raizes quadradas é igual à raiz quadrada do quociente dos radicandos, desde que o radicando do divisor seja maior que zero.

e) Se a, $b \in \mathbb{R}$ então, $\sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a:b}$.

f) Se a, $b\in \mathbb{R}$ então, $\sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\bullet b}$.

3. Complete as afimações de modo que sejam verdadeiras.

a) $\sqrt{3}:\sqrt{\_\_} = \sqrt{\frac{\_\_}{27}} = \sqrt{\frac{1}{\_\_}} = \_\_$

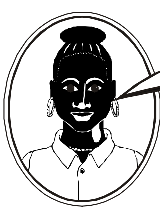
b) $\frac{\sqrt{\_\_}\bullet\sqrt{96}}{\sqrt{\_\_}:\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{192}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{192}{\_\_}} = \_\_$

4. Calcule e use as regras de potenciação.

a) $2^{\frac{1}{2}} \div 3^{\frac{1}{2}}$

b) $4^{\frac{1}{2}} \div 16^{\frac{1}{2}}$

c) $72^{\frac{1}{2}} \div 12^{\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{1}{2}} \div 27^{\frac{1}{2}}$



Agora confira as suas respostas na chave de correcção a seguir. Caso tenha errado em algum exercício da actividade proposta, reestude o texto e refaça a actividade com muito cuidado.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

Porque: $\sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a:b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ ou $\sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

2. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

3. a) $\sqrt{3}:\sqrt{\mathbf{27}} = \sqrt{\frac{\mathbf{3}}{27}} = \sqrt{\frac{1}{\mathbf{9}}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$

b) $\frac{\sqrt{\mathbf{2}}\bullet\sqrt{96}}{\sqrt{\mathbf{8}}:\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{192}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{192}{\mathbf{4}}} = \sqrt{48}$

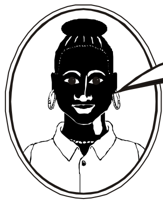
4. a) $2^{\frac{1}{2}} \div 3^{\frac{1}{2}} = (2\div 3)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$**.** Aplicando a regra de cálculo com potências, temos a divisão de bases diferentes e expoentes iguais, assim dividem-se as bases e mantém-se os expoentes e fica: $(2\div 3)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$.

b) $4^{\frac{1}{2}} \div 16^{\frac{1}{2}} = (4\div 16)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{4}{16}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ usou-se o mesmo caminho do exercício anterior, do resultado final $\sqrt{\frac{1}{4}}$ sendo uma raiz exacta, facilmente encontrou-se a raiz da fracção $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$.

c) $72^{\frac{1}{2}} \div 12^{\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{1}{2}} \div 27^{\frac{1}{2}} = (72\div 12\div 2\div 27)^{\frac{1}{2}} = (6\div 2\div 27)^{\frac{1}{2}} =$

$= (3\div 27)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{27}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$.

Aqui temos uma divisão sucessiva de potências de expoente fraccionário. É válida a regra de cálculo com potências. Assim sendo, vamos dividir as bases e manter os expoentes e fica: $(72\div 12\div 2\div 27)^{\frac{1}{2}}$ daqui dividiu-se sucessivamente as bases, até encontrar a situção $(3\div 27)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{27}}$, daqui simplificou-se o radicando e calculou se a raiz exacta, $\sqrt{\frac{3}{27}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$.



Então, tudo bem resolvido? As suas respostas conferem com a chave de correcção? Se sim passe à resolução dos exercícios e faça depois a conferência na chave de correcção.

EXERCÍCIOS

1. Calcule use as regras da divisão de radicais.

a) $\sqrt{27} \div \sqrt{3}$

b) $3\sqrt{27} \div 6\sqrt{3}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \div \sqrt{3}$

d) $\dfrac{5\sqrt{8}}{6\sqrt{16}} \cdot \dfrac{12\sqrt{5}}{10\sqrt{10}}$

e) $\dfrac{\sqrt{24}}{4\sqrt{9}} \cdot \sqrt{24}$

2. Marque com um **V** as proposições verdadeiras e um **F** as falsas. Justifique a sua opção.

	V/F
a) $\sqrt{100} = \sqrt{4} \bullet \sqrt{25}$	☐
b) $\sqrt{125} = \sqrt{5} \bullet \sqrt{\frac{625}{25}}$	☐
c) $\sqrt{36} \div \sqrt{9} = \sqrt{4}$	☐
d) $\sqrt{1000} \div \sqrt{125} = \sqrt{8}$	☐
e) $\sqrt{15} \bullet \sqrt{3} = \sqrt{5}$	☐
f) $\sqrt{64} \div \sqrt{6} = \sqrt{8}$	☐

3. Seja $a = 4$ e $b = 16$, determine o valor de cada expressão.

a) $\sqrt{a} \bullet \sqrt{b}$

b) $\sqrt{\frac{b}{a}}$

c) $\sqrt{\frac{a}{b}}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = \sqrt{27:3} = \sqrt{9} = 3$. Aplicar a regra da divisão de radicais. Efectuar a divisão dos radicandos e encontrar $\sqrt{9}$.

b) $3\sqrt{27} \div 6\sqrt{3} = \frac{3}{6}\sqrt{\frac{27}{3}} = \frac{1}{2}\sqrt{9} = \frac{1}{2} \bullet 3 = \frac{3}{2}$. Para este exercício, divide-se os coeficientes e os radicandos separadamente,

$3\sqrt{27} \div 6\sqrt{3} = \frac{3}{6}\sqrt{\frac{27}{3}}$, simplifica-se $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ e 27 a dividir por 3

(dentro da raiz), fica: $\frac{1}{2}\sqrt{9} = \frac{1}{2} \bullet 3 = \frac{3}{2}$.

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \div \sqrt{3} = \sqrt{2 \bullet 6} \div \sqrt{3} = \sqrt{12} \div \sqrt{3} = \sqrt{12 \div 3} = \sqrt{4} = 2$. Para este exercício, aplicaram-se as regras de multiplicação e divisão de raizes quadradas; e facilmente encontrou-se a raiz quadrada de 4 que é uma raiz perfeita.

d) $\frac{5\sqrt{8}}{6\sqrt{16}} \bullet \frac{12\sqrt{5}}{10\sqrt{10}} = \frac{5}{6} \bullet \frac{12}{10}\sqrt{\frac{8}{16} \bullet \frac{5}{10}} = \frac{60}{60}\sqrt{\frac{40}{160}} = 1 \bullet \sqrt{\frac{1}{4}} = 1 \bullet \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Para este exercício é necessário que tenha muito cuidado em identificar os coeficientes e radicandos $\frac{5}{6} \bullet \frac{12}{10}\sqrt{\frac{8}{16} \bullet \frac{5}{10}}$. Em seguida multiplicar e simplificar os coeficientes e os radicandos $\frac{60}{60}\sqrt{\frac{40}{160}} = 1 \bullet \sqrt{\frac{1}{4}} = 1 \bullet \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ e facilmente chega-se a $1 \bullet \sqrt{\frac{1}{4}}$ que é uma raiz perfeita e igual a $\frac{1}{2}$.

e) $\frac{\sqrt{24}}{4\sqrt{9}} \bullet \sqrt{24} = \frac{\sqrt{24} \bullet \sqrt{24}}{4\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{(24)^2}}{4\sqrt{9}} = \frac{24}{4 \bullet 3} = \frac{24}{12} = 2$. Para este exercício é necessário que siga o caminho do exercício anterior.

2. a) V.

Pois $\sqrt{4}\bullet\sqrt{25}=\sqrt{4\bullet 25}=\sqrt{100}$.

b) V.

Pois $\sqrt{5}\bullet\sqrt{\dfrac{625}{25}}=\sqrt{5\bullet\dfrac{625}{25}}$ operando dentro do mesmo radical encontramos $\sqrt{125}$.

c) V.

Pois $\sqrt{36}\div\sqrt{9}=\sqrt{\dfrac{36}{9}}=\sqrt{4}$ segundo as regras de divisão de raizes quadradas.

d) V.

Pois $\sqrt{1000}\div\sqrt{125}=\sqrt{\dfrac{1000}{125}}=\sqrt{8}.$

e) V.

Porque $\sqrt{15}\bullet\sqrt{3}$ é o mesmo que $\sqrt{15\bullet 3}$ e multiplicando dentro do radical fica: $\sqrt{15\bullet 3}=\sqrt{45}$ e não $\sqrt{5}$.

f) F.

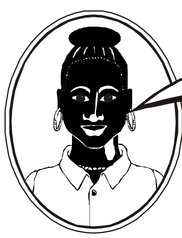
Pois $\sqrt{64}\div\sqrt{6}=\sqrt{64\div 6}$ pela regra da divisão de radicais obtém-se: $\sqrt{64\div 6}=\sqrt{10,667}$ e não $\sqrt{8}$.

3. a) $\sqrt{a}\bullet\sqrt{b}$ substituindo por (a = 4 e b = 16) fica: $\sqrt{4}\bullet\sqrt{16}$, aplicando a regra de multiplicação de radicais,

$\sqrt{4}\bullet\sqrt{16}=\sqrt{4\bullet 16}=\sqrt{64}=8$.

b) $\sqrt{\dfrac{b}{a}}$ substituindo por (a = 4 e b = 16) $\sqrt{\dfrac{b}{a}}=\sqrt{\dfrac{16}{4}}$ e dividindo os radicandos, fica: $\sqrt{4}$ e esta raiz é perfeita e é igual a 2.

c) $\sqrt{\frac{a}{b}}$ substituindo por (a = 4 e b = 16) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{4}{16}}$ e simplificando o radicando, fica $\sqrt{\frac{1}{4}}$ e esta fracção tem uma raiz perfeita e é igual a $\frac{1}{2}$.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não acertou em algum dos exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

8 Potência de uma Raiz Quadrada

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Determinar a potência de uma raiz quadrada.
- Transformar uma raiz em potência e vice-versa.

Material necessário de apoio

- Tábua de raizes quadradas e quadrados.
- Módulo 2 da 9ª classe.
- Módulo 3 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, seja bem vindo ao estudo da 8ª lição de Matemática do Módulo 3. Nesta lição vamos tratar de potências de uma raiz quadrada; para isso vai começar por fazer uma breve revisão de alguns conceitos sobre a raiz quadrada, resolvendo algumas actividades.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, você está recordado que na 8ª classe estudou o conceito de potência de uma potência também se lembra que já estudou potências de expoente fraccionário, onde aprendeu a transformar estas potências em radicais.

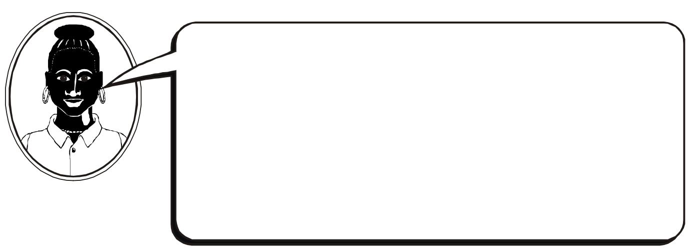
Deste modo sabe que:

$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$; Onde por exemplo $\left(3^2\right)^3 = 3^6$.

Do mesmo modo sabe que, se tivermos uma potência de expoente fraccionário: $a^{\frac{1}{n}}$ transformá-la em radical: $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$.

Por exemplo: $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$; e aplicando potência de uma potência, onde a base é uma potência de expoente fraccionário, teríamos por exemplo:

$\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2^{\frac{2}{2}} = 2^1 = 2$.



ACTIVIDADE

1. Calcule o valor das seguintes potências. E justifique as suas respostas.

a) 10^2

b) 4^3

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

d) $(0,2)^4$

e) $(-0,3)^5$

2. Escreve na forma de potência de expoente fraccionário.

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{5}$

c) $\sqrt{6^3}$

d) $\sqrt{5^2}$

3. Escreve na forma de radical.

a) $7^{\frac{1}{2}}$

b) $3^{\frac{3}{2}}$

c) $8^{\frac{1}{2}}$

d) 6

4. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação a conversão de uma potência de expoente fraccionário em radical e em relação a conversão de um radical em potência de expoente fraccionário.

a) $2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$

b) $\sqrt{2}=2^{2}$

c) $\sqrt{2^{3}}=2^{\frac{3}{2}}$

d) $2^{\frac{2}{3}}=\sqrt{2^{3}}$

e) $\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}$

f) $\sqrt{3}=3^{2}$

Bom aluno, compare os seus resultados com a chave de correcção que lhe apresentamos a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $10^2 = 100$. Porque: $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$.

b) $4^3 = 64$. Porque: $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 16 \cdot 4 = 64$.

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$. Porque: $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$.

d) $(0,2)^4 = 0,0016$. Porque:

$(0,2)^4 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,04 \cdot 0,04 = 0,0016$.

e) $(-0,3)^5 = -0,00243$. Porque:

$$\begin{aligned} (-0,3)^5 &= (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) \\ &= 0,09 \cdot 0,09 \cdot (-0,3) \\ &= 0,0081 \cdot (-0,3) \\ &= 0,00243 \end{aligned}$$

2. a) $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$

c) $\sqrt{6^3} = 6^{\frac{3}{2}}$

d) $\sqrt{5^2} = 5^{\frac{2}{2}} = 5$

3. a) $7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$

b) $3^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3^3}$

c) $8^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8}$

d) $6 = \sqrt{6^2}$

4. a); c); e)

Definição

Potência de uma raiz quadrada é igual à raiz quadrada da potência do seu radicando.

Simbolicamente-se traduz: $\left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt{a^n}$, para $\forall a \in \mathbb{R}_0^+ \wedge n \in \mathbb{N}$.

Exemplo 1

Seja dada a expressão $\left(\sqrt{2}\right)^4$, pela definição da potência tem-se:

$\left(\sqrt{2}\right)^4 = \sqrt{2} \bullet \sqrt{2} \bullet \sqrt{2} \bullet \sqrt{2}$.

E aplicando a regra do produto de raizes quadradas obtemos:

$\left(\sqrt{2}\right)^4 = \sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2} = \sqrt{2.2.2.2}$, que se tranforma em: $\sqrt{2^4}$ isto é, o expoente passou para dentro do radical.

Ou simplesmente passar o expoente para dentro do radical: $\left(\sqrt{2}\right)^4 = \sqrt{2^4}$.

Exemplo 2

Seja: $\left(2\sqrt{4}\right)^2 = 2^2\sqrt{4^2}$.

Na potência, $\left(2\sqrt{4}\right)^2$ temos dois coeficiente da raiz quadrada e radicando (quatro). Para este tipo de potência, o expoente eleva-se ao coeficiente e ao radicando, conforme foi explicado na introdução da raiz quadrada.

Exemplo 3

Consideremos o caso: $\left(\frac{2}{3}\sqrt{5}\right)^3$.

Na expressão, temos coeficiente da raiz (dois sobre três) e radicando (cinco). Neste caso, o expoente eleva-se ao coeficiente e ao radicando,comforme está explicado no exemplo 2.

Assim teremos: $\left(\frac{2}{3}\sqrt{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3\sqrt{5^3} = \frac{2^3}{3^3}\sqrt{5^3}$.

Exemplo 4

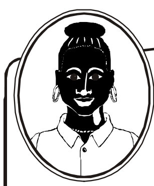
Para o caso: $\left(\sqrt{-0,2}\right)^4$, o procedimento é o mesmo porém, preste atênção ao sinal da base e à natureza do expoente.

- Se o expoente é par, temos: $\left(\sqrt{-a}\right)^n = \sqrt{(-a)^n} = \sqrt{a^n}$; onde $a^n > 0$.

  Por exemplo: $\left(\sqrt{-0,2}\right)^4 = \sqrt{(-0,)^4} = \sqrt{0,2^4}$

- Se o expoente é impar temos: $\left(\sqrt{-a}\right)^n = \sqrt{(-a)^n} = \sqrt{-a^n}$, onde $-a^n < 0$. A raiz quadrada de números negativos não existe em $\mathbb{R}$.

  Por exemplo: $\left(\sqrt{-0,2}\right)^3 = \sqrt{(-0,2)^3} = \sqrt{-0,2^3}; \sqrt{-0,2^3} \notin \mathbb{R}$



Caro aluno, acabamos de recordá-lo que qualquer potência de base negativa.

- Elevada a um expoente par o resultado é positivo.
- Elevada a um expoente ímpar o resultado é negativo.

Caro aluno, depois da leitura do texto resolve a actividade que segue.

ACTIVIDADE

1. Escreve como no exemplo 2 do texto:

a) $\left(\sqrt{4}\right)^3$

b) $\left(\sqrt{5}\right)^2$

c) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^3$

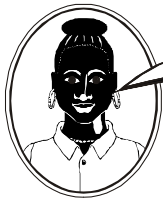
d) $\left(2\sqrt{3}\right)^4$

e) $\left(3\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2$

f) $\left(\sqrt{-0{,}1}\right)^6$

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

	V/F
a) $\left(\sqrt{100}\right)^3 = \sqrt{100^3}$	☐
b) $\left(\sqrt{100}\right)^3 = 3\sqrt{100}$	☐
c) $\left(\sqrt{50}\right)^7 = \sqrt{50^7}$	☐
d) $\left(\sqrt{3}\right)^2 = \sqrt{3^2}$	☐
e) $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3\sqrt{3}$	☐



Compare os seus resultados com a chave de correcção que lhe apresentamos. Caso tenha tido dificuldades na resolução de algum exercício da actividade, releia o texto e refaça a actividade de fixação.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $\left(\sqrt{4}\right)^3 = \sqrt{4^3}$

b) $\left(\sqrt{5}\right)^2 = \sqrt{5^2}$

c) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^3 = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^3}$

d) $\left(2\sqrt{3}\right)^4 = 2^4\sqrt{3^4}$

e) $\left(3\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 = 3^2\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2}$

f) $\left(\sqrt{-0,1}\right)^6 = \sqrt{(-0,1)^6}$ ou $\left(\sqrt{-0,1}\right)^6 = \sqrt{0,1^6}$

2. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** V; **e)** F

Agora, acompanhe o exemplo a seguir. Nele tratamos da multiplicação de duas ou mais potências de raizes quadradas.

Exemplo 5

$$\left(\sqrt{3}\right)^2 \bullet \left(\sqrt{2}\right)^2 = \sqrt{3^2} \bullet \sqrt{2^2}$$
$$= \sqrt{3^2 \bullet 2^2}$$
$$= \sqrt{(3 \bullet 2)^2}$$
$$= \sqrt{6^2}$$
$$= \sqrt{36}$$
$$= 6$$

Para este exercício, passa-se os expoentes para dentro do radical , em seguida calcula-se os produtos dos radicandos, finalmente calcula-se a raiz perfeita de 36.

Mais uma vez, resolve os exercícios que se seguem de modo a praticar e consolidar os seus conhecimentos.

EXERCÍCIOS

1. Calcule use a regra de potência de uma raiz quadrada.

a) $\sqrt{6} \bullet \sqrt{15}$

b) $\left(\sqrt{2}\right)^2 \bullet \left(\sqrt{4}\right)^3$

c) $\left(\sqrt{18}\right)^2 \bullet \left(\sqrt{12}\right)^2$

d) $\left(\sqrt{0,8}\right)^3 \bullet \left(\sqrt{45}\right)^2$

2. Calcule e simplifique o resultado se possível.

a) $\sqrt{2} \bullet \sqrt{3}$

b) $\sqrt{7} \bullet \left(\sqrt{7}\right)^3$

c) $\dfrac{\sqrt{2} \bullet \sqrt{10}}{\left(\sqrt{5}\right)^3}$

d) $\dfrac{\sqrt{2} \bullet \sqrt{96}}{\sqrt{8} : \sqrt{2}}$

e) $\left[\left(\sqrt{4}\right)^2 \bullet \sqrt{0,5}\right]^3 : \sqrt{8}$

3. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação às igualdades sobre potência de raiz quadrada.

	V/F
a) $\left(\sqrt{6}\right)^3 = \sqrt{6^3}$	☐
b) $\left(\sqrt{6}\right)^3 = 3\sqrt{6}$	☐
c) $\left(2\sqrt{5}\right)^4 = 8\sqrt{5^4}$	☐
d) $\left(2\sqrt{5}\right)^4 = 16\sqrt{5^4}$	☐
e) $\left(-\sqrt{\dfrac{3}{4}}\right)^2 = -\sqrt{\left(\dfrac{3}{4}\right)^2}$	☐
f) $\left(-\sqrt{\dfrac{3}{4}}\right)^2 = \sqrt{\dfrac{9}{16}}$	☐

V/F

g) $\left(\dfrac{8\sqrt{18}}{3\sqrt{3}}\right)^2 = \dfrac{64\sqrt{18^2}}{9\sqrt{9}}$ ☐

h) $\left(\dfrac{8\sqrt{18}}{3\sqrt{3}}\right)^2 = \dfrac{16}{6}\sqrt{\left(\dfrac{18}{3}\right)^2}$ ☐

Compare os seus resultados com a chave de correcção que lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\sqrt{6}\bullet\sqrt{15}=\sqrt{6\bullet 15}=\sqrt{90}$. Para resolver este exercício, passa-se os radicandos para o mesmo radicando $\sqrt{6}\bullet\sqrt{15}=\sqrt{6\bullet 15}=\sqrt{90}$, em seguida acha-se a solução.

b) $\left(\sqrt{2}\right)^2\bullet\left(\sqrt{4}\right)^3=\sqrt{2^2}\bullet\sqrt{4^3}=\sqrt{2^2\bullet 4^3}=\sqrt{4\bullet 64}=\sqrt{256}=16$.

Passa-se os expoentes para dentro do radical $\left(\sqrt{2}\right)^2\bullet\left(\sqrt{4}\right)^3=\sqrt{2^2}\bullet\sqrt{4^3}=\sqrt{2^2\bullet 4^3}$, de seguida calcula-se o valor de cada potência (pois numa multiplicacão de bases diferentes e expoentes diferentes, calcula-se o valor de cada potência) $\sqrt{2^2\bullet 4^3}=\sqrt{4\bullet 64}$, facilmente chega-se ao resultado, calculando o produto e finalmente a raiz. $\sqrt{4\bullet 64}=\sqrt{256}=16$.

c) $\left(\sqrt{18}\right)^2 \bullet \left(\sqrt{12}\right)^2 = \sqrt{18^2} \bullet \sqrt{12^2}$

$= \sqrt{18^2 \bullet 12^2}$

$= 18 \bullet 12$

$= 216$

d) $\left(\sqrt{0,8}\right)^3 \bullet \left(\sqrt{45}\right)^2 = \sqrt{0,8^3} \bullet \sqrt{45^2}$

$= \sqrt{0,8^3 \bullet 45^2}$

$= \sqrt{0,512 \bullet 2025}$

$= \sqrt{1036,8}$

$\approx 32,1994$

Para este exercício deve usar a tabela de raiz quadrada para extrair a raiz.

2. a) $\sqrt{2} \bullet \sqrt{3} = \sqrt{2 \bullet 3} = \sqrt{6}$. Como pode ter notado facilmente chegou-se a solução.

b) $\sqrt{2} \bullet \left(\sqrt{2}\right)^3 = \sqrt{2} \bullet \sqrt{2^3} = \sqrt{2 \bullet 2^3} = \sqrt{2^4} = \sqrt{16} = 4$, usa-se a regra do exemplo 5.

c) $\dfrac{\sqrt{2} \bullet \sqrt{10}}{\left(\sqrt{5}\right)^3} = \sqrt{\dfrac{2 \bullet 10}{5^3}} = \sqrt{\dfrac{20}{125}} = \sqrt{\dfrac{4}{25}} = \dfrac{2}{5}$. Neste caso temos uma fracção constituida por raizes do mesmo índice, então deve-se passar para o mesmo radicando e operando dentro do radical, chega-se facilmente, atravé da simplificação da fracção $\dfrac{20}{125} = \dfrac{4}{25}$, sendo um quadrado perfeito facilmente encontra a sua raiz.

d) $\dfrac{\sqrt{2} \bullet \sqrt{96}}{\sqrt{8} : \sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{2 \bullet 96}{8:2}} = \sqrt{\dfrac{192}{4}} = \sqrt{48}$. Todas raizes tem o mesmo índice, portanto a regra é passar para dentro do mesmo radical, em seguida, operar dentro do radical.

e) $\left[\left(\sqrt{4}\right)^2 \bullet \sqrt{0,5}\right]^3 : \sqrt{8} = \left[\left(\sqrt{4}\right)^2\right]^3 \bullet \left(\sqrt{0,5}\right)^3 : \sqrt{8}$

$$= \left(\sqrt{4}\right)^6 \bullet \left(\sqrt{0,5}\right)^3 : \sqrt{8}$$

$$= \sqrt{4^6} \bullet \sqrt{0,5^3} : \sqrt{8}$$

$$= \sqrt{4^6 \bullet 0,5^3 : 2^3}$$

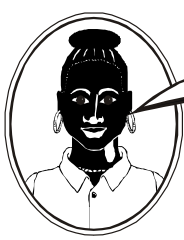
$$= \sqrt{4096 \bullet 0,25^3}$$

$$\approx 6,39$$

TOME NOTA...

Para este exercício, é preciso recordar-se do conceito de poência de uma potência $\left(a^n\right)^p = a^{n \bullet p}$, de seguida passar para dentro do radical os expoentes. E finalmente encontra-se o resultado, obedecendo os caminhos percorridos nos exercícios anteriores a este.

3. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** F; **f)** V; **g)** V; **h)** F



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum dos exercícios reestude esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

9 Passagem de um Factor para Dentro do Radical

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Passar um factor para dentro do radical.

Material necessário de apoio

- Módulos 3 da 8ª classe.
- Módulo 2 da 9ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 9ª lição do módulo 3 de Matemática da 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom aproveitamento nas últimas lições.

Fazemos votos que você redobre esforços para o mais breve possível poder terminar o estudo deste Módulo.

Nesta lição você vai aprender como passar um factor de fora para dentro do radical, devendo para tal recordar-se do uso das regras de potênciação; isto é, potência de uma potência, potência de expoente fraccionário, multiplicação e divisão de potências.

Com efeito recomendamos que faça uma revisão do Módulo 3 da 8ª Classe e 2 da 9ª classe de matemática.

Entretanto, apresentamos-lhe já a seguir alguns aspectos fundamentais à aprendizagem.

Começaremos esta lição fazendo uma breve revisão sobre quadrado de um número, para em seguida apresentar lhe alguns conceitos e definições..

FAZENDO REVISÕES...

Recorde-se dos elementos da raiz quadrada abaixo mencionados.

$\sqrt{a}$

$\sqrt[2]{\ }$ $-$ *radical*

$a -$ *radicando*

2 - índice - omisso de acordo com a convensão; como você também sabe.

Caro aluno, acompanhe atentamente a explicação que segue:
Da expressão $2\sqrt{7a} = 2 \bullet \sqrt{7a}$; onde 2 e $\sqrt{7a}$ são factores; o factor 2 diz se coeficiente e 7***a*** radicando.
A operação efectuada é multiplicação, só que por convenção não se escreve o sinal de multiplicação (entre 2 e $\sqrt{7a}$, assim como entre ***7*** e ***a***).

Agora presta atênção á seguinte explicação:

$$2 \bullet \sqrt{7a} = \left(\sqrt{2}\right)^2 \bullet \sqrt{7a}$$

$$= \sqrt{2^2} \bullet \sqrt{7a}$$

$$= \sqrt{7a \bullet 2^2}$$

$$= \sqrt{4 \bullet 7a}$$

De acordo com a regra da multiplicação de raízes quadradas.

Conforme a explicação dada no exemplo anterior qualquer número pode ser escrito na forma de um radical de índice *n*.

Por exemplo podemos escrever o número 5 na forma de radical.
De índice 2, fica: $5=\sqrt{5^2}$; de índice 6, fica $5=\sqrt[6]{5^6}$.

Com base no que acabamos de afirmar, é possível, dada uma expressão do tipo $a\sqrt[n]{b}$ passar ***a*** para factor do radicando,isto é, para **dentro do radical**, assim como se mostra:

$$\boxed{a\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a^n \bullet b}}$$

Exemplo 1

Consideremos a expressão: $3\sqrt{2}$. Vamos passar o coeficiente (factor) três (3) para dentro do radical.

Para passar o factor 3 para dentro do radical em $3\sqrt{2}$, vamos fazer como se mostra na caixa de generalização anterior.

$$3\sqrt{2}=\sqrt{3^2 \bullet 2}=\sqrt{9 \bullet 2}=\sqrt{18}.$$

Exemplo 2

Pelo procedimento do exemplo anterior, temos:

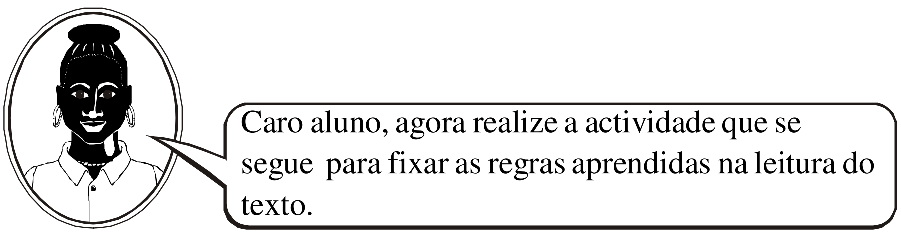
$$3^2\sqrt{5}=\sqrt{\left(3^2\right)^2 \bullet 5}=\sqrt{3^4 \bullet 5}=\sqrt{81 \bullet 5}=\sqrt{405}.$$

Exemplo 3

Neste exemplo também vamos passar os coeficientes para o radicando. Aqui temos variáveis nas bases ao invés de números.

Introduzem–se os coeficientes, multiplicando-se os expoentes pelo índice do radical. Assim:

$$a^3 \cdot p \cdot x^4 \sqrt{a^7} = \sqrt{a^7 \cdot \left(a^3\right)^2 \cdot \left(p^1\right)^2 \cdot \left(x^4\right)^2}$$
$$= \sqrt{a^7 \cdot a^6 \cdot p^2 \cdot x^8}$$
$$= \sqrt{a^{13} \cdot p^2 \cdot x^8}$$



ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** as afrmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação às igualadades na passagem de um factor para dentro do radical.

	V/F
a) $2\sqrt{3}=\sqrt{3\cdot 2^2}=\sqrt{12}$	☐
b) $2\sqrt{3}=\sqrt{3\cdot 2}=\sqrt{6}$	☐
c) $3\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2\cdot 3^3}=\sqrt{54}$	☐
d) $3\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2\cdot 9}=\sqrt{18}$	☐
e) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$	☐
f) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}=2\sqrt{\dfrac{1}{2}}$	☐

2. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação a passagem de um factor para dentro do radical. Justifique a sua escolha.

a) $3\sqrt{3}=\sqrt{27}$ ☑

b) $3\sqrt{3}=\sqrt{12}$ ☐

c) $2\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{16}$ ☐

d) $2\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{8}$ ☐

e) $\frac{1}{5}\sqrt{\frac{5}{2}}=\sqrt{\frac{1}{5}}$ ☐

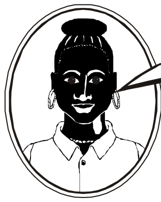
f) $\frac{1}{5}\sqrt{\frac{5}{2}}=\sqrt{\frac{1}{10}}$ ☐

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras, em relação a definição e aplicação da passagem de um factor para dentro do radical.

a) Na passagem de um factor do _______ para o _________ multiplica-se o expoente desse factor pelo __________.

b) $5\sqrt{5}=\sqrt{5\bullet \_\_^{2}}=\sqrt{5^{\_}}=\sqrt{\_\_\_}$

c) $\frac{0,3\bullet 3^{2}\,\_\_}{\_\_}=\sqrt{\left(\frac{0,3\bullet 3^{2}\pi}{7}\right)^{\_}}=\sqrt{\frac{0,3^{2}\bullet 3^{4}\,\_\_}{\_\_}}$



Agora compare os seus resultados com a chave de correcção que lhe apresentamos. Se não tiver conseguido compreender e acertar todas actividades volte a resolver.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** F; **f)** V

2. a)

Porque: $3\sqrt{3}=\sqrt{3\bullet 3^2}=\sqrt{3^3}=\sqrt{27}$

c)

Porque: $2\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2\bullet 2^3}=\sqrt[3]{16}$

f)

Porque: $\frac{1}{5}\sqrt{\frac{5}{2}}=\sqrt{\frac{5}{2}\bullet\left(\frac{1}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{\cancel{5}^1}{2}\bullet\frac{1}{2\cancel{5}^5}}=\sqrt{\frac{1}{10}}$

3. a) Na passagem de um factor do **radical** para o **radicando** multiplica-se o expoente desse factor pelo **índice da raiz**.

b) $5\sqrt{5}=\sqrt{5\bullet\mathbf{5^2}}=\sqrt{5^3}=\sqrt{\mathbf{125}}$

c) $\frac{0,3\bullet 3^2\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{7}}=\sqrt{\left(\frac{0,3\bullet 3^2\pi}{7}\right)^{\mathbf{2}}}=\sqrt{\frac{0,3^2\bullet 3^4\boldsymbol{\pi^2}}{\mathbf{7^2}}}$

Caro aluno, como forma de consolidar os conhecimentos realize os exercícios de fixação.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em realção à passagem de um factor para dentro do radical.

a) $7\sqrt{3}=\sqrt{141}$ ☐ ✓

b) $7\sqrt{3}=\sqrt{21}$ ☐

c) $3\sqrt{9}=\sqrt{3}$ ☐

d) $3\sqrt{9}=9$ ☐

e) $\frac{1}{2}\sqrt[6]{8}=\sqrt{\frac{1}{8}}$ ☐

f) $\frac{1}{2}\sqrt[6]{8}=\sqrt{8}$ ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação a passagem de factor para dentro de radical.

	V/F
a) $3\sqrt{4}=\sqrt{12}$	☐
b) $3\sqrt{4}=6$	☐
c) $\sqrt{\frac{2}{25}}=\frac{1}{5}\sqrt{2}$	☐
d) $\sqrt{\frac{2}{5}}=\frac{1}{5}\sqrt{2}$	☐
e) $\frac{\sqrt{7}}{3}=\sqrt{\frac{7}{9}}$	☐
f) $\frac{\sqrt{7}}{3}=\sqrt{21}$	☐

3. Dada a expressão: $\left(2\sqrt{5}+\sqrt{20}\right):\sqrt{10}$. Marque apenas com um ✓ o resultado correcto. Justifique com cálculos.

	✓
a) $\sqrt{2}$	☐
b) $\sqrt{20}$	☐
c) $\sqrt{10}$	☐
d) $\sqrt{8}$	☐
e) $\sqrt{80}$	☐

4. Passe para dentro do radicando o coeficiente de cada radical.

a) $3\sqrt{41}$

b) $\frac{1}{5}\sqrt{2}$

c) $\frac{2^5}{a^6}\sqrt{b}$

d) $\frac{x \cdot y \cdot z^5}{k^{78}}\sqrt{2}$

e) $\frac{a \cdot b^7 \cdot c^{15} \cdot d^p}{7 \cdot m^x}\sqrt{3}$

5. Meta no radical.

a) $\frac{2 \cdot a \cdot b \cdot c^3}{x^4 \cdot y \cdot z} \cdot \sqrt{\frac{3}{y}}$

b) $\frac{0,2 \cdot 3^3 \pi^2}{7 \cdot k}$

Agora compare os seus resultados com a chave de correcção que lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a); **d)**; **e)**

2. a) F; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

3. d)

Porque: $\left(2\sqrt{5}+\sqrt{20}\right):\sqrt{10}=\left(\sqrt{5\bullet 2^2}+\sqrt{20}\right):\sqrt{10}=\sqrt{8}$

$$=\left(\sqrt{5\bullet 4}+\sqrt{20}\right):\sqrt{10}$$

$$=\left(\sqrt{20}+\sqrt{20}\right):\sqrt{10}$$

$$=2\sqrt{20}:\sqrt{10}$$

$$=\frac{2\sqrt{20}}{\sqrt{10}}$$

$$=\sqrt{\frac{4\bullet 20}{10}}$$

$$=\sqrt{\frac{80}{10}}$$

$$=\sqrt{8}$$

4.

a) $3\sqrt{41}=\sqrt{41\bullet 3^2}$

$$=\sqrt{41\bullet 9}$$

$$=\sqrt{369}$$

b) $\frac{1}{5}\sqrt{2}=\sqrt{2\bullet\left(\frac{1}{5}\right)^2}$

$$=\sqrt{2\bullet\frac{1}{25}}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{25}}$$

c) $\frac{2^5}{a^6}\sqrt{b} = \sqrt{b \bullet \left(\frac{2^5}{a^6}\right)^2}$

$$= \sqrt{b \bullet \frac{2^{10}}{a^{12}}}$$

$$= \sqrt{\frac{b2^{10}}{a^{12}}}$$

d) $\frac{x \bullet y \bullet z^5}{k^{78}}\sqrt{2} = \sqrt{2 \bullet \left(\frac{xyz^5}{k^{78}}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{2x^2y^2z^{10}}{k^{156}}}$$

e) $\frac{a \bullet b^7 \bullet c^{15} \bullet d^p}{7 \bullet m^x}\sqrt{3} = \sqrt{3 \bullet \left(\frac{ab^7c^{15}d^p}{7m^x}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{3ab^{14}c^{30}d^{2p}}{7^2m^{2x}}}$$

$$= \sqrt{\frac{3ab^{14}c^{30}d^{2p}}{49m^{2x}}}$$

5. a) $\frac{2 \bullet a \bullet b \bullet c^3}{x^4 \bullet y \bullet z} \bullet \sqrt{\frac{3}{y}} = \sqrt{\frac{3(2 \bullet a \bullet b)^2 \bullet \left(c^3\right)^2}{\left(x^4 \bullet y \bullet z\right)^2 \bullet y}}$

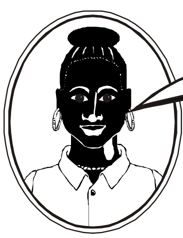
$$= \sqrt{\frac{3 \bullet 2^2 \bullet a^2 \bullet b^2 \bullet c^6}{x^8 \bullet y^2 \bullet y \bullet z^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{12 \bullet a^2 \bullet b^2 \bullet c^6}{x^8 \bullet y^3 \bullet z^2}}$$

b) $$\frac{0,2 \bullet 3^3 \pi^2}{7 \bullet k} = \sqrt{\frac{\left(0,2 \bullet 3^3 \bullet \pi^2\right)^2}{(7k)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{0,2^2 \bullet \left(3^3\right)^2 \bullet \pi^4}{7^2 \bullet k^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{0,2^2 \bullet 3^6 \bullet \pi^4}{7^2 \bullet k^2}}$$



Caro aluno, acertou em todos ? Bravo! Se não acertou em todos , não desanime , reveja a lição e resolve-os de novo. Se sim, está de parabéns!
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

10 Passagem de Factores de Dentro para Fora do Radical

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Passar um factor para fora do radical.

Material necessário de apoio

- Módulo 3 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 10ª lição do módulo 3 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha entendido o procedimento da passagem de um factor para dentro do radical.

Nesta lição terá oportunidade de aprender a efectuar a passagem de um factor de dentro para fora do radical.

Com efeito recomendamos que faça uma breve revisão do Módulo 3 de matemática da 8ª Classe; sobre tudo a lição que trata de quadrados e raizes quadradas de um número. Reveja também esta última lição sobre a passagem de um factor de fora para dentro do radical.

Mas também tem que saber como decompor um número inteiro em factores primos.

Com efeito, apresentamos já a seguir alguns aspectos fundamentais à aprendizagem desta lição. Sim vamos fazer revisões.

FAZENDO REVISÕES...

Para melhor compreender esta lição primeiro deve rever o conceito e a definição sobre decomposição de números inteiros em factores primos.

Definição

Números primos são todos números que admitem apenas dois divisores, a unidade e o próprio número.

Exemplo de números primos $\{2;3;5;7;11;13;17;19;23;29;31;37;41;47;...\}$

Exemplo 1

Decomposição de números inteiros em factores primos

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$36 = 2 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 3$, o mesmo que,

$36 = 2 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 3 = 2^2 \bullet 3^2$ na forma de potência.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$100 = 2 \bullet 2 \bullet 5 \bullet 5$, o mesmo que,

$100 = 2 \bullet 2 \bullet 5 \bullet 5 = 2^2 \bullet 5^2$ na forma de potência.

1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$1024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, o mesmo que,

$1024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{10}$ na forma de potência.

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, o mesmo que,

$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$ na forma de potência.

$243 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, o mesmo que,

$243 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$ a forma de potência.

TOME NOTA...

Para os casos em que se tem letras ou se apresenta na forma de potência, pode se representar como se segue.

$a^6 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$

$m^7 = m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m$

$x^3 = x \cdot x \cdot x$

$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Passagem de Factores do Radicando para Fora do Radical

Exemplo 2

Considere: $\sqrt{2^5}$; porque o índice da raíz é 2 , podemos decompor o radicando em potências de expoente igual ou inferir ao índice da raíz.

$$\sqrt{2^5} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2}$$

Pela regra do produto de raízes quadradas e porque $\sqrt{2^2} = 2$. Assim:

$$\sqrt{2^5} = 2.2.\sqrt{2} = 2^2\sqrt{2}$$

Pode-se concluir que:

Na passagem de um factor do radicando para fora do radical, divide-se o expoente do radicando por índice da raíz. O quociente desta divisão fica expoente do factor que sai e o resto, o expoente do factor que fica no radicando.

Por outro lado para a $\sqrt{2^5}$, usando a regra prática, onde é necessário tomar em consideração que o índice da raiz é 2.
Assim teremos:

Na Prática

$$\sqrt{2^5} = 2^2 \cdot \sqrt{2^1} = 2^2 \cdot \sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 2 \\ \hline -4 & \\ \underline{1} & 2 \end{array}$$

Onde:

- O quociente (2) o índice do factor que passa para fora do factor do radical.
- O resto (1) é o expoente do radical que fica dentro do radical.

Daqui se conclui que $\sqrt{2^5} = 2^2 \bullet \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

TOME NOTA...

Na decomposição dos radicandos deve-se observar que os factores a considerar, devem ser aqueles que produzem um expoente igual ao índice do radical.

Exemplo 3

Consideremos $\sqrt{48}$; 48 pode se decompor em:

$48 = 2 \bullet 24$

$48 = 3 \bullet 16$

$48 = 4 \bullet 12$

$48 = 6 \bullet 8$

Exemplo 4

Consideremos o radical: $\sqrt{\frac{32}{81}}$, passemos os factores possíveis para fora do radical.

Para tal seguiremos o mesmo procedimento como no caso anterior. Só que desta vez devemos tomar em consideração que o radicando é um número fraccionário.

Sendo assim deve-se decompor o numerador e o denomnador.

$$\sqrt{\frac{32}{81}} = \sqrt{\frac{2^5}{3^4}} = \sqrt{\frac{2 \bullet 2^4}{3^4}} = \frac{\sqrt{2} \bullet \sqrt{2^4}}{\sqrt{3^4}} = \sqrt{2} \bullet \frac{2^2}{3^2} = \sqrt{2} \bullet \frac{4}{9} = \frac{4}{9}\sqrt{2}$$

Pela propriedade comutativa da multiplicação em $\mathbb{R}$.

Exemplo 4

Seja $\sqrt[3]{40}$; Usamos o procedimento da decomposição apresentado no exemplo 1, para permitir a passagem de dentro para fora do radical. Assim vamos decompor o radicando 40 em factores primos, donde se obtém $40=2^3\bullet 5$. Porque já se disse anteriormente que na decomposição deve-se usar os factores com expoentes iguais ou superiores ao índice. Assim tem-se:

Exemplo 5

$$\sqrt[3]{40}=\sqrt[3]{5\bullet 2^3}$$
$$=2\sqrt[3]{5}$$

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

Assim: $40=2\bullet 2\bullet 2\bullet 5=2^3\bullet 5$

Então: $\sqrt[3]{40}=\sqrt[3]{2^3\bullet 5}=2\sqrt[3]{5}$

Exemplo 6

Consideremos um outro exemplo que envolve um radicando fraccionário e um índice diferente de 2, $\sqrt[3]{\frac{16}{27}}$. Neste caso segue-se o procedimento igual ao do exemplo anterior. Onde devemos decompor o numerador e o denominador em factores primos, de modo a obter factores com expoentes iguais ou superiores ao índice. Assim $16=2^4$ e $27=3^3$; daqui temos:

$$\sqrt[3]{\frac{16}{27}}=\sqrt[3]{\frac{2^4}{3^3}}$$
$$=\sqrt[3]{\frac{2\bullet 2^3}{3^3}}$$
$$=\sqrt[3]{2\bullet\left(\frac{2}{3}\right)^3}$$
$$=\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}$$

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$16=2\bullet 2\bullet 2\bullet 2=2^4$

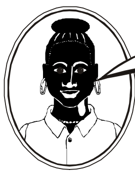
27	3
9	3
3	3
1	

$27=3\bullet 3\bullet 3=3^3$

Então:

$$\sqrt[3]{\frac{16}{27}}=\sqrt[3]{\frac{2^4}{3^3}}=\sqrt{\frac{2\bullet 2^3}{3^3}}=\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}$$

Assim concluimos que: $\sqrt[3]{\frac{16}{27}}=\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}$



Caro aluno, realize a actividade que se segue para fixar as resoluções aprendidas ao longo da leitura do texto.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras em relação às igualdades na passagem de um factor de dentro para fora do radical.

a) $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ☐ ✓

b) $\sqrt{12}=3\sqrt{3}$ ☐

c) $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ ☐

d) $\sqrt{100}=2\sqrt{25}$ ☐

e) $\sqrt{100}=2\sqrt{5}$ ☐

f) $\sqrt{\frac{2}{9}}=\left(\frac{1}{3}\right)\sqrt{2}$ ☐

g) $\sqrt{\frac{2}{9}}=\left(\frac{1}{3}\right)^2\sqrt{2}$ ☐

2. Passe para fora do radical os factores possíveis. Apresente os cálculos efectuados.

a) $\sqrt{3^{45}}$

b) $\sqrt{32}$

c) $\sqrt{125}$

d) $\sqrt{\dfrac{243}{81}}$

e) $\sqrt{\dfrac{27}{8}}$

3. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação às igualdades na passagem de um factor de dentro para fora do radical.

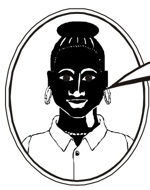
	V/F
a) $\sqrt{1080}=6\sqrt{30}$	☐
b) $\sqrt{1080}=9\sqrt{30}$	☐
c) $\sqrt[3]{108}=6\sqrt[3]{4}$	☐
d) $\sqrt[3]{108}=3\sqrt[3]{4}$	☐
e) $\sqrt{\dfrac{9}{32}}=\dfrac{3}{4}\sqrt{\dfrac{1}{2}}$	☐

V/F

f) $\sqrt{\dfrac{9}{32}} = \dfrac{2}{4}\sqrt{\dfrac{1}{2}}$ ☐

g) $\sqrt[3]{\dfrac{8}{243}} = \dfrac{2}{3}\sqrt[3]{\dfrac{1}{9}}$ ☐

h) $\sqrt[3]{\dfrac{8}{243}} = \dfrac{2}{3}\sqrt[3]{\dfrac{1}{3}}$ ☐



Agora compare os seus resultados com a chave de correcção que lhe apresentamos. Se não tiver conseguido compreender e acertar todas actividades volte a resolver.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a); c); d); f)

2. a) $\sqrt{3^{45}} = \sqrt{3^{44} \cdot 3^{1}}$

$= 3^{22}\sqrt{3}$

b) $\sqrt{32} = \sqrt{2^{5}}$

$= \sqrt{2^{4} \cdot 2^{1}}$

$= 2^{2} \cdot \sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$

c) $\sqrt{125}=\sqrt{5^3}$

$=\sqrt{5^2\bullet 5^1}$

$=5^1\bullet\sqrt{5}$

$=5\sqrt{5}$

d) $\sqrt{\frac{243}{81}}=\sqrt{\frac{3^5}{3^4}}$

$=\sqrt{\frac{3^4\bullet 3^1}{3^4}}$

$=\sqrt{3\bullet\left(\frac{3}{3}\right)^4}$

$=\left(\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{3}^1}\right)^2\sqrt{3}$

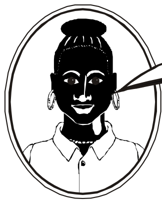
$=\sqrt{3}$

e) $\sqrt{\frac{27}{8}}=\sqrt{\frac{3^3}{2^3}}$

$=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2\bullet\frac{3}{2}}$

$=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$

3. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F; **g)** V; **h)** F



Após a realização da actividade e a conferência dos seus resultados na chave de correcção, passe a resolução dos exercícios propostos se não tiver cometido nenhum erro. Mão obra!

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação à passagem de factores de fora para dentro do radical.

	V/F
a) $\sqrt{256}=16$	☐
b) $\sqrt{256}=16\sqrt{2}$	☐
c) $\sqrt{1568}=14\sqrt{2}$	☐
d) $\sqrt{1568}=7\bullet4\sqrt{2}$	☐
e) $\sqrt[3]{\frac{16}{27}}=\frac{1}{3}\sqrt[3]{16}$	☐
f) $\sqrt[3]{\frac{16}{27}}=3\sqrt[3]{4}$	☐

2. Assinale com um ✓ apenas as respostas certas.

a) $\sqrt{243}=3\sqrt{3}$ ☑

b) $\sqrt{243}=9\sqrt{3}$ ☐

c) $\sqrt{0,05}=\frac{1}{10}\sqrt{5}$ ☐

d) $\sqrt{0,05}=0,2\sqrt{5}$ ☐

e) $\sqrt[4]{80}=2\sqrt[4]{8}$ ☐

f) $\sqrt[4]{80}=2\sqrt[4]{5}$ ☐

3. Passe para fora do radical os factores possíveis.

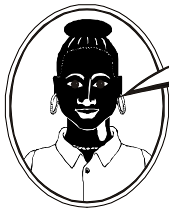
a) $\sqrt{\frac{7^{13}}{2^{15}}}$

b) $\sqrt{1024}$

c) $\sqrt{\frac{512}{128}}$

d) $\sqrt{11^{7}\bullet\pi^{13}\bullet p}$

e) $2\sqrt{\frac{16}{32}}$



Agora compare os seus resultados com a chave de correcção que lhe apresentamos e passe ao estudo da próxima lição, se não tiver cometido nenhum erro na resolução dos exercícios propostos, confirma as suas respostas.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F

2. b); **c)**; **f)**

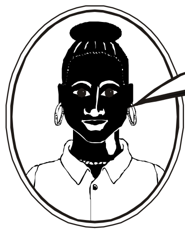
3. a) $\frac{7^6}{2^7}\cdot\sqrt{\frac{7}{2}}$

b) 2^5

c) $\frac{2^4}{2^3}\sqrt{\frac{1}{2}}=2^1\sqrt{\frac{1}{2}}$

d) $11^3\cdot\pi^6\sqrt{11\cdot\pi\cdot p}$

e) $\frac{2^3}{2^2}\sqrt{\frac{1}{2}}=2\sqrt{\frac{1}{2}}$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não acertou em algum dos exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo--se da actividade sexual.

11 Exercícios de Aplicação

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar radicais semelhantes.
- Tornar radicais em semelhantes.

Material necessário de apoio

- Módulos 1 e 3 da 8ª classe.
- Lições 9 e 10; do presesnte Módulo.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo da 11ª lição do módulo 3 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento nas últimas lições.

Fazemos votos que você redobre esforços para o mais breve possível terminar o estudo desta lição.

Nesta lição você vai aprender a identificar radicais semelhantes e efectuar a adição algébrica de radicais.

Para isso é necessário que domine as operações com potências, e o procedimento da passagem de factores para dentro e fora do radical. Com efeito recomenda-se que faça uma revisão dos Módulos 1 e 3 da 8ª Classe, sobre números racionais, quadrados e raizes quadradas.

Caro aluno, comecemos o estudo desta lição fazendo uma breve revisão sobre passagem de um factor de fora para dentro ou de dentro para fora do radical. Preste atênção à explicação e realize a actividade!

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, como deve estar lembrado que.

Para passar um factor de fora para dentro do radical segue-se uma regra que diz: “Na passagem de factores do radical para o radicando multiplicam-se os expoentes desses factores pelo índice da raíz”

O que se pode traduzir pela definição:

$$a\sqrt[n]{b} = a\sqrt[n]{b} \bullet a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b} \, .$$

Por outro lado:

$$a^p = \sqrt[n]{a^{np}}$$

$$a^p \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^{np} \bullet b}$$

Exemplo 1

Consideremos a expressão: $2\sqrt{3}$. Vamos passar o coeficiente 2 para dentro do radical.

Primeiro é necessário recordar que a raiz quadrada signifca raiz de índice 2. Entretanto ao passar qualquer factor fora do radical para dentro do radical, este leva o índice como seu expoente. Assim:

$$\sqrt{2^2 \bullet 3} = \sqrt{4 \bullet 3} = \sqrt{12}$$

Exemplo 2

Para passar um factor dentro do radical para fora, segue uma das duas regras:

A primeira que consiste na decomposição do radicando, de modo a obter factores primos que sejam potências de expoente igual ou superior ao índice da raíz.

A segunda regra consiste em.

Dividir o expoente do radicando pelo índice da raíz. O quociente desta divisão fica expoente do factor que sai e o resto, o expoente do factor que fica no radicando.

Seja o radical $\sqrt{24}$; decompõe-se em:

$24 = 2^3 \bullet 3$

$24 = 6 \bullet 4$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{24} &= \sqrt{6 \bullet 4} \\ &= \sqrt{6 \bullet 2^2} \\ &= 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$24 = 2^3 \bullet 3$

ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as fales em relação à passagem de um factor de fora para dentro ou de dentro para fora do radical.

a) $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$ ☐

b) $5\sqrt{3} = 5\sqrt{15}$ ☐

c) $\sqrt{56} = 2\sqrt{14}$ ☐

d) $\sqrt{56} = 2\sqrt{7}$ ☐

e) $3\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}} = \sqrt[3]{18}$ ☐

f) $3\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}} = \sqrt[3]{\dfrac{18}{3}}$ ☐

2. Assinale com um ✓ apenas as respostas certas.

a) $2\sqrt{50}=\sqrt{100}$ ☐

b) $2\sqrt{50}=\sqrt{200}$ ☐

c) $\sqrt{\dfrac{250}{49}}=\dfrac{5}{7}\sqrt{10}$ ☐

d) $\sqrt{\dfrac{250}{49}}=\dfrac{5}{7}\sqrt{5}$ ☐

e) $2\sqrt[4]{5}=\sqrt[4]{13}$ ☐

f) $2\sqrt[4]{5}=\sqrt[4]{80}$ ☐

3. Reduz a um só radical. E mostra os passos.

a) $\dfrac{\sqrt{32}}{2}$

b) $10\sqrt{2}$

c) $4\sqrt[3]{7}$

4. Passe para fora os factores possíveis.

a) $\sqrt{128}$

b) $\sqrt{\dfrac{3^4}{2^3}}$

c) $\sqrt[4]{288}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

2. **b)**; **c)**; **f)**

3. **a)**

$$\frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{32}$$
$$= \sqrt{32 \bullet \frac{1}{4}}$$
$$= \sqrt{\frac{32}{4}}$$
$$= \sqrt{8}$$

b) $10\sqrt{2} = \sqrt{2 \bullet 10^2}$
$$= \sqrt{2 \bullet 100}$$
$$= \sqrt{200}$$

c) $4^3\sqrt{7} = \sqrt{7 \bullet 4^6}$
$$= \sqrt{7 \bullet 4096}$$
$$= \sqrt{28672}$$

4. **a)** $\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$

b) $\sqrt{\frac{3^4}{2^3}} = \frac{3^2}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$

c) $\sqrt[4]{288} = 2\sqrt[4]{18}$

Radicais semelhantes

Definição

Radicais semelhantes são aqueles que apenas se diferem dos coeficientes, ou aqueles que se podem reduzir ao índice comum e ao mesmo radicando.

Exemplo 1

Consideremos os radicais: $3\sqrt{2}; 5\sqrt{2}; \sqrt{2}$.
Como se pode ver os radicais possuem o mesmo índice e o mesmo radicando – índice – 2, radicando 2. Entretanto os coeficientes são diferentes e são 3, 5 e 1; por isso são radicais semelhantes.

Exemplo 2

Vejamos o caso que segue: $\frac{2}{3}\sqrt{3}; \sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}; -\sqrt{3}$.

Como se pode notar nestes radicais temos os mesmo índices (2) e os mesmos radicandos (3) coeficientes são $\frac{2}{3}; 1; \frac{1}{2} e -1$, por tanto; também são radicais semelhantes.

TOME NOTA...

Nos casos em que não consta o coeficiente e apenas aparece o sinal negativo; isto mostra que está omitido o menos um (-1), isto é, não se escreve o um (1), mas sim o sinal negativo. Por outro lado quando se tem um caso como $\frac{\sqrt{3}}{2}$, isto é, uma multiplicação do tipo $\frac{1}{2}\sqrt{3}$.

Generalizando

$$\frac{n\sqrt{a}}{m} = \frac{n}{m}\sqrt{a}$$

Por exemplo

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{3}$

2. $\frac{5\sqrt[3]{7}}{4}=\frac{5}{4}\sqrt[3]{7}$

Exemplo 3

Consideremos os radicais: $0,5\sqrt{\frac{1}{2}};-\sqrt{\frac{1}{2}};\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}};-5\sqrt{\frac{1}{2}};$

O facto de todos radicais possuirem os mesmos radicandos e índices, permite nos dizer que eles são radicais semelhantes.

Caro aluno, faça pausa na leitura do texto e realize a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Indicque os radicais semelhantes. E justifique.

a) $\sqrt{2};\sqrt{5};\frac{\sqrt{2}}{3};\sqrt{7};4\sqrt{2};\sqrt{11};$

b) $\frac{\sqrt{3}}{5};\frac{3}{5}\sqrt{\frac{1}{5}};2\sqrt{\frac{1}{3}};\sqrt{\frac{3}{5}};-2\sqrt{\frac{1}{5}};-\frac{7}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}$

c) $7\sqrt{0,1};0,25\sqrt{0,3};5\sqrt{\frac{1}{10}};6\sqrt{\frac{3}{10}}$

2. Marque com um ✓ os radicais semelhantes.

a) $\frac{2}{5}\sqrt{2};\sqrt{2};0,3\sqrt{2}$ ☐

b) $\frac{2}{5}\sqrt{2};\sqrt{2};2\sqrt{3}$ ☐

c) $\sqrt[3]{x^2y}\; e\; \frac{1}{2}\sqrt[3]{x^2y}$ ☐

d) $\sqrt[3]{x^2y}\; e\; \frac{1}{2}\sqrt[3]{xy^2}$ ☐

e) $\sqrt[3]{2}\; e\; \sqrt[4]{2}$ ☐

f) $2\sqrt[3]{9}\; e\; \frac{2}{3}\sqrt[3]{9}$ ☐

Caro aluno, compare os seus resultados com a chave de correcção que a seguir se apresenta.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\sqrt{2};\sqrt{5};\frac{\sqrt{2}}{3};\sqrt{7};4\sqrt{2};\sqrt{11};$ Os radicais semelhantes são:

$\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{3};4\sqrt{2};$ Porque têm o mesmo índice e o mesmo radicando.

Preste atênção: $\frac{\sqrt{2}}{3}$ é o mesmo que $\frac{1}{3}\sqrt{2}$.

b) $\frac{\sqrt{3}}{5}; \frac{3}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}; 2\sqrt{\frac{1}{3}}; \sqrt{\frac{3}{5}}; -2\sqrt{\frac{1}{5}}; -\frac{7}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}$; Os radicais semelhantes são:

$\frac{3}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}; -2\sqrt{\frac{1}{5}};$ têm o mesmo índice e o mesmo radicando.

$2\sqrt{\frac{1}{3}}; -\frac{7}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}$; têm o mesmo índice e o mesmo radicando.

c) $7\sqrt{0,1}; 0,25\sqrt{0,3}; 5\sqrt{\frac{1}{10}}; 6\sqrt{\frac{3}{10}}$; Os radicais semelhantes são:

$7\sqrt{0,1}; 5\sqrt{\frac{1}{10}}$**.** Por terem o mesmo radicando é o mesmo que, ambos têm o mesmo radicando e o índice**.** O mesmo acontecendo em: $0,25\sqrt{0,3}$ e $6\sqrt{0,3}$

2. a); **c)**; **f)**

Exemplo 5

Consideremos os radicais: $2\sqrt{2}; \sqrt{32}\ e\ \sqrt{128}$.

Será que os radicais são semelhantes? Porquê?

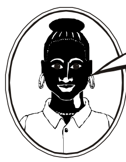
$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad 32 = 2^5 \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad 128 = 2^7$$

Por isso:

- $\sqrt{32} = \sqrt{2^5} = 4\sqrt{2}$
- $\sqrt{128} = \sqrt{2^7} = 8\sqrt{2}$

Então, $2\sqrt{2}; \sqrt{32}\ e \sqrt{128}$, são semelhantes, pois de $\sqrt{32}=4\sqrt{2}$, $\sqrt{128}=8\sqrt{2}$.

Vê –se que estes radicais têm o mesmo índice e o mesmo radicando.



Caro aluno, agora realize a actividade que se segue para fixar os conhecimentos que acaba de adquirir.

ACTIVIDADE

1. Indique os radicais semelhantes e justifique a sua resposta.

a) $\sqrt{48}; \sqrt{27}; \sqrt{72}$

b) $\sqrt{243}; \sqrt{125}; \sqrt{5}$

c) $\sqrt{7}; \sqrt{343}; \sqrt{128}$

2. Marque com um **V** afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

	V/F
a) $\sqrt{5}\ e \sqrt{20}$ - São radicais semelhantes.	☐
b) $\sqrt{5}\ e \sqrt{12}$ - São radicais semelhantes.	☐
c) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ e $\dfrac{1}{2}\sqrt{5}$ - São radicais semelhantes.	☐
d) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ **e** $\sqrt{243}$ - São radicais semelhantes.	☐

3. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação a semelhança dos radicais . E justifique a sua escolha.

a) $2\sqrt[4]{64}$ e $3\sqrt[4]{4}$ **-** São radicais semelhantes ☑

b) $\sqrt[3]{2}$ e $\sqrt[3]{4}$ **-** São radicais semelhantes ☐

c) $\sqrt{7};\sqrt{343};\sqrt{128}$ **-** São radicais semelhantes ☐

d) $\sqrt{7^3}$ e $\sqrt{7}$ **-** São radicais semelhantes ☐

Estimado aluno, compare os seus resultados com a chave de correcção que lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) Os radicais semelhantes são: $\sqrt{48}\, e \sqrt{27}$.

Decompondo os radicandos temos;

$$\sqrt{48} = \sqrt{2{\bullet}2{\bullet}2{\bullet}2{\bullet}3} = \sqrt{2^4{\bullet}3} = 2^2\sqrt{3}$$
$$\sqrt{27} = \sqrt{3{\bullet}3{\bullet}3} = \sqrt{3^3} = 3\sqrt{3}$$
$$\sqrt{72} = \sqrt{2{\bullet}2{\bullet}2{\bullet}3{\bullet}3} = \sqrt{2^3{\bullet}3^2} = 2{\bullet}3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Então, apenas $\sqrt{48};\sqrt{27}$ **,** são radicais semelhantes, porque depois de decompormos e passarmos para fora do radical os factores possíveis, encontramos os radicandos semelhantes: $\sqrt{48}\, e \sqrt{27}$ - $2^2\sqrt{3}\, e\, 3\sqrt{3}$.

b) Os radicais semelhantes são: $\sqrt{125}\, e \sqrt{5}$. Porque:

$\sqrt{125} = \sqrt{5 \bullet 5 \bullet 5} = \sqrt{5^3} = 5\sqrt{5}$

$\sqrt{5}$

E $\sqrt{243}$, não é semelhante a nenhum.

$\sqrt{243} = \sqrt{3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3} = \sqrt{3^4 \bullet 3} = 3^2\sqrt{3}$.

Então $\sqrt{5};\sqrt{125}$ **,** são radicais semelhantes, porque depois de decompormos e passarmos para fora do radical os factores possíveis encontramos radicandos semelhantes: $\sqrt{125}\, e \sqrt{5}$, isto é, $\sqrt{5}$ e $\sqrt{5}$.

c) Os radicais semelhantes são: $\sqrt{7}\, e \sqrt{343}$

Porque: $\sqrt{343} = \sqrt{7 \bullet 7 \bullet 7} = \sqrt{7^3} = 7\sqrt{7}$ e $\sqrt{7}$ - Já é um radical semelhante ao outro.

E, $\sqrt{128} = \sqrt{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2} = \sqrt{2^7} = 2^3\sqrt{2}$ não é semelhante aos dois raidicais.

Então $\sqrt{7};\sqrt{343}$ **,** são radicais semelhantes, porque depois de decompormos e passarmos para fora do radical o factor possível encontramos radicandos semelhantes:

$\sqrt{7} e 7\sqrt{7}$.

2. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F

3.

a)

Porque: $2\sqrt[4]{64}$ e $3\sqrt[4]{4}$ $= 2\sqrt[4]{64}$ e $3\sqrt[4]{4}$

$= 2\sqrt[4]{2^6}$ e $3\sqrt[4]{4}$

$= 2\sqrt[4]{2^2 \bullet 2^4}$ e $3\sqrt[4]{4}$

$= 2 \bullet 2\sqrt[4]{2^2}$ e $3\sqrt[4]{4}$

$= 4\sqrt[4]{4}$ e $3\sqrt[4]{4}$

d)

Porque: $\sqrt{7^3}$ e $\sqrt{7}$ = $\sqrt{7^2 \bullet 7}$ e $\sqrt{7}$

= $7\sqrt{7}$ e $\sqrt{7}$

Depois de ter confirido as sua resposta com a chave de correcção e ter acertado todos os exercícios da actividade. Passe e resolve os exercícios de fixação a seguir.

EXERCÍCIOS

1. Torne os seguintes radicais semelhantes.

a) $\sqrt{27}+\sqrt{3}$

b) $\sqrt{18}+\sqrt{50}-2\sqrt{2}$

c) $\sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}$

d) $\sqrt{\frac{1}{1000}}-5\sqrt{0,5}+2\sqrt{\frac{9}{10}}$

Compare as suas respostas com a chave de correcção a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\sqrt{27}+\sqrt{3}$; Para este exercício, apenas tem que decompor $\sqrt{27}$, em $\sqrt{3 \bullet 3^2} = 3\sqrt{3}$; assim temos radicais semelhantes:

$3\sqrt{3}+\sqrt{3}$. Têm os mesmos radicandos.

b) $\sqrt{18}+\sqrt{50}-2\sqrt{2}$; Enquanto que para este exercício, temos que decompor os radicais $\sqrt{18};\sqrt{50}$ de modo a torná-los semelhantes. Asim fica:

$\sqrt{18}=\sqrt{2 \bullet 3^2}=3\sqrt{2}$; $\sqrt{50}=\sqrt{2 \bullet 5^2}=5\sqrt{2}$;

Finalmente temos os radicais semelhantes:

$3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{2}$; Porque têm os mesmos radicandos.

c) $\sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}$; E aqui, temos que decompor os radicais; $5\sqrt{48}-5\sqrt{27}$, de modo que sejam semelhantes a $\sqrt{3}$; assim teremos:

$5\sqrt{48}=5\sqrt{3 \bullet 4^2}=5 \bullet 4\sqrt{3}=20\sqrt{3}$ e

$5\sqrt{27}=5\sqrt{3 \bullet 3^2}=5 \bullet 3\sqrt{3}=15\sqrt{3}$; deste temos os radicais semelhantes:

$\sqrt{3}+20\sqrt{3}-15\sqrt{3}$.

Preste atênção: É necessário recordar quando que temos um coeficiente no radical, daí que temos que multiplicar com o factor que sai fora do radical. È por isso que temos:

$20\sqrt{3}$ e $15\sqrt{3}$.

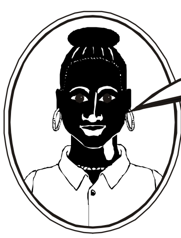
d) $\sqrt{\dfrac{1}{1000}}-5\sqrt{0,5}+2\sqrt{\dfrac{9}{10}}$; Finalmente para este exercício, várias primeiro transformar o número decimal em fraccionário, ou tirar para fora do radical os factores possíveis. Então, tentemos ver, como isso se faz, quer num caso assim como no outro. Transformemos o radical:

$\sqrt{\frac{1}{1000}} = \sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)\bullet\left(\frac{1}{10}\right)^2} = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{1}{10}}$

$2\sqrt{\frac{9}{10}} = 2\sqrt{9\bullet\frac{1}{10}} = 2\sqrt{3^2\bullet\frac{1}{10}} = 2\bullet3\sqrt{\frac{1}{10}} = 6\sqrt{\frac{1}{10}}$; ainda é necessário recordar que o factor que sai multiplica pelo coeficiente, por isso temos $6\sqrt{\frac{1}{10}}$ e

$5\sqrt{0,5} = 5\sqrt{\frac{5}{10}} = 5\sqrt{\frac{1}{10}}$ pela simplificação de $\sqrt{\frac{5}{10}}$ temos $\sqrt{\frac{1}{10}}$; por isso temos $5\sqrt{\frac{1}{10}}$.

Finalmente concluimos que os radicais são semelhantes:
$\frac{1}{10}\sqrt{\frac{1}{10}} - 5\sqrt{\frac{1}{10}} + 6\sqrt{\frac{1}{10}}$. Porque têm o mesmo radicando $\sqrt{\frac{1}{10}}$.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não acertou em algum dos exercícios volte a reler esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

12 Adição e Subtracção de Radicais Quadráticos

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Efectuar adição alébrica de raízes quadradas;

Material necessário de apoio

- Lições 10 e 11 , do presente Módulo.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 12ª lição do Módulo 3 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento nas últimas lições.

Fazemos votos que você redobre esforços para o mais breve possível poder terminar o seu estudo desta lição.

Nesta lição você vai aprender a adicionar e subtrair raizes quadradas.Mas antes de rever as operações com potências, passagem de factores para dentro ou fora do radical.

Caro aluno, preste atênção à explicação de alguns exemplos e resolução de alguns exercícios!

FAZENDO REVISÕES...

Como dissemos na introdução, preste atênção à resolução dos exemplos seguintes.

Exemplo 1

Consideremos o radical: $\sqrt{45}$. Passemos se possível um factor para fora do radical.

Caro aluno, é mesmo assim. Decompor o radicando e escrevê-lo na forma de um produto de factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad 45 = 5 \bullet 3^2$$

Deste modo: $\sqrt{45} = \sqrt{5 \bullet 9} = \sqrt{5 \bullet 3^2} = 3\sqrt{5}$

Seja o radical: $3\sqrt{6}$. Passemos o factor 3 para dentro do radical. Exactamente; ao passar para dentro do radical, o coeficiente será elevado ao índice deste, de tal como se mostra a seguir:

$3\sqrt{6} = \sqrt{6 \bullet 3^2} = \sqrt{6 \bullet 9} = 54$

Para tal é necessário pensar no processo contrário ao do exemplo 1. Caro aluno, como se lembra o coeficiente ao passar para o radicando, leva o expoente do índice da raiz.

Caro aluno, resolve a actividade e depois compare os seus resultados com a chave de correcção que se apresenta no fim da mesma.

ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ apenas a expressão verdadeira em relação à passagem de um factor de dentro para fora do radical e justifique a sua escolha.

a) $\sqrt{40}=2\sqrt{10}$ ☐ ✓

b) $\sqrt{40}=2\sqrt{5}$ ☐

c) $4\sqrt{10}=\sqrt{160}$ ☐

2. Assinale com um **V** as proposições verdadeiras e com um **F** as falsas, em relação a passagem de um factor para dentro radical e representação fraccionária.

a) $5\sqrt{3}=\sqrt{75}=\dfrac{\sqrt{300}}{2}$ ☐

b) $5\sqrt{3}=\sqrt{75}=\dfrac{\sqrt{150}}{2}$ ☐

c) $5\sqrt{3}=\sqrt{75}=\dfrac{\sqrt{675}}{3}$ ☐

3. Passe para fora do radical os factores possíveis.

a) $\sqrt{96}$

b) $\sqrt{72}$

c) $\sqrt{90}$

4. Passe o coeficiente para dentro do radical.

a) $20\sqrt{7}$

b) $0,3\sqrt{3}$

c) $\frac{3}{2}\sqrt{5}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

Porque: $\sqrt{40}=2\sqrt{10} \Leftrightarrow \sqrt{40}=\sqrt{10\bullet 4}=\sqrt{10\bullet 2^2}=2\sqrt{10}$

c)

Porque: $4\sqrt{10}=\sqrt{160} \Leftrightarrow 4\sqrt{10}=\sqrt{10\bullet 4^2}=\sqrt{10\bullet 16}=\sqrt{160}$

2. **a)** V; **b)** F; **c)** V

3.

a) $4\sqrt{6}$

b) $6\sqrt{2}$

c) $3\sqrt{10}$

4.

a) $\sqrt{2800}$

b) $\sqrt{\frac{27}{100}}$

c) $\sqrt{\frac{45}{4}}$

Adição Algébrica de Radicais Quadráticas

Definição

A adição algébrica de raízes quadradas ou adição algébrica de radicais quadráticos, é efectuada quando tivermos radicais semelhantes.

TOME NOTA...

A este tipo de adição e subtração de raizes quadradas também se chama adição algébrica de radicais quadráticos.

Diz-se adição algébrica, todas as expressões que envolvem as duas operações – Adição e subtracção.

Consideraremos os seguintes radicais $4\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 2\sqrt{2}$, então estes radicais têm o mesmo índice e o mesmo radicando, por isso dizem-se radicais semelhantes.

Como adicionar radicais semelhantes?

Se os radicais forem semelhantes, $4\sqrt{2}-\sqrt{2}+2\sqrt{2}$ devemos colocar o factor comum em evidência e efectuar a soma algébrica dos coeficientes ou seja: $4\sqrt{2}-\sqrt{2}+2\sqrt{2}=(4-1+2)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

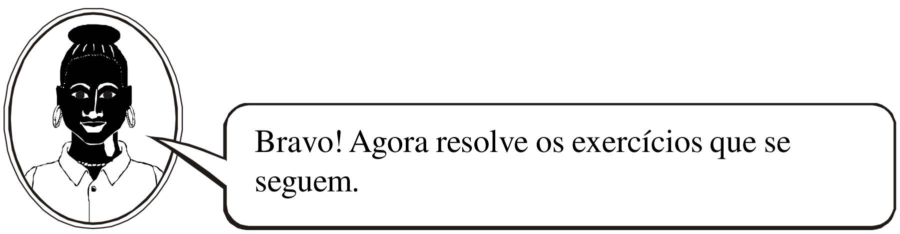
Há que fazer a soma algébrica $(4-1+2)$, donde se obtem 5.

Por outro lado existem casos que à primeira vista não parecem radicais semelhantes, assim sendo é necessário torná-los semelhantes. Isto é, decompor os radicando em factores primos de modo a obter factores possíveis, e passá-los para fora do radical. Assim temos radicais semelhantes.

Exemplo 3

$$\begin{aligned}\sqrt{128}+\sqrt{32}&=\sqrt{2^7}+\sqrt{2^5}\\&=2^3\sqrt{2}+2^2\sqrt{2}\\&=(8+4)\sqrt{2}\\&=12\sqrt{2}\end{aligned}$$

Passam-se os factores possíveis para fora do radical



EXERCÍCIOS

1. Simplifique, se possível cada uma das expressões.

a) $2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-6\sqrt{3}$

c) $\sqrt{18}-3\sqrt{2}$

d) $\sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}$

e) $\sqrt{32}-4\sqrt{8}+5\sqrt{18}-9\sqrt{2}$

2. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação às somas algébricas.

a) $\sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ ✓ ☐

b) $\sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}=6\sqrt{3}$ ☐

c) $-\sqrt{27}+\sqrt{3}+\sqrt{75}=3\sqrt{6}$ ☐

d) $-\sqrt{27}+\sqrt{3}+\sqrt{75}=3\sqrt{3}$ ☐

3. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação às somas algébricas.

V/F

a) $\sqrt{54}-\sqrt{6}-\sqrt{24}=\sqrt{6}$ ☐

b) $2\sqrt{45}-2\sqrt{80}+3\sqrt{5}=\sqrt{5}$ ☐

c) $\sqrt{54}-\sqrt{6}-\sqrt{24}=0$ ☐

d) $2\sqrt{45}-2\sqrt{80}+3\sqrt{5}=-5\sqrt{5}$ ☐

Verifique os seus resultados e compare com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$ - Como ambos radicais são semelhantes, então colocamos em evidência o factor comum, neste caso $\sqrt{2}$ e somamos os coeficientes 2 e 3; $(2+3)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$ e $5\sqrt{2}$ é o resultado.

b) $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-6\sqrt{3}$ - Para este caso, usamos o mesmo procedimento que no anterior, colocamos em evidência o factor comum $\sqrt{3}$, e efectuamos a adição algébrica dos coeficientes; ficando:

$$2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-6\sqrt{3}=(2+5-6)\sqrt{3}=(7-6)\sqrt{3}=\sqrt{3}$$

Preste atenção: $1\bullet\sqrt{3}=\sqrt{3}$.

c) $\sqrt{18}-3\sqrt{2}$ - Agora, para este exercício $\sqrt{18}-3\sqrt{2}$, é necessário decompormos em factores primos. e passarmos para fora do radical o factor possível e encontramos os radicandos semelhantes.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 18=2\bullet 3^2$$

$\sqrt{18}=\sqrt{2\bullet 3\bullet 3}=\sqrt{2\bullet 3^2}=3\sqrt{2}$; assim $3\sqrt{2}$ é semelhante a $3\sqrt{2}$. Daqui colocamos em evidência o factor comum e fizemos a soma algébrica .

d) $\sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}$ - O mesmo procedimento se faz para este exercício, onde se decompõem em factores primos $\sqrt{48}$ e $\sqrt{27}$.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 48 = 2^4 \bullet 3 \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 27 = 3^3$$

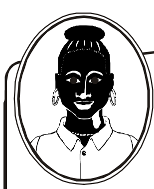
Passando para fora do radical os factores possíveis, de modo a obter radicais semelhantes.

$\sqrt{48} = \sqrt{3 \bullet 16} = \sqrt{3 \bullet 4^2} = 4\sqrt{3}$

$\sqrt{27} = \sqrt{3 \bullet 9} = \sqrt{3 \bullet 3^2} = 3\sqrt{3}$; assim já temos radicais semelhantes $4\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$.

Agora podemos fazer as somas algébricas:

$$\begin{aligned} &\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 5\sqrt{27} = \sqrt{3} + 5 \bullet 4\sqrt{3} - 5 \bullet 3\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} + 20\sqrt{3} - 15\sqrt{3} \\ &= (1 + 20 - 15)\sqrt{3} \\ &= (21 - 15)\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$



Caro aluno, preste atênção, nos radicais $5\sqrt{48}$ e $5\sqrt{27}$, depois da decomposição e passar para fora do radical os factores possíveis é necessário multiplicar com o coeficiente (factor que já está fora do radical).

e) $\sqrt{32}-4\sqrt{8}+5\sqrt{18}-9\sqrt{2}$ - De igual modo segue-se o mesmo procedimento que no exercício anterior. Decompor $\sqrt{32};\sqrt{8}$ e $\sqrt{18}$; de modo a obter radicais semelhantes. Assim teremos:

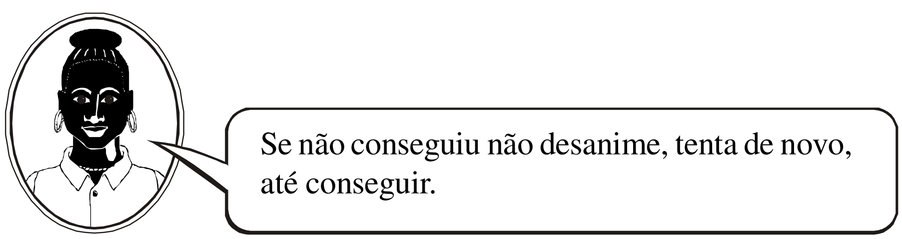
$$\sqrt{32}=\sqrt{2^5}=\sqrt{2\bullet 2^4}=2^2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$$
$$\sqrt{8}=\sqrt{2^3}=\sqrt{2\bullet 2^2}=2\sqrt{2}$$
$$\sqrt{18}=\sqrt{2\bullet 3^2}=3\sqrt{2}$$

Calculando, fica:

$$\begin{aligned}\sqrt{32}-4\sqrt{8}+5\sqrt{18}-9\sqrt{2}&=4\sqrt{2}-4\bullet 2\sqrt{2}+5\bullet 3\sqrt{2}-9\sqrt{2}\\&=4\sqrt{2}-8\sqrt{2}+15\sqrt{2}-9\sqrt{2}\\&=(4-8+15-9)\sqrt{2}\\&=(-4+6)\sqrt{2}\\&=2\sqrt{2}\end{aligned}$$

2. b); **d)**

3. a) F; **b)** V; **c)** V; **d)** F



Exemplo 4

Caro aluno, agora temos o seguinte caso, estude atentamente os passos para a determinação da expressão mais simplificada.

$\frac{1}{4}\sqrt{6}-\frac{\sqrt{54}}{2}+\sqrt{6}$; nos exercícios anteriores, vimos como se pode decompor um número e passar para fora do radical o factor possível, de modo a obter um radical equivalente. Neste caso, faremos o mesmo em relação $-\frac{\sqrt{54}}{2}$.

Assim temos: $-\frac{\sqrt{54}}{2}=-\frac{1}{2}\sqrt{54}=-\frac{1}{2}\bullet\sqrt{6\bullet 3^2}=-\frac{1}{2}\bullet 3\sqrt{6}=-\frac{3}{2}\sqrt{6}$. Deste modo encontramos radicais semelhantes, e só, assim é que podemos adicionar.

$$\frac{1}{4}\sqrt{6}-\frac{\sqrt{54}}{2}+\sqrt{6}=\frac{1}{4}\sqrt{6}-\frac{1}{2}\sqrt{6\bullet 3^2}+\sqrt{6}$$

$$=\frac{1}{4}\sqrt{6}-\frac{3}{2}\sqrt{6}+\sqrt{6}$$

Caro aluno, quando se tem por exemplo $\sqrt{6}$, está omisso o coeficiente 1.

$$=\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{2}+1\right)\sqrt{6}$$

$$=\left(\underset{(1)}{\frac{1}{4}}-\underset{(2)}{\frac{3}{2}}+\underset{(4)}{\frac{1}{1}}\right)\sqrt{6}$$

$$=\left(\frac{1-6+4}{4}\right)\sqrt{6}$$

$$=-\frac{1}{4}\sqrt{6}$$

Lembre-se como calcular o m.m.c? Então, não se pode adicionar ou subtrair fracções com denominadores diferentes. Este é o caso:

$$\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{2}+1\right)\sqrt{6}=\left(\underset{(1)}{\frac{1}{4}}-\underset{(2)}{\frac{3}{2}}+\underset{(4)}{\frac{1}{1}}\right)\sqrt{6}\ .$$

De certeza que caro aluno, já-se recorda. Então viu como é fácil!

Exemplo 5

Ora vejemos, para o seguinte exercício:

$$\sqrt{3}-\frac{2}{5}\sqrt{3}+\sqrt{\frac{3}{100}}$$

Devemos segiur os procedimentos anteriores. Encontrar os radicais semelhantes. Para tal devemos decompor $\sqrt{\frac{3}{100}}$, de modo a tirar factores possíveis para fora do radical.

Assim fica: $\sqrt{\frac{3}{100}} = \sqrt{3\frac{1}{100}} = \sqrt{3\left(\frac{1}{10}\right)^2} = \frac{1}{10}\sqrt{3}$; agora já temos todos radicais semelhantes.

Podemos adicionar:

$$
\begin{aligned}
\sqrt{3} - \frac{2}{5}\sqrt{3} + \sqrt{\frac{3}{100}} &= \sqrt{3} - \frac{2}{5}\sqrt{3} + \sqrt{3\left(\frac{1}{10}\right)^2} \\
&= \sqrt{3} - \frac{2}{5}\sqrt{3} + \frac{1}{10}\sqrt{3} \\
&= \left(\frac{1}{\underset{(10)}{1}} - \frac{2}{\underset{(2)}{5}} + \frac{1}{\underset{(1)}{10}}\right)\sqrt{3} \\
&= \left(\frac{10-4+1}{10}\right)\sqrt{3} \\
&= \frac{7}{10}\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

Antes de resolver os exercícios que se seguem, treine cuidadosamente a resolução dos exercícios dos exemplos anteriores. Se estiver a dominar; resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Efectue e simplifique

a) $3\sqrt{5}-4\sqrt{5}+\sqrt{5}$

b) $\sqrt{3}-\sqrt{27}+\sqrt{75}$

c) $5\sqrt{48}-5\sqrt{27}+\sqrt{3}$

d) $\sqrt{32}-4\sqrt{8}+5\sqrt{18}-9\sqrt{2}$

e) $3\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

f) $\dfrac{\sqrt{7}}{4}+\sqrt{\dfrac{7}{4}}-\sqrt{7}$

g) $\sqrt{216}-\sqrt{\dfrac{3}{25}}-\sqrt{600}+\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

Verifique os seus resultados e compare-os com a chave de correcção.

a) $3\sqrt{5}-4\sqrt{5}+\sqrt{5}$ - Para a resolução deste exercício, apenas devemos pôr em evidência o factor comum e adicionar os coeficientes:

$$3\sqrt{5}-4\sqrt{5}+\sqrt{5}=(3-4+1)\sqrt{5}=(1-1)\sqrt{5}=0\sqrt{5}=0$$

b) $\sqrt{3}-\sqrt{27}+\sqrt{75}$ - Neste caso procedemos como nos exercícios anteriores. Onde devemos decompor ($\sqrt{27}$ e $\sqrt{75}$) em factores primos de modo a facilitar a passagem de factores possíveis para fora do radical.

$\sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 3^2} = 3\sqrt{3}$ e $\sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 5^2} = 5\sqrt{3}$. Colocadas as duas raizes, vamos fazer a adição algébrica dos coeficientes colocando em evidência os factores comuns.

$$\begin{aligned}\sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{75} &= \sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \\ &= (1 - 3 + 5)\sqrt{3} \\ &= (-2 + 5)\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

Caro aluno, preste atenção
Não se esqueça que $\sqrt{3}$, tem o coefiente 1, e este não se escreve.

c) $5\sqrt{48} - 5\sqrt{27} + \sqrt{3}$ - Para este exercício, primeiro decompomos os radicandos e tiramos para fora do radical os factores possíveis (atênção aos coeficientes dos radicais), de modo a obter radicais semelhantes. Colocamos em evidência o factor comum e adicionamos os coeficientes:

$$\begin{aligned}5\sqrt{48} - 5\sqrt{27} + \sqrt{3} &= 5\sqrt{3 \cdot 4^2} - 5\sqrt{3 \cdot 3^2} + \sqrt{3} \\ &= 5 \cdot 4\sqrt{3} - 5 \cdot 3\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= 20\sqrt{3} - 15\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= (20 - 15 + 1)\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3}\end{aligned}$$

Caro aluno, preste atenção
Recorde-se do procedimento usado quando o radical tem um coeficiente diferente de 1. Onde devemos multiplicar o factor que passa para fora do radical como coeficiente.

d) $\sqrt{32} - 4\sqrt{8} + 5\sqrt{18} - 9\sqrt{2}$ - Seguimos o mesmo procedimento do exercício anterior; decompôr os radicandos de modo a torná-los semelhantes, retirar para fora do radical os factores possíveis.

$$\begin{aligned}\sqrt{32}-4\sqrt{8}+5\sqrt{18}-9\sqrt{2} &= \sqrt{2\bullet 2^4}-4\sqrt{2\bullet 2^2}+5\sqrt{2\bullet 3^2}-9\sqrt{2}\\ &= 2^2\sqrt{2}-4\bullet 2\sqrt{2}+5\bullet 3\sqrt{2}-9\sqrt{2}\\ &= 4\sqrt{2}-8\sqrt{2}+15\sqrt{2}-9\sqrt{2}\\ &= (4-8+15-9)\sqrt{2}\\ &= (-4+6)\sqrt{2}\\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

Caro aluno, preste atenção

Recorda-se de adição agébrica de números inteiros relativos, aprendido na 8ª classe.

e) $3\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}$ - De tudo o que vimos antes, nada de novo existe, apenas um número que parece estranho, mas que não é, apenas uma transformação de $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ em $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$; daí que temos os radicais semelhantes. Assim sendo podemos adicioná-los da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}3\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2} &= 3\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\\ &= \left(3-\frac{1}{2}\right)\sqrt{2}\\ &= \left(\frac{3}{\underset{(2)}{(1)}}-\frac{1}{\underset{(1)}{2}}\right)\sqrt{2}\\ &= \frac{5}{2}\sqrt{2}\end{aligned}$$

Daí que temos o resultado de: $\frac{5}{2}\sqrt{2}$.

f) $\frac{\sqrt{7}}{4}+\sqrt{\frac{7}{4}}-\sqrt{7}$ - Para este exercício, devemos recordar o execício anterior, (não só, transformar como no caso $\sqrt{\frac{7}{4}}$ que tem como transformação $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2\bullet 7}=\frac{1}{2}\sqrt{7}$ o exercício, temos como cálculo:

$$\frac{1}{4}\sqrt{7}+\frac{1}{2}\sqrt{7}-\sqrt{7}=\left(\underset{(1)}{\frac{1}{4}}+\underset{(2)}{\frac{1}{2}}-\underset{(4)}{\frac{1}{1}}\right)\sqrt{7}$$
$$=\left(\frac{1+2-4}{4}\right)\sqrt{7}$$
$$=-\frac{1}{4}\sqrt{7}$$

Assim temos como resultado: $-\frac{1}{4}\sqrt{7}$ ou $-\frac{\sqrt{7}}{4}$.

g) $\sqrt{216}-\sqrt{\frac{3}{25}}-\sqrt{600}+\frac{2\sqrt{3}}{5}$ - Neste último caso, apenas deve-se seguir os procedimementos anteriores:

$$\sqrt{216}-\sqrt{\frac{3}{25}}-\sqrt{600}+\frac{2\sqrt{3}}{5}=\sqrt{6\bullet 6^2}-\sqrt{3\bullet\left(\frac{1}{5}\right)^2}-\sqrt{6\bullet 10^2}+\frac{2}{5}\sqrt{3}$$
$$=6\sqrt{6}-\frac{1}{5}\sqrt{3}-10\sqrt{6}+\frac{2}{5}\sqrt{3}$$
$$=(6-10)\sqrt{6}+\left(-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\right)\sqrt{3}$$
$$=-4\sqrt{6}+\frac{1}{5}\sqrt{3}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{5}-4\sqrt{6}$$

Caro aluno, você acabou de resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se não acertou em algum dos exercícios volte a reler esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

13 Cálculo de Radicais Quadráticos

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Efectuar adição algébrica.
- Usar a tábua de raizes quadradas na adição algébrica.

Material necessário de apoio

- Tabela de quadrados e raizes quadradas.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 13ª lição do módulo 3, de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento nas últimas lições, por sinal esta é a sua penúltima lição deste Módulo.

Fazemos votos que você redobre os esforços de modo a comprender com facilidade esta lição para poder passar para a última lição.

Nesta lição terá oportunidade de rever a extracção da raiz quadrada com ajuda das tabelas, uso de valores decimais no cálculo de somas e diferenças de raizes quadradas.

Vai ainda poder rever a leitura da tábua de quadrados e raizes quadradas, efectuar operações com potências, passar factores para dentro e fora do radical, adicionar e subtrair raizes quadradas.

Caro aluno, para começarmos esta lição começaremos por fazer uma breve revisão sobre a extracção da raiz quadrada de um número com ajuda da tabela de raizes quadradas, através de alguns exemplos e realização de uma actividade e exercícios vice-versa.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, como deve estar lembrado que, uma das formas de conhecer o valor de uma raiz quqadrada é consultando na tabela de raizes quadradas. E podemos usar estes valores no cálculo de somas e diferenças de raizes quadradas; aplicando em simultâneo o conhecimento de passagem de um factor de dentro para fora, assim como de dentro para fora do radical.

Assim procure acomponhar alguns exemplos e resolve as actividades que a seguir lhe sugerimos e mais tarde compare as suas soluções com a chave de correcção.

Caro aluno, na última página deste módulo encontrará tabelas de raizes quadradas ou uma tabela que poder consultar no CAA. Para melhor acompanhar a explicação dos exemplos e resolução das actividades e exercícios.

Caro aluno, preste atenção: Não se esqueças de rever as regras para consultar as raizes quadradas.

Exemplo 1

Como calcular $\sqrt{5}$?
Com auxílio da tabela observa-se que = 2,2361; Porque na tabela de raizes quadradas, na primeira coluna X, encontramos o número 5,0 e que já sabes que é o mesmo que 5. Procuramos a resposta na coluna zero (0) na linha 5. Logo encontramos a resposta de: 2,2361.

Exemplo 2

$\sqrt{33} = 5,745$; Para este caso usa-se o mesmo procedimento como no exemplo do exercício anterior. Primeiro localizar, o número 33 na primeira coluna; e na linha onde se encontra este número, na coluna (0), encontramos a nossa resposta de 5,745.

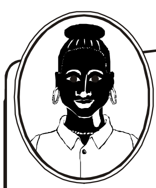
Exemplo 3

$\sqrt{342} = 18,493$; Neste caso, consideramos o número 342 como sendo 3,42; já que este número não aparece na tabela; assim procuramos na coluna X, o número 3,4 e na coluna 2; encontraremos a resposta.

Exemplo 4

Consideremos a $\sqrt{23,6}$; como encontrar o valor desta raiz na tabela?
Tal como, se fez no caso anterior; a diferença neste caso é que temos um radicando decimal. Sendo assim, temos que usar também as regras para extracção de uma raiz quadrada de um número decimal.

Caro aluno, é necessário recordar algumas regras:



1. Um radicando com um ou dois algarismos, tem como raiz um número com um algarismo na parte inteira.
2. Um radicando com três ou quatro algarismos, tem como raiz um número com dois algarismos na parte inteira.

Caro aluno, depois de ter acompanhado atentamente os exemplos apresentados, agora resolve sozinho os exercícios que seguem.

EXERCÍCIOS

1. Calcule as raizes quadradas com ajuda da tabela.

a) $\sqrt{7}$

b) $\sqrt{6}$

c) $\sqrt{8}$

d) $\sqrt{45}$

e) $\sqrt{313}$

f) $\sqrt{4,36}$

g) $\sqrt{6,23}$

h) $\sqrt{10}$

Caro aluno, agora compare os seus resultados com a chave de correcção. Caso não tenha conseguido resolver todos, volte a ver os exemplos anteriores e resolve novamente.

CHAVE DE CORRECÇÃO

a) $\sqrt{7}$ = 2,6458 - Para encontrarmos este resultado, primeiro consulta-se a coluna **x** onde se procura localizar o radicando 7, em seguida procuramos o número na coluna **0**; assim encontramos 2,6458.

Consulta-se na tabela: $\sqrt{x}\ \ 5{,}50-9{,}99$.

b) $\sqrt{6}$ = 2.4495- Neste caso, seguimos o mesmo procedimento que no caso anterior:
Primeiro consulta-se a coluna **x** onde se procura localizar o radicando 6, em seguida procuramos o número na coluna **0**; assim encontramos 2,4495.

Consulta-se na tabela: $\sqrt{x}\ \ 5{,}50-9{,}99$.

c) $\sqrt{8}$ = 2,8284 - Aqui também não existe nenhuma diferença na maneira de encontrar a raiz, seguimos o mesmo caminho que nos dois casos anteriores.

Consulta-se na tabela: $\sqrt{x}\ \ 5{,}50-9{,}99$.

d) $\sqrt{45}$ = 6,708 - Para este caso, usamos o mesmo procedimento que nos casos anteriores, a diferenção é que o radicando possui dois algarismos:
Assim, consulta-se primeiro a coluna **x**, onde se localiza o radicando 45, em seguida procuramos a resposta na coluna **0**; deste modo encontramos 6,708.

Consulta-se na tabela: $\sqrt{x}\ \ 10{,}0-54{,}9$.

e) $\sqrt{313}$ = 17,692 - Enquanto que neste caso, temos que considerar que o radicando possui três algarismos, não podemos encontrar este número na tabela:
Assim, consulta-se primeiro na coluna **x** onde se localiza o número 3,1; do radicando 313, em seguida procuramos a resposta na coluna **3,** que representa as unidades no radicando; no cruzamento das linhas (3,1) e coluna 3; encontramos o número 1,7692. Depois deslocamos a vírgula uma casa para a direita, obtendo resposta de 17,692.

Consulta-se na tabela: $\sqrt{x}\ \ 1{,}00-5{,}49$

f) $\sqrt{4,36}$ = 2,088 - Enquanto que neste caso, temos que considerar que o radicando com três algarismos, não podemos encontrar este número na tabela:
Assim, consulta-se primeiro na coluna **x** onde se localiza o número 4,3; do radicando 4,36, em seguida procuramos a resposta na coluna **6,** que representa as centésimas no radicando; no cruzamento das linhas (4,3) e coluna 6; encontramos o número 2,088. Atênção neste caso, não se desloca a vírgula, segundo a regra 1, vista no exercício anterior e).
Consulta-se na tabela: $\sqrt{x} \quad 1,00-5,49$.

g) $\sqrt{6,23}$ = 2,4960 - Para este exercício, segue-se o mesmo caminho como no exercício anterior. De modo a obter a resposta: 2,4960.
Consulta-se na tabela: $\sqrt{x} \quad 5,50-9,99$.

h) Para encontrar o valor de $\sqrt{10}$, na tabela. Consultamos na fila 10, coluna 0, e encontramos o valor 3,162.

Exemplo 5

Como calcular o valor da soma algébrica $\sqrt{32}-\sqrt{5}+\sqrt{8}$, usando a tabela de raizes quadradas.

Para isso usamos os procedimentos anteriormente aplicados.
Assim teremos, que calcular primeiro o valor de cada uma das raizes quadradas;
Assim temos:

$$\sqrt{32}=5,657$$

$$\sqrt{5}=2,2361$$

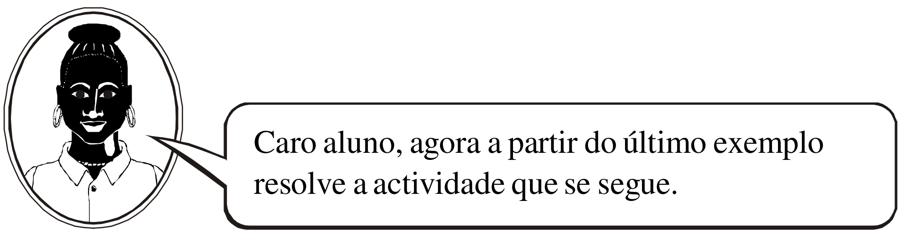
$$\sqrt{8}=2,8284$$

Em seguida subistituímos na expressão algébrica:

$$\sqrt{32}-\sqrt{5}+\sqrt{8} = 5,657 - 2,2361 + 2,8284 = 6,2493$$

Porque:

$$\begin{array}{r} 5,657 \\ -2,2361 \\ \hline 3,4209 \\ +2,8284 \\ \hline 6,2493 \end{array}$$



ACTIVIDADE

1. Com ajuda da tabela de raizes quadradas calcule o valor de cada expressão.

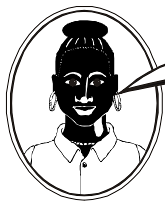
a) $\sqrt{15}-\sqrt{3}$

b) $\sqrt{35}-\sqrt{18}+\sqrt{5}$

c) $2\sqrt{7}+\sqrt{2}-3\sqrt{15}$

d) $\frac{\sqrt{7}}{4}+\sqrt{\frac{7}{4}}-\sqrt{7}$

e) $\sqrt{27}-\sqrt{243}+\sqrt{5}$



Depois de resolver a actividade acima, confere os seus resultados, com a chave de correcção. Caso não tenha acertado nenhum, volte a ler os exemplos anteriores e resolve de novo.

CHAVE DE CORRECÇÃO

a) $\sqrt{15} - \sqrt{3} = 3{,}873 - 1{,}7321$
$= 2{,}1409$

Aqui primeiro cálculos o valor de cada raiz quadrada, na tabela. E encontramos para $\sqrt{15} = 3{,}873$ e $\sqrt{3} = 1{,}7321$, pelos procedimentos da leitura de tabela, estudados anteriormente. Depois temos que calcular a diferênça:
$3{,}873 - 1{,}7321 = 2{,}1409$. Não se esqueça, de que a vírgula fica em baixo da vírgula e 3,873 é o mesmo que 3,8730.

b) $\sqrt{35} - \sqrt{18} + \sqrt{5} = 5{,}916 - 4{,}243 + 2{,}2361$
$= 1{,}673 + 2{,}2361$
$= 3{,}9091$

O mesmo procedimento seguimos para este exercício, determinar o valor de cada raiz quadrada através da tabela de raizes quadradas. Assim teremos:
$\sqrt{35} = 5{,}916$, $\sqrt{18} = 4{,}243$ e $\sqrt{5} = 2{,}2361$. Daqui fizemos a soma algébrica; seguindo os passos a acima, teremos o resultado: 3,9091.

c) $2\sqrt{7}+\sqrt{2}-3\sqrt{15}=$

$$2\cdot2{,}6458 + 1{,}4142 - 3\cdot3{,}873 =$$
$$5{,}2916 + 1{,}4142 - 11{,}619 =$$
$$6{,}7058 - 11{,}619 =$$
$$-\ 4{,}9132$$

Do mesmo modo que nos exercícios anteriores, calculamos o valor de cada raiz quadrada, a diferença, neste caso é que alguns radicais tem coeficientes $2\sqrt{7}e3\sqrt{15}$, assim devemos multiplicar depois a raiz com o coeficiente. As raizes serão: $\sqrt{7}=2,6458$, $\sqrt{2}=1,4142$ e $\sqrt{15}=3,873$. Em seguida, substituímos os valores de cada raiz quadrada, expressão com coeficientes, obtendo como no primeiro passo, no cálculo á esquerda. Finalmente faz-se a adição algébrica, para depois encontrar o resultado: - 4,9132.

TOME NOTA...

É necessário recordar as regras de adição algébrica, estudados no conjunto dos números inteiros regra dos sinais na 8ª classe.

d) $\dfrac{\sqrt{7}}{4}+\sqrt{\dfrac{7}{4}}-\sqrt{7}=$

$$\frac{1}{4}\sqrt{7}+\frac{1}{2}\sqrt{7}-\sqrt{7}=$$

Para este exercício antes de calcular o valor de cada raiz quadrada é necessário, escrever alguns valores como coeficientes.

$\dfrac{\sqrt{7}}{4}=\dfrac{1}{4}\sqrt{7}$, e $\dfrac{1}{4}$ é factor de $\sqrt{7}$ e $\sqrt{\dfrac{7}{4}}$ decompomos de modo a tirar um factor fora do radical, assim fica:

$\sqrt{\dfrac{7}{4}}=\sqrt{7\bullet\dfrac{1}{4}}=\sqrt{7\bullet\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{7}$. Daqui podemos calcular a partir da tabela a , visto que todos radicais são semelhantes.

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-1\right)\sqrt{7}=$$

$$\left(\underset{(1)}{\frac{1}{4}}+\underset{(2)}{\frac{1}{2}}-\underset{(4)}{\frac{1}{1}}\right)\sqrt{7}=$$

$$\left(\frac{1+2-4}{4}\right)\sqrt{7}=$$

$$\left(\frac{3-4}{4}\right)\sqrt{7}=$$

$$-\frac{1}{4}\sqrt{7}=$$

$$-\frac{1}{4}\bullet 2,6458=$$

$$-\frac{2,6458}{4}=$$

$$-0,6615$$

Basta este valor e aplicando as regras já estudadas na adição e subtracção de raizes quadradas. Pôr em evidência os factores comuns, depois fazer a adição algébrica e calcular m.m.c, porque existem fracções.
Na tabela encontramos o valor da $\sqrt{7}$ que é 2,6458 depois multiplica-se por -1 (-1 · 2,6458) e divide-se por 4. Ficando: -0,6625.

Nota: Só se adicionam ou subtraem-se radicais, quando forem semelhantes.

e) $\sqrt{27}-\sqrt{243}+\sqrt{5}=$

$$3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\sqrt{5}=$$

$$(3-2)\sqrt{3}+\sqrt{5}=$$

$$\sqrt{3}+\sqrt{5}=$$

1,7321+ 2,2361=

3,9682

Neste caso, existem duas possibilidades:
Uma decompor $\sqrt{27}$ e $\sqrt{243}$ de modo a obtermos radicais semelhantes, retirando fora os factores possíveis.
$\sqrt{27}=\sqrt{3^3}=3\sqrt{3}$ e $\sqrt{243}=\sqrt{3^5}=2\sqrt{3}$.
Agora temos dois radicais semelhantes e podemos agrupar, ponde em evidência os factores comuns.

$$3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\sqrt{5}=$$

$$(3-2)\sqrt{3}+\sqrt{5}=$$

$$\sqrt{3}+\sqrt{5}$$

Nota: O coeficiente (1) não se escreve
Daqui procuramos o valor de cada raiz quadrada na tabela. $\sqrt{3}=1,7321$ e $\sqrt{5}=2,2361$; calculamos a soma.

1,7321 + 2,2361 = 3,9682

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as proposições verdadeiras, em relação à adição algébrica . E justifique a sua escolha.

a) $\sqrt{5}-4\sqrt{5}+3\sqrt{5}=0$

b) $\sqrt{5}-4\sqrt{5}+3\sqrt{5}=2,236$

c) $\sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}=10,392$

d) $\sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}=1,732$

e) $-\sqrt{27}+\sqrt{3}+\sqrt{75}=1,732$

f) $-\sqrt{27}+\sqrt{3}+\sqrt{75}=5,196$

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação á adição algébrica e a presentação decimal.

a) $\sqrt{32}-4\sqrt{8}+5\sqrt{18}-9\sqrt{2}=2,8284$

b) $\sqrt{32}-4\sqrt{8}+5\sqrt{18}-9\sqrt{2}=1,4142$

c) $3\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2,5$

d) $3\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3,5355$

e) $2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+6\sqrt{3}=5,1963$

f) $2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+6\sqrt{3}=0,9999$

3. Determine o valor de cada uma das expressões com ajuda da tabela de raizes quadradas.

a) $-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}$

b) $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}$

c) $\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{5}$

d) $\sqrt{75}-\sqrt{27}$

Depois de ter resolvido todos execícios, confere as suas respostas com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) ✓.

Porque: $\sqrt{5}-4\sqrt{5}+3\sqrt{5}$ **= 0** $(1-4+3)\sqrt{5}$

$$= (-3+3)\sqrt{5}$$
$$= 0 \bullet 2,236$$
$$= 0$$

c)

Porque: $\sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}$ **=** $10{,}392 = \sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}$

$$= \sqrt{3}+5\bullet 4\sqrt{3}-5\bullet 3\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}+20\sqrt{3}-15\sqrt{3}$$

$$= (1+20-15)\sqrt{3}$$

$$= 6\sqrt{3}$$

$$\approx 6\bullet 1{,}732$$

$$\approx 10{,}392$$

f).

Porque: $-\sqrt{27}+\sqrt{3}+\sqrt{75} = 5{,}196 = -3\sqrt{3}+\sqrt{3}+5\sqrt{3}$

$$= (-3+1+5)\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3}$$

$$\approx 5{,}196$$

2. **a)** V, **b)** F, **c)** F, **d)** V, **e)** V, **f)** F

3. **a)** $-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ **=** $(2-3)\sqrt{3}$

= $-\sqrt{3}$

= $-1\bullet 1{,}7321$

= $-1{,}7321$

b) $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}$ **=** $(3+5)\sqrt{2}$

= $8\sqrt{2}$

= $8\bullet 1{,}4142$

= $11{,}3136$

c) $\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{5} = (1+5-2)\sqrt{5}$

$= 4\sqrt{5}$

$= 4 \bullet 2,2361$

$= 8,9444$

d) $\sqrt{75}-\sqrt{27} = \sqrt{3 \bullet 5^2} - \sqrt{3^3}$

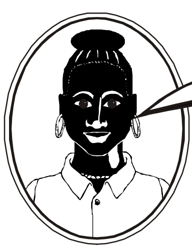
$= 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

$= (5-3)\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$

$= 2 \bullet 1,7321$

$= 3,4642$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não acertou em algum dos exercícios volte a reler esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

14 Simplificação de Radicais

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Simplificar radicais.
- Efectuar a adição e subtracção de raízes quadradas e simplificar o resultado.

Material necessário de apoio

- Lições de 9 a 13 do presente Módulo.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a 14ª lição do Módulo 3 do seu estudo da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento em todos anteriores lições e como pode notar esta é a última lição deste módulo.

Caro aluno, para começarmos esta lição começaremos por fazer uma breve revisão sobre quadrado de um número através de alguns exemplos e realização de algumas actividades.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, lembre-se que: Radicais semelhantes são aqueles que apenas se diferem nos coeficientes.

Exemplo 1

Como passar os factores de fora para dentro do radical?

a) $2\sqrt{3}$

b) $3\sqrt[3]{2}$

c) $\dfrac{\sqrt{40}}{2}$

Para isso devemos recordar as regras de passagem de um factor de fora para dentro do radical, assim como de dentro para fora do radical. Que se define da seguinte maneira:

$a \in \mathbb{R}_0^+$, $b \in \mathbb{R}_0^+$ e $n \in \mathbb{N}$; logo: $\sqrt[n]{a^n \bullet b} = a \bullet \sqrt[n]{b}$

Caro aluno, siga atentamente a explicação e os exemplos. E depois resolve os exercícios.

Assim temos:

a) $2\sqrt{3} = \sqrt{3 \bullet 2^2} = \sqrt{3 \bullet 4} = \sqrt{12}$; Passamos o coeficiente para dentro do radical, elevando o expoente do índice do radical, e depois multiplica-se com o radicando. Ficando finalmente $\sqrt{12}$.

b) $3\sqrt[3]{2}$; Para este caso segue-se o mesmo procedimento que no anterior, onde-se deve passar o coeficiente do radicando para dentro do radical. Para isso o coeficiente passa para dentro do radical elevando o expoente do índice do radical; $3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2 \bullet 2^3} = \sqrt[3]{2 \bullet 8} = \sqrt[3]{16}$

c) $\dfrac{\sqrt{40}}{2}$; Neste caso é necessário transformar o numerador radical em factor e coeficiente $\dfrac{1}{2}$; assim temos:

$\dfrac{\sqrt{40}}{2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{40} = \dfrac{1}{2}\sqrt{40} = \sqrt{40 \bullet \left(\dfrac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{40 \bullet \dfrac{1}{4}} = \sqrt{\dfrac{40}{4}} = \sqrt{10}$. A expressão mais simplificada a que chegamos é $\sqrt{10}$.

Caro aluno agora, resolve os exercícios, que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Passe para dentro do radical os factores do radical.

a) $10^2\sqrt{7}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

c) $\frac{\sqrt{7}}{3}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $10^2\sqrt{7} = \sqrt{7 \cdot 10^4}$

$= \sqrt{7 \cdot 10000}$

$= \sqrt{70000}$

Para passar o factor fora do radical para dentro do radical, é necessário multiplicar o expoente do factor coeficiente com o índice do radical; assim tem-se $\sqrt{7 \cdot 10^{2 \cdot 2}} = \sqrt{7 \cdot 10^4}$, daqui transforma-se a potência 10^4 em 10000 e multiplica-se por 7. Obtendo-se $\sqrt{70000}$.

b) $\frac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1 \cdot 2}}$

$= \sqrt{2 \cdot \frac{1}{4}}$

$= \sqrt{\frac{2}{4}}$

$= \sqrt{\frac{1}{2}}$

Usa-se o mesmo procedimento que no exercício anterior; é necessário multiplicar o expoente do factor coeficiente com o índice do radical; assim tem-se $\left(\frac{1}{2}\right)^{1\cdot 2}$, transforma-se em $\frac{1}{4}$ depois multiplica-se por 2, $\sqrt{\frac{2}{4}}=\sqrt{\frac{1}{2}}$. Obtendo-se $\sqrt{\frac{1}{2}}$. É importante que na fracção $\frac{2}{4}$, simplifiquemos $\frac{\cancel{2}}{\cancel{4}}=\frac{1}{2}$.

c) $\frac{\sqrt{7}}{3}=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{7}$

$$=\sqrt{7\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2}$$

$$=\sqrt{7\cdot\frac{1}{9}}$$

$$=\sqrt{\frac{7}{9}}$$

Aqui também são aplicáveis os caminhos seguidos nas duas alínes anteriores **a)** e **b)**; com ligeira diferença, porque tem que se transformar a fracção $\frac{\sqrt{7}}{3}$ em $\frac{1}{3}\bullet\sqrt{7}$ de modo a ficar claro que $\frac{1}{3}$ é coeficiente de $\sqrt{7}$. Depois multiplicar o expoente do factor coeficiente com o índice do radical; assim tem-se $\left(\frac{1}{3}\right)^{1\cdot 2}$, e o valor da poência é $\frac{1}{9}$, depois multiplica-se por 7, ficando $\sqrt{7\cdot\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{7}{9}}$. A fracção $\frac{7}{9}$ é irredutível, daí que não se pode simplificar.

Exemplo 2

Como passar os factores de dentro para fora do radical?

a) $\sqrt{75}$

b) $\sqrt{40}$

c) $\sqrt{1080}$

d) $\sqrt[3]{108}$

e) $\sqrt{\frac{3}{8}}$

f) $\sqrt[3]{\frac{16}{27}}$

Tal como se fez no exemplo anterior, aqui também segue-se, o mesmo procedimento.

a) $\sqrt{75}$. Para este caso deve-se decompor o radicando 75, em $3 \cdot 5^2$, de modo a retirar fora o factor possível. Assim temos:

$\sqrt{75} = \sqrt{3 \bullet 5^2} = 5\sqrt{3}$; donde retirou-se o 5, ficando $5\sqrt{3}$.

b) $\sqrt{40}$. Neste caso deve-se decompor o 40 em factores possíveis de passar para fora, assim, 40 = 4 x 10; e $4 = 2^2$ e pode-se tirar o 2 fora do radical.

Calculando fica: $\sqrt{40} = \sqrt{10 \bullet 4} = \sqrt{10 \bullet 2^2} = 2\sqrt{10}$.

c) $\sqrt{1080}$. Aqui também é necessário decompor o 1080, este número por ser grande, assim a decomposição em factores primos.

Um dos procedimentos para a decomposição em factores primos é:

1080	2						
08	540	2					
00	14	270	2				
	00	07	135	3			
		10	15	45	3		
			0	15	15	3	
				0	0	5	5
						0	1

Ou

1080	2
540	2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

$1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$ O mesmo que: $1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$

Assim temos:

$\sqrt{1080} = \sqrt{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5} = 2 \cdot 3\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5} = 6\sqrt{30}$ a resposta é $\sqrt{1080} = 6\sqrt{30}$.

d) $\sqrt[3]{108}$. Enquanto que para este exercício, deve-se decompor o 108, em factores primos de modo que um deles seja uma potência de expoente 3, isto é, deve ser igual ao indíce do radical. Desta maneira, deve-se decompor o 108 em factores primos, tal como no exercício anterior.

							Ou		
108	2							108	2
08	54	2						54	2
0	14	27	3					27	2
	0	0	9	3				9	3
			0	3	3			3	3
				0	1			1	

O mesmo que: $108=2^2 \bullet 3^3$

Assim: $\sqrt[3]{108}=\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^3}=3\sqrt[3]{4}$

e) $\sqrt{\frac{3}{8}}$. De igual modo, decompomos $\frac{3}{8}$, em $3 \cdot \frac{1}{8}$; daqui escreve-se 8 na forma de potência 2^3.

$$\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{3 \bullet \frac{1}{8}}=\sqrt{3 \bullet \frac{1}{2^3}}=\sqrt{3 \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^3}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}.$$

f) $\sqrt[3]{\frac{16}{27}}$. Segue-se o mesmo procedimento para este exercício; onde deve-se decompor o numerador e denominador da fracção $\frac{16}{27}=\frac{4^2}{3^3}$.

Assim fica:

$$\sqrt[3]{\frac{16}{27}}=\sqrt[3]{\frac{2^4}{3^3}}=\sqrt[3]{\frac{2 \bullet 2^3}{3^3}}=\sqrt[3]{2 \bullet \frac{2^3}{3^3}}=\sqrt[3]{2 \bullet \left(\frac{2}{3}\right)^3}=\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}.$$

Caro aluno, resolve novamente os exercícios, propostos nos exemplos anteriores só assim é que pode depois resolver os que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Passe para fora do radical os factores possíveis.

a) $\sqrt{28}$

b) $\sqrt{128}$

c) $\sqrt{\frac{250}{49}}$

d) $\sqrt{\frac{4}{27}}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $\sqrt{28} = \sqrt{7 \cdot 2^2} = 2\sqrt{7}$ - Primeiro decompõem-se o 28, em factor possível, de passar para fora do radical, isto é, de modo que um deste seja uma potência de expoente 2; assim fica $28 = 7 \cdot 2^2$; e a resposta fica: $2\sqrt{7}$.

b) $\sqrt{128} = \sqrt{2^7} = 2^3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ - Usa-se o mesmo procedimento que no caso anterior. Aqui pode-se decompor o 128 em factores primos, para facilitar a decisão do factor a tirar fora do radical. Onde se conclui que $128 = 2^7$. Sendo assim a resposta fica: $8\sqrt{2}$.

c) $\sqrt{\dfrac{250}{49}} = \sqrt{\dfrac{5^2 \bullet 10}{7^2}} = \sqrt{10 \bullet \left(\dfrac{5}{7}\right)^2} = \dfrac{5}{7}\sqrt{10}$ - O mesmo caminho, para este exercício, a diferença é que neste deve-se decompor o numerador e denominador; $\dfrac{250}{49}$, de modo a encontrar factores possíveis de passar para fora do radical.

$\sqrt{\dfrac{5^2 \bullet 10}{7^2}} = \sqrt{10 \bullet \left(\dfrac{5}{7}\right)^2}$ Deste modo o factor a sair é $\dfrac{5}{7}$ e $\sqrt{10}.$

d) $\sqrt{\dfrac{4}{27}} = \sqrt{\dfrac{2^2}{3^3}} = \sqrt{\dfrac{1}{3} \bullet \dfrac{2^2}{3^2}} = \sqrt{\dfrac{1}{3} \bullet \left(\dfrac{2}{3}\right)^2} = \dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{1}{3}}$ - Neste exercício, é necessário decompor o numerador e o denominador da fracção $\dfrac{4}{24}$ em factores possíveis de passar para fora do radical $\dfrac{2^2}{3^3}$; em seguida decompõem-se esta fracção em duas $\dfrac{1}{3} \bullet \dfrac{2^2}{3^2}$, passa-se o factor $\dfrac{2}{3}$, para fora do radical. Ficando: $\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{1}{3}}$.

Muito bem! Bravo! Conseguiu resolver todos os exercícios. Não se esqueça de seguir os passos dos exemplos anteriores.

Definição

Simplificar: Significa tornar simples; isto é, tornar menos complicado. Assim para uma expressão com raiz ou raizes quadradas, é transformar o radical ou radicais complexos em mais simples.

Exemplo 3

Como simplificar os radicais a) $\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{32}$ e b) $3\sqrt{3}+\sqrt{27}-\sqrt{108}$?

Para simplificar esta expressão: a) $\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{32}$; é necessário tornar os radicais em semelhantes. Assim sendo é necessário decompor os radicais $\sqrt{8}$ e $\sqrt{32}$ e passar para fora dos radicais os factores possíveis.

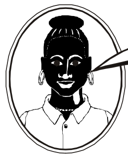
$\sqrt{8}=\sqrt{2\cdot 2^2}=2\sqrt{2}$ e $\sqrt{32}=\sqrt{2^5}=2^2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$. Daqui se pode pôr em evidência os factores comuns:

$$\begin{aligned}\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{32}&=\sqrt{2}+2\sqrt{2}-4\sqrt{2}\\&=(1+2-4)\sqrt{2}\\&=-\sqrt{2}\end{aligned}$$

O mesmo procedimento se segue para o exercício b) $3\sqrt{3}+\sqrt{27}-\sqrt{108}$; onde se faz a decomposição dos radicais $\sqrt{27}$ e $\sqrt{108}$ e passar para fora do radical os factores possíveis. $\sqrt{27}=\sqrt{3^3}=3\sqrt{3}$ e $\sqrt{108}=\sqrt{3\cdot 6^2}=6\sqrt{3}$.

Simplificando, colocamos primeiro em evidência os factores comuns, fica:

$$\begin{aligned}3\sqrt{3}+\sqrt{27}-\sqrt{108}&=3\sqrt{3}+3\sqrt{3}-6\sqrt{3}\\&=(3+3-6)\sqrt{3}\\&=0\sqrt{3}\\&=0\end{aligned}$$



Agora, resolve mais exercícios. Não se esqueça de seguir os passos como nos exemplos anteriores.

EXERCÍCIOS

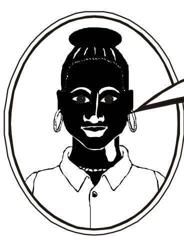
1. Simplifique o mais possível as expressões que seguem.

a) $\sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}$

b) $\sqrt{32}-4\sqrt{8}+5\sqrt{18}-9\sqrt{2}$

c) $\frac{\sqrt{7}}{4}+\sqrt{\frac{7}{4}}-\sqrt{7}$

d) $\frac{2\sqrt{3}}{5}-\sqrt{600}+\sqrt{216}-\sqrt{\frac{3}{25}}$



Caro aluno, agora compare os seus resultados, com a chave de correcção que se segue. Caso não tenha consiguido acertar mais da metade dos exercícios, volte a ver os exemplos anteriores e resolve novamente.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\sqrt{3}+5\sqrt{48}-5\sqrt{27}=\sqrt{3}+5\sqrt{3\bullet16}-5\sqrt{3^3}$

$$=\sqrt{3}+5\sqrt{3\bullet4^2}-5\bullet3\sqrt{3}$$
$$=\sqrt{3}+5\bullet4\sqrt{3}-15\sqrt{3}$$
$$=\sqrt{3}+20\sqrt{3}-15\sqrt{3}$$
$$=(1+20-15)\sqrt{3}$$
$$=(1+5)\sqrt{3}$$
$$=6\sqrt{3}$$

Simplificar radicais é procurar, escrevê-los em menor número possível. Para isso, é necessário procurar ter radicais semelhantes, devendo-se usar as regras de passagem de factores para dentro ou fora do radical os coefientes possíveis.
Assim neste caso o radical $\sqrt{3}$ não se deve transformar, deve-se procurar, transformar os outros ($\sqrt{48}$ e $\sqrt{27}$) de modo que sejam semelhantes a este $\sqrt{3}$. Para isso é necessário decompor os radicandos 48 e 27, de maneira a encontrar factores possíveis de passar para fora do radical. $\sqrt{3}+5\sqrt{3\bullet4^2}-5\sqrt{3^3}$; daque retira-se os factores com expoente igual ou superior ao índice da raiz. $\sqrt{3}+4\cdot5\sqrt{3}-5\bullet3\sqrt{3}$, não se deve esquecer que o factor que sai passa a multiplicar com o factor que já se encontra como factor; $\sqrt{3}+20\sqrt{3}-15\sqrt{3}$, depois põe-se em evidência os factores comuns $(1+20-15)\sqrt{3}$, em seguida faz-se a adição algébrica dos coeficientes e obtém-se o radical simplificado $6\sqrt{3}$.

b) $\sqrt{32}-4\sqrt{8}+5\sqrt{18}-9\sqrt{2}=$

$\sqrt{2^5}-4\sqrt{2^3}+5\sqrt{2\bullet 3^2}-9\sqrt{2}=$

$2^2\sqrt{2}-4\bullet 2\sqrt{2}+5\bullet 3\sqrt{2}-9\sqrt{2}=$

$4\sqrt{2}-8\sqrt{2}+15\sqrt{2}-9\sqrt{2}=$

$(4-8+15-9)\sqrt{2}=$

$(-4+6)\sqrt{2}=$

$2\sqrt{2}$

Neste exercício, segue-se o mesmo procedimento que no exercício anterior; O primeiro pensamento é procurar obter radicais semelhantes. Assim neste caso o radical $\sqrt{2}$ não se deve transformar, deve-se procurar, transformar os outros ($\sqrt{32}$, $\sqrt{8}$ e $\sqrt{18}$) de modo que sejam semelhantes a este . Para isso é necessário decompor os radicandos 32, 8 e 18, de maneira a encontrar factores possíveis de passar para fora do radical.

$\sqrt{2^5}-4\sqrt{2^3}+5\sqrt{2\bullet 3^2}-9\sqrt{2}$; daque retira-se os factores com expoente igual ou superior ao índice da raiz. $2^2\sqrt{2}-4\bullet 2\sqrt{2}+5\bullet 3\sqrt{2}-9\sqrt{2}$, não se deve esquecer que o factor que sai, passa a multiplicar com o factor que já se encontra como factor;

$4\sqrt{2}-8\sqrt{2}+15\sqrt{2}-9\sqrt{2}$, depois põem -
-se em evidência os factores comuns $(4-8+15-9)\sqrt{2}$, em seguida faz-se a adição algébrica dos coeficientes e obtém-se o radical simplificado $2\sqrt{2}$.

c)

$$\frac{\sqrt{7}}{4}+\sqrt{\frac{7}{4}}-\sqrt{7}=$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{7}+\sqrt{7\cdot\frac{1}{4}}-\sqrt{7}=$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{7}+\sqrt{7\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}}-\sqrt{7}=$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{7}+\frac{1}{2}\sqrt{7}-\sqrt{7}=$$

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-1\right)\sqrt{7}=$$

$$\left(\underset{(1)}{\frac{1}{4}}+\underset{(2)}{\frac{1}{2}}-\underset{(4)}{\frac{1}{1}}\right)\sqrt{7}=$$

$$\left(\frac{1+2-4}{4}\right)\sqrt{7}=$$

$$-\frac{1}{4}\sqrt{7}$$

Aqui também procuramos obter radicais semelhantes, passando para fora do radical os coeficientes possíveis. Neste caso está claro que procurar obter o radicando 7.

Assim para $\frac{\sqrt{7}}{4}$ temos que reescrever na forma de produto $\frac{\sqrt{7}}{4}=\frac{1}{4}\sqrt{7}$ e para $\sqrt{\frac{7}{4}}$, temos que decompor de modo a retirar o factor possível

$\sqrt{\frac{7}{4}}=\sqrt{7\cdot\frac{1}{4}}=\sqrt{7\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{7}$; assim já temos todos radicais semelhantes

$\frac{1}{4}\sqrt{7}+\frac{1}{2}\sqrt{7}-\sqrt{7}$ e colocamos em evidência os factores comuns, depois efectuar a adição algébrica.

$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-1\right)\sqrt{7}$ É necessário ter atênção, que temos adição de fracções, assim temos que calcular o m.m.c. e somamos os numeradores.

$$\left(\underset{(1)}{\frac{1}{4}}+\underset{(2)}{\frac{1}{2}}-\underset{(4)}{\frac{1}{1}}\right)\sqrt{7}=$$

$$\left(\frac{1+2-4}{4}\right)\sqrt{7}=$$

$$-\frac{1}{4}\sqrt{7}$$

Finalmente obtemos a resposta:

$$-\frac{1}{4}\sqrt{7}.$$

d) $\frac{2\sqrt{3}}{5}-\sqrt{600}+\sqrt{216}-\sqrt{\frac{3}{25}}=$

$\frac{2}{5}\sqrt{3}-\sqrt{6\bullet 100}+\sqrt{6^3}-\sqrt{3\bullet\frac{1}{25}}=$

$\frac{2}{5}\sqrt{3}-\sqrt{6\bullet 10^2}+6\sqrt{6}-\sqrt{3\bullet\left(\frac{1}{5}\right)^2}=$

$\frac{2}{5}\sqrt{3}-10\sqrt{6}+6\sqrt{6}-\frac{1}{5}\sqrt{3}=$

$\frac{2}{5}\sqrt{3}-\frac{1}{5}\sqrt{3}-10\sqrt{6}+6\sqrt{6}=$

$\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\right)\sqrt{3}+(-10+6)\sqrt{6}=$

$\frac{1}{5}\sqrt{3}-4\sqrt{6}=$

$\frac{\sqrt{3}}{5}-4\sqrt{6}$

Para este exercício, tal como nos anteriores procuramos primeiro obter radicais semelhantes. E desta vez devemos aplicar a estratégia de passar para fora do radical os coefientes possíveis.

Para o radical $\frac{2\sqrt{3}}{5}$, deve-se escrever sob forma de produto $\frac{2}{5}\bullet\sqrt{3}$, para mostrar claramente o coefiente. Enquanto que para as raizes $\sqrt{600}, \sqrt{216}$ e $\sqrt{\frac{3}{25}}$, devemos decompor os radicandos de modo a obter factores possíveis de passar para fora do radical.Assim: Para:

- $\sqrt{600}=\sqrt{6\bullet 100}=\sqrt{6\bullet 10^2}$ e

$\sqrt{216}=\sqrt{6^3}$ por fim

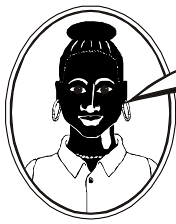
$\sqrt{\frac{3}{25}}=\sqrt{3\bullet\frac{1}{25}}=\sqrt{3\bullet\left(\frac{1}{5}\right)^2}$ Passando alguns factores como coefientes, temos: $\frac{2}{5}\sqrt{3}-10\sqrt{6}+6\sqrt{6}-\frac{1}{5}\sqrt{3}$.

Depois, temos que agrupar os radicais semelhantes:

$\frac{2}{5}\sqrt{3}-\frac{1}{5}\sqrt{3}-10\sqrt{6}+6\sqrt{6}$. Fazer a adição algébrica por grupo,

$\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\right)\sqrt{3}+(-10+6)\sqrt{6}$. Para chegar a solução:

$\frac{1}{5}\sqrt{3}-4\sqrt{6}=\frac{\sqrt{3}}{5}-4\sqrt{6}$.



Muito bem! Bravo! Conseguiu resolver todos os exercícios.
Se não acertou em algum dos exercícios volte a reeler esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A sua vida é importante... **proteja-se da SIDA...** use um preservativo novo cada vez que tiver relações sexuais.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

1 Números Quadrados

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Determinar quadrados perfeitos.
- Determinar quadrados de base 10;100;1000;10000; ...
- Determinar os quadrados de base decimal.

Material necessário de apoio

- Módulo 3 da 8ª classe.
- Módulo 2 da 9ª classe.
- Tabelas de raizes e quadrados perfeitos.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo do Módulo 3 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento nos Módulos 1 e 2.

Como pode notar este é o seu terceiro Módulo de estudo da Matemática da 9ª classe. Fazemos votos que você redobre os esforços para o mais breve possível terminar o seu estudo.

Nesta lição terá oportunidade de rever a determinação de quadrados perfeitos de números naturais, inteiros, decimais e fraccionários.
Com efeito recomendamos que faça uma revisão do Módulos 3 da 8ª Classe, sobre quadrados e raizes quadrados.

Caro aluno, começaremos esta lição através duma breve revisão sobre o quadrado de um número.

Preste atênção aos exemplos e realize a actividade que se segue.

FAZENDO REVISÕES...

No módulo 2 da 9ª classe assim como no módulo 3 da 8ª classe, definiu-se o conceito de potência de expoente natural, como sendo uma multiplicação sucessiva de factores iguais.

Se a potência tem o expoente dois (2), então a base da potência apenas se repete duas vezes como se mostra a segur:

a) $2^2 = 2 \bullet 2 = 4$ - Dois ao quadrado é igual a dois vezes dois, e dá quatro.

b) $3^2 = 3 \bullet 3 = 9$ - Três ao quadrado é igual a três vezes três, e dá nove.

c) $5^2 = 5 \bullet 5 = 25$ - Cinco ao quadrado é igual a cinco vezes cinco, e dá vinte cinco.

Quadrado de um número é uma potência de expoente dois.

$a^2 = a \bullet a, \forall a \in \mathbb{R}$ Lê-se ***a*** ao quadrado é igual ***a*** vezes ***a***, para qualquer ***a*** pertencente ao conjunto dos números reais.

Assim podemos ver e memorizarmos os quadrados de um a vinte.

$1^2=1$; $2^2=4$; $3^2=16$; $5^2=25$; $6^2=36$; $7^2=49$; $8^2=64$; $9^2=81$; $10^2=100$
$11^2=121$; $12^2=144$; $13^2=169$; $14^2=196$; $15^2=225$; $16^2=256$; $17^2=289$;
$18^2=234$; $19^2=361$; $20^2=400$

Exemplo 1

a) $(-2)^2 = (-2) \bullet (-2) = 4$

b) $(+3)^2 = (+3) \bullet (+3) = 9$

O quadrado de um número positivo é um número positivo.

c) $0^2 = 0 \bullet 0 = 0$

O quadrado de zero é igual a zero, pois $0 \bullet 0 = 0$

Assim se conclui que:

O quadrado de um número negativo é um número positivo, pois o produto de dois números negativos é igual a um número positivo.

TOME NOTA...

O quadrado de um número real é um número real não negativo.
Isto é, quando a base for negativa, positiva ou nula; o resultado é sempre positivo, com excepção do zero que não é positivo e nem é negativo.

$\forall a \in \mathbb{R}; a^2 \geq 0$ - Que se lê: Qualquer ***a*** pertencente ao conjunto dos números reais, tem o qudrado não negativo.

Exemplo 2

Agora examine cuidadosamente os quadrados perfeitos que se seguem:

$10^2 = 100$ - A base tem um zero, e o seu quadrado tem dois zeros.

$100^2 = 10.000$ - A base tem dois zeros, e o seu quadrado tem quatro zeros.

$1000^2 = 1.000.000$ - A base tem três zeros, e o seu quadrado tem seis zeros.

$10.000^2 = 100.000.000$ - A base tem quatro zeros, e o seu quadrado tem oito zeros.

Conclusão:

Numa potência cuja base tem os últimos algarismos zeros, o resultado terá o dobro dos zeros da base.

Exemplo 3

Continue examinando o caso das potências cujas bases são números decimais.

$(0{,}1)^2 = 0{,}01$ - A base tem uma casa decimal, o seu quadrado tem duas casas decimais.

$(0{,}01)^2 = 0{,}0001$ - A base tem duas casas decimais, o seu quadrado tem quatro casas decimais.

$(0{,}001)^2 = 0{,}000001$ - A base tem três casas decimais, o seu quadrado tem seis casas decimais.

$(0{,}0001)^2 = 0{,}00000001$ - A base tem quatro casas decimais, o seu quadrado tem oito casas decimais.

$(0{,}00001)^2 = 0{,}0000000001$ - A base tem cinco casas decimaais, o seu quadrado tem dez casas decimais.

Exemplo 4

Um outro caso de potências com a base decimal.

$$\left.\begin{array}{l}(1{,}1)^2 = 1{,}21\\(1{,}7)^2 = 2{,}89\\(4{,}3)^2 = 18{,}49\end{array}\right\}$$ - A base tem uma casa decimal, o seu quadrado tem duas casas decimais

$\left.(6{,}02)^2 = 36{,}2404\right\}$ - A base tem duas casas decimais, o seu quadrado tem quatro casas decimais.

$\left.(1{,}209)^2 = 1{,}431681\right\}$ - A base tem três casas decimais, o seu quadrado tem seis casas decimais.

TOME NOTA...

$$\left.\begin{aligned}(1,7)^2 &= 2,89\\ (6,02)^2 &= 36,2404\\ (1,209)^2 &= 1,431681\end{aligned}\right\}$$

O quadrado de um número decimal tem o dobro do número das casas decimais da base.

Agora, resolve a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Indique os quadrados perfeitos, nos números que se seguem. E justifique a sua escolha.

1	2	3	4	7	16	24	36	49
62	64	100						

2. Determine os quadrados perfeitos dos números que se seguem. Mostre os cálculos.

a) 0,1

b) 2,3

c) 5

d) 6,1

e) 23

f) 102

g) 8

h) 11

i) 3,4

j) 7,3

l) 7,9

m) 12,01

3. Assinale com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. Em relação aos quadrados dos números que se seguem.

a) $(4,1)^2 = 16,81$` ☑

b) $(4,1)^2 = 16,18$ ☐

c) $0,1 = 0,001$ ☐

d) $0,1 = 0,01$ ☐

d) $100^2 = 10.000$ ☐

e) $100^2 = 1.000$ ☐

f) $(-12)^2 = -144$ ☐

g) $(-12)^2 = 144$ ☐

4. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras, em relação aos quadrados perfeitos.

a) O quadrado de um número _______, tem sempre o _______ das _______ da base.

b) Um número decimal com ____ casas _______, o seu _______ terá seis casas decimais.

c) Numa potência cuja base tem os últimos algarismos ______, o seu quadrado terá o ______ dos zeros da _____.

d) O _______ de um número _______ é sempre um número ________

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. Os quadrados perfeitos são: 1, 4, 16, 36, 49, 49 e 64.

Porque:

$1^2 = 1 \bullet 1 = 1$

$2^2 = 2 \bullet 2 = 4$

$4^2 = 4 \bullet 4 = 16$

$7^2 = 7 \bullet 7 = 49$

$8^2 = 8 \bullet 8 = 64$

2.

a) $(0,1)^2 = 0,1 \bullet 0,1 = 0,01$. Porque: $0,1 \cdot 0,1 = (0,1)^2 = 0,01$

b) $(2,3)^2 = 2,3 \bullet 2,3 = 5,29$. Porque: $2,3 \cdot 2,3 = (2,3)^2 = 5,29$

c) $5^2 = 5 \bullet 5 = 25$. Porque: $5 \bullet 5 = 5^2 = 25$

d) $(6,1) = 6,1 \cdot 6,1 = 37,21$. Porque: $6,1 \bullet 6,1 = (6,1)^2 = 37,21$

e) $23^2 = 23 \bullet 23 = 529$. Porque: $23^2 = 529$.

f) $102^2 = 102 \bullet 102 = 10404$. Porque: $102^2 = 10404$.

g) $8^2 = 8 \bullet 8 = \quad 64$. Porque: $8^2 = 64$.

h) $11^2 = 11 \bullet 11 = 121$. Porque: $11^2 = 121$.

i) $(3,4)^2 \; 3,4 \bullet 3,4 = 11,56$. Porque: $(3,4)^2 = 11,56$

j) $(7,3)^2 = 7,3 \bullet 7,3 = 53,29$. Porque: $(7,3)^2 = 53,29$

l) $(7,9)^2 = 7,9 \bullet 7,9 = 62,41$. Porque: $(7,9)^2 = 62,41$

m) $(12,01)^2 = 12,01 \cdot 12,01 = 144,24$. Porque: $(12,01)^2 = 144,24$

3. a); d); d); g)

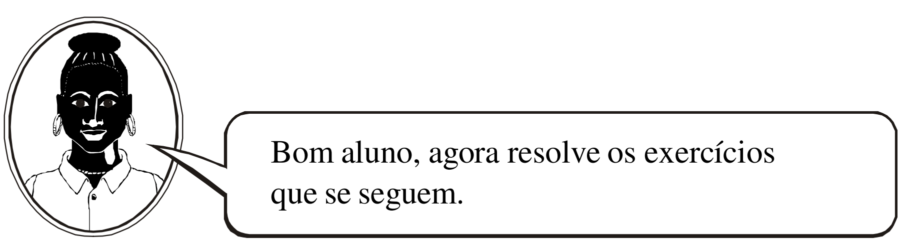
4.

a) O quadrado de um número **decimal**, tem sempre o **dobro** das **casas decimais** da base.

b) Um número com **três** casas **decimais**, o seu **quadrado** terá seis casas decimais.

c) Numa potência cuja base tem os últimos algarismos **zeros**, o seu quadrado terá o **dobro** dos zeros da **base**.

d) O **quadrado** de um número **negativo** é sempre um número **positivo**.



EXERCÍCIOS

1. Calcule o quadrado de:

a) 7

b) 17

c) 5,4

d) 61200

e) 56,1

f) 0,0012

g) 3,05

h) 71000000

i) 8,102

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação aos quadrados dos números que se seguem. E justifique as verdadeiras.

	V/F
a) $\left(\frac{3}{16}\right)^2 = \frac{9}{256}$	☐
b) $10^2 = 1000$	☐
c) $(0,6)^2 = 0,36$	☐
d) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$	☐
e) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{9}{8}\right)^2$	☐
f) $(0,1)^2 = 0,1$	☐

3. Assinale com um ✓ os quadrados perfeitos dos números que se seguem.

a) 25 ☑

b) 364 ☐

c) 3,61 ☐

d) $\frac{25}{100}$ ☐

e) 156 ☐

f) 1,5 ☐

Muito bem, caro aluno. Agora compare os seus resutados com a chave de correcção que lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $7^2 = 7 \bullet 7 = 49$

b) $17^2 = 17 \bullet 17 = 289$

c) $(5{,}4)^2 = 5{,}4 \bullet 5{,}4 = 29{,}16$

d) $61200^2 = 61200 \bullet 61200 = 3745440000$

e) $(56{,}1)^2 = 56{,}1 \bullet 56{,}1 = 3147{,}21$

f) $(0{,}0012)^2 = 0{,}0012 \bullet 0{,}0012 = 0{,}00000144$

g) $(3{,}05)^2 = 3{,}05 \bullet 3{,}05 = 9{,}3025$

h) $71000000^2 = 71000000 \bullet 71000000 = 5041000000000000$

i) $(8{,}102)^2 = 8{,}102 \bullet 8{,}102 = 65{,}642404$

2.

a) V

Porque: $\left(\frac{3}{16}\right)^2 = \left(\frac{3}{16}\right) \cdot \left(\frac{3}{16}\right) = \frac{9}{256}$

b) F;

c) V

Porque: $0,6^2 = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$

d) V

Porque: $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

e) F¸ **f)** F

3. Os quadros perfeitos são:

a); **c)**; **d)**

Caro aluno, de certeza que conseguiu acertar todas as alíneas? Bravo. Se não acertou em todas, não desanime, reveja a lição e resolve de novo os exercícios. É sempre bom resolver os exercícios para aprender e depois consulte a chave de correcção.

A Cólera

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vómitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vómitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bébé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
- Não tomar banho nos charcos, nas valas de drenagem ou água dos esgotos.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Complete as expressões:

a) $1^2 =$ ______

b) $4^2 =$ ______

c) $7^2 =$ ______

d) $11^2 =$ ______

e) $17^2 =$ ______

f) $18^2 =$ ______

g) $19^2 =$ ______

2. Utilizando as tabelas de quadrados perfeitos e raizes quadradas, complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) $27^2 =$ _________

b) $17000^2 =$ _________

c) $(\_\_\_\_)^2 = 625$

d) $(0{,}0023)^2 =$ ________

e) $(\_\_\_\_)^2 = 1024$

f) $(6{,}26)^2 =$ ________

g) $(\_\_\_\_)^2 = 25$

h) $(73{,}4)^2 =$ ________

i) $(12)^{\underline{?}} = 144$

3. Transforme em potência de expoente fraccionário.

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{15}$

c) $\sqrt{29}$

d) $3\sqrt{5}$

e) $2\sqrt{11}$

f) $\sqrt{\dfrac{3}{7}}$

g) $\dfrac{2}{3}\sqrt{1{,}2}$

h) $\dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{7}{6}}$

4. Escreve na forma de potência de expoente fraccionário e calcule.

a) $\sqrt{2} \bullet \sqrt{8}$

b) $\sqrt{\frac{17}{3}} \bullet \sqrt{9}$

c) $\sqrt{\frac{32}{8}} \bullet \sqrt{\frac{256}{64}}$

d) $\sqrt{0,2} \bullet \sqrt{0,5}$

e) $\sqrt{27} \div \sqrt{3}$

f) $3\sqrt{27} \div 6\sqrt{3}$

g) $\sqrt{2} \bullet \sqrt{6} \div \sqrt{3}$

h) $\frac{4\sqrt{8}}{6\sqrt{16}} \bullet \frac{12\sqrt{5}}{10\sqrt{10}}$

i) $\frac{\sqrt{24}}{4\sqrt{9}} \bullet \sqrt{24}$

5. Marque com um ✓ as expressões equivalentes e Justifique a sua escolha.

a) $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ ✓☐

b) $\sqrt{72} = 2\sqrt{6}$ ☐

c) $\sqrt{72} = 3^2\sqrt{2}$ ☐

d) $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ ☐

6. Mostre que as expressões são equivalentes:

a) $\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 5\sqrt{27}$ é igual a $6\sqrt{3}$

b) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ é igual a $\sqrt{\frac{45}{4}}$

c) $\frac{3}{5}\sqrt{3} - 0{,}2\sqrt{3} + \sqrt{27}$ é igual a $\frac{15\sqrt{3}}{5}$

7. Utilizando as regras de radiciação, simplifique os radicais:

a) $\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$

b) $3\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $2\sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{6} - 2\sqrt{2}$

d) $\frac{\sqrt{5}}{5} + 0{,}1\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$

8. Verifique se são equivalentes as expressões que se seguem:

a) $\sqrt{2}$ e $\sqrt{8}$

b) $4\sqrt{2}$ e $\sqrt{32}$

c) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ e $\sqrt{0{,}5}$

d) $\sqrt{23}$ e $\sqrt{22}$

9. Sem usar a tabela reduz os seguintes radicais:

a) $\sqrt{54} - \sqrt{6} - \sqrt{24}$

b) $2\sqrt{108} - 4\sqrt{75} - 2\sqrt{80} + 3\sqrt{5}$

c) $\sqrt{2} + \sqrt{8} - \dfrac{\sqrt{32}}{2}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $1^2 = 1$. Porque 1 x 1 = 1

b) $4^2 = 16$. Porque 4 x 4 = 16

c) $7^2 = 49$. Porque 7 x 7 = 49

d) $11^2 = 121$. Porque 11 x 11 = 121

e) $17^2 = 289$. Porque 17 x 17 = 289

f) $18^2 = 324$. Porque 18 x 18 = 324

g) $19^2 = 361$. Porque 19 x 19 = 361

2. **a)** 27^2 = 729. Porque 27 x 27 = 729. E esta resposta podemos encontrar pela tabela de quadrados perfeitos.

b) 17000^2 = 289 000 000. Porque 17 x 17 = 289, este resultado pode se encontrar na tabela de quadrados perfeito.

c) 25^2 = 625. Porque 25 x 25 = 625. E para encontrarmos esta resposta procuramos na tabela de raizes quadradas.
E encontra-se o número 2,5000=2,5; despois desloca-se a vírgula uma casa para direita e fica 25.

d) $(0{,}0023)^2$ = 0,00000529. Porque 23 x 23 = 529, este resultado pode ser lido na tabela de quadrados perfeitos (linha 23, coluna 0) e acrescentamos o dobro das casas decimais (neste caso oito casas) no resultado, ficando 0,00000529.

e) $32^2 = 1024$. Porque 32 x 32 = 1024. Este resultado podemos encontrá-lo na tabela de quadrados perfeitos (localizando o número 1024, no interior) veremos que se localiza na linha 32, coluna 0). E o 32, é o número que precisamos. Procurar o número que multiplicado por si dá 1024 e vai-se decobrir que é 32.

f) $(6,26)^2 = 39,1876$. Porque 6,26 x 6,26 = 39,1876, procura-se na tabela de quadrados perfeitos (x^2 550-999), linha 62 coluna 6. E contamos o dobro das casas decimais (neste caso, quatro casas) no resultado; ficando 39,1876.

g) $5^2 = 25$. Porque 5 x 5 = 25. Consulta-se nas tabelas de raizes quadradas ou quadrados perfeitos, tal como no exercício) $32^2 = 1024$.

h) $(73,4)^2 = 5387,56$. Porque 73,4 x 73,4 = 5387,56, procura-se na tabela de quadrados perfeitos (x^2 550-999), linha 73 coluna 4. E contamos o dobro das casas decimais (neste caso, duas casas) no resultado; ficando 5387,56.

i) $12^2 = 144$. Neste caso o expoente, que se deve elevar a 12, para se obter 144 é 2. Porque 12^2=12 x 12 = 144. E pode-se consultar na tabela de quadrados perfeitos (Procura-se 144 e localiza-se na linha 12 e coluna 0, assim o 12 é número que multiplicado por si para dar 144), assim como na tabela de raizes quadradas (Procura-se na tabela $\sqrt{x} 1,00-5,49$; linha 1,4, coluna 4, e localiza-se 1,200 que é igual a 1,2; desloca-se a vírgula uma casa para a direita e fica 12).

3.

a) $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt{15} = 15^{\frac{1}{2}}$

c) $\sqrt{29} = 29^{\frac{1}{2}}$

d) $3\sqrt{5} = 45^{\frac{1}{2}}$ Porque: $3\sqrt{5} = \sqrt{5 \bullet 3^2}$ e isso é igual a $\sqrt{45} = 45^{\frac{1}{2}}$

e) $2\sqrt{11} = 44^{\frac{1}{2}}$. Pelo mesmo procedimento que na alínea anterior.

f) $\sqrt{\frac{3}{7}} = \left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{1}{2}}$

g) $\frac{2}{3}\sqrt{1{,}2} = \left(\frac{24}{45}\right)^{\frac{1}{2}}$ Porque: $\frac{2}{3}\sqrt{1{,}2} = \frac{2}{3} \bullet \sqrt{\frac{\cancel{12}^{6}}{\cancel{10}^{5}}}$; onde ficamos

com $\sqrt{\frac{6}{5} \bullet \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{24}{45}}$ e finalmente teremos: $\left(\frac{24}{45}\right)^{\frac{1}{2}}$ ou $\left(\frac{8}{15}\right)^{\frac{1}{2}}$

h) $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{7}{6}} = \left(\frac{175}{24}\right)^{\frac{1}{2}}$. Pelo mesmo procedimento que na alínea anterior.

4.

a) $\sqrt{2} \bullet \sqrt{8} =$

$2^{\frac{1}{2}} \bullet 8^{\frac{1}{2}} =$

$2^{\frac{1}{2}} \bullet 2^{3 \cdot \frac{1}{2}} =$

$2^{\frac{1}{2}} \bullet 2^{\frac{3}{2}} =$

$2^2 =$

4

b) $\sqrt{\frac{17}{3}} \bullet \sqrt{9} =$

$\left(\frac{17}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \bullet (9)^{\frac{1}{2}} =$

$\left(\frac{17}{\cancel{3}} \bullet \cancel{9}^{3}\right)^{\frac{1}{2}} =$

$51^{\frac{1}{2}}$

c) $\sqrt{\frac{32}{8}} \bullet \sqrt{\frac{256}{64}} =$

$\left(\frac{32}{8}\right)^{\frac{1}{2}} \bullet \left(\frac{256}{64}\right)^{\frac{1}{2}} =$

$\left(\frac{2^5}{2^3}\right)^{\frac{1}{2}} \bullet \left(\frac{2^8}{2^6}\right)^{\frac{1}{2}} =$

$\left(2^2\right)^{\frac{1}{2}} \bullet \left(2^2\right)^{\frac{1}{2}} =$

$4^{\frac{1}{2}} \bullet 4^{\frac{1}{2}} =$

$4^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} =$

$4^{\frac{2}{2}} =$

$4^1 = 4$

ou

c) $\sqrt{\frac{32}{8}} \times \sqrt{\frac{256}{64}} =$

$\left(\frac{32}{8}\right)^{\frac{1}{2}} \bullet \left(\frac{256}{64}\right)^{\frac{1}{2}} =$

$\left(\frac{2^5}{2^3}\right)^{\frac{1}{2}} \bullet \left(\frac{2^8}{2^6}\right)^{\frac{1}{2}} =$

$\left(2^2\right)^{\frac{1}{2}} \bullet \left(2^2\right)^{\frac{1}{2}} =$

$4^{\frac{1}{2}} \bullet 4^{\frac{1}{2}} =$

$4^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} =$

$4^{\frac{2}{2}} =$

$4^1 = 4$

d) $\sqrt{0{,}2} \bullet \sqrt{0{,}5} =$

$\left(\frac{2}{10}\right)^{\frac{1}{2}} \bullet \left(\frac{5}{10}\right)^{\frac{1}{2}} =$

$\left(\frac{2}{10} \bullet \frac{5}{10}\right)^{\frac{1}{2}} =$

$\left(\frac{1\cancel{0}^{1}}{1\cancel{0}\cancel{0}^{10}}\right)^{\frac{1}{2}} =$

$\left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{2}}$

e)

$\sqrt{27}:\sqrt{3}=$

$(27)^{\frac{1}{2}}:(3)^{\frac{1}{2}}=$

$(27:3)^{\frac{1}{2}}=$

$9^{\frac{1}{2}}=3$

f)

$3\sqrt{27}\div 6\sqrt{3}=$

$\frac{3(27)^{\frac{1}{2}}}{6(3)^{\frac{1}{2}}}=$

$\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{6}^{2}}\left(\frac{27}{3}\right)^{\frac{1}{2}}=$

$\frac{1}{3}(9)^{\frac{1}{2}}=$

$\frac{1}{3}\bullet 3=$

$\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}}=$

1

g)

$\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}\div\sqrt{3}=$

$2^{\frac{1}{2}}\bullet 6^{\frac{1}{2}}:3^{\frac{1}{2}}=$

$12^{\frac{1}{2}}:3^{\frac{1}{2}}=$

$4^{\frac{1}{2}}=2$

h) $\dfrac{4\sqrt{8}}{6\sqrt{16}} \bullet \dfrac{12\sqrt{5}}{10\sqrt{10}} = \dfrac{4 \bullet 12\sqrt{8} \bullet \sqrt{5}}{6 \bullet 10\sqrt{16} \bullet \sqrt{10}}$

$$= \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{6}^{1}} \bullet \frac{1\cancel{2}^{2}}{\cancel{10}^{5}} \bullet \sqrt{\frac{\cancel{8}^{1}}{1\cancel{6}^{2}}} \bullet \sqrt{\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{10}^{2}}}$$

$$= \frac{4}{5} \bullet \sqrt{\frac{1}{2}} \bullet \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{4}{5} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{4}{5} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{2}}$$

$$= \frac{4}{5} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{2}}$$

$$= \frac{4}{5} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{1}$$

$$= \frac{\cancel{4}^{2}}{5} \bullet \frac{1}{\cancel{2}^{1}}$$

$$\frac{2}{5}$$

i) $\dfrac{\sqrt{24}}{4\sqrt{9}} \bullet \sqrt{24} = \dfrac{\sqrt{24} \bullet \sqrt{24}}{4\sqrt{9}}$

$= \dfrac{\left(\sqrt{24}\right)^2}{4\sqrt{9}}$

$= \dfrac{24}{4 \bullet 3}$

$= \dfrac{6}{3}$

$= 2$

5. a) $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

Porque $\sqrt{72} = \sqrt{2 \bullet 6^2} = \sqrt{2 \bullet 36} = \sqrt{72}$

d) $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

Porque $\sqrt{72} = \sqrt{18 \bullet 2^2} = 2\sqrt{18} = 2 \bullet 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

6.

a) $\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 5\sqrt{27}$ é igual a $6\sqrt{3}$ Pelos cálculos temos que:

$\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 5\sqrt{27} = 6\sqrt{3}$

$\sqrt{3} + 5\sqrt{3 \bullet 16} - 5\sqrt{3^3} = 6\sqrt{3}$

$\sqrt{3} + 5\sqrt{3 \bullet 4^2} - 5 \bullet 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$\sqrt{3} + 5 \bullet 4\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$\sqrt{3} + 20\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$(1 + 20 - 15)\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$(1 + 5)\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$6\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

- Decompôr cada radicando e escrevê-lo na forma de um produto de factores primos.
- Passar os factores possíveis para fora do radical.
- Adicionar algebricamente os radicais.

Resolvendo a expressão:

$\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 5\sqrt{27}$ -

chegamos a conclusão de que

$\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 5\sqrt{27} = 6\sqrt{3}$,

b) $3\sqrt{5}-2\sqrt{5}+\frac{1}{2}\sqrt{5}$ é igual a $\sqrt{\frac{45}{4}}$

Seguindo os cálculos ao lado e o resultado do primeiro membro é o mesmo que o do segundo membro. Logo as duas expressões são iguais ou equivalentes.

$$3\sqrt{5}-2\sqrt{5}+\frac{1}{2}\sqrt{5}=\sqrt{\frac{45}{4}}$$

$$\left(3-2+\frac{1}{2}\right)\sqrt{5}=\sqrt{\frac{45}{4}}$$

$$\left(\frac{3}{\underset{(2)}{1}}-\frac{2}{\underset{(2)}{1}}+\frac{1}{\underset{(1)}{2}}\right)\sqrt{5}=\sqrt{\frac{45}{4}}$$

$$\left(\frac{6-4+1}{2}\right)\sqrt{5}=\sqrt{\frac{45}{4}}$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{5}=\sqrt{\frac{45}{4}}$$

$$\sqrt{5\bullet\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{45}{4}}$$

$$\sqrt{5\cdot\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{45}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{45}{4}}\sqrt{\frac{45}{4}}$$

c)

$\frac{3}{5}\sqrt{3}-0,2\sqrt{3}+\sqrt{27}$ é igual a

$\frac{15\sqrt{3}}{5}$ Seguindo os cálculos no primeiro membro e comparando com o segundo membro. Conclui-se que as duas expressões são iguais ou equivalentes. Porque o resultado final é igual.

$$\frac{3}{5}\sqrt{3}-0,2\sqrt{3}+\sqrt{27}=\frac{15\sqrt{3}}{5}$$

$$\left(\frac{3}{\underset{(2)}{5}}-\frac{2}{\underset{(1)}{10}}+\frac{3}{\underset{(10)}{1}}\right)\sqrt{3}=\frac{15\sqrt{3}}{5}$$

$$\frac{32}{1\cancel{0}}\sqrt{3}=\frac{15\sqrt{3}}{5}$$

$$\frac{15\sqrt{3}}{5}=\frac{15\sqrt{3}}{5}$$

7.

a)

$\sqrt{5}-4\sqrt{5}+3\sqrt{5}=$

$(1-4+3)\sqrt{5}=$

$(\cancel{4}-\cancel{4})\sqrt{5}=$

$0\sqrt{5}=$

0

Simplificando estes radicais, primeiro vimos que estes são semelhantes; daí que não nos preocupamos em torná-los semelhantes. Em seguida colocamos em evidência os factores comuns (1-4+3) $\sqrt{5}$. Para depois fazer-se a adição algébrica. Onde se obtem 0 (pela simplificação de $+\cancel{4}$ e $-\cancel{4}$, como se sabe que 4 e -4 são simétricos). Logo o resultado é nulo (zero multiplicado por qualquer número é igual a zero).

b)

$3\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=$

$3\sqrt{2}-\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}=$

$\left(3-\frac{1}{2}\right)\sqrt{2}=$

$\left(\underset{(2)}{\frac{3}{1}}-\underset{(1)}{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{2}=$

$\frac{6-1}{2}\sqrt{2}=$

$\frac{5}{2}\sqrt{2}$

Para este exercício é necessário, pôr claro que os radicais são semelhantes no caso de $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, onde fica $-\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}$ e depois pôr em evidência os factores comuns e fazer a adição algébrica (calculando m.m.c.) e encontrando a solução $\frac{5}{2}\sqrt{2}$.

c)

$$2\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{6}-2\sqrt{2}=$$
$$2\sqrt{6}-\sqrt{6}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}=$$
$$(2-1)\sqrt{6}+(1-2)\sqrt{2}=$$
$$\sqrt{6}-\sqrt{2}$$

Para simplificar ou reduzir radicais, o mesmo que escrever esses radicais em menor número possível. Para tal deve-se ter radicais semelhantes; neste caso agrupamos $2\sqrt{6}-\sqrt{6}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}$, porque cada par de radicais tem os mesmos radicandos.
Daí que colocamos em evidência os factores comuns dos radicais semelhantes.
$(2-1)\sqrt{6}+(1-2)\sqrt{2}$ e fazem-se as respectivas somas algébricas. Tem-se a solução $\sqrt{6}-\sqrt{2}$ lembrar que o coeficiente 1 em qualquer radical não se escreve.

d)

$$\frac{\sqrt{5}}{5}+0{,}1\sqrt{5}-\frac{1}{2}\sqrt{5}=$$
$$\frac{1}{5}\sqrt{5}+\frac{1}{10}\sqrt{5}-\frac{1}{2}\sqrt{5}=$$
$$\left(\underset{(2)}{\frac{1}{5}}+\underset{(1)}{\frac{1}{10}}-\underset{(5)}{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{5}=$$
$$\left(\frac{2}{10}+\frac{1}{10}-\frac{5}{10}\right)\sqrt{5}=$$
$$\left(\frac{2+1-5}{10}\right)\sqrt{5}=$$
$$\left(\frac{3-5}{10}\right)\sqrt{5}=$$
$$-\frac{\cancel{2}}{1\cancel{0}}\sqrt{5}=$$
$$-\frac{1}{5}\sqrt{5}=$$
$$-\frac{\sqrt{5}}{5}$$

No exercício que se segue, importa primeiro reescrever os radicais $\frac{\sqrt{5}}{5}+0{,}1\sqrt{5}$ de modo a notar os coeficientes e as fracções $\frac{1}{5}\sqrt{5}+\frac{1}{10}\sqrt{5}$, depois colocar em evidência os factores comuns, e como se trata de adição algébria de fracções com denominadores diferentes é necessário calcular m.m.c.

$\left(\underset{(2)}{\frac{1}{5}}+\underset{(1)}{\frac{1}{10}}-\underset{(5)}{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{5}$; fazer-se adição algébrica do numeradores

$\left(\frac{2}{10}+\frac{1}{10}-\frac{5}{10}\right)\sqrt{5}$ e obtem-se um coeficiente que é uma fracção redutível daí que se deve simplificar,

$-\frac{\cancel{2}}{1\cancel{0}}\sqrt{5}=-\frac{1}{5}\sqrt{5}$, este resultado também se pode escrever nesta forma $-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

8.

a) $\sqrt{2}$ e $\sqrt{8}$

Não são equivalentes porque $\sqrt{2}$ é diferente $\sqrt{8}=\sqrt{2^3}=\sqrt{2\cdot 2^2}=2\sqrt{2}\cdot$

b) $4\sqrt{2}$ e $\sqrt{32}$

$4\sqrt{2}$ é equivalente a $\sqrt{32}$, porque $\sqrt{32}=\sqrt{2\cdot 16}=\sqrt{2\cdot 4^2}=4\sqrt{2}$

c) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ e $\sqrt{0,5}$

$\sqrt{\frac{1}{2}}$ é equivalentes a $\sqrt{0,5}$, porque

$\sqrt{0,5}=\sqrt{\frac{\cancel{5}}{1\cancel{0}}}=\sqrt{\frac{1}{2}}$

d) $\sqrt{23}$ e $\sqrt{22}$

Não são equivalentes porque $\sqrt{23}=4,796$ e $\sqrt{22}=4,690$; são diferentes.

9. **a)**

$$\sqrt{54}-\sqrt{6}-\sqrt{24}=$$
$$\sqrt{6\cdot 9}-\sqrt{6}-\sqrt{6\cdot 4}=$$
$$\sqrt{6\cdot 3^2}-\sqrt{6}-\sqrt{6\cdot 2^2}=$$
$$3\sqrt{6}-\sqrt{6}-2\sqrt{6}=$$
$$(3-1-2)\sqrt{6}=$$
$$(\cancel{3}-\cancel{3})\sqrt{6}=$$
$$0\sqrt{6}=$$
$$0$$

Para reduzir estes radicais é necessário, procurar decompor os radicandos de modo a obter radicais semelhantes. Pôr em evidência os factores comuns (aplicar a propridade associativa) $(3-1-2)\sqrt{6}$. Fazer a soma algébrica, e simplifica $(\cancel{3}-\cancel{3})\sqrt{6}$ (como 3 e -3, são números simétricos) obtem-se um valor nulo.

b)

$$2\sqrt{108}-4\sqrt{75}-2\sqrt{80}+3\sqrt{5}=$$
$$2\sqrt{3\cdot 36}-4\sqrt{3\cdot 25}-2\sqrt{5\cdot 16}+3\sqrt{5}=$$
$$2\sqrt{3\cdot 6^2}-4\sqrt{3\cdot 5^2}-2\sqrt{5\cdot 4^2}+3\sqrt{5}=$$
$$2\cdot 6\sqrt{3}-4\cdot 5\sqrt{3}-2\cdot 4\sqrt{5}+3\sqrt{5}=$$
$$12\sqrt{3}-20\sqrt{3}-8\sqrt{5}+3\sqrt{5}=$$
$$(12-20)\sqrt{3}+(-8+3)\sqrt{5}=$$
$$-8\sqrt{3}-5\sqrt{5}$$

Para reduzir estes radicais, procedemos da mesma maneira como nos casos anteriores; decompor os radicandos, passar para fora do radical os factores possíveis, de modo a obter radicais semelhantes.

$$2\sqrt{3\cdot 36}-4\sqrt{3\cdot 25}-2\sqrt{5\cdot 16}+3\sqrt{5}=$$
$$2\sqrt{3\cdot 6^2}-4\sqrt{3\cdot 5^2}-2\sqrt{5\cdot 4^2}+3\sqrt{5}=$$
$$2\cdot 6\sqrt{3}-4\cdot 5\sqrt{3}-2\cdot 4\sqrt{5}+3\sqrt{5}=$$

Depois agrupar os radicais semelhantes e fazer as respectivas somas algébricas.

$$(12-20)\sqrt{3}+(-8+3)\sqrt{5}$$

Encontrando no fim a expressão, $-8\sqrt{3}-5\sqrt{5}$ que é irredutível porque tem radicandos diferentes.

c)

$$\sqrt{2}+\sqrt{8}-\frac{\sqrt{32}}{2}=$$
$$\sqrt{2}+\sqrt{2^3}-\frac{1}{2}\cdot\sqrt{32}=$$
$$\sqrt{2}+\sqrt{2^3}-\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2^5}=$$
$$\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\frac{1}{2}\cdot 2^2\sqrt{2}=$$
$$\left(1+2-\frac{4}{2}\right)\sqrt{2}=$$
$$\left(1+\cancel{2}-\cancel{2}\right)\sqrt{2}=$$
$$\sqrt{2}$$

De igual modo para este exercício, deve-se decompor os radicais de forma a terem os mesmos radicandos; mas antes é necessário reescrever o radical $-\frac{\sqrt{32}}{2}$ em $-\frac{1}{2}\cdot\sqrt{32}$ de modo a facilitar a compreensão. Depois a decomposição $\sqrt{2}+\sqrt{2^3}-\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2^5}$ e pôr em evidência os factores comuns $\left(1+2-\frac{4}{2}\right)\sqrt{2}$, é necessário recordar que $\frac{4}{2}=2$, daí que na soma algébrica temos $\left(1+\cancel{2}-\cancel{2}\right)\sqrt{2}$, simplificando +2 e -2, porque são simétricos e obtem-se o resultado de $\sqrt{2}$, deve-se lembrar que o coeficiente 1 não se escreve.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

TABELA DE QUADRADOS PERFEITOS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801
10	10000	10201	10404	10609	10816	11025	11236	11449	11664	11881
11	12100	12312	12544	12769	12996	13325	13456	13689	13924	14161
12	14400	14641	14884	15129	15376	15625	15876	16129	16384	16641
13	16900	17616	17424	17689	17956	18225	18496	18769	19044	19321
14	19600	19881	20164	20449	20736	21025	21316	21609	21904	22201
15	22500	22801	23104	23409	23716	24025	24336	24649	24964	25281
16	25600	25921	26244	26569	26896	27225	27556	27889	28224	25861
17	28900	29241	29584	29929	30276	30625	30976	31329	31684	32041
18	32400	32761	33124	33489	33856	34225	34596	34969	35334	35721
19	36100	36481	36864	37249	37636	38025	38416	38809	39204	39601
20	40000	40401	40804	41209	41616	42025	42436	42849	43264	43681
21	44100	44521	44944	45369	45796	46225	46656	47089	47524	47961
22	48400	48841	49284	49729	50176	50625	51076	51529	51984	52441
23	52900	53361	53824	54289	54756	55225	55696	56169	56644	57121
24	57600	58081	58564	59049	59539	60025	60516	61009	61504	62001
25	62500	63001	63504	64009	64516	65025	65536	66049	66564	67081
26	67600	68121	68644	69169	69696	70225	70756	71289	71824	72361
27	72900	73441	73984	74529	75076	75625	76176	76729	77284	77841
28	78400	78961	79524	80089	80656	81225	81796	82369	82944	83521
29	84100	84681	85264	85849	86436	87025	87616	88209	88804	89401
30	90000	90601	91204	91809	92416	93025	93636	94249	94864	95481
31	96100	96721	97344	97969	98596	99225	99856	100489	101124	101761
32	102400	103041	103684	104329	104976	105625	106276	106926	107584	108241
33	108900	109561	110224	110889	111556	112225	112896	113569	114244	114921
34	115600	116281	116964	117649	118336	119025	119716	120409	121104	121801
35	122500	123201	123904	124609	125316	126025	126736	127449	128164	128881
36	129600	130321	131044	131769	132496	133225	133956	134689	135424	136161
37	136900	137641	138384	139129	139876	140625	141376	142129	142884	143641
38	144400	145161	145924	146689	147456	148225	148996	149769	150544	154321
39	152100	152881	153664	154449	155236	156025	156816	157609	158404	159201
40	160000	160801	161604	162409	163216	164025	164836	165649	166464	167281
41	168100	168921	169744	170569	171396	172225	173056	173889	174724	175561
42	176400	177241	178084	178929	179776	180625	181476	182329	183184	184041
43	184900	185761	186624	187489	188356	189225	190096	190969	191844	192721
44	193600	194481	195364	196249	197136	198025	198916	199809	200704	201601
45	202500	203401	204304	205209	206116	207025	207936	208849	209764	210681
46	211600	212521	213444	214936	215296	216225	217156	218089	219024	219961
47	220900	221841	222784	223729	224676	225625	226576	227529	228484	229441
48	230400	231361	232324	233289	234256	235225	236196	237169	238144	239121
49	240100	241081	242064	243049	244036	245025	246016	247009	248004	249001

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 1,00 - 5,49

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,0000	1,0050	1,0100	1,0149	1,0198	1,0247	1,0296	1,0344	1,0392	1,0440
1,1	1,0488	1,0536	1,0583	1,0630	1,0677	1,0724	1,0770	1,0817	1,0863	1,0909
1,2	1,0954	1,1000	1,1045	1,1091	1,1136	1,1180	1,1225	1,1269	1,1314	1,1358
1,3	1,1402	1,1446	1,1489	1,1533	1,1576	1,1619	1,1662	1,1705	1,1747	1,1790
1,4	1,1832	1,1874	1,1916	1,1958	1,2000	1,2042	1,2083	1,2124	1,2166	1,2207
1,5	1,2247	1,2288	1,2329	1,2369	1,2410	1,2450	1,2490	1,2530	1,2570	1,2610
1,6	1,2649	1,2689	1,2728	1,2767	1,2806	1,2845	1,2884	1,2923	1,2961	1,3000
1,7	1,3038	1,3077	1,3115	1,3153	1,3191	1,3229	1,3266	1,3304	1,3342	1,3379
1,8	1,3416	1,3454	1,3491	1,3528	1,3565	1,3601	1,3638	1,3675	1,3711	1,3748
1,9	1,3784	1,3820	1,3856	1,3892	1,3928	1,3964	1,4000	1,4036	1,4071	1,4107
2,0	1,4142	1,4177	1,4213	1,4248	1,4283	1,4318	1,4353	1,4387	1,4422	1,4457
2,1	1,4491	1,4526	1,4560	1,4595	1,4629	1,4663	1,4697	1,4731	1,4765	1,4799
2,2	1,4832	1,4866	1,4900	1,4933	1,4967	1,5000	1,5033	1,5067	1,5100	1,5133
2,3	1,5166	1,5199	1,5232	1,5264	1,5297	1,5330	1,5362	1,5395	1,5427	1,5460
2,4	1,5492	1,5524	1,5556	1,5588	1,5620	1,5652	1,5684	1,5716	1,5748	1,5780
2,5	1,5811	1,5843	1,5875	1,5906	1,5937	1,5969	1,6000	1,6031	1,6062	1,6093
2,6	1,6125	1,6155	1,6186	1,6217	1,6248	1,6279	1,6310	1,6340	1,6371	1,6401
2,7	1,6432	1,6462	1,6492	1,6523	1,6553	1,6583	1,6613	1,6643	1,6673	1,6703
2,8	1,6733	1,6763	1,6793	1,6823	1,6852	1,6882	1,6912	1,6941	1,6971	1,7000
2,9	1,7029	1,7059	1,7088	1,7117	1,7146	1,7176	1,7205	1,7234	1,7263	1,7292
3,0	1,7321	1,7349	1,7378	1,7407	1,7436	1,7464	1,7493	1,7521	1,7550	1,7578
3,1	1,7607	1,7635	1,7664	1,7692	1,7720	1,7748	1,7776	1,7804	1,7833	1,7861
3,2	1,7889	1,7916	1,7944	1,7972	1,8000	1,8028	1,8055	1,8083	1,8111	1,8138
3,3	1,8166	1,8193	1,8221	1,8248	1,8276	1,8303	1,8330	1,8358	1,8385	1,8412
3,4	1,8439	1,8466	1,8493	1,8520	1,8547	1,8574	1,8601	1,8628	1,8655	1,8682
3,5	1,8708	1,8735	1,8762	1,8788	1,8815	1,8841	1,8868	1,8894	1,8921	1,8947
3,6	1,8974	1,9000	1,9026	1,9053	1,9079	1,9105	1,9131	1,9157	1,9183	1,9209
3,7	1,9235	1,9261	1,9287	1,9313	1,9339	1,9365	1,9391	1,9416	1,9442	1,9468
3,8	1,9494	1,9519	1,9545	1,9570	1,9596	1,9621	1,9647	1,9672	1,9698	1,9723
3,9	1,9748	1,9774	1,9799	1,9824	1,9849	1,9875	1,9900	1,9925	1,9950	1,9975
4,0	2,0000	2,0025	2,0050	2,0075	2,0100	2,0125	2,0149	2,0174	2,0199	2,0224
4,1	2,0248	2,0273	2,0298	2,0322	2,0347	2,0372	2,0396	2,0421	2,0445	2,0469
4,2	2,0494	2,0518	2,0543	2,0567	2,0591	2,0616	2,0640	2,0664	2,0688	2,0712
4,3	2,0736	2,0761	2,0785	2,0809	2,0833	2,0857	2,0881	2,0905	2,0928	2,0952
4,4	2,0976	2,1000	2,1024	2,1048	2,1071	2,1095	2,1119	2,1142	2,1166	2,1190
4,5	2,1213	2,1237	2,1260	2,1284	2,1307	2,1331	2,1354	2,1378	2,1401	2,1424
4,6	2,1448	2,1471	2,1494	2,1517	2,1541	2,1564	2,1587	2,1610	2,1633	2,1656
4,7	2,1679	2,1703	2,1726	2,1749	2,1772	2,1794	2,1817	2,1840	2,1863	2,1886
4,8	2,1909	2,1932	2,1954	2,1977	2,2000	2,2023	2,2045	2,2068	2,2091	2,2113
4,9	2,2136	2,2159	2,2181	2,2204	2,2226	2,2249	2,2271	2,2293	2,2316	2,2338
5,0	2,2361	2,2383	2,2405	2,2428	2,2450	2,2472	2,2494	2,2517	2,2539	2,2561
5,1	2,2583	2,2605	2,2627	2,2650	2,2672	2,2694	2,2716	2,2738	2,2760	2,2782
5,2	2,2804	2,2825	2,2847	2,2869	2,2891	2,2913	2,2935	2,2956	2,2978	2,3000
5,3	2,3022	2,3043	2,3065	2,3087	2,3108	2,3130	2,3152	2,3173	2,3195	2,3216
5,4	2,3238	2,3259	2,3281	2,3302	2,3324	2,3345	2,3367	2,3388	2,3409	2,3431
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 5,50 - 9,99

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	2,3452	2,3473	2,3495	2,3516	2,3537	2,3558	2,3580	2,3601	2,3622	2,3643
5,6	2,3664	2,3685	2,3707	2,3728	2,3749	2,3770	2,3791	2,3812	2,3833	2,3854
5,7	2,3875	2,3896	2,3917	2,3937	2,3958	2,3979	2,4000	2,4021	2,4042	2,4062
5,8	2,4083	2,4104	2,4125	2,4145	2,4166	2,4187	2,4207	2,4228	2,4249	2,4269
5,9	2,4290	2,4310	2,4331	2,4352	2,4372	2,4393	2,4413	2,4434	2,4454	2,4474
6,0	2,4495	2,4515	2,4536	2,4556	2,4576	2,4597	2,4617	2,4637	2,4658	2,4678
6,1	2,4698	2,4718	2,4739	2,4759	2,4779	2,4799	2,4819	2,4839	2,4860	2,4880
6,2	2,4900	2,4920	2,4940	2,4960	2,4980	2,5000	2,5020	2,5040	2,5060	2,5080
6,3	2,5100	2,5120	2,5140	2,5159	2,5179	2,5199	2,5219	2,5239	2,5259	2,5278
6,4	2,5298	2,5318	2,5338	2,5357	2,5377	2,5397	2,5417	2,5436	2,5456	2,5475
6,5	2,5495	2,5515	2,5534	2,5554	2,5573	2,5593	2,5612	2,5632	2,5652	2,5671
6,6	2,5690	2,5710	2,5729	2,5749	2,5768	2,5788	2,5807	2,5826	2,5846	2,5865
6,7	2,5884	2,5904	2,5923	2,5942	2,5962	2,5981	2,6000	2,6019	2,6038	2,6058
6,8	2,6077	2,6096	2,6115	2,6134	2,6153	2,6173	2,6192	2,6211	2,6230	2,6249
6,9	2,6268	2,6287	2,6306	2,6325	2,6344	2,6363	2,6382	2,6401	2,6420	2,6439
7,0	2,6458	2,6476	2,6495	2,6514	2,6533	2,6552	2,6571	2,6589	2,6608	2,6627
7,1	2,6646	2,6665	2,6683	2,6702	2,6721	2,6739	2,6758	2,6777	2,6796	2,6814
7,2	2,6833	2,6851	2,6870	2,6889	2,6907	2,6926	2,6944	2,6963	2,6981	2,7000
7,3	2,7019	2,7037	2,7055	2,7074	2,7092	2,7111	2,7129	2,7148	2,7166	2,7185
7,4	2,7203	2,7221	2,7240	2,7258	2,7276	2,7295	2,7313	2,7331	2,7350	2,7368
7,5	2,7386	2,7404	2,7423	2,7441	2,7459	2,7477	2,7495	2,7514	2,7532	2,7550
7,6	2,7568	2,7586	2,7604	2,7622	2,7641	2,7659	2,7677	2,7695	2,7713	2,7731
7,7	2,7749	2,7767	2,7785	2,7803	2,7821	2,7839	2,7857	2,7875	2,7893	2,7911
7,8	2,7928	2,7946	2,7964	2,7982	2,8000	2,8018	2,8036	2,8054	2,8071	2,8089
7,9	2,8107	2,8125	2,8142	2,8160	2,8178	2,8196	2,8213	2,8231	2,8249	2,8267
8,0	2,8284	2,8302	2,8320	2,8337	2,8355	2,8373	2,8390	2,8408	2,8425	2,8443
8,1	2,8460	2,8478	2,8496	2,8513	2,8531	2,8548	2,8566	2,8583	2,8601	2,8618
8,2	2,8636	2,8653	2,8671	2,8688	2,8705	2,8723	2,8740	2,8758	2,8775	2,8792
8,3	2,8810	2,8827	2,8844	2,8862	2,8879	2,8896	2,8914	2,8931	2,8948	2,8965
8,4	2,8983	2,9000	2,9017	2,9034	2,9052	2,9069	2,9086	2,9103	2,9120	2,9138
8,5	2,9155	2,9172	2,9189	2,9206	2,9223	2,9240	2,9257	2,9275	2,9292	2,9309
8,6	2,9326	2,9343	2,9360	2,9377	2,9394	2,9411	2,9428	2,9445	2,9462	2,9479
8,7	2,9496	2,9513	2,9530	2,9547	2,9563	2,9580	2,9597	2,9614	2,9631	2,9648
8,8	2,9665	2,9682	2,9698	2,9715	2,9732	2,9749	2,9766	2,9783	2,9799	2,9816
8,9	2,9833	2,9850	2,9866	2,9883	2,9900	2,9917	2,9933	2,9950	2,9967	2,9983
9,0	3,0000	3,0017	3,0033	3,0050	3,0067	3,0083	3,0100	3,0116	3,0133	3,0150
9,1	3,0166	3,0183	3,0199	3,0216	3,0232	3,0249	3,0265	3,0282	3,0299	3,0315
9,2	3,0332	3,0348	3,0364	3,0381	3,0397	3,0414	3,0430	3,0447	3,0463	3,0480
9,3	3,0496	3,0512	3,0529	3,0545	3,0561	3,0578	3,0594	3,0610	3,0627	3,0643
9,4	3,0659	3,0676	3,0692	3,0708	3,0725	3,0741	3,0757	3,0773	3,0790	3,0806
9,5	3,0822	3,0838	3,0854	3,0871	3,0887	3,0903	3,0919	3,0935	3,0952	3,0968
9,6	3,0984	3,1000	3,1016	3,1032	3,1048	3,1064	3,1081	3,1097	3,1113	3,1129
9,7	3,1145	3,1161	3,1177	3,1193	3,1209	3,1225	3,1241	3,1257	3,1273	3,1289
9,8	3,1305	3,1321	3,1337	3,1353	3,1369	3,1385	3,1401	3,1417	3,1432	3,1448
9,9	3,1464	3,1480	3,1496	3,1512	3,1528	3,1544	3,1559	3,1575	3,1591	3,1607
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ 10,0 - 54,9

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10,	3,162	3,178	3,194	3,209	3,225	3,240	3,256	3,271	3,286	3,302
11,	3,317	3,332	3,347	3,362	3,376	3,391	3,406	3,421	3,435	3,450
12,	3,464	3,479	3,493	3,507	3,521	3,536	3,550	3,564	3,578	3,592
13,	3,606	3,619	3,633	3,647	3,661	3,674	3,688	3,701	3,715	3,728
14,	3,742	3,755	3,768	3,782	3,795	3,808	3,821	3,834	3,847	3,860
15,	3,873	3,886	3,899	3,912	3,924	3,937	3,950	3,962	3,975	3,987
16,	4,000	4,012	4,025	4,037	4,050	4,062	4,074	4,087	4,099	4,111
17,	4,123	4,135	4,147	4,159	4,171	4,183	4,195	4,207	4,219	4,231
18,	4,243	4,254	4,266	4,278	4,290	4,301	4,313	4,324	4,336	4,347
19,	4,359	4,370	4,382	4,393	4,405	4,416	4,427	4,438	4,450	4,461
20,	4,472	4,483	4,494	4,506	4,517	4,528	4,539	4,550	4,561	4,572
21,	4,583	4,593	4,604	4,615	4,626	4,637	4,648	4,658	4,669	4,680
22,	4,690	4,701	4,712	4,722	4,733	4,743	4,754	4,764	4,775	4,785
23,	4,796	4,806	4,817	4,827	4,837	4,848	4,858	4,868	4,879	4,889
24,	4,899	4,909	4,919	4,930	4,940	4,950	4,960	4,970	4,980	4,990
25,	5,000	5,010	5,020	5,030	5,040	5,050	5,060	5,070	5,079	5,089
26,	5,099	5,109	5,119	5,128	5,138	5,148	5,158	5,167	5,177	5,187
27,	5,196	5,206	5,215	5,225	5,235	5,244	5,254	5,263	5,273	5,282
28,	5,292	5,301	5,310	5,320	5,329	5,339	5,348	5,357	5,367	5,376
29,	5,385	5,394	5,404	5,413	5,422	5,431	5,441	5,450	5,459	5,468
30,	5,477	5,486	5,495	5,505	5,514	5,523	5,532	5,541	5,550	5,559
31,	5,568	5,577	5,586	5,595	5,604	5,612	5,621	5,630	5,639	5,648
32,	5,657	5,666	5,675	5,683	5,692	5,701	5,710	5,718	5,727	5,736
33,	5,745	5,753	5,762	5,771	5,779	5,788	5,797	5,805	5,814	5,822
34,	5,831	5,840	5,848	5,857	5,865	5,874	5,882	5,891	5,899	5,908
35,	5,916	5,925	5,933	5,941	5,950	5,958	5,967	5,975	5,983	5,992
36,	6,000	6,008	6,017	6,025	6,033	6,042	6,050	6,058	6,066	6,075
37,	6,083	6,091	6,099	6,107	6,116	6,124	6,132	6,140	6,148	6,156
38,	6,164	6,173	6,181	6,189	6,197	6,205	6,213	6,221	6,229	6,237
39,	6,245	6,253	6,261	6,269	6,277	6,285	6,293	6,301	6,309	6,317
40,	6,325	6,332	6,340	6,348	6,356	6,364	6,372	6,380	6,387	6,395
41,	6,403	6,411	6,419	6,427	6,434	6,442	6,450	6,458	6,465	6,473
42,	6,481	6,488	6,496	6,504	6,512	6,519	6,527	6,535	6,542	6,550
43,	6,557	6,565	6,573	6,580	6,588	6,595	6,603	6,611	6,618	6,626
44,	6,633	6,641	6,648	6,656	6,663	6,671	6,678	6,686	6,693	6,701
45,	6,708	6,716	6,723	6,731	6,738	6,745	6,753	6,760	6,768	6,775
46,	6,782	6,790	6,797	6,804	6,812	6,819	6,826	6,834	6,841	6,848
47,	6,856	6,863	6,870	6,877	6,885	6,892	6,899	6,907	6,914	6,921
48,	6,928	6,935	6,943	6,950	6,957	6,964	6,971	6,979	6,986	6,993
49,	7,000	7,007	7,014	7,021	7,029	7,036	7,043	7,050	7,057	7,064
50,	7,071	7,078	7,085	7,092	7,099	7,106	7,113	7,120	7,127	7,134
51,	7,141	7,148	7,155	7,162	7,169	7,176	7,183	7,190	7,197	7,204
52,	7,211	7,218	7,225	7,232	7,239	7,246	7,253	7,259	7,266	7,273
53,	7,280	7,287	7,294	7,301	7,308	7,314	7,321	7,328	7,335	7,342
54,	7,348	7,355	7,362	7,369	7,376	7,382	7,389	7,396	7,403	7,409
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABELA DE RAÍZES QUADRADAS

$\sqrt{x}$ **55,0 - 99,9**

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55,	7,416	7,423	7,430	7,436	7,443	7,450	7,457	7,463	7,470	7,477
56,	7,483	7,490	7,497	7,503	7,510	7,517	7,523	7,530	7,537	7,543
57,	7,550	7,556	7,563	7,570	7,576	7,583	7,589	7,596	7,603	7,609
58,	7,616	7,622	7,629	7,635	7,642	7,649	7,655	7,662	7,668	7,675
59,	7,681	7,688	7,694	7,701	7,707	7,714	7,720	7,727	7,733	7,740
60,	7,746	7,752	7,759	7,765	7,772	7,778	7,785	7,791	7,797	7,804
61,	7,810	7,817	7,823	7,829	7,836	7,842	7,849	7,855	7,861	7,868
62,	7,874	7,880	7,887	7,893	7,899	7,906	7,912	7,918	7,925	7,931
63,	7,937	7,944	7,950	7,956	7,962	7,969	7,975	7,981	7,987	7,994
64,	8,000	8,006	8,012	8,019	8,025	8,031	8,037	8,044	8,050	8,056
65,	8,062	8,068	8,075	8,081	8,087	8,093	8,099	8,106	8,112	8,118
66,	8,124	8,130	8,136	8,142	8,149	8,155	8,161	8,167	8,173	8,179
67,	8,185	8,191	8,198	8,204	8,210	8,216	8,222	8,228	8,234	8,240
68,	8,246	8,252	8,258	8,264	8,270	8,276	8,283	8,289	8,295	8,301
69,	8,307	8,313	8,319	8,325	8,331	8,337	8,343	8,349	8,355	8,361
70,	8,367	8,373	8,379	8,385	8,390	8,396	8,402	8,408	8,414	8,420
71,	8,426	8,432	8,438	8,444	8,450	8,456	8,462	8,468	8,473	8,479
72,	8,485	8,491	8,497	8,503	8,509	8,515	8,521	8,526	8,532	8,538
73,	8,544	8,550	8,556	8,562	8,567	8,573	8,579	8,585	8,591	8,597
74,	8,602	8,608	8,614	8,620	8,626	8,631	8,637	8,643	8,649	8,654
75,	8,660	8,666	8,672	8,678	8,683	8,689	8,695	8,701	8,706	8,712
76,	8,718	8,724	8,729	8,735	8,741	8,746	8,752	8,758	8,764	8,769
77,	8,775	8,781	8,786	8,792	8,798	8,803	8,809	8,815	8,820	8,826
78,	8,832	8,837	8,843	8,849	8,854	8,860	8,866	8,871	8,877	8,883
79,	8,888	8,894	8,899	8,905	8,911	8,916	8,922	8,927	8,933	8,939
80,	8,944	8,950	8,955	8,961	8,967	8,972	8,978	8,983	8,989	8,994
81,	9,000	9,006	9,011	9,017	9,022	9,028	9,033	9,039	9,044	9,050
82,	9,055	9,061	9,066	9,072	9,077	9,083	9,088	9,094	9,099	9,105
83,	9,110	9,116	9,121	9,127	9,132	9,138	9,143	9,149	9,154	9,160
84,	9,165	9,171	9,176	9,182	9,187	9,192	9,198	9,203	9,209	9,214
85,	9,220	9,225	9,230	9,236	9,241	9,247	9,252	9,257	9,263	9,268
86,	9,274	9,279	9,284	9,290	9,295	9,301	9,306	9,311	9,317	9,322
87,	9,327	9,333	9,338	9,343	9,349	9,354	9,359	9,365	9,370	9,375
88,	9,381	9,386	9,391	9,397	9,402	9,407	9,413	9,418	9,423	9,429
89,	9,434	9,439	9,445	9,450	9,455	9,460	9,466	9,471	9,476	9,482
90,	9,487	9,492	9,497	9,503	9,508	9,513	9,518	9,524	9,529	9,534
91,	9,539	9,545	9,550	9,555	9,560	9,566	9,571	9,576	9,581	9,586
92,	9,592	9,597	9,602	9,607	9,612	9,618	9,623	9,628	9,633	9,638
93,	9,644	9,649	9,654	9,659	9,664	9,670	9,675	9,680	9,685	9,690
94,	9,695	9,701	9,706	9,711	9,716	9,721	9,726	9,731	9,737	9,742
95,	9,747	9,752	9,757	9,762	9,767	9,772	9,778	9,783	9,788	9,793
96,	9,798	9,803	9,808	9,813	9,818	9,823	9,829	9,834	9,839	9,844
97,	9,849	9,854	9,859	9,864	9,869	9,874	9,879	9,884	9,889	9,894
98,	9,899	9,905	9,910	9,915	9,920	9,925	9,930	9,935	9,940	9,945
99,	9,950	9,955	9,960	9,965	9,970	9,975	9,980	9,985	9,990	9,995
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 4

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)
1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 4

Elaborado por:
Alfredo Agostinho Gomes
Carlos Xavier Nhanguatava

ÍNDICE

		Pág.
	INTRODUÇÃO --	I
Lição 0 1:	Sistema Cartesiano Ortyogonal---------------------------------	1
Lição 02:	Representação Gráfica da Função do Tipo $y = a. X^n$; Caso n = 0 -----	11
Lição 03:	Representação Gráfica da Função do Tipo $y = a. X^n$; Caso n = 1 -----	23
Lição 04:	Função do Tipo $y = a. X^n$; Caso n = 2 --------------------------	39
Lição 05:	Representação Gráfica da Função do Tipo $y = a. X^n$; Caso n = 3 -----	57'
Lição 06:	Representação Gráfica da Função do Tipo $y = a. X^n$; Caso n = 4 -----	69
Lição 07:	Construção de Gráficos do Tipo $y = a. X^n$ Análise dos Gráficos -----	85
	TESTE DE PREPARAÇÃO ------------------------------------	97

O desenvolvimento destes materiais didácticos foi possível graças ao trabalho, dedicação e esforço da seguinte equipa:

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

PROGRAMA DE ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA

MENSAGEM DO MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

Estimada aluna,
Estimado aluno,

Sejam todos bem vindos ao primeiro programa de Ensino Secundário através da metodologia de Ensino à Distância.

É com muito prazer que o Ministério da Educação e Cultura coloca nas suas mãos os materiais de aprendizagem especialmente concebidos e preparados para que você, e muitos outros jovens moçambicanos, possam prosseguir os vossos estudos ao nível secundário do Sistema Nacional de Educação, seguindo uma metodologia denominada por "Ensino à Distância".

Com estes materiais, pretendemos que você seja capaz de adquirir conhecimentos e habilidades que lhe permitam concluir, com sucesso, o Ensino Secundário do 1º Ciclo, que, compreende a 8ª, 9ª e 10ª classes. Com o 1º Ciclo do Ensino Secundário você pode melhor contribuir para a melhoria da sua vida, da sua família, da sua comunidade e do país.

O módulo escrito que tem nas mãos, constitui a sua principal fonte de aprendizagem e que "substitui" o professor que você sempre teve lá na escola. Por outras palavras, estes módulos foram concebidos de modo a poder estudar e aprender sozinho obecendo ao seu próprio rítmo de aprendizagem.

Contudo, apesar de que num sistema de Ensino à Distância a maior parte do estudo é realizado individualmente, o Ministério da Educação e Cultura criou Centros de Apoio e Aprendizagem (AA) onde, você e os seus colegas, se deverão encontrar com os tutores, para o esclarecimento de dúvidas, discussões sobre a matéria aprendida, realização de trabalhos em grupo e de experiências

laboratoriais, bem como a avaliação do seu desempenho. Estes tutores são facilitadores da sua aprendizagem e não são professores para lhe ensinar os conteúdos de aprendizagem.

Para permitir a realização de todas as actividades referidas anteriormente, os Centros de Apoio e Aprendizagem estão equipados com material de apoio ao seu estudo: livros, manuais, enciclopédias, vídeo, áudio e outros meios que colocamos à sua disposição para consulta e consolidação da sua aprendizagem.

Cara aluna,
Caro aluno,

Estudar à distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de ensino aprendizagem, estimulando em si a necessidade de dedicação, organização, muita disciplina, criatividade e, sobretudo determinação nos seus estudos.

O programa em que está a tomar parte, enquadra-se nas acções de expansão do acesso à educação desenvolvido pelo Ministério da Educação e Cultura, de modo a permitir o alargamento das oportunidades educativas a dezenas de milhares de alunos, garantindo-lhes assim oportunidades de emprego e enquadramento sócio-cultural, no âmbito da luta contra pobreza absoluta no país.

Pretendemos com este programa reduzir os índices de analfabetismo entre a população, sobretudo no seio das mulheres e, da rapariga em particular, promovendo o equlíbrio do género na educação e assegurar o desenvolvimento da Nossa Pátria.

Por isso, é nossa esperança que você se empenhe com responsabilidade para que possa efectivamente aprender e poder contribuir para um Moçambique Sempre Melhor!

Boa Sorte.

AIRES BONIFACIO ALI
MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

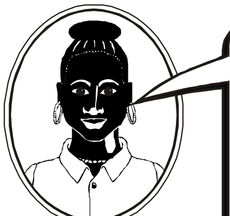
INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo do Módulo 4 de Matemática para a 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado o Módulo 3 que na sua generalidade, estudou a radiciação, que especificamente, estudou como multiplicar, adicionar dividir passar factores para fora e para dentro do radical. Neste Módulo 4 vai estudar, funções do tipo $y = ax^n$ onde o ***n*** pode tomar valores 0; 1; 2; 3; ou 4. Devendo ser capaz de identificar o domínio e contradomínio de uma função deste tipo, construir gráficos, estudar a variação da monotonia e da função e calcular as imagens ou os transformados de uma função.

Por outro lado vai aplicar estes conhecimentos na exercitação, construindo gráficos no mesmo sistema cartesiano e fazer o estudo da função.

Resolver expressões algébricas a partir de funções, calculando os seus transformados. E no final do Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar-se para a realização do teste do fim do Módulo.



Caro aluno, bem vindo ao seu estudo. Como sabe, eu sou Srª. **Madalena** e vou acompahá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a compreensão da estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário,... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

Como está estruturada esta disciplina?

O seu estudo da disciplina de Matemática é formado por **15 Módulos**, cada um contendo vários temas de estudo. Por sua vez, cada Módulo está dividido em lições. Este **quarto Módulo** está dividido em **7 lições**. Esperamos que goste da sua apresentação!

Como vai ser feita a avaliação?

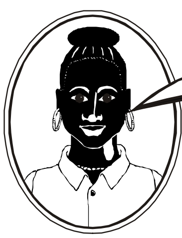
Como este é o quarto módulo você vai ser submetido a um teste porém, primeiro deverá resolver o **Teste de Preparação**. Este Teste corresponde a uma auto-avaliação. Por isso você corrige as respostas com a ajuda da Sra. Madalena. Só depois de resolver e corrigir essa auto-avaliação é que você estará preparado para fazer o Teste de Fim de Módulo com sucesso.

Claro que a função principal do Teste de Preparação, como o próprio nome diz, é ajudá-lo a preparar-se para o Teste de Fim de Módulo, que terá de fazer no **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem - **CAA** para obter a sua classificação oficial.
Não se assuste! Se conseguir resolver o Teste de Preparação sem dificuldade, conseguirá também resolver o Teste de Fim de Módulo com sucesso!

Assim que completar o Teste de Fim de Módulo, o Tutor, no **CAA,** dar-lhe-á o Módulo seguinte para você continuar com o seu estudo. Se tiver algumas questões sobre o processo de avaliação, leia o Guia do Aluno que recebeu, quando se matriculou, ou dirija-se ao **CAA** e exponha as suas questões ao Tutor.

Como estão organizadas as lições?

No início de cada lição vai encontrar os **Objectivos de Aprendizagem**, que lhe vão indicar o que vai aprender nessa lição. Vai, também, encontrar uma recomendação para o tempo que vai precisar para completar a lição, bem como uma descrição do material de apoio necessário.



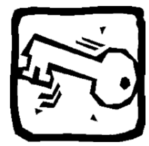
Aqui estou eu outra vez… para recomendar que leia esta secção com atenção, pois irá ajudá-lo a preparar-se para o seu estudo e a não se esquecer de nada!

Geralmente, você vai precisar de mais ou menos uma hora para completar cada lição. Como vê, não é muito tempo!

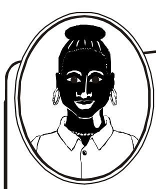
No final de cada lição, vai encontrar alguns exercícios de auto-avaliação. Estes exercícios vão ajudá-lo a decidir se vai avançar para a lição seguinte ou se vai estudar a mesma lição com mais atenção. Quem faz o controle da aprendizagem é você mesmo.

Quando ver esta figura já sabe que lhe vamos pedir para fazer alguns **exercícios** - pegue no seu lápis e borracha e mãos à obra!

A **Chave de Correcção** encontra-se logo de seguida, para lhe dar acesso fácil à correcção das questões.



Ao longo das lições, vai reparar que lhe vamos pedir que faça algumas **Actividades**. Estas actividades servem para praticar conceitos aprendidos.



Conceitos importantes, definições, conclusões, isto é, informações importantes no seu estudo e nas quais se vai basear a sua avaliação, são apresentadas desta forma, também com a ajuda da Sra. Madalena!

Conforme acontece na sala de aula, por vezes você vai precisar de **tomar nota** de dados importantes ou relacionados com a matéria apresentada. Esta figura chama-lhe atenção para essa necessidade.

E claro que é sempre bom fazer **revisões** da matéria aprendida em anos anteriores ou até em lições anteriores. É uma boa maneira de manter presentes certos conhecimentos.

O que é o CAA?

O **CAA** - **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem foi criado especialmente para si, para o apoiar no seu estudo através do Ensino à Distância.

No **CAA** vai encontrar um Tutor que o poderá ajudar no seu estudo, a tirar dúvidas, a explicar conceitos que não esteja a perceber muito bem e a realizar o seu trabalho. O **CAA** está equipado com o mínimo de materiais de apoio necessários para completar o seu estudo. Visite o **CAA** sempre que tenha uma oportunidade. Lá poderá encontrar colegas de estudo que, como você, estão também a estudar à distância e com quem poderá trocar impressões. Esperamos que goste de visitar o **CAA**!

E com isto acabamos esta introdução. Esperamos que este Módulo 4 de Matemática seja interessante para si! Se achar o seu estudo aborrecido, não se deixe desmotivar: procure estudar com um colega ou visite o **CAA** e converse com o seu Tutor.

Bom estudo!

1 Sistema Cartesiano Ortogonal

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Marcar pontos no sistema cartesiano ortogonal (SCO).
- Interpretar um sistema cartesiano ortogonal.

Material necessário de apoio

- Módulos 4 e 7 da 8ª classe.
- Régua, esquadro, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo do 4º Módulo de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento em todos os Módulos anteriores. Fazemos votos que você redobre os esforços para o mais breve poder terminar o estudo deste Módulo.

Para todos os efeitos esperamos que tenha compreendido o suficiente as útima lições do Módulo 3.

Neste módulo terá a oportunidade de estudar a representação de funções de tipo $y = a \cdot x^n$, construção do gráfico, identificação de **Domínio** e **Contradomínio**, **Monotonia**, **Variação do sinal** e **Eixo de Simetria do gráfico**. Onde vai rever a representação de pontos no **Sistema Cartesiano**.

Com efeito recomendamos que faça uma revisão dos Módulos 4 e 7 da 8ª Classe, sobre coordenadas cartesianas, aplicações e funções lineares. Entretanto, apresentamos-lhe já a seguir alguns aspectos fundamentais à aprendizagem.

Caro aluno, começaremos esta lição através duma breve revisão sobre a marcação de pontos no sistema cartesiano ortogonal (**SCO**). Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender a marcar pontos no **SCO**. Assim terá que acompanhar alguns exemplos e realizar algumas actividades.

FAZENDO REVISÕES...

Como pode ter notado existe uma correspondência entre os números racionais e os pontos numa recta numerada ou num **Sistema Cartesiano Ortogonal.**

Como estabelecer uma correspondência entre os pares de números racionais e os pontos no plano cartesiano?

Por exemplo, os pares de números que se seguem, são pares de números racionais:

(-2; 8); (-1; -2); (-3; 0); (-2; -1); (0; 0).

Esta representação, com parêntesis curvos e ponto e virgula; quer mostrar que os pares são ordenados, ou seja, o número à esquerda é o primeiro elemento e o outro é o segundo elemento.

TOME NOTA...

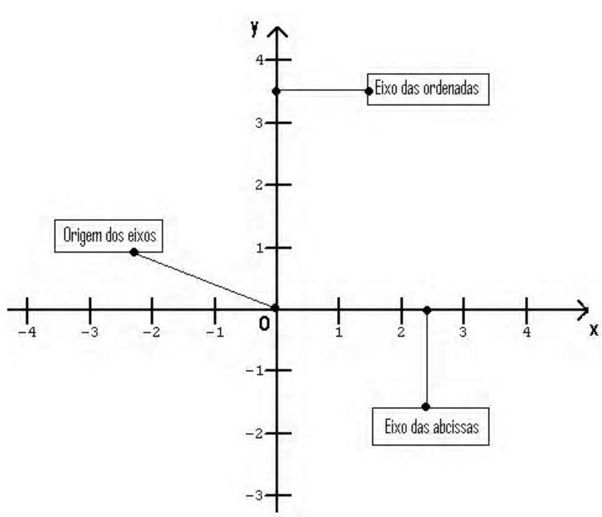
Consideremos os pontos: **A** (-1; -2) e **B** (-2; -1) .

Caro aluno repara que: (-1; -2) $\neq$ (-2; -1) ; São dois pontos diferentes a diferença destes pontos consiste no seguinte:

- No par (-1; -2), **-1 é abcissa** (valor correspondente a ***x***, e marca-se no eixo horizontal) e **-2 é ordenada** (valor correspondente ao ***y***, e marca-se no eixo vertical) do ponto A.

- E no par (-2; -1), **-2 é abcissa** (valor correspondente a ***x***, e marca-se no eixo horizontal) e **-1 é ordenada** (valor correspondente a ***y***, e marca-se no eixo vertical), do ponto **B**.

Caro aluno, o sistema cartesiano ortogonal também pode ser chamado referencial ortogonal, que é um sistema orientado de duas rectas perpendiculares. Que se representa da seguinte maneira:



Para representar o sistema cartesiano ortogonal siga o seguinte caminho:

Antes de mais nada, saiba que ao Eixo Horizontal chamamos **Eixo das Abcissas** ou Eixo dos ***xx***. E ao Eixo Vertical chamamos **Eixo das ordenadas** ou Eixo dos ***yy***. E em qualquer sistema cartesiano ortogonal o ponto (0; 0) é a origem dos eixos.

- Traçar duas rectas orientadas e perpendiculares uma da outra no ponto de intersecção, e denominar este ponto, por **ponto O - origem dos eixos**.
- Escolher uma escala de graduação e representar os números nas duas rectas com a mesma escala.
- Representar os números positivos à direita da origem **O,** e os negativos à esquerda da origem no eixo das abcissas.
- Representar os números positivos acima da origem **O,** e os negativos abaixo da origem no eixo das ordenadas.

Como marcar pontos no sistema cartesiano ortogonal?

Marcação dos pontos no sistema cartesiano

Para determinar o ponto correspondente a um par ordenado, devemos ter em conta que:

- O primeiro número é **abcissa** do ponto - 1ª coordenada.
- O segundo número é **ordenada** do ponto - 2ª coordenada.

Exemplo 1

Como representar os pontos dados pelas coordenadas **A**(2; -2), **B**(3; 1),

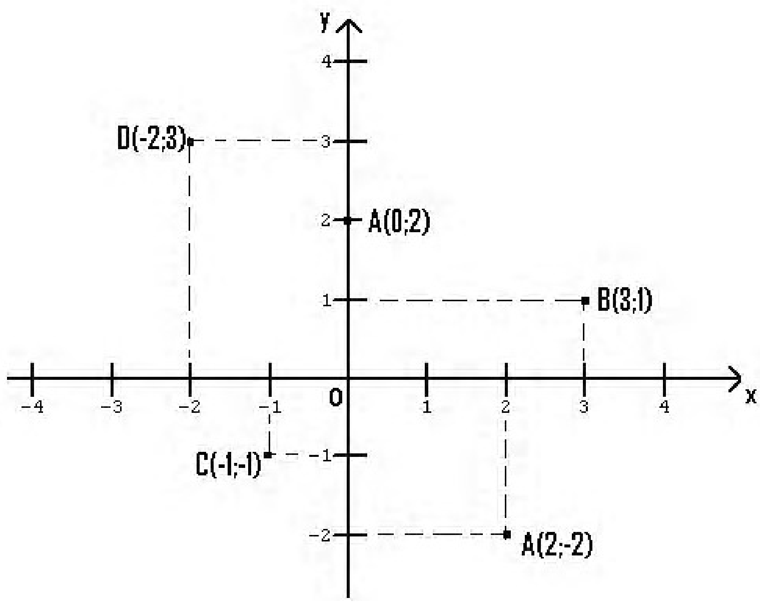
C(-1; -1) **D**(-2; 3) e **E**(0; 2)

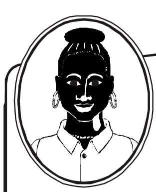
Procedimentos:

Como pode verificar, do ponto **A**(2; -2), o primeiro número (2) é a abcissa e procura-se no eixo dos ***xx***; o segundo número (-2) é ordenada e procura-se no eixo dos ***yy***. De seguida, traça-se a paralela em relação ao eixo dos ***yy*** para abcissa 2 e traça-se a paralela em relação ao eixo dos ***xx;*** para a ordenada -2 e no lugar de intersecção das duas linhas, encontramos o ponto **A.**

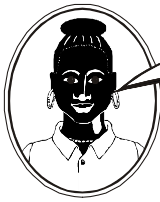
Usando o mesmo caminho, marcamos os pontos: **B**, **C**, **D** e **E**.

No entanto facilmente representamos os pontos e obtemos a figura a seguir.





O ponto correspondente a um par (***a***; ***b***) situa-se na intersecção de duas linhas paralelas ao eixo dos ***yy*** e dos ***xx***, que passa pelo ponto do eixo dos ***xx*** exactamente na abcissa **a,** a outra que passa pelo ponto ***b*** do eixo dos ***yy*** exactamente na ordenada **b.**



Caro aluno, agora procura resolver as actividades que se seguem, de modo a rever os conhecimentos sobre a localização dos pontos no plano cartesiano ortogonal.

ACTIVIDADE

1. Dado ponto **K** definido pela coordenada (2; -3). Marque com um ✓, apenas a afirmação verdadeira.

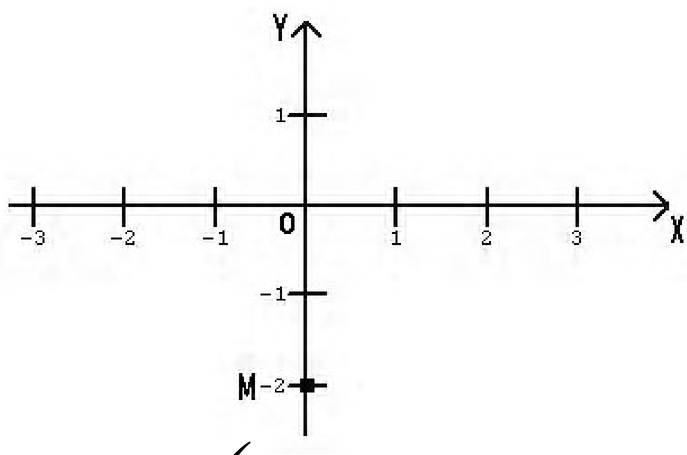
   a) 2 é ordenada e –3 é abcissa ☐

   b) 2 é abcissa e –3 é abcissa ☐

   c) 2 é abcissa e –3 é ordenada ☐

   d) 2 é ordenada e –3 ordenada ☐

2. Marque com um ✓ o par ordenado correspondente ao ponto **M**.



   a) (0; 0); ☐

   b) (-2; -2); ☐

   c) (-2; 0); ☐

   d) (0; -2). ☐

3. Marque com **V** as afirmações verdadeiras e **F** as afirmações falsas.

V/F

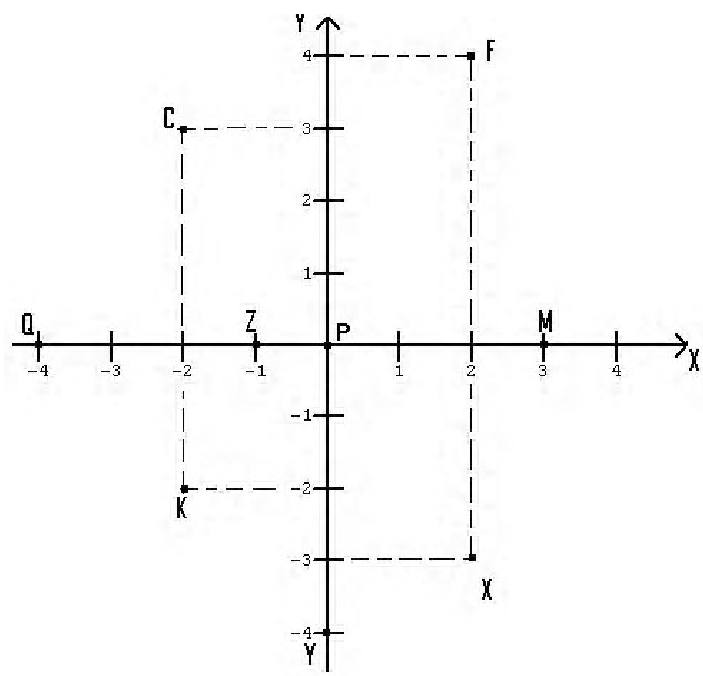
a) Todos os pontos ao longo do eixo das abcissas têm uma ordenada igual a zero. ☐

b) Em qualquer sistema cartesiano ortogonal o ponto (0; 0) situa-se na origem dos eixos. ☐

c) Todos os pontos do eixo das ordenadas têm uma abcissa igual a zero. ☐

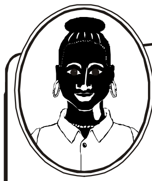
d) Um ponto representado por uma coordenada não existe. ☐

4. A partir da figura. Completa os pares ordenados:



P(...; 0), Q(-4; ...), Z(-1; ...), K(-2; ...), M(3;...), Y(...; -4), F(2; ...),

X(...; -3) e C(...; 3).



Que tal, foi fácil? Não é!..., conseguiu resolver a actividade com muita facilidade? Agora, compara as suas respostas com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. c);

2. d);

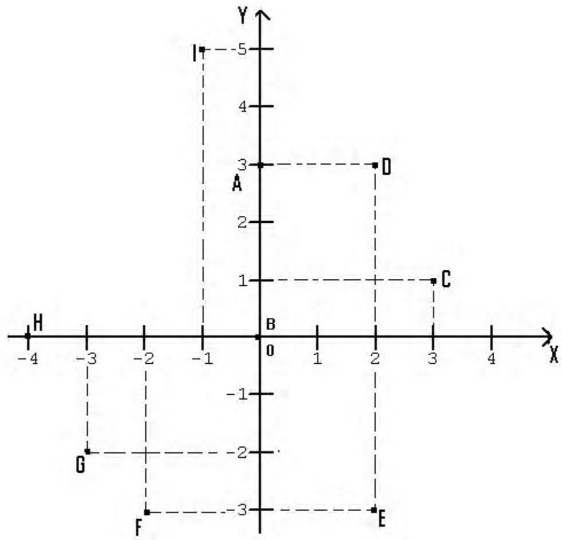
3. a) V; **b)** V; **c)** V**;** **d)** V;

4. **P** (0; 0), **Q** (-4; 0), **Z** (-1; 0), **K** (-2; -2_), **M** (3; 0), **Y** (0; -4), **F** (2; 4), **X** (2; -3) e **C** (-2; 3).

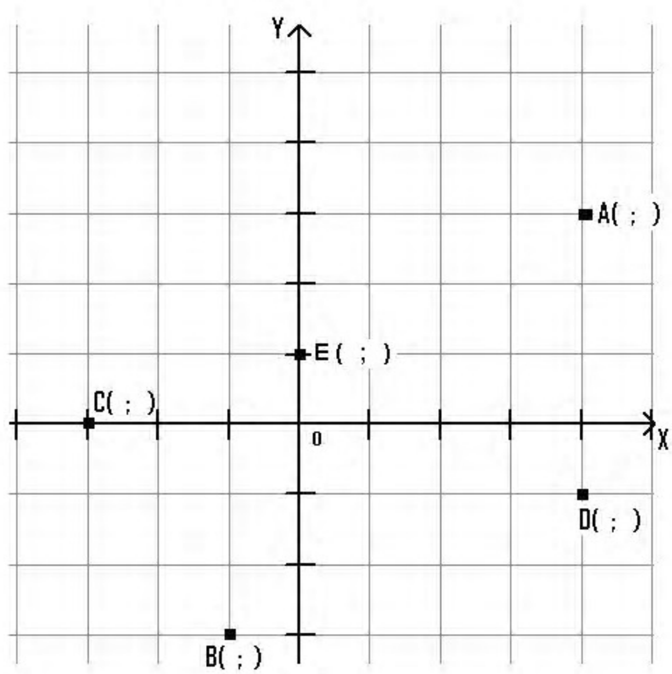
Depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção que lhe apresentamos e ter conseguido acertar todas as alíneas, como forma de consolidar os seus conhecimentos resolve os exercícios a seguir.

EXERCÍCIOS

1. Indique os pares ordenados correspondentes a cada ponto no SCO.



2. Complete as coordenadas no plano cartesiano.

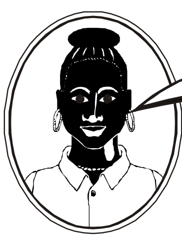


Caro aluno, agora compara os seus resultados com a chave de correcção que lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **A**(0; 3), **B**(0;0), **C**(3; 1), **D**(2; 3), **E**(2; -3), **F**(-2; -3), **G**(-3; -2), **H**(-4; 0), I(-1; 5).

2. **A** (4; 3), **B**(-1; -3), **C**(-3; 0), **D**(4; -1) e **E**(0; 1).



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

2 Representação Gráfica da Função do Tipo $y = a \cdot x^n$; Caso n= 0

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Construir gráficos do tipo $y = a \cdot x^n$ (primeiro caso $n = 0$).
- Determinar os valores das imagens e preencher a tabela. Identificar o domínio e contradomínio a partir do gráfico.
- Dada a função identificar o domínio e o contradomínio.

Material necessário de apoio

- Módulo 7 – 8ª classe
- Régua, esquadro, lápis e borracha

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Para esta lição vamos pôr em prática a construção de gráficos do tipo **y =** $a \cdot x^n$, quando "***n***" toma valor zero. Para este tipo de funções, vamos tomar como base a representação de pontos no (SCO), como instrumento fundamental para construir gráficos.

Caro aluno, na lição 1, fizemos a revisão de marcação de pontos. No caso de persistirem dúvidas na marcação de pontos no (SCO), deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA, para rever esta matéria.

Representação Gráfica da Função

Agora consideremos a função y = 1. Reescrevendo-a na forma y = $a \cdot x^n$, teremos y = $1 \cdot x^0$, isto é, **a = 1** e **n = 0**. Isto significa que para qualquer valor da abcissa, a ordenada é sempre igual a **um (1).**

Lembre-se caro aluno, que as funções podem ser definidas com letras minúsculas tais como: *f, g, h, p, ...*

Assim, ao invés de escrever $y = 1$ deve-se representar *f(x)*=1 usando a letra *f.* Poderia ter se usado outra letra, mas que seja minúscula.

Exemplo

Dada a função y=$1 \cdot x^0$ que é o mesmo que $y = 1$ ou *f(x)*= 1, cujo domínio é de $[-2; 2]$.

Os valores do domínio podem tomar qualquer valor do conjunto $\mathbb{R}$, mas para facilitar a representação gráfica de pontos no (SCO), Sugere-se que sejam alguns pontos representativos deste conjunto ($\mathbb{R}$), ou seja o intervalo onde se inclui os números negativos, positivos e o zero.

Caro aluno, para melhor compreensão desta lição deve rever o Módulo 4 da 8ª classe, sobre domínio e contradomínio como forma de aumentar o seu grau de compreensão.

Construção gráfica

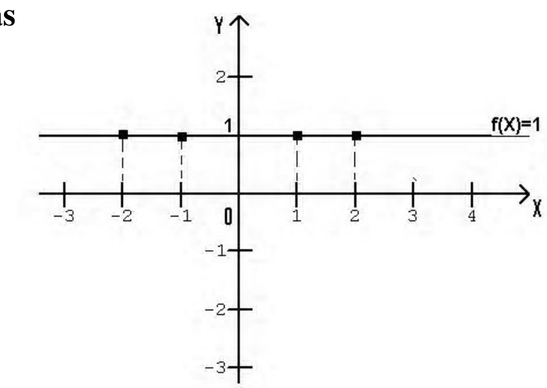
Para começar o trabalho da construção do gráfico, devemos primeiro construir uma tabela de valores onde vamos atribuir valores das abcissas, que são os valores do domínio (D*f*), e determinamos o contradomínio $(D'f)$.

x	$f(x)$= 1
-2	1
-1	1
0	1
1	1
2	1

Como já afirmamos anteriormente, que para qualquer valor de abcissa, o valor da ordenada mantém-se o mesmo (constante) igual a 1. Deste modo chamamos a este tipo de funções (y = $a \cdot x^0$) de **Função Constante.**

Característica do gráfico

A característica deste tipo de gráfico é sempre uma **linha recta paralela ao eixo das abcissas**



Interpretação do gráfico:

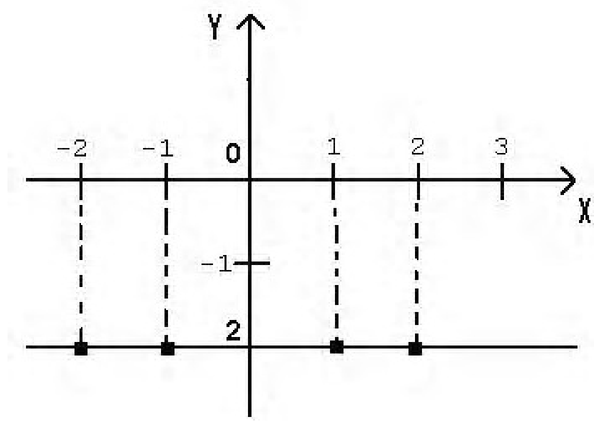
A partir deste gráfico podem ser feitas várias análises, do caminho que o gráfico descreve. Assim sendo, podemos dizer que:

- O Domínio da Função $f(x) = 1$ (Df), é o conjunto $\mathbb{R}$ (conjunto dos números reais), isto é, elementos que o ***x*** pode tomar **(objectos).** Estes valores são lidos no eixo das abcissas.

- O Contradomínio da Função $f(x) = 1$ (D`g), é o conjunto $\{1\}$, isto é, o conjunto das imagens. Este valor é lido no eixo das ordendas. O contradomínio das funções constantes nos leva ao conceito de **Conjunto Singular**, que é o conjunto que tem apenas um elemento.

ACTIVIDADE

1. Dada a função $g(x) = -2$, cujo o domínio é $[-2; 3]$. marque com um ✓ os elementos do contradomínio ($D'g$).



a) $\mathbb{R}$ ✓ ☐

b) $\mathbb{Z}$ ☐

c) $\{-2; -1;\ 0;\ 1;\ 2\}$ ☐

d) $\{-2\}$ ☐

e) $\{-2; 3\}$ ☐

2. Dado o contradomínio, $D'h = \left\{\frac{5}{2}\right\}$, marque com um ✓ a função correpondente.

a) $h(x) = 2$ ✓ ☐

b) $h(x) = -3$ ☐

c) $h(x) = \frac{5}{2}$ ☐

d) $h(x) = -\frac{5}{2}$ ☐

3. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas.

V/F

a) O gráfico duma função constante é uma linha recta paralela ao eixo das abcissas ☐

b) Numa função constante geralmente o contradomínio é constituido por um conjunto singular (conjunto constituido por um único elemento). ☐

c) Numa função constante o seu domínio é o conjunto $\mathbb{R}^+$. ☐

d) O gráfico duma função constante é paralelo ao eixo das ordenadas. ☐

e) Numa função constante o domínio é $\mathbb{R}$. ☐

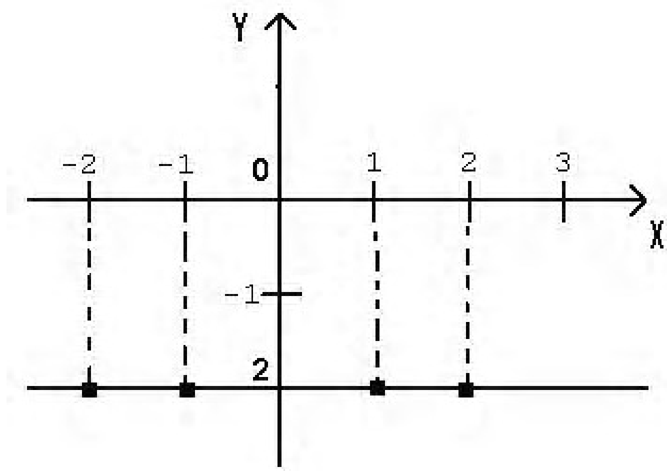
f) Numa função constante o domínio é $\mathbb{Z}$. ☐

g) Numa função constante o domínio é um conjunto vazio (não tem nenhum elemento). ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **d)** $\{-2\}$. Caro aluno, lembre-se que $g(x) = 1 \cdot x^0$ se: x = -2 é daí que temos g(x) = -2.

Vamos procurar a nossa resposta observando o gráfico:



2. c) $h(x) = \frac{5}{2}$. Porque como pode ter visto no exercício anterior, o domínio coincide com a expressão analítica da função.

Assim: Dado o contradomínio $D'h = \left\{\frac{5}{2}\right\}$, corresponde a função

$h(x) = \frac{5}{2}$.

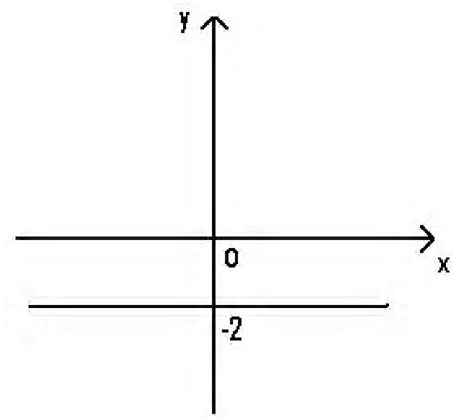
3.

a) V; **b)** V; **c)** F; **d)** F; **e)** F; **f)** F; **g)** F

Caro aluno, depois de ter realizado a actividade sugerida com sucesso procure resolver os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Dado o gráfico que se segue, assinale com um ✓ a função correspondente ao gráfico



a) $f(x) = 2$ ☐

b) $g(x) = -2$ ☐

c) $h(x) = -4$ ☐

d) $p(x) = 4$ ☐

e) $q(x) = -1$ ☐

2. Do mesmo gráfico acima assinale com um ✓ o domínio correspondente ao gáfico.

a) $\mathbb{R}^-$ ✓

b) $\mathbb{R}^+$

c) $\mathbb{N}$

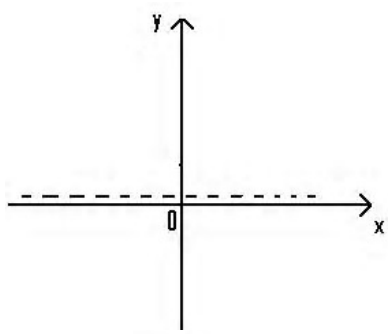
d) $\mathbb{R}$

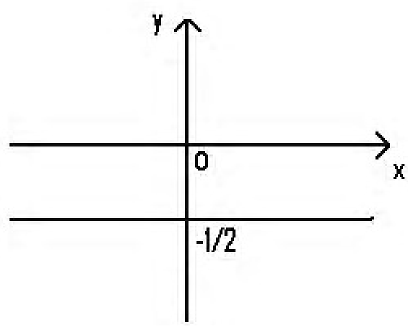
e) $\{-4\}$

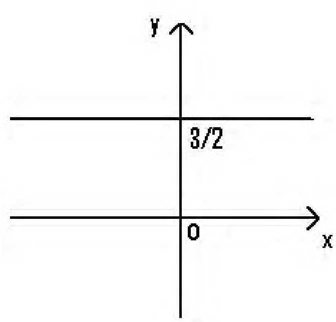
3. Dadas as funções:

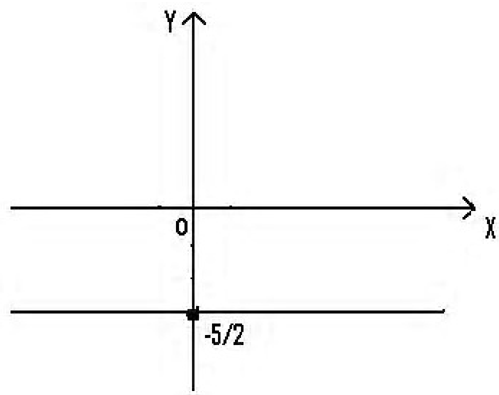
A: $f(x)= 0$, B: $g(x)= -2$, C: $h(x)= -\frac{5}{2}$, D: $p(x)= \frac{3}{2}$ e E: $q(x)=-\frac{1}{2}$.

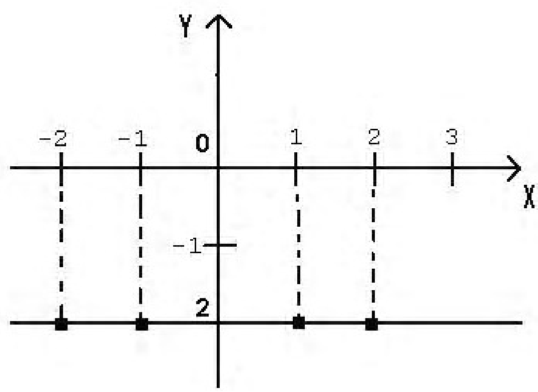
Estabeleça correspondência, aos gráficos, através de letras.








Y
X
0
-5/2

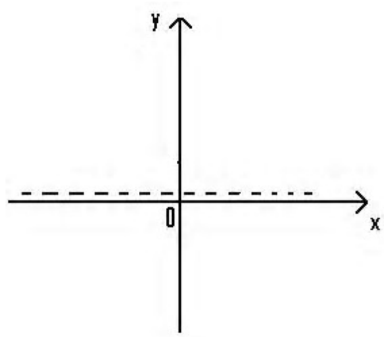

Y
X
-2
-1
0
1
2
3
-1
2

CHAVE DE CORRECÇÃO

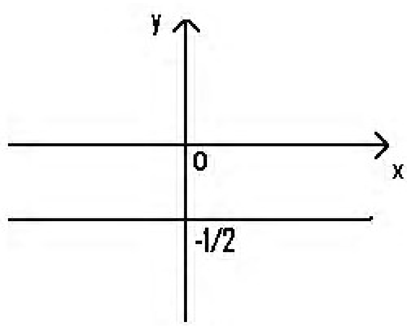
1. b)

2. d)

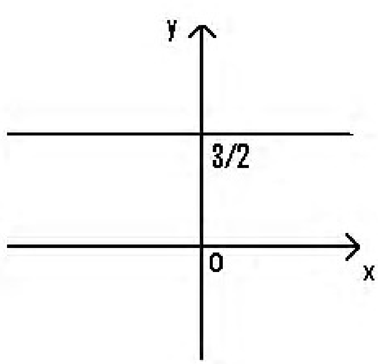
3.



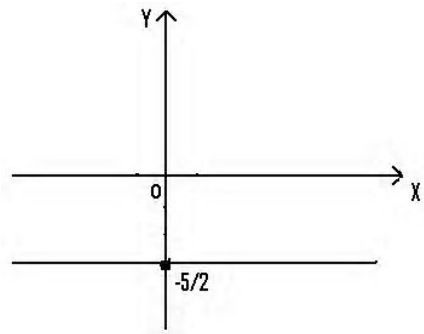
A: $f(x)= 0$



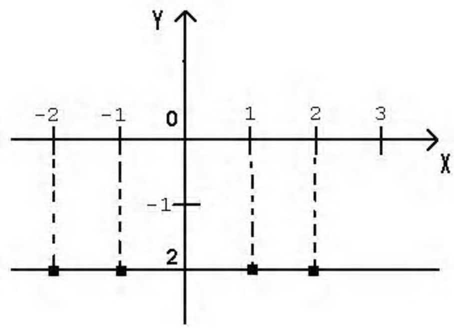
E : $f(x)= -\frac{1}{2}$



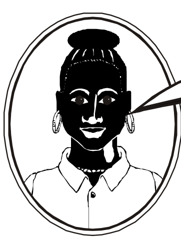
D : $q(x)=\frac{3}{2}$



$\longrightarrow$ C : $h(x) = -\frac{5}{2}$



$\longrightarrow$ B: $g(x)$=-2



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.

Depois resolva novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

A Cólera

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vómitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vómitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bébé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
- Não tomar banho nos charcos, nas valas de drenagem ou água dos esgotos.

3

Representação Gráfica da Função do Tipo $y = a \cdot x^n$; Caso n=1

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Calcular imagens duma aplicação;
- Construir gráficos do tipo $y = a \cdot x^n$ (segundo caso n = 1);
- Interpretar e estudar o gráfico;

Material necessário de apoio

- Módulo 7 – 8ª classe
- Régua, esquadro, lápis e borracha

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Para esta lição, vamos estudar a representação gráfica, do mesmo tipo de funções como na lição anterior, mas desta vez para o caso em que o valor do "***n***" é igual a um (**1**);

Vamos, praticar mais uma vez os conceitos de domínio e contradomínio de uma função a partir do gráfico.

Nesta lição vai ter a oportunidade de aprender um conceito novo, no estudo de funções, que é o comportamento do gráfico (**Monotonia da Função**) que é o percurso do gráfico, se **sobe** ou **desce** ou simplesmente mantém-se **constante**. (caso da lição anterior).

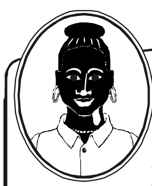
Muito bem. Caro aluno, vamos iniciar o estudo desta lição através de alguns exemplo práticos.

EXEMPLO 1

Seja a função: $y = a \bullet x^n$; $n = 1$.

Caro aluno, já sabe que o valor de **a** é uma constante e o ***x*** é uma variável. Agora consideremos a função $y = 2x$. Reescrevendo-a na forma $y = a \cdot x^n$, teremos: $y = 2 \cdot x^1$, isto é, $\boldsymbol{a = 2}$ e $\boldsymbol{n = 1}$.

Assim a função fica $y = 2 \cdot x^1$ o mesmo que $y = 2x$ ou simplesmente $g(x) = 2x$. Cujo domínio é conjunto universo $\mathbb{R}$.



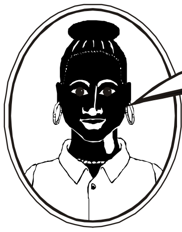
Usando o caminho da lição anterior, primeiro devemos:

- Conhecer a nossa função que é $g(x) = 2x$
- Vamos construir uma tabela de valores, onde vamos atribuir valores do domínio(Dg), e determinarmos valores do contradomínio $(D`g)$.

Como pode ver, substituindo o valor do ***x*** pela respectiva abcissa.

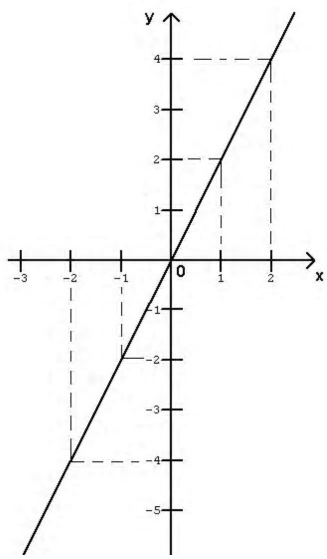
Assim fica:

x	$g(x) = 2x$
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4

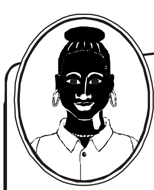


Como verificou, facilmente determinamos o contradomínio. Agora podemos marcar no (SCO) os valores obtidos na tabela.
Não se esqueça que para esta lição temos que ter em mente o conhecimento sobre a marcação dos pontos no SCO.

Depois de marcar os pontos, deve-se unir os pontos obtidos através duma régua, e assim obtemos o gráfico da função $g(x) = 2x$.

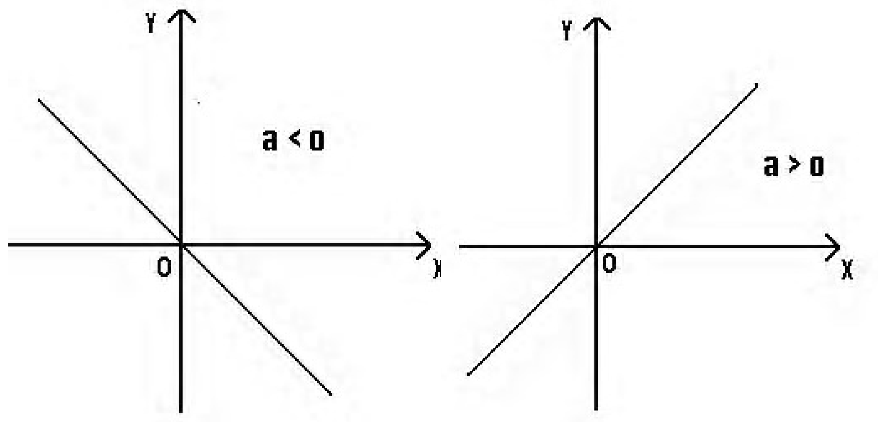


X	$f(x) = 2x$
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4



É importante sublinhar que, quando o valor de ***a*** na função é um número positivo, então, o gráfico vai cortar o primeiro e o terceiro quadrante, pois a inclinação do **gráfico é positiva**, se o valor de ***a*** for negativo o gráfico vai cortar o segundo e o quarto quadrante e a inclinação do **gráfico é negativa**.

ou seja:



Interpretação do gráfico:

A partir do gráfico $g(x) = 2x$, podemos fazer várias análises do caminho que o gráfico descreve. Assim sendo, podemos concluir que:

- O domínio da função ***g*,** é o conjunto $\mathbb{R}$ (conjunto dos números reais), Estes valores são lidos no eixo das abcissas ***xx***.
- Simbolicamente fica: $Dg = \mathbb{R}$ ou $]-\infty;+\infty[$
- O contradomínio da função ***g***, é o conjunto, isto é, o conjunto das imagens. Valores que são lidos no eixo das ordendas ***yy***, **Simbolicamente fica**:

  $D'g = \mathbb{R} \quad ou \quad]-\infty;+\infty[$.

Resumindo

Monotonia da função *g(x)*, refere-se ao comportamento do gráfico, se sobe ou desce; desta forma a monotonia pode ser crescente ou decrescente.

Representação da monotonia da função *g(x)* sob forma de tabela:

x	$]-\infty;0[$	0	$]0;+\infty[$
y	$\nearrow$	0	$\nearrow$

Interpertação da tabela:

- A função $\boldsymbol{g(x)}$ cresce no intervalo $]-\infty;0[$ e mostra-se esse crescimento pela seta $\nearrow$ e, quando o valor do $\boldsymbol{x}$ é zero (0), o valor do $\boldsymbol{y}$ também toma valor zero (0), determinado a partir da função, $g(x) = 2x$, onde $g(0) = 2.0 = 0$. Que quer dizer que o transformado de zero nesta aplicação é igual a zero (ver o Módulo 7 da 8ª classe sobre as aplicações e funções lineares).

- No intervalo $]0;+\infty[$, a função continua a crescer, mostrando esse crescimento pelo mesmo formato, direcção e sentido da seta.

Como calcular imagens de uma função?

Numa aplicação os objectos podem ser transformados em imagens.
Sendo assim observe atentamente:

Pode-se calcular os transformados (imagens) de uma função:
Seja a função:

$g(x) =.2x$, $x = -5$.

Teremos:

$g(-5) = 2\textbf{.}(-5) = -10$ isto é; da função, $g(x) = 2x$ substitue-se, a incógnita $\boldsymbol{x}$ pelo valor a transformar.
$g(x) = 2x$ é transformado em $g(-5) = 2\textbf{.}(-5)$, que é igual a -10.

Então, procedendo do mesmo modo teremos:

a) Seja: $x = -11$;

Temos: $g(-11) = 2.(-11) = -22$.

b) Seja: $x = 20$;

Temos: $g(20) = 2.20 = 40$;

c) Seja: $x = -16$;

Temos: $g(-16) = 2.(-16) = -32$;

d) Seja: $x = -7$;

Temos: $g(-7) = 2. (-7) = -14$;

Por outro lado podemos efectuar somas algébricas.
Então, podemos efectuar a soma algébrica de imagens:
Seja a mesma função $g(x) = 2x$:
Para: $g(-11)$ e $g(20)$.

Teremos: $g(-11) + g(20) = 2 .(-11) + 2.20$

$= -22 + 40$

$= 18$

Facilmente podemos observar os resultados da alinea a) e b), cuja a sua soma é igual a 18.

EXEMPLO 2

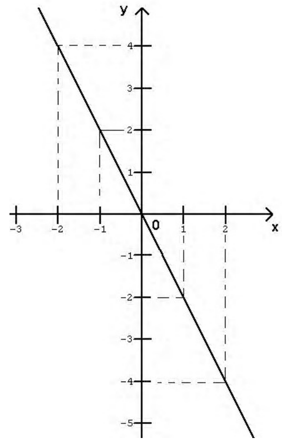
Dada a função $f(x) = -2x$.

Usando o mesmo procedimento, podemos facilmente construir o gráfico.

Assim, vamos seguir o mesmo procedimento para construir a tabela onde pode tomar os seguintes valores:

x	$f(x) = -2x$.
-2	4
-1	2
0	0
1	-2
2	-4

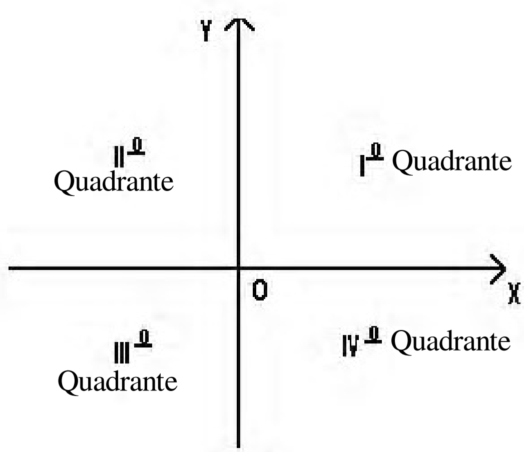
Marcar no (SCO) as coordenadas obtidas na tabela, e depois unir com ajuda duma régua os pontos obtidos. Assim se obtém o gráfico:



Para este tipo de funções chamam-se funções lineares pois os gráficos são rectas.

TOME NOTA...

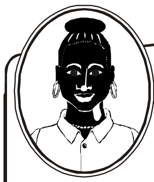
Os quadrantes no (SCO), enumeram-se no sentido anti-horário.



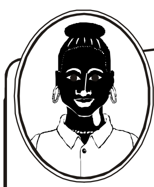
Para este caso , $f(x) = -2x$, o gráfico da função corta o segundo e o quarto quadrante, pois o valor do ***a*** na função é negativo, e a inclinação é também negativa.

Interpretação do gráfico:

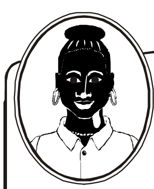
A partir do gráfico acima, $f(x) = -2x$, podemos tirar a seguinte análise:



- O domínio da função ***f*,** é o conjunto $\mathbb{R}$ (conjunto dos números reais), isto é, elementos que o ***x*** pode tomar(objectos). Estes valores são lidos no eixo das abcissas ***xx***.
- Simbolicamente fica: $Df = \mathbb{R}$ ou $]-\infty;+\infty[$



- O contradomínio da função ***f***, é o conjunto $\mathbb{R}$, isto é, o conjunto das imagens. Estes valores são lidos no eixo das ordendas ***yy***.



- **Simbolicamente fica:** $D`f = \mathbb{R}$ *ou* $]-\infty;+\infty[$
- Monotonia da função ***f(x)***, como vimos na função do exemplo anterior, desta vez a função vai sempre descer pois a inclinação desta função linear é negativa.

Como calcular imagens nesta função?

Também para a função $f(x) = -2x$; Pode-se calcular os transformados (imagens) de tal modo como se fez no primeiro exemplo:

$f(-5) = -2.(-5) = 10$, isto é da função, $f(x) = -2x$ substitue-se a incógnita $\boldsymbol{x}$ pelo valor a transformar.

$f(x) = -2x$ é transformado em $f(-5) = -2.(-5)$ que é igual a 10.
Então, procedendo do mesmo modo teremos:

Para: $x = -7$

a) $f(-7) = -2.(-7) = 14$;

Para: $x = -18$

b) $f(-18) = -2.(-18) = 36$;

Para: $x = 44$

c) $g(44) = -2.44 = -88$;

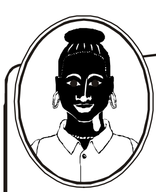
Para: $x = 100$

d) $g(100) = -2.\ (100) = -200$;

Por outro lado pode-se fazer soma algébrica de aplicações, assim por exemplo.

Efectuando a soma algébrica, teremos:

$f(44) + f(-18) = -2.44 + (-2).(-18) = -88 + 36 = -52$.



Facilmente podemos observar que os resultados das alineas f) e g), cuja a sua soma é igual a -52.

Caro aluno, agora a partir deste exemplo procura resolver a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Assinale com ✓ o transformado de *h(-15)*, dada a função

$h(x) = -\frac{3}{2}x$.

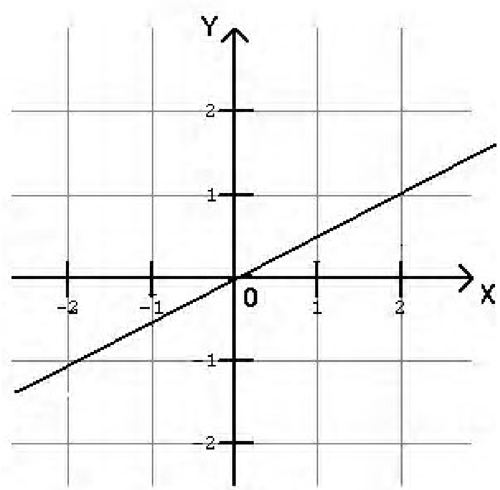
a) -10 ☐

b) 22,5 ☐

c) 10 ☐

d) –22,5 ☐

2. Dado o gráfico, assinale com um ✓ a função correspondente á função.



a) $f(x) = -2x$ ☐

b) $h(x) = \frac{1}{2}x$ ☐

c) $g(x) = -x$ ☐

d) $p(x) = -\frac{3}{2}x$ ☐

3. Dadas as funções $q(x) = -\frac{3}{2}x$ e $g(x) = -x$, assinale com um✓ a soma correcta de $q(-55) + g(-\frac{3}{2})$.

✓

a) – 35 ☐

b) 198 ☐

c) 84 ☐

d) – 84 ☐

e) 82,2 ☐

f) 1,5 ☐

g) - 52 ☐

4. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas.

a) O dominio duma função linear é sempre o conjunto $\mathbb{R}$. ☐

b) A monotonia duma função linear é sempre crescente. ☐

c) A monotonia duma função linear cresce até um ponto e depois decresce. ☐

d) Todos gráficos de funções do tipo $y = ax^n$ passam pela origem dos eixos (0; 0). ☐

e) Todas funções com valor de ***a*** negativo, a monotonia é crescente. ☐

f) Todas funções com valor de ***a*** positivo, a monotonia é crescente. ☐

g) Se $f(x) = 3x$ então, $f(-10) = 30$ ☐

h) Se $h(x) = -\frac{1}{2}x$ então, $h(4) = -2$ ☐

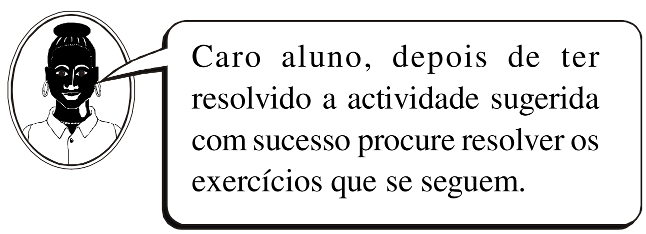
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

2. b)

3. c)

4. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V ; **e)** F; **f)**V; **g)** F; **h)** V.

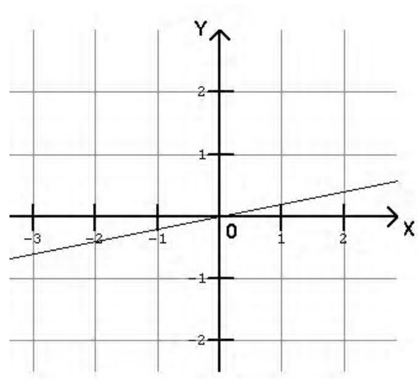


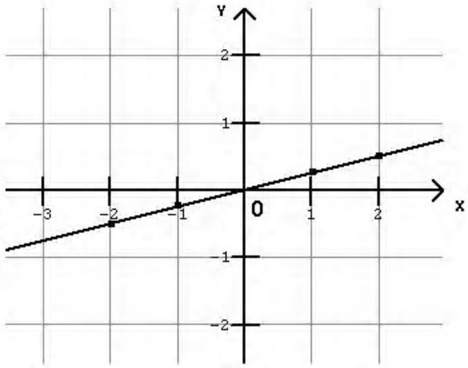
EXERCICIOS

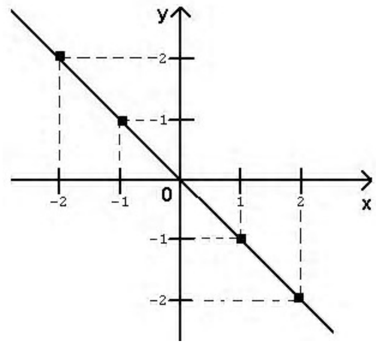
1. Dados os gráficos, faça corresponder as respectivas funções.

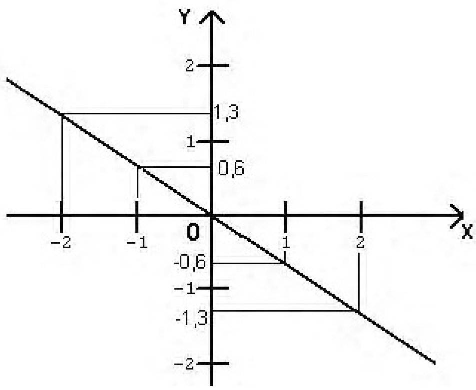
$A: f(x) = 0.2x,\qquad B:\ g(x)=\frac{1}{4}x,\qquad C:\ h(x)=-x,$

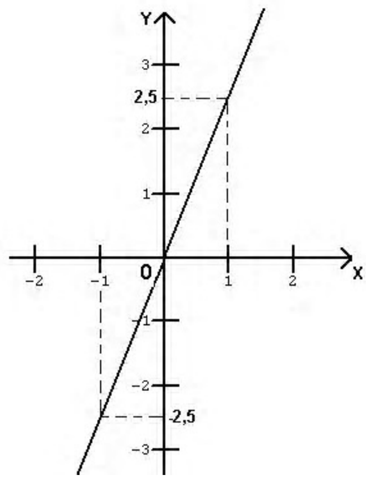
$D:\ p(x) = -\frac{2}{3}x,\qquad E: q(x)=\frac{5}{2}x$









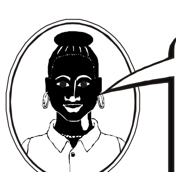


2. Represente no mesmo sistema cartesiano ortogonal os gráficos das seguintes funções:

$$f(x) = -0,75x$$

$$g(x) = \frac{7}{2}x$$

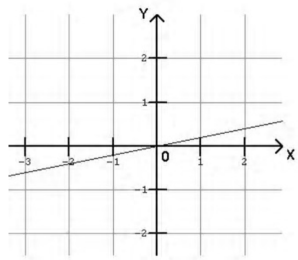
a) Determine contradominio de *f(x)* e *g(x)*.



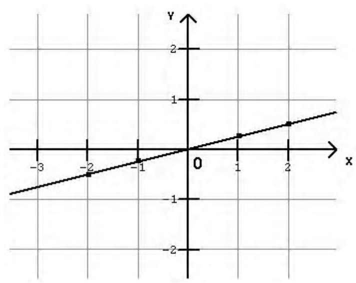
Muito bem. Caro aluno. Já está cansado? Não desanime apenas tem de seguida a chave de correcção para terminar esta lição.

CHAVE DE CORRECÇÃO

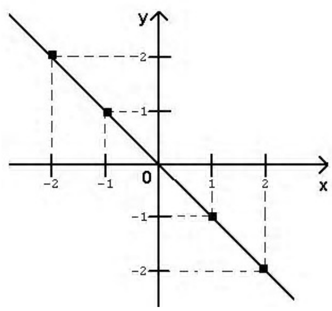
1.



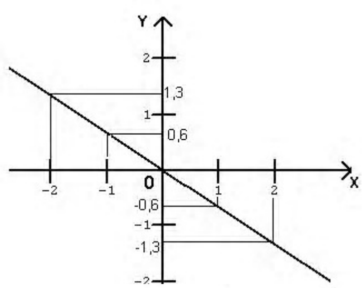
→ A



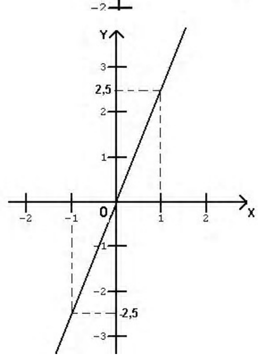
→ B



→ C

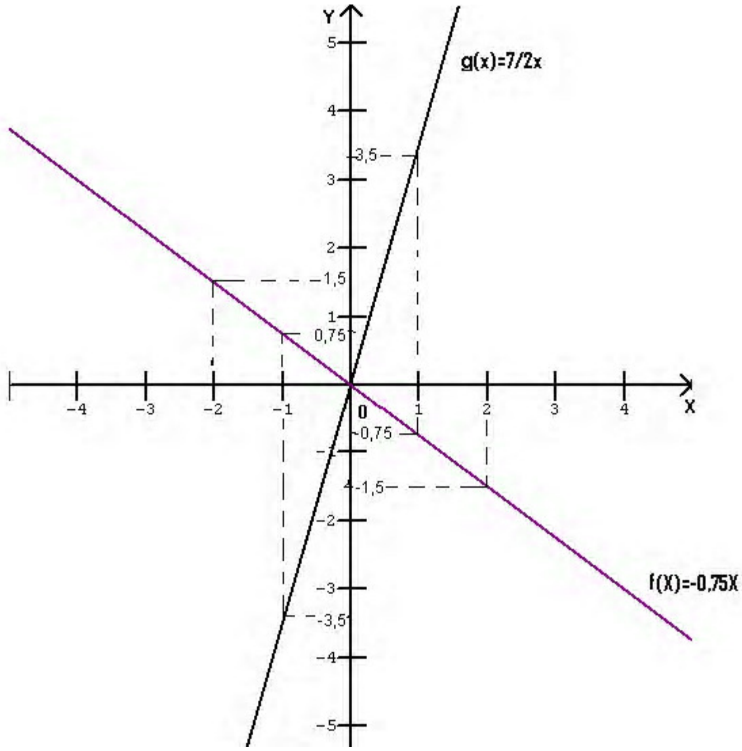


→ D

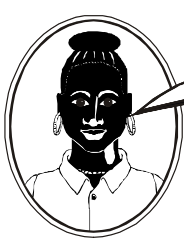


→ E

2.



a) D'f = $\mathbb{R}$ **e D'g =** $\mathbb{R}$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em alguns exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no ***CAA*** para esclarecer as suas dúvidas.

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são as **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual** vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois “Vénus” era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a “deusa do amor”.

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos.
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus.
- Ardor ao urinar.
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis.
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais.
- Ardor ao urinar.

4 Função do tipo $y = a \cdot x^n$; Caso n= 2

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Construir gráficos de funções do tipo $y=a.x^n$ caso n =2
- Estudar a variação da monotonia e do sinal
- Determinar o eixo de simetria

Material necessário de apoio

- Módulo 7 – 8ª classe
- Régua, esquadro, lápis e borracha

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, depois de ter estudado a construção de gráficos de funções constantes e lineares, agora vamos estudar funções da mesma família $y=a.x^n$, para n=2. ou seja $y=x^2$, para tal, necessitamos de calcular um número suficiente de pares (x; y), que nos permite idealizar este gráfico de função quadrática que se chama parábola.

Função do tipo $y = a.x^n$ Caso n=2

Agora, considemos o exemplo que se segue:

Exemplo1

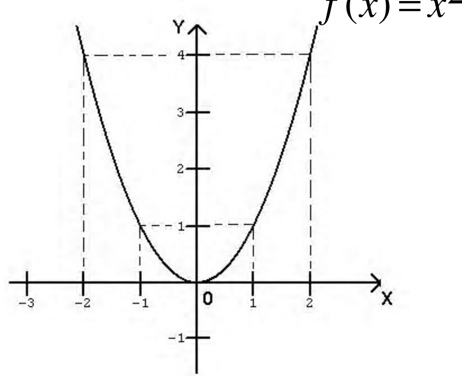
Considere a função $y = x^2$ que também pode ser $f(x) = x^2$, vamos determinar os pares ordenados (x; y), que vão nos permitir construir o gráfico.

Como sempre, primeiro vamos escolher alguns valores do domínio (-2; -1; 0; 1; 2). e de seguida, determinarmos o contradomínio, como pode observar abaixo:

x	$f(x) = x^2$
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

Depois de obtermos os valores do contradomínio, podemos agora formar os pares ordenados (-2; 4), (-1; 1), (0; 0), (1; 1), (2; 4) e representar os pontos no sistema catesiano ortogonal. Ao marcarmos estes pontos faz nos prever que não é uma linha recta.

Unindo todos pontos por uma linha e de mão livre, obtém-se o gráfico da função $f(x) = x^2$, que é uma parábola



Observando atentamente o gráfico, podemos concluir que a função:

Tem o **domínio** $\mathbb{R}$, isto significa que no intervalo $]-\infty; +\infty[$ $\boldsymbol{x}$ (objecto) pode tomar qualquer valor real.

Tem como **contradomínio** o conjunto $\mathbb{R}_0^+$, o que significa que no intervalo $[0;+\infty[$ $\boldsymbol{y}$ (imagem) toma qualquer valor real não negativo. É monotona **decrescente** no intervalo $]-\infty; 0[$ e é monotona **crescete** no intervalo $]0; +\infty[$, conforme mostra a tabela.

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; +\infty[$
y	$\searrow$	0	$\nearrow$

É **nula** no ponto $x = 0$; isto é $x = 0$ é o valor do **zero** da função, conforme mostra a tabela acima.

Caro aluno agora vamos fazer o estudo da variação do sinal da função, recorrendo a uma tabela.

Estudo da variação do sinal

A função é positiva nos intervalos de $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$, conforme mostra a tabela a baixo:

x	$]-\infty; 0[$		$]0; +\infty[$
y	+		+

Qual é o significado de função positiva?

Se analisarmos atentamente o gráfico desta função vamos observar que ela não toma valores de ***y*** negativos, mas todo seu contradomínio toma valores positivos.

Do outro modo podemos demonstrar analiticamente, substituindo qualquer valor do conjunto $]-\infty; 0[$ na função $f(x) = x^2$, obteremos sempre um resultado positivo.

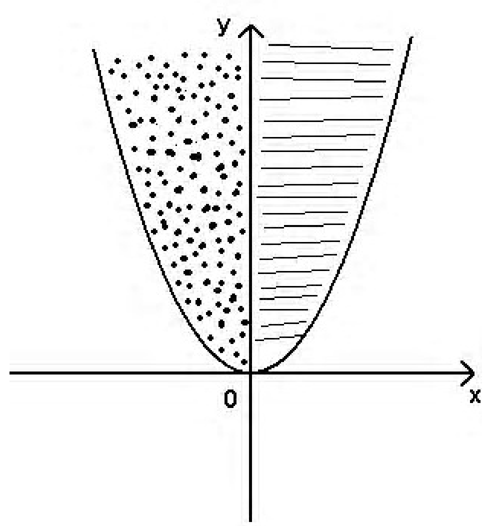
Fazendo o mesmo para o conjunto $]0; +\infty[$ na mesma função, obteremos sempre um resultado positivo.

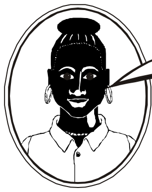
Conclusão: a função é positiva de $]-\infty; +\infty[$.

De seguida vamos estudar como se determina o eixo de simetria.

Determinação do Eixo de simetria da função

Chama-se eixo de simetria do gráfico $f(x) = x^2$, a linha que devide a parábola em duas partes iguais. Para este caso é simétrica a sí própria através do eixo das ordenadas.
Ver a ilustração abaixo.

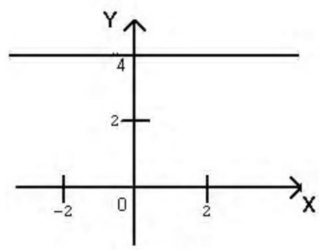




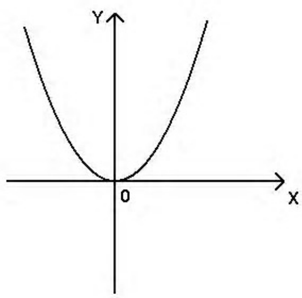
Podemos observar que a parte atracejada é geometricamente igual à parte picotada, sendo o eixo que divide as duas partes o próprio eixo das ordenadas (***y***).

ACTIVIDADE

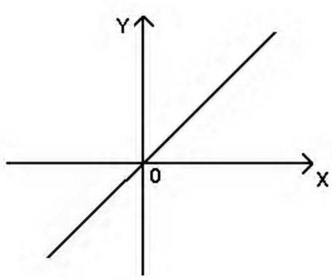
1. Dada a função $h(x)=\frac{1}{2}x^2$, assinale com ✓ o gráfico correspondente



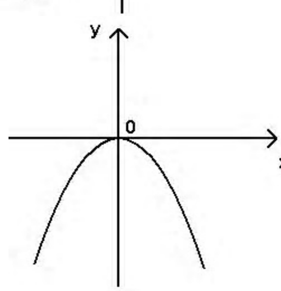
✓ ☐



☐



☐



☐

2. Dada a função $h(x)=\frac{1}{2}x^2$, assinale com ✓ o contradomínio correspondente.

a) $\mathbb{R}^+$ ✓ ☐

b) $\mathbb{Z}^+$ ☐

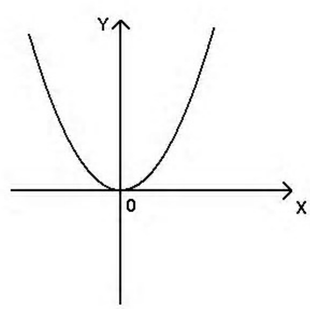
c) $\mathbb{Q}_0^+$ ☐

d) $\mathbb{R}_0^-$ ☐

e) $\mathbb{R}_0^+$ ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.



2. e)

EXEMPLO 2

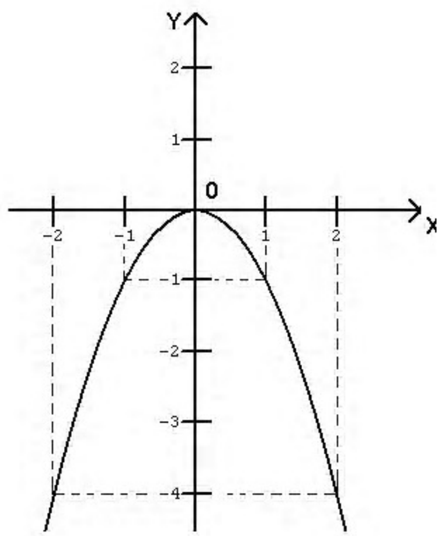
Considere agora, a função $y=-x^2$ que também pode ser escrito da seguinte forma $g(x)=-x^2$. De seguida, vai ter que seguir o mesmo raciocínio que o do exemplo anterior para poder compreender este exemplo.

Assim, vamos determinar o contradomínio:

x	$g(x)=-x^2$
-2	-4
-1	-1
0	0
1	-1
2	-4

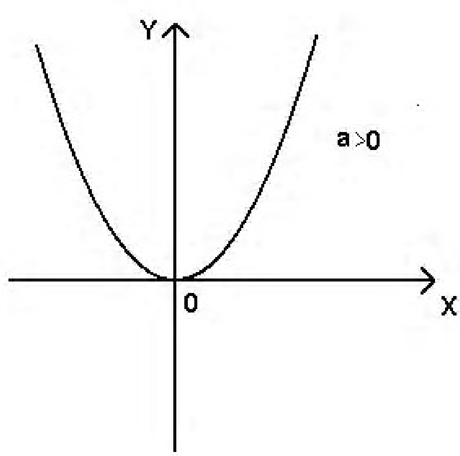
Depois de obter os valores do contradomínio, podemos agora, formarmos os pares ordenados (-2; -4), (-1; -1), (0; 0), (1; -1), (2; -4) e marcarmos no sistema catesiano ortogonal. Ao marcarmos estes pontos faz nos prever que o gráfico que iremos obter será invertido em comparação com o primeiro.

Unindo todos pontos por uma linha e de mão livre, obtém-se o gráfico da função $f(x) = -x^2$, que é uma parábola, mas desta vez, virada para baixo.

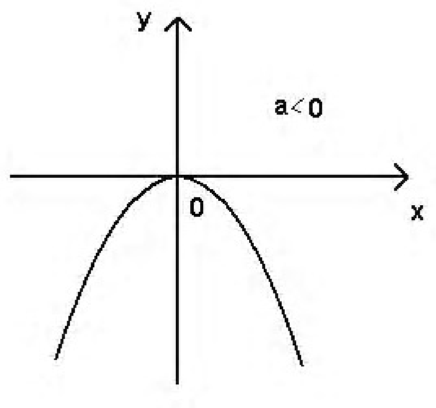


Logo podemos concluir que a função:

Uma função quadrática com coeficiente **a** positivo a parábola será sempre virada para cima.



Enquanto que se o coeficiente **a** é negativo a parábola será sempre virada para baixo



Caro aluno, agora vamo-nos remeter a função acima, $f(x) = -x^2$.

Interpretação do gráfico da função $f(x) = -x^2$

Tem o **domínio** $\mathbb{R}$, isto significa que no intervalo $]-\infty; +\infty[$ ***x*** pode tomar qualquer valor real.

Tem como **contradomínio** o conjunto $\mathbb{R}_0^-$, o que significa que no intervalo $[0; -\infty[$ ***y*** toma qualquer valor real negativo.

Esta função anula a função, no ponto (0; 0) quando ***x*** igual a zero(0), o valor de ***y*** é também igual a zero(0) , pois se g(x) = 0, então $x = 0$.

A monotonia ou vaiação da função, cresce no intervalo $]-\infty; 0[$ e decresce no intervalo $]0; +\infty[$.

E na forma de tabela fica:

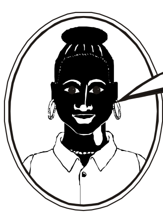
x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; +\infty[$
y	↗	0	↘

Variação do sinal da função $g(x)=-x^2$, a função é negativa no intervalo $]-\infty;\ 0[\ \cup\ ]0;\ +\infty[$, pois o valor do ***y*** não toma valores positivos.
E na forma de tabela fica:

x	$]-\infty;\ 0[$	0	$]0;\ +\infty[$
y	-	0	-

Equação do eixo de simetria: ***x*** = 0, usando o mesmo procedimento do exemplo anterior.

Vértice da parábola, refere-se ao ponto em que a parábola muda de comportamento(termina o crescimento e começa a decrescer), (0; 0). Para este caso particular podemos chamar **de ponto máximo da função**, enquanto que para o exemplo anterior, o ponto (0; 0), constituia o **ponto mínimo.**



Que tal? Conseguiu seguir e entender bem o raciocínio para o estudo da variação do sinal, da função e a determinação do eixo de simetria? Se teve dificuldades em compreender não se preocupe, pois vamos explicar-lhe doutra forma já a seguir. Para tal sugerimos-lhe que realize a seguinte actividade.

ACTIVIDADE

1. Dada a função $h(x) = -\frac{1}{2}x^2$, assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas.

V/F

a) Esta função tem equação do eixo de simetria x = 0.

b) O domínio desta função é o conjunto $]-\infty; +\infty[$.

c) O gráfico desta função é uma parábola virada para baixo.

d) O gráfico desta função é uma parábola virada para cima.

e) A função $h(x) = -\frac{1}{2}x^2$ é negativa de $]-\infty; +\infty[$.

f) A função $h(x) = -\frac{1}{2}x^2$ é positiva de $]-\infty; +\infty[$.

g) A função $h(x) = -\frac{1}{2}x^2$ é crescente de $]-\infty; +\infty[$.

h) A função $h(x) = -\frac{1}{2}x^2$ decresce de $]-\infty; +\infty[$.

i) A função $h(x) = -\frac{1}{2}x^2$ cresce de $]-\infty; 0[$ e decresce de $]0; +\infty[$.

j) O ponto máximo desta função é o ponto (-1; 0).

2. Assinale com ✓ o transformado de $q(-23)$, dada a função $q(x) = -2x^2$

a) –529

b) 529

c) 1058

d) –1058

3. Dadas as funções $f(x) = -0,25x^2$ *e* $g(x) = \frac{3}{4}x^2$**,** assinale com um ✓ a soma correcta de *f*(-5)+*g*(-0,25).

a) -6,2 ☐

b) -6,25 ☐

c) 625 ☐

d) -625 ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F; **g)** F; **h)** F ; **i)** V; **j)** F.

2. d);

3. a)

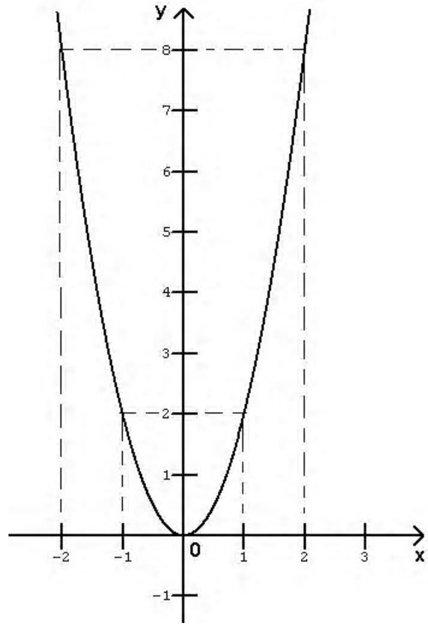
Caro aluno, depois de ter realizado a actividade sugerida com sucesso procure resolver os exercícios que se seguem:

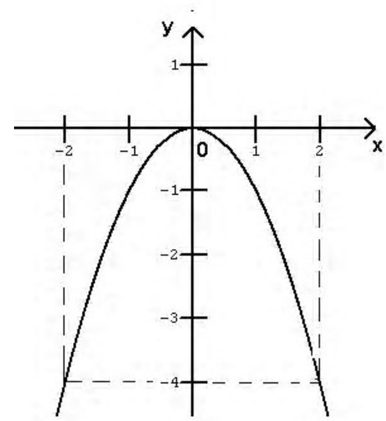
ACTIVIDADE

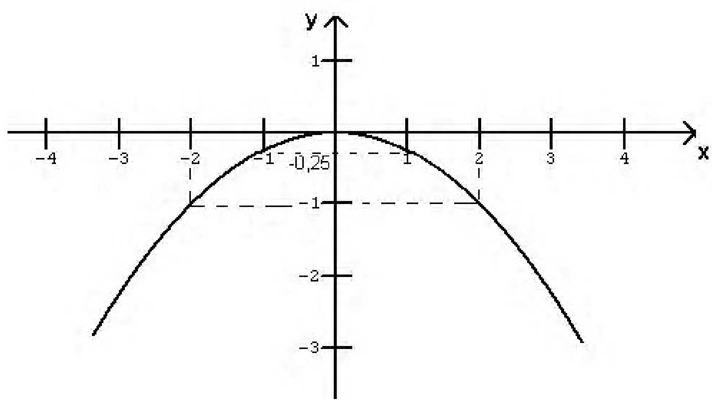
1. Dados os gráficos, faça corresponder às respectivas funções

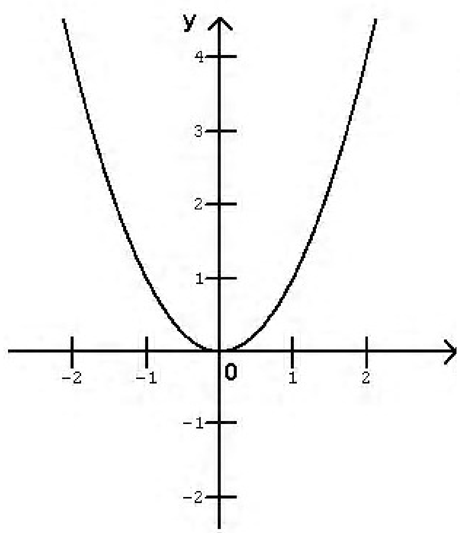
$A: f(x) = 2x^2$ $B: p(x) = -x^2$ $C: g(x) = -\frac{1}{4}x^2$

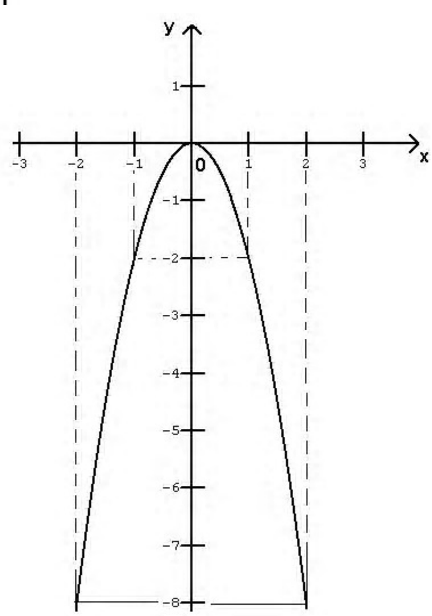
$D: q(x) = x^2$ $E: h(x) = -2x^2$


y
x
0


y
x
0


y
x
-0,25


y
0


y
x
0

2. Represente no mesmo sistema cartesiano ortogonal os gráficos das seguintes funções:

a) $h(x)=-\frac{3}{4}x^2$

b) $w(x)=0,3x^2$

c) Determine os contradomínios de $h(x)$ e $w(x)$.

d) Fazer estudo da monotonia da função para $h(x)$ e $w(x)$.

e) Fazer o estudo da variação do sinal para $h(x)$ e $w(x)$.

f) Determine o eixo de simetria para $h(x)$ e $w(x)$.

g) Indique as coordenadas de vértice.

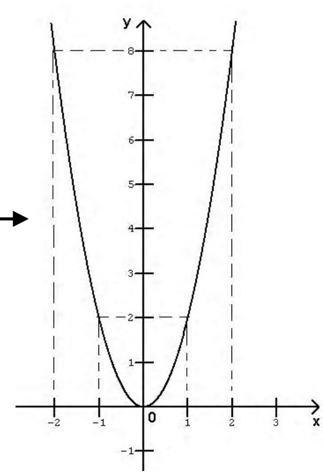
h) Calcular: $h(-20)$, $h(17)$, $w(-30)$ e $w(19)$.

i) Efectue: $w(4)-w(-5)$, $h(-2)+h(6)$ e $h(7)+w(-9)$

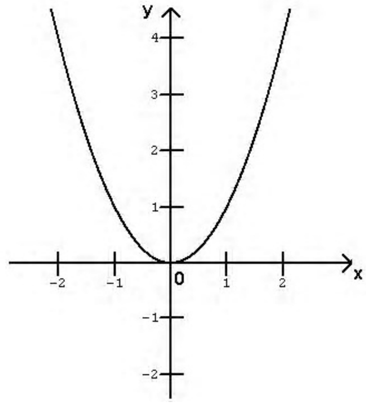
CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

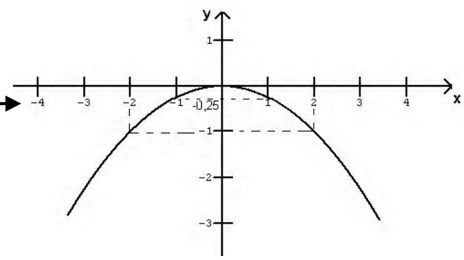
$A: f(x)=2x^2$ →



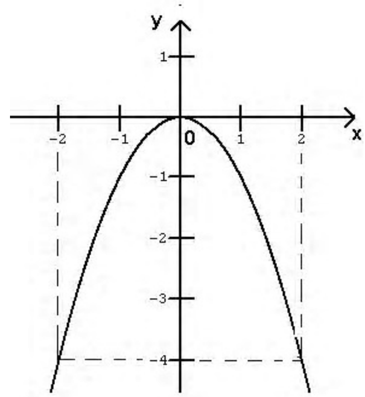
$B: q(x) = -x^2$



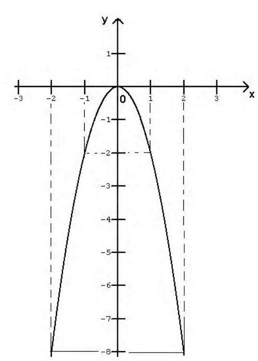
$C: g(x) = -\frac{1}{4}x^2$



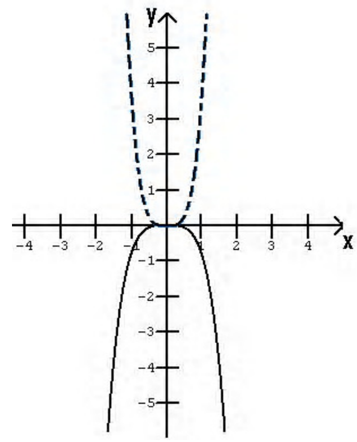
$D: p(x) = x^2$



$E: h(x) = -2x^2$



2. a) b)



c) $D'h = \mathbb{R}_0^-$ e $D'w = \mathbb{R}_0^+$

d) Monotonia da função *h(x)*.

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; +\infty[$
h(x)	$\nearrow$	0	$\searrow$

Monotonia da função *w(x)*.

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; +\infty[$
W(x)	$\searrow$	0	$\nearrow$

e) Estudo da variação do sinal para *h(x)*.

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; +\infty[$
h(x)	-	0	-

Estudo da variação do sinal para *w(x)*.

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; +\infty[$
h(x)	+	0	+

f) Eixo de simetria para *h(x)* é $x = 0$ e para *w(x)* também $x= 0$

g) As coordenadas de vértice para *h(x)* é (0; 0) e para *w(x)* também (0; 0).

h) Se $h(x) = -\frac{1}{4}x^2$ então, $h(-20)=$

$$-\frac{3}{4}\bullet(-20)^2 = -\frac{3}{4}\bullet 400 = -\frac{1200}{4} = -300$$

Do mesmo modo, $h(17) = -\frac{3}{4}\bullet -17^2 = -\frac{867}{4} = -216,75$.

Para este exercício, temos que mudar de função para *w(x)* = $0,3x^2$, então,

$w(-30)= 0,3\bullet(-30)^2 = 0,3\bullet 900 = 270$ e para $w(19)$, teremos:

$w(19) = 0,3\bullet 19^2 = 0,3\bullet 361 = 108,3$.

i) *w*(4)-*w*(-5) Para este tipo de exercícios, temos que primeiro calcular do mesmo modo como fizemos na lição anterior, ou seja:

w(4)-*w*(-5)=

$$0,3\bullet 4^2 - 0,3\bullet(-5)^2 = 0,3\bullet 16 - 0,3\bullet 25 = 4,8 - 7,5 = -2,7$$

Para teremos: h(-2)+ h(6). Teremos:

$$-\frac{3}{4}\bullet(-2)^2+\left(-\frac{3}{4}\bullet 6^2\right)=-\frac{3}{4}\bullet 4+\left(-\frac{3}{4}\bullet 36\right)=-3+\left(-27\right)=-30$$

Para

h(7) + w(-9). Teremos:

$$-\frac{3}{4}\bullet 7^2+0,3\bullet(-9)=-\frac{-147}{4}+(-2,7)=-36,75-27=-39,45$$

Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

5 Representação Gráfica da Função do Tipo $y=a\bullet xn$; Caso n=3

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Calcular as imagens duma aplicação;
- Construir gráficos do tipo $y=a\bullet x^n$ (caso n = 3);
- Interpretar e estudar os gráfico;

Material necessário de apoio

- Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Para completar esta lição com sucesso temos que ter as lições anteriores bem entendidas, pois mais uma vez vamos representar graficamente as funções, determinar o contradomínio, fazer o estudo da monotonia e da variação do sinal. Bem como a soma algébrica de imagens.

Para esta lição, obteremos um novo tipo de gráfico, que se chama função cúbica, com a forma de solinoide.

Exemplo1

Seja dada a função $y = a \bullet x^n$; $n = 3$, agora consideremos um exemplo da função $y = x^3$. Reescrevendo-a na forma $y = ax^n$, teremos :

$y = 1 \bullet x^3$, isto é, **a = 1** e **n= 3.**

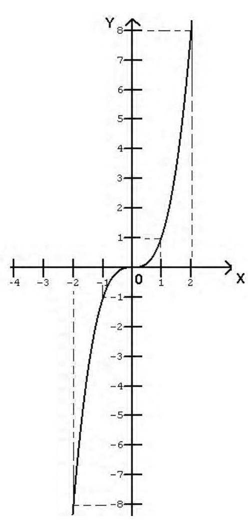
Assim a função fica $y = x^3$ ou simplesmente $f(x) = x^3$.
O **domínio** e **contradomínio** deste tipo de função será sempre o conjunto $\mathbb{R}$.

Procedendo do mesmo modo que as lições anteriores, facilmente construiremos o gráfico $f(x) = x^3$. Assim devemos:
Construir tabela de valores, onde vamos atribuir valores próximos de zero do **domínio** (*Df*), e determinar os valores do **contradomínio** (*D'f*);

x	$f(x) = x^3$
-2	-8
-1	-1
0	0
1	1
2	8

Marcar os pontos obtidos no sistema cartesiano ortogonal (SCO);
Unir os pontos obtidos com ajuda de um lápis e a mão livre (**sem usar régua**).

Como pode observar o gráfico abaixo:



Para este caso **n = 3**, quando o valor do **a** na função é um número positivo, como mostra o gráfico acima. O gráfico vai atravessar o primeiro e o terceiro quadrante, no caso em que o valor de **a** é um número negativo, irá atravessar o segundo e o quarto quadrante. (lembre se, caro aluno que a enumeração dos quadrantes, segue o sentido anti-horário).

Interpretação do gráfico $f(x) = x^3$:

A partir deste gráfico, vamos fazer várias análises, da variação da monotonia e da função, as coordenadas do vérteces e o eixo de simetria. Assim sendo, podemos dizer que:

- O domínio da função *f(x)*, é o conjunto $\mathbb{R}$ (conjunto dos números reais), isto é, elementos que o pode tomar. Estes valores são lidos no eixo das abcissas.

  Simbolicamente fica: D*f* = $\mathbb{R}$ ou $]-\infty;+\infty[$.

- O contradomínio de *f(x)* , é o conjunto $\mathbb{R}$ (conjunto dos números reais), o conjunto das imagens. Estes valores são lidos no eixo das ordenadas ***yy***.

  Simbolicamente fica: D`*g* = $\mathbb{R}$ ou $]-\infty;+\infty[$.

- Finalmente, a monotonia da função *f(x),* que vamos representar de seguida*:*

Representação da monotonia da função *f(x)* na forma de tabela:

x	$]-\infty; 0[$.	0	$]0; +\infty[$.
y	↗	0	↗

Interpretação do quadro:

1. A função f(x), cresce no intervalo $]-\infty;\ 0[$. E quando o valor de x é zero (0), o valor do y também toma valor zero (0), determinado a partir da função dada.

2. No intervalo $]0;\ +\infty[$, a função continua a crescer infinitamante.

Agora vamos representar o estudo da variação do sinal.

Representação do estudo da variação do sinal

x	$]-\infty;\ 0[$.	**0**	$]0;\ +\infty[$.
y	**-**	**0**	**+**

A variação do sinal da função $f(x) = x^3$, a função é negativa no intervalo $]-\infty;\ 0[$, e no intervalo $]0;\ +\infty[$, a função toma valores positivos.

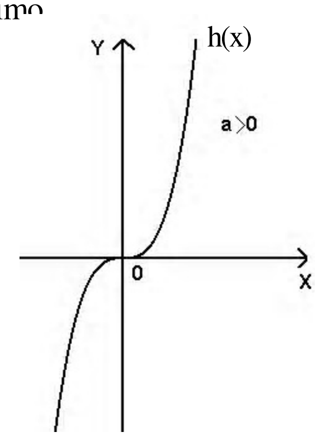
Equação do eixo de simetria

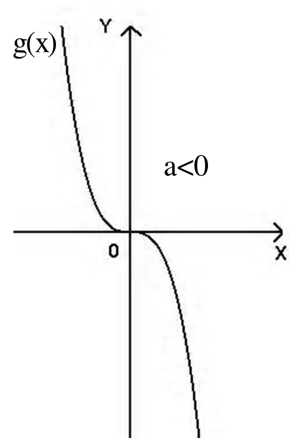
Usando o procedimento da lição 4, deste módulo, teremos equação do eixo de simetria $x = 0$

Vértece do gráfico

Para este tipo de funções cúbicas não tem vértece , logo não tem ponto máximo nem mínimo

Agora observa:

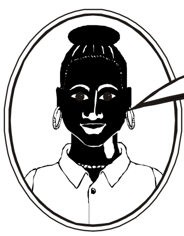




Se o valor do coeficiente **_a_** é positivo, teremos a forma do gráfico *h(x),* onde vai cortar o primeiro e terceiro quadrante. Caso o valor de **a** for negativo, teremos a forma do gráfico *g(x),* onde vai cortar o segundo e o quarto quadrante.

Cálculo de imagens da função dada, $f(x) = x^3$

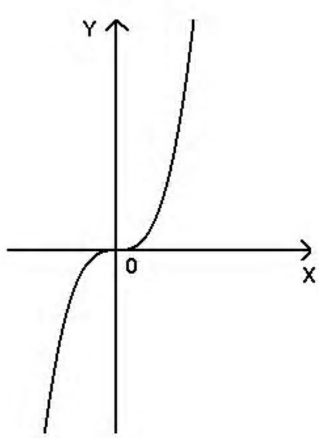
Dada a função $f(x) = x^3$, pode-se calcular o transforfamdo de *f(20)*. Seja *x*= 20, então substitue-se a variável *x* por 20 e tem-se:
f(20) = $20^3 \Leftrightarrow f(20) = 8000$; visto que $20^3 = 20 \cdot 20 \cdot 20 = 8000$.



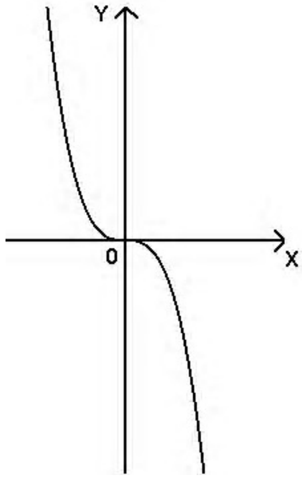
Que tal? Conseguiu seguir e entender bem o raciocínio da construção dos gráficos das funções do tipo $y = ax^n$, caso n= 3? Se teve dificuldades em compreender não se preocupe, pois vamos explicar-lhe doutra forma já a seguir. Para tal sugerimo-lhe que realize a seguinte actividade.

ACTIVIDADE

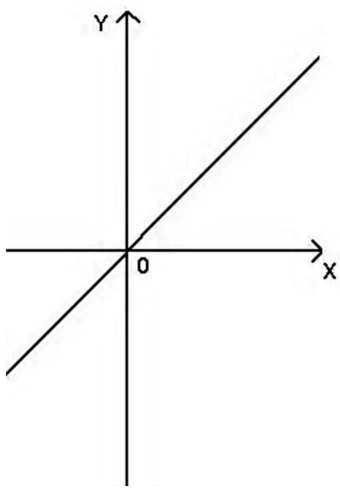
1. Dada a função *p(x)* = $2x^3$, assinale com ✓ o gráfico correspondente



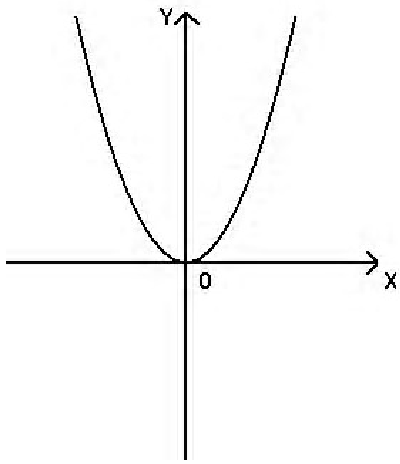
✓ ☐


Y
0
X

✓ ☐


Y
0
X

☐


Y
0
X

☐

2. Dada a função $q(x) = \frac{3}{2}x^3$, assinale com ✓ o contradomínio correspondente.

a) $\mathbb{R}^+$ ☐

b) $\mathbb{Z}^+$ ☐

c) $\mathbb{R}$ ☐

d) $]-\infty; 0[$. ☐

3. Assinale com um ✓ a equação do eixo de simetria da função $q(x) = \frac{3}{2}x^3$

a) $x - 1 = 0$ ☐

b) x^3 ☐

c) x = 0 ☐

d) Não existe ☐

4. Assinale com um ✓ as coordenadas do vértece da função $q(x) = \frac{3}{2}x^3$

a) (0; 0) ☐

b) (-1; 0) ☐

c) (-1; -1) ☐

d) Não existe ☐

5. Dadas as função $f(x) = \frac{3}{2}x^3$ *e* $g(x) = 2x^3$ assinale com ✓ a diferença entre
$f(-10)$ e $g(-14)$.

a) 3988

b) 5488

c) -2744

d) -3000

e) Não existe

6. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas.

a) O domínio duma função cúbica é sempre o conjunto $\mathbb{Z}^+$.

b) A monotonia duma função cúbica é decrescente, se **a** $\succ 0$ e crescente se **a** $\prec 0$.

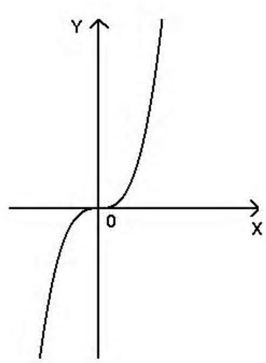
c) Todos os gráficos de função cúbica, passam pela origem dos eixos (0; 0).

d) Se $f(x)=\frac{2}{5}x^3$ então, $f(-6) = -86{,}4$.

e) Se $g(x) = -\frac{1}{2}x^3$ então, $g(-12) = 864$.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.



2. c)

3. c)

4. d)

5. a)

6. a) F; b) F; c) V; d) V**;** e) V.

EXERCÍCIOS

1. Represente no mesmo sistema cartesiano ortogonal os gráficos das seguintes funções:

a) $f(x) = -\frac{3}{4}x^3$

b) $g(x) = \frac{1}{4}x^3$

c) Determine o contradomínio de *f(x) e g(x)* .

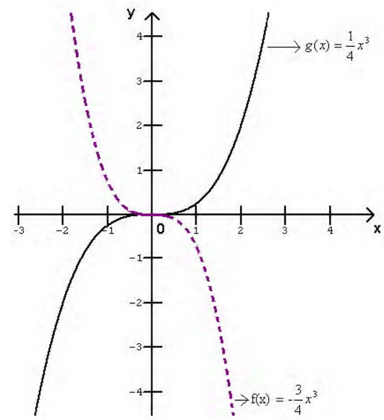
d) Fazer estudo da monotonia e do sinal da função de *f(x) e g(x)*

e) Indica as equações do eixo de simetria para *f(x) e g(x)*

Bom trabalho, caro aluno! Agora compare as suas respostas com as que lhe propomos na chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.



c) $\mathbb{R}$ ou $]-\infty; +\infty[$

d) Gráfico *f(x)*, Estudo da monotonia.

x	$]-\infty; 0[$	**0**	$]0; +\infty[$
y	[redacted]	**0**	[redacted]

Gráfico *f(x)*, Estudo da variação do sinal

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; +\infty[$
y	+	0	-

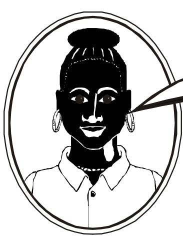
Gráfico *g(x)* Estudo da monotonia

x	$]-\infty; 0[$	**0**	$]0; +\infty[$
y	↗	**0**	↗

Gráfico *g(x)*, Estudo da variação do sinal

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; +\infty[$
y	-	0	+

e) Equação do eixo de simetria para *f(x)* , x = 0 e para *g(x), x* = 0.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em nenhum exercício volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

6 Representação Gráfica da Função do Tipo $y = a \cdot x^n$ Caso n= 4

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Construir gráficos do tipo y = $a \cdot x^n$ (segundo caso n= 4);
- Identificar o domínio e contradomínio;
- Estudar a monotonia da função;
- Calcular as imagens duma aplicação.

Material necessário de apoio

- Régua, esquadro, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Nesta lição, vamos estudar a representação gráfica, do mesmo tipo de funções que abordamos nas lições anteriores, mas desta vez para o caso em que o valor do "**n**" é igual a **4**.

Vamos, ainda mais praticar o conceito de domínio e contradomínio duma função a partir do gráfico;

Para esta lição vamos mais uma vez construir parábolas, pois este tipo de função é chamada função bi-quadratica, isto é, é quadrática elevada ao quadrado $\left(x^2\right)^2$ que é o mesmo que x^4, pela regra de cálculo de potência de uma potência.

Função do tipo y= $a \cdot x^n$, caso n= 4

Agora consideremos a função $y = x^4$. Reescrevendo-a na forma y = $a \cdot x^n$, teremos: y = $1 \cdot x^4$, isto é, **a= 1** e **n= 4.**

Exemplo

Dada a função y=$1 \cdot x^4$ que é o mesmo que y = x^4 ou simplesmente $g(x) = x^4$, cujo domínio é de $[-2;\ 2]$, este domínio é representativo do conjunto universo $\mathbb{R}$.

Usando o caminho da lição anterior, primeiro devemos:

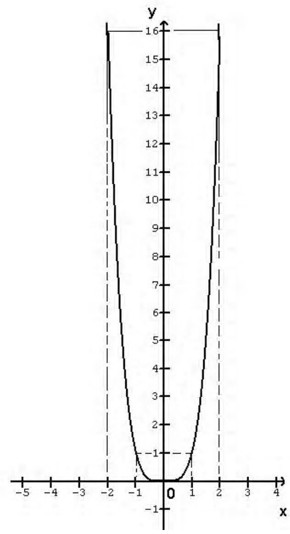
- Construir uma tabela de valores, onde vamos atribuir valores do domínio (Dg);
- De seguida determinar o contradomínio ($D`g$).

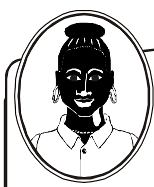
Para este exercício temos que determinar o contradomínio, substituindo o valor do ***x*** pela respectiva abcissa.

Assim para a função dada $g(x) = x^4$ fica:

x	$g(x)=x^4$
-2	16
-1	1
0	0
1	1
2	16

Como verificou facilmente determinou o contradomínio. Agora pode marcar no (**SCO**) os resultados obtidos na tabela.





Depois de marcar os pontos , deve-se unir os pontos obtidos, e assim obtemos o gráfico da função $g(x) = x^4$

É Importante sublinhar que, quando o valor de **a** na função é um número positivo, então, o gráfico (a parábola) estará virada para cima. Se o valor de **a** for negativo o gráfico (a parábola) estará virada para baixo.

TOME NOTA...

As condições descritas para as funções quadráticas, são válidas para funções bi-quadráticas.

Resumindo:

- **O domínio** da função g(x), é o conjunto $\mathbb{R}$ (conjunto dos números reais), isto é, elementos que o ***x*** pode tomar (objectos). Estes valores são lidos no eixo das abcissas ***xx***.
- Simbolicamente fica: *Dg*= $\mathbb{R}$ ou $]-\infty;+\infty[$.
- **O contradomínio** da função *g(x)*, é o conjunto $\mathbb{R}^+{}_0$ isto é, o conjunto das imagens. Estes valores são lidos no eixo das ordenadas ***yy***.
- Simbolicamente fica: $D`g = \mathbb{R}^+{}_0$ *ou* $[0; +\infty[$
- Monotonia da função ***g(x)***, refere-se ao comportamento do gráfico, se sobe ou desce. Para esta função *g(x)*, a função é decrescente no intervalo de $]-\infty;0[$ e crescente de $]0;+\infty[$.

Representação de monotonia da função *g(x)* na forma de tabela:

x	$]-\infty;0[$	0	$]0;+\infty[$
y	↘	0	↗

Interpretação do quadro:

- Função **g(x)** decresce no intervalo $]-\infty;0[$ e mostra-se esse decrescimento por meio de uma seta, e, quando o valor do ***x*** é zero (0), o valor do ***y*** também toma valor zero, determinado a partir da funçao, $g(x) = x^4$, onde $g(0) = 0^4 = 0$. Que quer dizer que o transformado de zero nesta aplicação é igual a zero.

- No intervalo $]0;+\infty[$, a função é crescente, mostrando esse crescimento pela seta

Muito bem. Caro aluno. Agora vamos calcular imagens desta função $g(x) = x^4$.

CÁLCULO DE IMAGENS DE UMA FUNÇÃO

Pode-se calcular os transformados (**imagens**) de:
$g(-5) = (-5)^4 = 625$, isto é da função, $g(x) = x^4$, substitue-se onde temos a incógnita $\boldsymbol{x}$ pelo valor a transformar.

Então, procedendo do mesmo modo teremos:

a) $g(-3) = (-3)^4 = 81$;

b) $g(10) = 10^4 = 10000$;

c) $g(-6) = (-6)^4 = 1296$;

d) $g\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$;

Está a seguir com atenção? Então, podemos efectuar a soma algebrica de:

$$g\left(\frac{2}{3}\right) + g(-6) = \frac{16}{81} + 1296 = 1296{,}19753$$

Facilmente podemos observar os resultados da alinea **c)** e **d)**, cuja a sua soma é igual a 1296,19753.

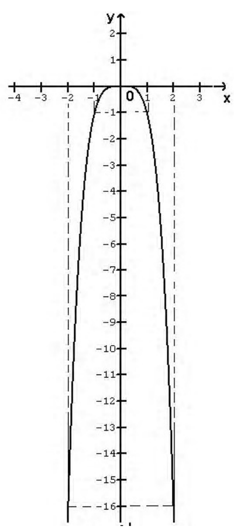
Exemplo 2

Dada a função $f(x) = -x^4$.
Usando o mesmo procedimento, podemos facilmente construir o gráfico.

Assim, a tabela vai tomar os seguintes valores.

x	$f(x) = -x^4$
-2	-16
-1	-1
0	0
1	-1
2	-16

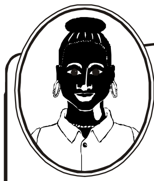
Marcar no (SCO) os resultados obtidos na tabela, e unir a mão livre os pontos obtidos.



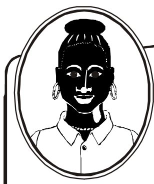
Para este caso o gráfico da função é uma parábola virada para baixo, pois o valor do **a** na função é negativo.

A partir do gráfico acima, podemos tirar a seguinte análise:

- O domínio da função *f(x),* é o conjunto $\mathbb{R}$ (conjunto dos números reais), isto é, elementos que o ***x*** pode tomar (objectos). Estes valores são lidos no eixo das abcissas ***xx***.
- Simbolicamente fica: D*f* = ou .



- **O contradomínio** da função *f(x)*, é o conjunto $\mathbb{R}^{-}_{0}$, isto é, o conjunto das imagens. Estes valores são lidos no eixo das ordendas ***yy***.
- Simbolicamente fica: $D`f = \mathbb{R}^{-}_{0}$ *ou* $[0; -\infty[$



- Monotonia da função ***f(x)***, como vimos na função do exemplo anterior, desta vez a função vai sempre crescer e depois decrescer, pois a parábola está virada para baixo.

Representação de monotonia da função *f(x)* na forma de tabela:

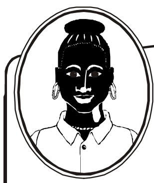
x	$]-\infty;0[$	0	$]0;+\infty[$
y	↗	0	↘

Interpertação do quadro:

- A função ***f(x)*** cresce no intervalo de menos infinito até zero $]-\infty;\ 0[$ e quando o valor do ***x*** é zero (0), o valor do ***y*** também toma valor zero, determinado a partir da funçao, $f(x) = -x^4$, onde $f(0) = -(0)^4 = 0$.
- No intervalo de zero até mais infinito $]0;+\infty[$, a função vai decrescer infinitamente.

CÁLCULO DE IMAGENS DE UMA FUNÇÃO

Também para a função $f(x) = -x^4$, Pode-se calcular os transformados (imagens) de:



$f(-5) = -(-5)^4 = -(+625) = -625$ isto é, da função, $f(x) = -x^4$, substitue-se onde temos a incógnita ***x*** pelo valor a transformar.
$f(x) = -x^4$ é transformado em $f(-5) = -(-5)^4$ que é igual a - 625.

Então, procedendo do mesmo modo teremos:

a) $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^4 = -\frac{1}{16}$;

b) $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\left(+\frac{2}{3}\right)^4 = -\left(+\frac{16}{81}\right) = -\frac{16}{81}$;

c) $f(0,2) = -(+0,2)^4 = 0,0016$;

d) $f\left(-\sqrt{2}\right) = -\left(-\sqrt{2}\right)^4 = -\left(+\sqrt{2^4}\right) = -\left(+\sqrt{16}\right) = -4$;

Esperamos que esteja a seguir com atenção. Então, efectuando a soma algebrica, teremos:

$\mathrm{f}(2) + \mathrm{f}(3) = -(+2) + \left[-(+3)^4\right] = -16 - 81 = -97$. Facilmente econtramos a solução.

ACTIVIDADE

1. Assinale com ✓ o transformado de *h(-7)*, dada a função $h(x) = -\frac{3}{2}x^4$

✓

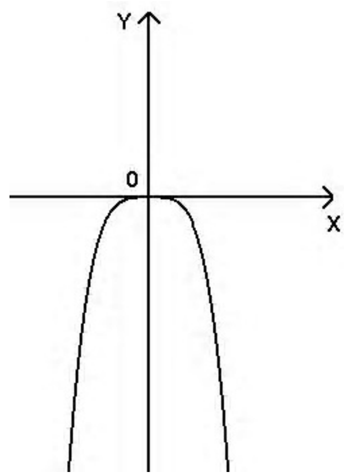
a) -3601,5

b) 2401

a) 3601,5

b) –2401

2. Dado o gráfico, assinale com um ✓ a função correspondente.



✓

a) $f(x) = -2x$

b) $h(x) = -\frac{1}{2}x^4$

a) $g(x) = 4$

b) $p(x) = -\frac{3}{2}x^3$

3. Dadas as funções $q(x) = -\frac{3}{2}x^4$ e $g(x) = -x$, assinale com ✓ a soma correcta de $q(-5) + g(-\frac{3}{2})$.

a) 936 ☐

b) 198 ☐

c) 1875 ☐

d) 625 ☐

e) 82,2 ☐

f) 1,5 ☐

g) - 52 ☐

4. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas.

V/F

a) O dominio duma função bi-quadrática é sempre o conjunto $\mathbb{R}$ ☐

b) A função bi-quadrática é sempre monótona crescente ☐

c) A função bi-quadrática é monótona, cresce até um ponto e depois decresce. ☐

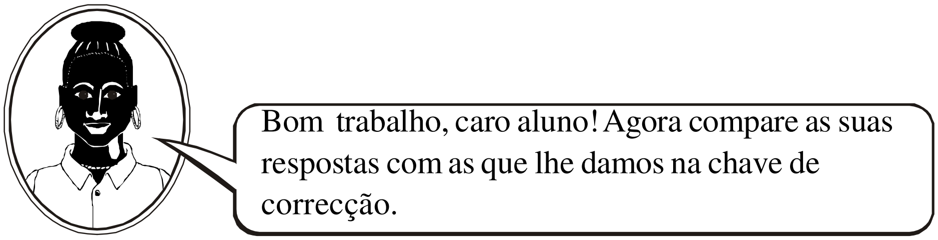
d) Todos gráficos de funções do tipo $y = ax^n$ passam pela origem dos eixos (0; 0). ☐

e) Toda função bi-quadrática com valor de ***a*** negativo, é monótona crescente. ☐

f) Toda função bi-quadrática com valor de ***a*** positivo, é monótona crescente. ☐

g) Se $f(x) = 3x^4$ então, $f(-10) = 30000$ ☐

h) Se $h(x) = -\frac{1}{2}x^4$ então, $h\left(\sqrt{3}\right) = -\frac{9}{2}$ ☐



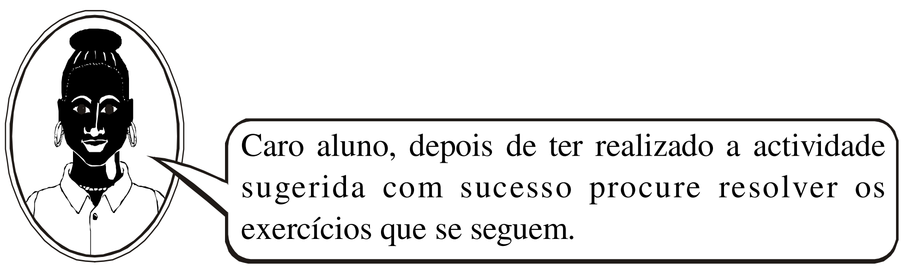
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2. b)

3. a)

4. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** F; **f)** F; **g)** V; **h)** V.

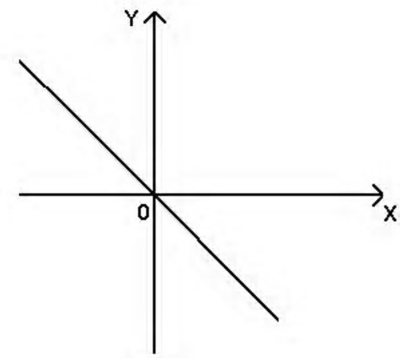


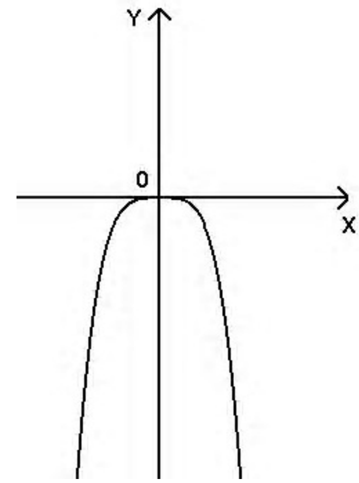
EXERCÍCIOS

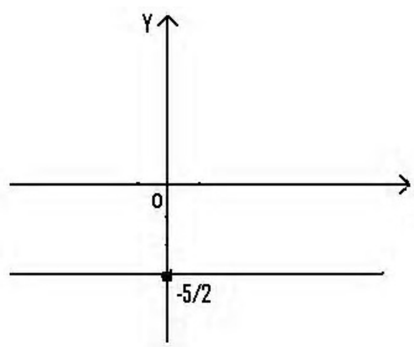
1. Dados os gráficos, faça corresponder as respectivas funções aos gráficos certos.

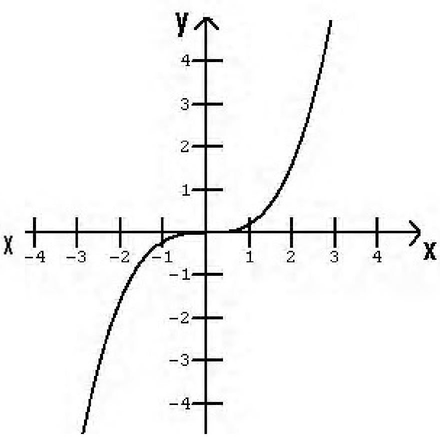
$A: f(x) = 0.2x^3,$ $\quad B: g(x) = \frac{1}{4}x^2,$ $\quad C: h(x) = -x,$

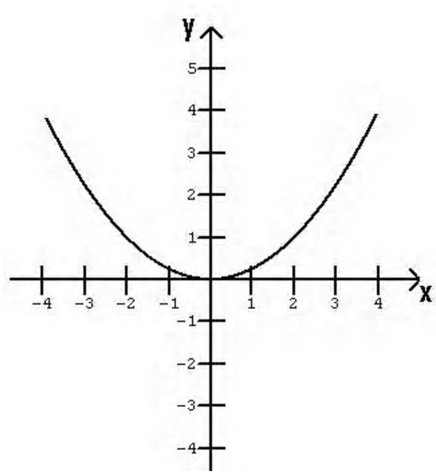
$D: p(x) = -\frac{2}{3},$ $\quad E: q(x) = -\frac{5}{2}$


Y
X
0


Y
0
X


Y
0
X
-5/2


y
4
3
2
1
−4 −3 −2 −1 1 2 3 4
X
−1
−2
−3
−4


y
5
4
3
2
1
−4 −3 −2 −1 1 2 3 4
X
−1
−2
−3
−4

2. Represente no mesmo sistema cartesiano ortogonal os gráficos das seguintes funções:

a) $f(x) = -0,75x^4$

b) $g(x) = \dfrac{7}{2}x^4$

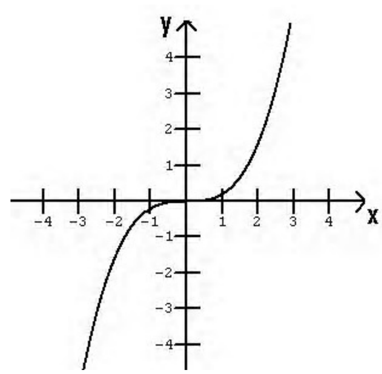
c) Determine contradominio de f(x) e g(x).

d) Fazer estudo da monotonia da função para f(x) e g(x).

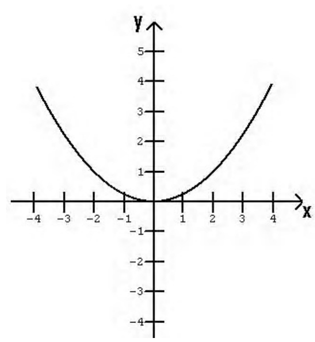
CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

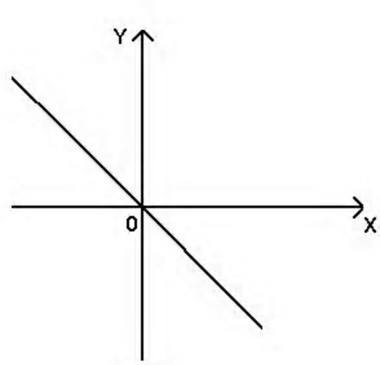
A: $f(x) = 0.2x^3$,



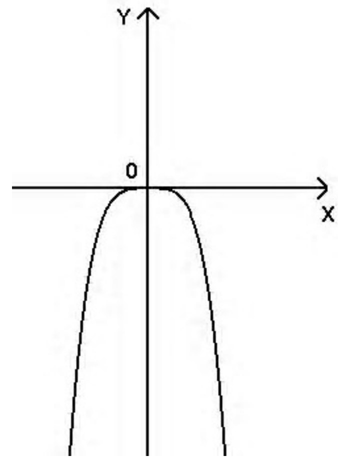
B: $g(x) = \dfrac{1}{4}x^2$,



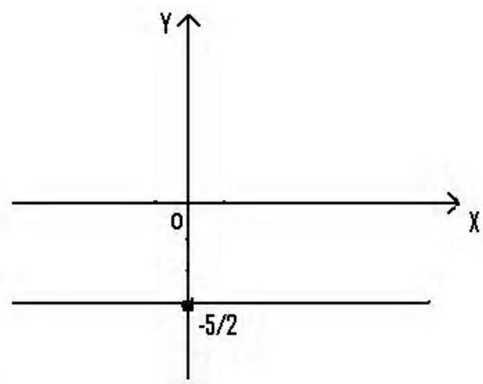
C: $h(x) = -x$,



D: $p(x) = -\frac{2}{3}x^4$,

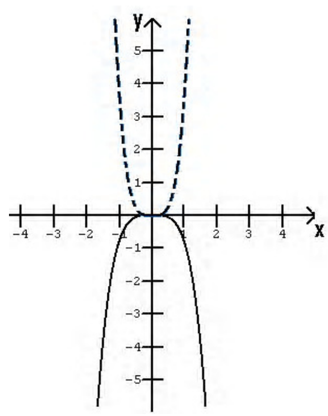


E: $q(x) = -\frac{5}{2}$



2. a)

b)

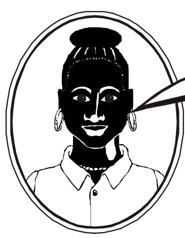


c) D'f $= \mathbb{R}_0^+$ e D'g $= \mathbb{R}_0^-$

d)

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; +\infty[$
f(x)	↗	0	↘

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; +\infty[$
g(x)	$\searrow$	0	$\nearrow$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Cólera

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vómitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vómitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bébé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
- Não tomar banho nos charcos, nas valas de drenagem ou água dos esgotos.

7 Construção de Gráficos do Tipo y = $a \cdot xn$ Análise dos Gráficos

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Construir gráficos do tipo y = $a \cdot x^n$;
- Identificar o domínio e contradomínio;
- Estudar a monotonia da função;
- Calcular as imagens duma aplicação.

Material necessário de apoio

- Régua, esquadro, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Para esta lição, vamos analisar a representação gráfica, das funções das lições anteriores, mas desta vez, todos casos;

Vamos, ainda mais praticar o conceito de domínio e contradomínio duma função a partir dos gráficos e analizar a variação do sinal e da monotonia, o chamado **estudo completo da função**.

FAZENDO REVISÕES...

Em forma de revisão, vamos estudar o comportamento dos gráficos no geral.

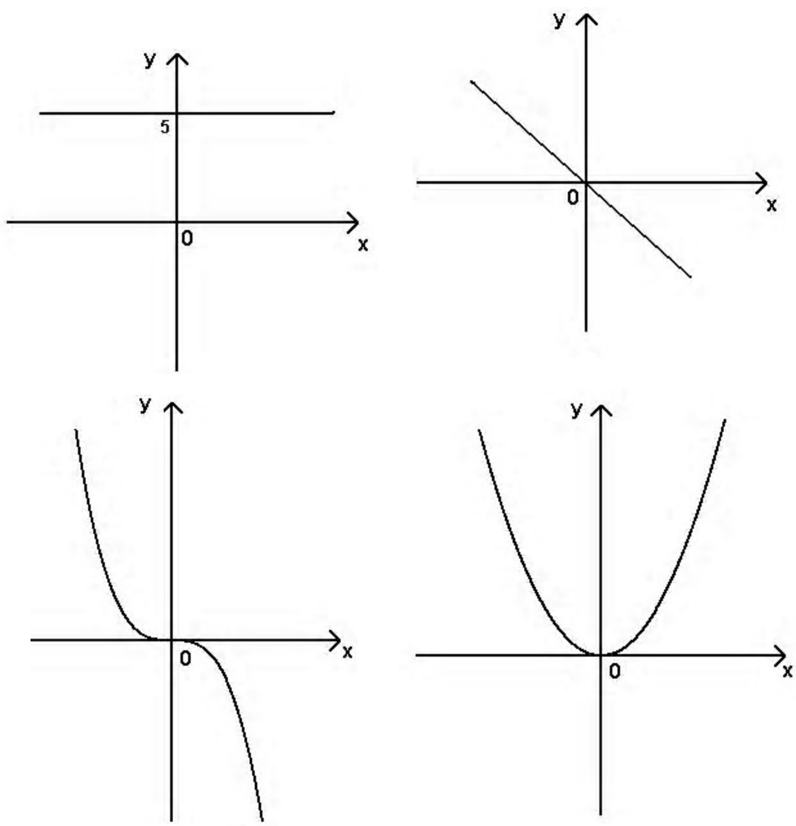
Função do tipo y = $a \cdot x^n$.

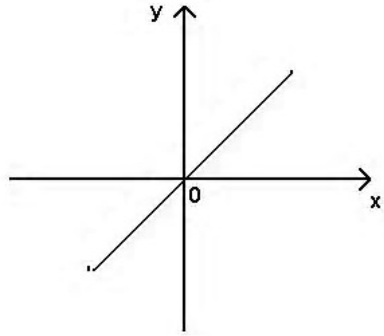
Caro aluno para esta lição, vamos fazer a revisão dos gráficos já estudados da lição 1 até lição 6 deste módulo.

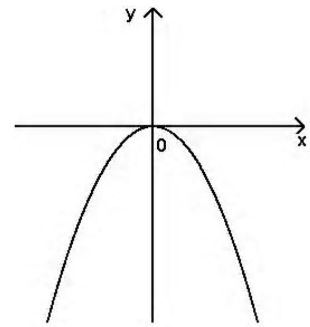
Para tal, presta atenção a seguinte actividade que deve efectuar em grupo com um ou mais colegas.

ACTIVIDADE

1. Dados gráficos, identifique as funções correspondentes:







$A: f(x)=2x^2;$ $\quad B: g(x)= -x^3;$ $\quad C: h(x) = \dfrac{3}{2}x$

2. Dada a função quadrática *f(x)* = $-2x^2$, indique com um ✓ o D*f*.

a) $\mathbb{R}^-$

b) $\mathbb{R}^+$

c) $\mathbb{R}$

d) $\mathbb{Z}^-$

e) $\mathbb{Z}^+$

3. Dada a função quadrática *f(x)* = $-2x^2$, indique com um ✓ o D´*f*.

a) $\mathbb{R}_0^-$

b) $\mathbb{R}^+$

c) $\mathbb{R}$

d) $\mathbb{Z}^-$

e) $\mathbb{Z}^+$

4. Dada a função quadrática *f(x)* = $-2x^2$, indique com um ✓ os Zeros da função se existirem.

a) x = 0 ☐
b) x = -2 ☐
c) x = -4 ☐
d) x = 2 ☐
e) x = 4 ☐

5. Dada a função quadrática *f(x)* = $-2x^2$, indique com um ✓ as coordenadas do vértece se existerem.

a) (-1; 3) ☐
b) (-2; -2) ☐
c) (0; 0) ☐
d) (-1; 0) ☐
e) (0; 1) ☐

6. A partir do exercício **5,** determinar o contradomínio, sendo domínio igual a (-2; -1;0; 1; 2).

7. Ainda do exercício **5,** construir o gráfico *f(x).*

8. Dada a função quadrática $f(x) = -2x^2$, indique com um ✓ a monotonia da função $f(x)$

a) Crescente e decrescente ☐

b) Crescente e crescente ☐

c) Decrescente e decrescente ☐

d) Decrescente e crescente ☐

9. Dada a função quadrática $f(x) = -2x^2$, indique com um ✓ a variação do sinal.

a) Positiva e positiva ☐

b) Negativa e positiva ☐

c) negativa e negativa ☐

d) Positiva e negativa ☐

10. Dada a função quadrática $f(x) = -2x^2$, indique com um ✓ a equação do eixo de simetria.

a) x = 1 ☐

b) x = 0 ☐

c) x = -2 ☐

d) x = $\sqrt{2}$ ☐

11. Completa os espaços em branco.

a) O gráfico da função $f(x) = -2x^2$ tem a parábola com concavidade virada para ____________________, pois o valor do coefeciente **a** é ________________________.

12. Dada a função quadrática *f(x)* = $-2x^2$, calcula os transformados de:

a) $f(-11)$

b) $f\left(\frac{2}{5}\right)$

c) $f\left(-\frac{6}{5}\right)$

d) $f\left(-\sqrt{5}\right)$

13. Dada a função quadrática *f(x)*= $-2x^2$. Compare, use os símbolos $\prec; \succ;$ *ou* $=$.

a) $f(0)$____________ $f(-2)$

b) $f\left(-\frac{1}{2}\right)$____________ $f\left(\frac{1}{2}\right)$

c) $f\left(\sqrt{3}\right)$____________ $f(3)$

d) $f(-5)$____________ $f\left(\frac{2}{3}\right)$

14. Considere as funções *f(x)* **= -**x, *g(x)* **=** 2, *h(x)* **=** $-x^3$, *q(x)* = $-x^4$ e *w(x)* = $-2x^2$.

a) Complete a seguinte tabela

x	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	**0**	$\frac{1}{2}$	**1**	**2**	$\frac{5}{2}$
f(**x**)									
g(**x**)									
h(**x**)									
q(**x**)									
w(**x**)									

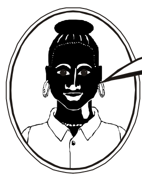
15. Dadas as funções $f(x) = -x$, $g(x) = 2$, $h(x) = -x^3$, $q(x) = -x^4$ e $w(x) = -2x^2$. Calcule as seguintes somas:

a) $f(-1) - g(-2) + w(2)$

b) $w(0) - h(5) + q(3)$

c) $q\left(\sqrt{3}\right) - q(3)$

d) $q\left(\sqrt{2}\right) + w\left(\sqrt{2}\right) - f\left(\sqrt{2}\right) + h\left(\sqrt{2}\right) - g\left(\sqrt{2}\right)$

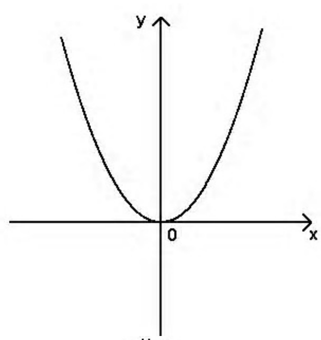


Bom trabalho, caro aluno! Agora compare as suas resoluções e respostas com as que lhe propomos na chave de correcção.

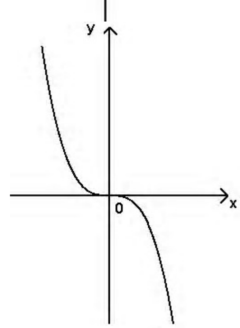
CHAVE DE CORRECÇÃO

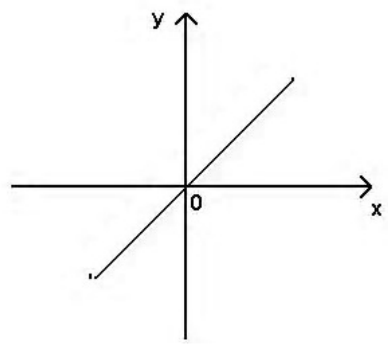
1. Para facilmente identificar os gráficos, deve primeiro identificar as características básicas de cada função, assim teremos:

A →



B →



C $\longrightarrow$ 

2. c)
3. a)
4. a)

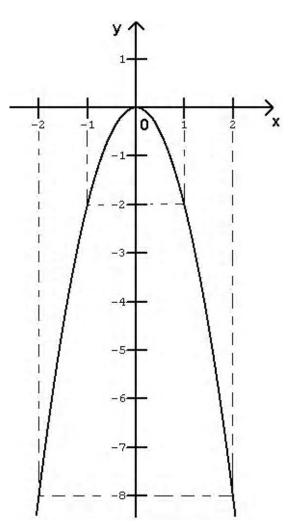
Sendo uma função quadrática, teremos duas soluções iguais a zero, e diz-se solução dupla e pode se escrever: $x_1 = x_2 = 0$.

5. c) (0; 0) Recorde-se que para todas funções do tipo $y = ax^n$, se n = 2, tem sempre o vértice no ponto (0; 0).

6.

x	$f(x) = -2x^2$
-2	-8
-1	-2
0	0
1	-2
2	-8

7.



8. **a)** Crescente e decrescente, também pode-se representar na forma de tabela, e ficará assim:

x	$]-\infty; 0[$	**0**	$]0; +\infty[$
y	$\nearrow$	**0**	$\searrow$

9. **c)** negativa e negativa, também pode-se representar na forma de tabela, como no caso anterior e ficará assim:

x	$]-\infty; 0[$	**0**	$]0; +\infty[$
y	-	**0**	-

10. **b)** $x = 0$. Para funções quadráticas deste tipo, o eixo que divide a parábola em duas partes é o eixo dos *yy*, que coincide com a abcissa zero. Daí, provém a equação do eixo de simetria $x = 0$.

11. **a)** O gráfico da função $f(x) = -2x^2$ tem a parábola com concavidade virada para ...**<u>baixo</u>**., pois o valor do coefeciente **<u>a</u>** é. **<u>negativo</u>**.

12. Efectuando os cálculos, obtemos os resultados :

a) $f(-11) = -2 \bullet (-11)^2 = -2 \bullet 121 = -242$

b) $f\left(\frac{2}{5}\right) = -2 \bullet \left(\frac{2}{5}\right)^2 = -2 \bullet \frac{4}{25} = -\frac{8}{25}$

c) $f\left(-\frac{6}{5}\right) = -2 \bullet \left(-\frac{6}{5}\right)^2 = -2 \bullet \frac{36}{25} = -\frac{72}{25}$

d) $f\left(-\sqrt{5}\right) = -2 \bullet \left(-\sqrt{5}\right)^2 = -2 \bullet 5 = -10$

13. Dada a função quadrática $f(x) = -2x^2$. Compare, use os símbolos $\prec$; $\succ$; *ou* $=$.

a) $f(0)$.... $\succ$..... $f(-2)$, pois calculando, $f(0) = -2 \bullet 0^2 = -2 \bullet 0 = 0$

e para $f(-2) = -2 \bullet (-2)^2 = -2 \bullet 4 = -8$ e comparando os dois resultados, obtemos a solução proposta.

Para as alíneas seguintes procedemos da mesma forma e encontramos as seguintes soluções:

b) $f\left(-\frac{1}{2}\right)$......... $=$ .... $f\left(\frac{1}{2}\right)$

porque, $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -2 \bullet \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -2 \bullet \frac{1}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

e para $f\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -2 \bullet \frac{1}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$.

c) $f\left(\sqrt{3}\right)$.......... $\succ$ ...... $f(3)$

Porque, $f\left(\sqrt{3}\right) = -2 \bullet \left(\sqrt{3}\right)^2 = -2 \bullet 3 = -6$

e para $f(3) = -2 \bullet (3)^2 = -2 \bullet 9 = -18$

d) $f(-5)$........ $\prec$ .... $f\left(\frac{2}{3}\right)$

Porque, $f(-5) = -2 \bullet (-5)^2 = -2 \bullet 25 = -50$

e para $f\left(\frac{2}{3}\right) = -2 \bullet \left(\frac{2}{3}\right)^2 = -2 \bullet \frac{4}{9} = -\frac{8}{9}$.

14. Considere as funções $f(x)$ **= -**x, $g(x) = 2$, $h(x) = -x^3$, $q(x) = -x^4$ e $w(x) = -2x^2$.

a) Para completar a tabela abaixo deve-se aplicar os conhecimentos do exercício anterior (13).

x	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	**0**	$\frac{1}{2}$	**1**	**2**	$\frac{5}{2}$
f(**x**)	$\frac{5}{2}$	**2**	**1**	$\frac{1}{2}$	**0**	$-\frac{1}{2}$	**-1**	**-2**	$-\frac{5}{2}$
g(**x**)	**2**	2	2	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**
h(**x**)	$\frac{125}{8}$	8	1	$\frac{1}{8}$	**0**	$-\frac{1}{8}$	**-1**	**-8**	$-\frac{125}{8}$
q(**x**)	$-\frac{625}{16}$	-16	-1	$-\frac{1}{16}$	**0**	$-\frac{1}{16}$	**-1**	**-16**	$-\frac{625}{16}$
w(**x**)	$-\frac{25}{2}$	-8	-2	$-\frac{1}{2}$	**0**	$-\frac{1}{2}$	**-2**	**-8**	$-\frac{25}{2}$

15. Dadas as funções $f(x)$ **= -**x, $g(x) = 2$, $h(x) = -x^3$, $q(x) = -x^4$ e $w(x) = -2x^2$. Primeiro calcula-se os transformados separadamente e de seguida substitue-se na expressão algébrica proposta. Para o primeiro caso, $f(-1) = -(-1) = 1$; para o segundo caso $g(-2) = 2$, pois a função é constante, isto é, para qualquer valor do x o valor do y mantém-se constante. Para $w(2) = -2 \cdot 2^2 = -2 \cdot 4 = -8$

Calculando as somas algébricas dos seus transformados obteremos:

a) $f(-1) - g(-2) + w(2) = 1 - (-2) + (-8) = 1 + 2 - 8 = 3 - 8 = -5$

Para as alíneas que seguem, aplica-se o procedimento acima.

b) $w(0) - h(5) + q(3) = 0 - (-125) + (-81) = 125 - 81 = 164$

c) $q(\sqrt{3}) - q(3) = -9 - (-81) = -9 + 81 = 72$

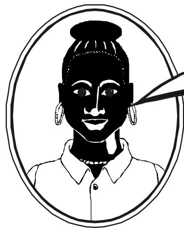
d) $q(\sqrt{2}) + w(\sqrt{2}) - f(\sqrt{2}) + h(\sqrt{2}) - g(\sqrt{2}) =$

$= -4 + (-4) - \sqrt{2} + (-2\sqrt{2}) - 2 =$

$= -8 - 2 - \sqrt{2} + (-2\sqrt{2}) =$

$= -10 + (-1-2) \cdot \sqrt{2} =$

$= -10 - 3 \cdot \sqrt{2}$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dez exercício volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Ter relações sexuais quando se é muito jovem é perigoso:

- pode causar uma gravidez não planeada,
- pode transmitir doenças como a SIDA,
- pode provocar infertilidade - onde raparigas não possam ter filhos quando forem mais velhas,
- pode causar cancro do colo do útero em raparigas.

Pense bem antes de ter relações sexuais. Não corra riscos desnecessários.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Assinale com um✓ a equação do eixo de simetria da função $h(x) = -1$.

a) x = 0

b) x = 1

c) x = $\sqrt{2}$

d) Não existe

2. Assinale com um✓ as coordenadas do vérteces da função $h(x) = -1$.

a) (0; 0)

b) (1; 0)

c) (0; 0)

d) Não existe

3. Assinale com um✓ a função que é quadrática:

a) $g(x) = x^3$

b) $f(x) = -x^4$

c) $h(x) = -1$

d) $q(x) = \frac{1}{4}x$

e) **p(x) =** $\frac{1}{4}x^2$

4. Dadas as funções, $f(\mathrm{x}) = \frac{1}{4}x^2$ e $h(x) = -1$, assinale com um ✓ a solução certa.

A : $f(-8) + h\left(\frac{4}{3}\right)$ é igual a:

a) $\frac{52}{3}$ ☐

b) -1 ☐

c) 15 ☐

d) 16 ☐

B: $f(-12) + h\left(\sqrt{7}\right)$ é igual a:

a) $36 + \sqrt{7}$ ☐

b) 143 ☐

c) 144 ☐

d) 35 ☐

5. Dadas as funções $f(x) = -\frac{4}{3}x$; $g(x) = x^3$ e $h(x) = -3$

A: Construa no mesmo sistema cartesiano as funções *f*, *g*,e *h*.

B: Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas:

V/F

a) A função $h(x)$ é uma função constante. ☐

b) A função $g(x)$ é uma função cúbica. ☐

c) Todas funções do tipo $y = ax^n$, *quando* $n = 1, 2, 3,$ *ou* 4 os seus gráficos passam pela origem dos eixos. ☐

d) A função $f(x)$ é uma função decrescente. ☐

e) O domínio da função $h(x)$ é o conjunto $[0;\ +\infty[$. ☐

f) O gráfico $g(x)$ tem como equação do eixo de simetria $x = 1$. ☐

g) Os gráficos $f(x)$ e $h(x)$ não tem equações do eixo de simetria. ☐

h) O gráfico $g(x)$ tem equação do eixo de simetria igual a $x = 0$. ☐

h) $f(x) = h(x)$, quando o valor da abcissa é igual a $\frac{9}{4}$ e o valor da ordenada igual a -3. ☐

i) $f(x) = g(x)$, quando o valor da abcissa é igual a zero e o valor da ordenada também igual a zero. ☐

j) $f(8) = 11$. ☐

l) $g(8) = 512$. ☐

m) $h(8) = -3$. ☐

6. Dadas as funções $f(x)=\frac{1}{2}x$; $g(x)=-x^2$

A : Assinale com um ✓ o domínio da função $f(x)$.

a) $\mathbb{R}$ ou $]-\infty; +\infty[$ ✓ ☐

b) $\mathbb{R}^+$ ou $]-\infty; +\infty[$ ☐

c) $\mathbb{R}^-$ ou $]-\infty; 0[$ ☐

d) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ☐

B: Assinale com um ✓ o domínio da função $g(x)$.

a) $\mathbb{R}$ ou $]-\infty; +\infty[$ ✓ ☐

b) $\mathbb{R}^+$ ou $]0; +\infty[$ ☐

c) $\mathbb{R}^-$ ou $]-\infty; 0[$ ☐

d) $\mathbb{Z}$ ☐

C: Assinale com um ✓ o contradomínio da função $f(x)$.

a) $\mathbb{R}$ ou $]-\infty; +\infty[$ ✓ ☐

b) $\mathbb{R}^+$ ou $]0; +\infty[$ ☐

c) $\mathbb{R}^-$ ou $]-\infty; 0[$ ☐

d) $\mathbb{Z}$ ☐

D: Assinale com um✓ o contradomínio da função *g(x)*

a) $\mathbb{R}$ ou $]-\infty; +\infty[$ ☐

b) $\mathbb{R}^+$ ou $]0; +\infty[$ ☐

c) $\mathbb{R}^-$ ou $]-\infty; 0[$ ☐

d) $[0; -\infty[$ ☐

E: Construa os gráficos $f(x)$ e $g(x)$ no mesmo sistema cartesiano.

F: Assinale com um ✓ pelo menos um ponto em que $f(x) = g(x)$, a partir do gráfico.

a) (0; 0). ☐

b) $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. ☐

c) (1; 0). ☐

d) Não existe. ☐

G: Assinale com um✓ a monotonia da função *f(x)*

a) Crescente e crescente. ☐

b) Decrescente decrescente. ☐

c) Crescente e decrescente. ☐

d) É constante. ☐

H: Assinale com um✓ a monotonia da função *g(x)*.

a) Crescente e crescente. ☐

b) Decrescente decrescente. ☐

c) Crescente e decrescente. ☐

d) É constante. ☐

I: Assinale com um✓ a variação do sinal da função *g(x)*.

a) Positiva e positiva. ☐

b) Negativa e positiva. ☐

c) Negativa e nagativa ☐

d) Positiva negativa. ☐

J: Assinale com um✓ a variação do sinal da função *f(x)*.

a) Positiva e positiva. ☐

b) Negativa e positiva. ☐

c) Negativa e nagativa ☐

d) Positiva negativa. ☐

7. Dadas as funções**,**

$$f(x)=x; \quad g(x)=\frac{1}{3}; \quad h(x)=x^2; \quad p(x)=x^3; \quad q(x)=x^4.$$

A: Assinale com um ✓ a solução certa, para a expressão algébrica

$f(0)-q(2)+p\left(\frac{3}{4}\right)$ é:

a) 17,14.

b) 1097.

c) $\frac{27}{64}$.

d) Não existe.

B: Assinale com um ✓ a solução certa, para a expressão algébrica

$f(1)-g(2)+f\left(\frac{3}{4}\right)$ é:

a) 17.

b) 10.

c) $\frac{7}{12}$.

d) Não existe.

C: Assinale com um ✓ a solução certa, para a expressão algébrica

$f(\sqrt{2})-g(\sqrt{2})+h\left(\sqrt{2}\right)-q\left(\sqrt{2}\right)+p\left(\sqrt{2}\right)$ é:

a) $-4\sqrt{2}$.

b) $-7+3\sqrt{2}$.

c) $5\sqrt{5}$.

d) Não existe

CHAVE DE CORRECÇÃO

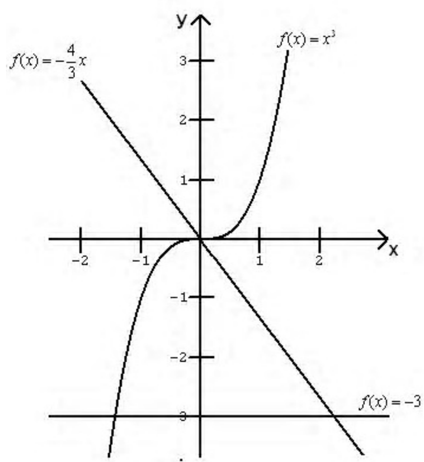
1. d) Não existe

2. d) Não existe

3. e) p(x) **=** $\frac{1}{4}x^2$

4. A: c) 1
4. B: d) 35

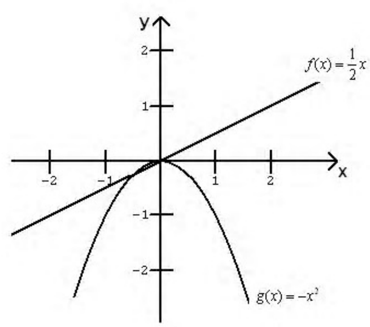
5. A:



5. B: a)V; **b)V; c)**V; **d)**V; **e)**F; **f)**F; **g)**V; **h)**V**; h)**V; **i)**V; **j)F**; **l)**V **m)** V.

6. A : a) $\mathbb{R}$ ou $]-\infty; +\infty[$ **.**
6. B: a) ou **.**
6. C: a) ou **.**
6. D: c) ou **.**

6. E:



6. F: a) (0; 0) e **b)** $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$**.**

6. G: a) Crescente e crescente.
6. H: c) Crescente e decrescente.
6. I: c) Negativa e nagativa.
6. J: b) Negativa e positiva;
7. A: a) 17,14; **7. B: c)** $\frac{7}{12}$; **7. C: b)** $-7+3\sqrt{2}$.

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 5

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)
1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 5

Elaborado por:
Alfredo Agostinho Gomes
Carlos Xavier Nhanguatava

ÍNDICE

		Pág.
	INTRODUÇÃO ---	I
Lição 0 1:	Introdução ao Estudo dos Quadriláteros ------------------------	1
Lição 02:	Designação dos Lados e Ângulos num Quadrilátero --------------	13
Lição 03:	Teorema sobre a Soma dos Ângulos Internos de um Quadrilátero --	23
Lição 04:	Aplicação do Teorema na Resolução de Problemas Específicos -----	37
Lição 05:	Definição do Trapézio --	45
Lição 06:	Propriedades do Trapézio -------------------------------------	55
Lição 07:	Definição do Paralelogramo e Teorema sobre o Paralelogramo ----	63
Lição 08:	Definição do Losango e Teorema sobre o Losango ---------------	75
Lição 09:	Definição do Rectângulo e Teorema sobre o Rectângulo ----------	85
Lição 10:	Definição do Quadrado e Classificação dos Quadriláteros ----------	93
Lição 11:	Exercícios de Aplicação de todos Teoremas ----------------------	103
	TESTE DE PREPARAÇÃO -----------------------------------	109

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

PROGRAMA DE ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA

MENSAGEM DO MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

Estimada aluna,
Estimado aluno,

Sejam todos bem vindos ao primeiro programa de Ensino Secundário através da metodologia de Ensino à Distância.

É com muito prazer que o Ministério da Educação e Cultura coloca nas suas mãos os materiais de aprendizagem especialmente concebidos e preparados para que você, e muitos outros jovens moçambicanos, possam prosseguir os vossos estudos ao nível secundário do Sistema Nacional de Educação, seguindo uma metodologia denominada por "Ensino à Distância".

Com estes materiais, pretendemos que você seja capaz de adquirir conhecimentos e habilidades que lhe permitam concluir, com sucesso, o Ensino Secundário do 1º Ciclo, que, compreende a 8ª, 9ª e 10ª classes. Com o 1º Ciclo do Ensino Secundário você pode melhor contribuir para a melhoria da sua vida, da sua família, da sua comunidade e do país.

O módulo escrito que tem nas mãos, constitui a sua principal fonte de aprendizagem e que "substitui" o professor que você sempre teve lá na escola. Por outras palavras, estes módulos foram concebidos de modo a poder estudar e aprender sozinho obecendo ao seu próprio rítmo de aprendizagem.

Contudo, apesar de que num sistema de Ensino à Distância a maior parte do estudo é realizado individualmente, o Ministério da Educação e Cultura criou Centros de Apoio e Aprendizagem (AA) onde, você e os seus colegas, se deverão encontrar com os tutores, para o esclarecimento de dúvidas, discussões sobre a matéria aprendida, realização de trabalhos em grupo e de experiências

laboratoriais, bem como a avaliação do seu desempenho. Estes tutores são facilitadores da sua aprendizagem e não são professores para lhe ensinar os conteúdos de aprendizagem.

Para permitir a realização de todas as actividades referidas anteriormente, os Centros de Apoio e Aprendizagem estão equipados com material de apoio ao seu estudo: livros, manuais, enciclopédias, vídeo, áudio e outros meios que colocamos à sua disposição para consulta e consolidação da sua aprendizagem.

Cara aluna,
Caro aluno,

Estudar à distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de ensino aprendizagem, estimulando em si a necessidade de dedicação, organização, muita disciplina, criatividade e, sobretudo determinação nos seus estudos.

O programa em que está a tomar parte, enquadra-se nas acções de expansão do acesso à educação desenvolvido pelo Ministério da Educação e Cultura, de modo a permitir o alargamento das oportunidades educativas a dezenas de milhares de alunos, garantindo-lhes assim oportunidades de emprego e enquadramento sócio-cultural, no âmbito da luta contra pobreza absoluta no país.

Pretendemos com este programa reduzir os índices de analfabetismo entre a população, sobretudo no seio das mulheres e, da rapariga em particular, promovendo o equlíbrio do género na educação e assegurar o desenvolvimento da Nossa Pátria.

Por isso, é nossa esperança que você se empenhe com responsabilidade para que possa efectivamente aprender e poder contribuir para um Moçambique Sempre Melhor!

Boa Sorte.

AIRES BONIFACIO ALI
MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo do Módulo 5 de Matemática para a 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado o Módulo 4 que na sua generalidade, abrangiu o estudo de funções do tipo $y = ax^n$, representação gráfica deste tipo de funções, identificar e representar pontos no sistema cartesiano e estudo de monotonia de funções. Neste Módulo 5 vai estudar, quadriláteros na sua generalidade.Tais como:

Aplicação dos teoremas sobre os quadriláteros, trapézios, paralelogramos, losangos e rectângulo.

Ainda neste módulo vamos aplicar os teoremas na resolução de exercícios de cálculo de ângulos. Devendo ser capaz de aplica as propriedades sobre os trapézios.

Por outro lado aprenderá a fazer pequenas demonstrações símples, devendo usar os teoremas da soma dos ângulos internos de um triângulo, os conceitos sobre os lados e ângulos.

Desenhar quadriláteros aplicando propriedades e teoremas. E no final do Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo. Como sabe, eu sou Srª. **Madalena** e vou acompahá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a compreensão da estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário,... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

Como está estruturada esta disciplina?

O seu estudo da disciplina de Matemática é formado por **15 Módulos**, cada um contendo vários temas de estudo. Por sua vez, cada Módulo está dividido em lições. Este **quinto Módulo** está dividido em **11 lições**. Esperamos que goste da sua apresentação!

Como vai ser feita a avaliação?

Como este é o segundo módulo você vai ser submetido a um teste porém, primeiro deverã resolver o **Teste de Preparação**. Este Teste corresponde a uma auto-avaliação. Por isso você corrige as respostas com a ajuda da Sra. Madalena. Só depois de resolver e corrigir essa auto-avaliação é que você estará se está preparado para fazer o Teste de Fim de Módulo com sucesso.

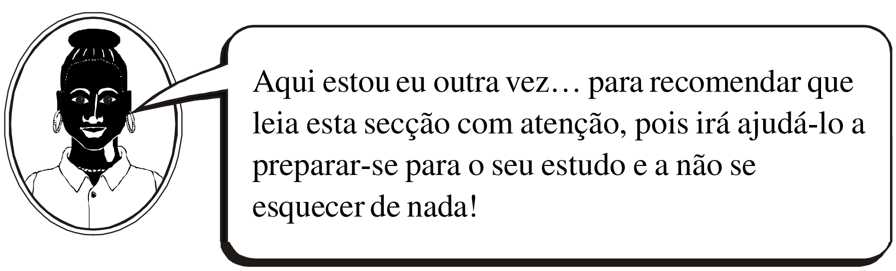
Claro que a função principal do Teste de Preparação, como o próprio nome diz, é ajudá-lo a preparar-se para o Teste de Fim de Módulo, que terá de fazer no **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem - **CAA** para obter a sua classificação oficial.

Não se assuste! Se conseguir resolver o Teste de Preparação sem dificuldade, conseguirá também resolver o Teste de Fim de Módulo com sucesso!

Assim que completar o Teste de Fim de Módulo, o Tutor, no **CAA,** dar-lhe-á o Módulo seguinte para você continuar com o seu estudo. Se tiver algumas questões sobre o processo de avaliação, leia o Guia do Aluno que recebeu, quando se matriculou, ou dirija-se ao **CAA** e exponha as suas questões ao Tutor.

Como estão organizadas as lições?

No início de cada lição vai encontrar os **Objectivos de Aprendizagem**, que lhe vão indicar o que vai aprender nessa lição. Vai, também, encontrar uma recomendação para o tempo que vai precisar para completar a lição, bem como uma descrição do material de apoio necessário.

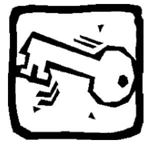


Geralmente, você vai precisar de mais ou menos meia hora para completar cada lição. Como vê, não é muito tempo!

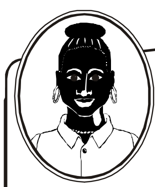
No final de cada lição, vai encontrar alguns exercícios de auto-avaliação. Estes exercícios vão ajudá-lo a decidir se vai avançar para a lição seguinte ou se vai estudar a mesma lição com mais atenção. Quem faz o controle da aprendizagem é você mesmo.

Quando vir esta figura já sabe que lhe vamos pedir para fazer alguns **exercícios** - pegue no seu lápis e borracha e mãos à obra!

A **Chave de Correcção** encontra-se logo de seguida, para lhe dar acesso fácil à correcção das questões.



Ao longo das lições, vai reparar que lhe vamos pedir que faça algumas **Actividades**. Estas actividades servem para praticar conceitos aprendidos.



Conceitos importantes, definições, conclusões, isto é, informações importantes no seu estudo e nas quais se vai basear a sua avaliação, são apresentadas desta forma, também com a ajuda da Sra. Madalena!

Conforme acontece na sala de aula, por vezes você vai precisar de **tomar nota** de dados importantes ou relacionados com a matéria apresentada. Esta figura chama-lhe atenção para essa necessidade.

E claro que é sempre bom fazer **revisões** da matéria aprendida em anos anteriores ou até em lições anteriores. É uma boa maneira de manter presentes certos conhecimentos.

O que é o CAA?

O **CAA** - **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem foi criado especialmente para si, para o apoiar no seu estudo através do Ensino à Distância.

No **CAA** vai encontrar um Tutor que o poderá ajudar no seu estudo, a tirar dúvidas, a explicar conceitos que não esteja a perceber muito bem e a realizar o seu trabalho. O **CAA** está equipado com o mínimo de materiais de apoio necessários para completar o seu estudo. Visite o **CAA** sempre que tenha uma oportunidade. Lá poderá encontrar colegas de estudo que, como você, estão também a estudar à distância e com quem poderá trocar impressões. Esperamos que goste de visitar o **CAA**!

E com isto acabamos esta introdução. Esperamos que este Módulo 5 de Matemática seja interessante para si! Se achar o seu estudo aborrecido, não se deixe desmotivar: procure estudar com um colega ou visite o **CAA** e converse com o seu Tutor.

Bom estudo!

1 Introdução ao Estudo dos Quadriláteros

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar quadriláteros.

Material necessário de apoio

- Caderno, caneta, lápis, régua, esquadro, transferidor, compasso e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

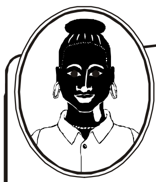
INTRODUÇÃO

Bem vindo a primeira lição do 5º módulo, que vamos estudar a noção de quadriláteros. Nesta lição, vai identificar quadriláteros e diferenciar quadrilátero côncavos e convexos. Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria, na 7ª classe estudou alguns quadriláteros (quadrado, rectângulo e trapézio), mais concretamente o cálculo da sua àrea e perímetro. No entanto, tem mais uma oportunidade de aprender com mais profundidade os quadriláteros.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades de percepção sobre a noção de quadrilátero, deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**, pois a ferramenta fundamental para este módulo é dominar a noção de quadrilátero.

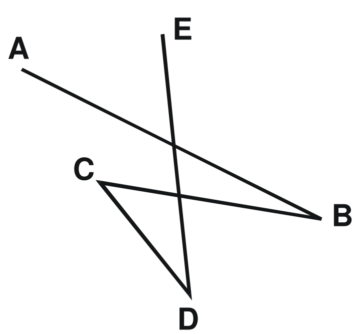
Noção de Quadrilátero

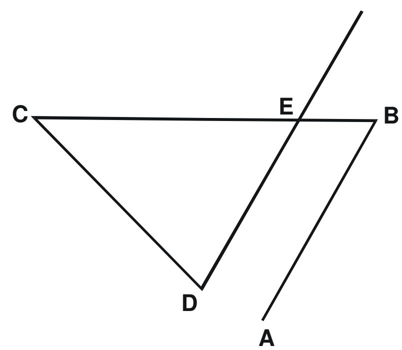
Caro aluno, para começarmos esta lição, vamos recordar alguns conceitos que sevirão de base no estudo dos quadriláteros, que são:

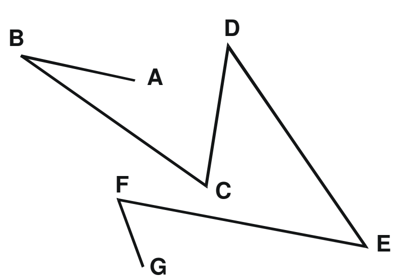


Linha poligonal aberta ou **linha aberta** ou ainda **linha quebrada** é a união de segmentos tais que o extremo de cada um, excepto o último, é a origem do segmento seguinte; segmentos consecutivos não pertencem à mesma recta.

Siga atentamente os exemplos;



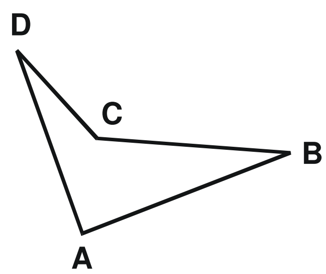


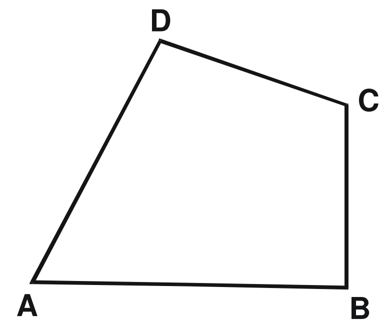


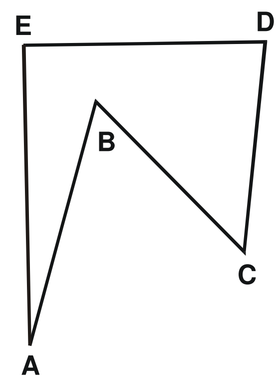
Depois de ter observado atentamente as figuras verificamos que: realmente estas linhas, são abertas, o extremo de cada um excepto o último, é a origem do segmento seguinte;
Segmentos consecutivos não pertencem à mesma recta.

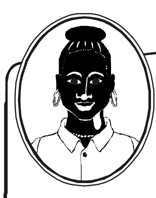
Agora vamos ver o caso de linhas poligonais fechadas.

Linha poligonal fechada é aquela cujos extremos coincidem.
Siga atentamente os exemplos:

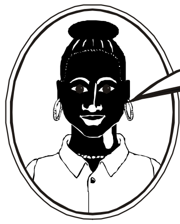








Depois de ter observado atentamente as figuras, verificamos que: realmente estas linhas, são fechadas os extremos coincidem.



Muito bem. Caro aluno. Depois de ter visto os conceitos de linha poligonal **aberta** e **fechada**, agora vamos estudar apenas as linhas poligonais fechadas que realmente vão ser o nosso assunto e assim sendo, vamos definir domínio e linhas poligonais fechadas côncavas e convexas.

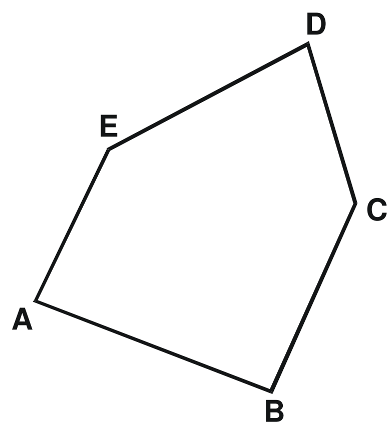
Domínio é uma região delimitada de um certo universo.

Domínio côncavo ou Convexo é a região delimitada por uma linha poligonal, seja ela côncava ou convexa.

Segmentos de uma linha poligonal são as partes que constituem a linha poligonal (o início é o fim do outro, exceptuando o primeiro e o último).

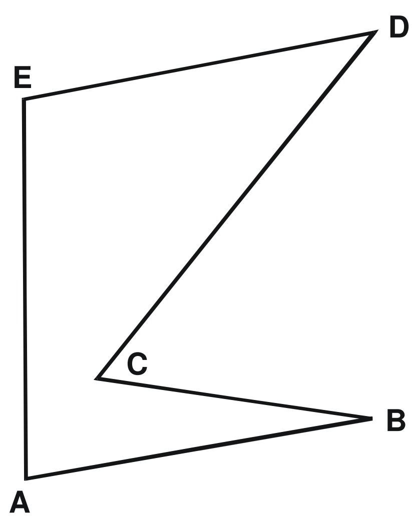
Linha poligonal fechada côncava é um poligono delimitado por um domínio côncavo.

Exemplo



Linha poligonal fechada convexa é um poligono delimitado por um domínio convexo.

Exemplo

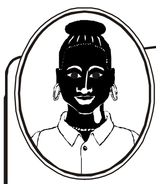


Nas definições acima usamos a expressão linha poligonal. Afinal de contas o que é um **poligono?**

Cama-se **poligono** ao dominio limitado por uma linha fechada; sendo côncava ou convexa conforme a linha que o delimita, e respectivamente côncava ou convexa.

TOME NOTA...

Os segmentos que constituem a linha poligonal denominam-se lados e os seus extremos chamam-se vérteces.



Definição: Chama-se quadrilátero ao polígono constituido por quatro lados.

Classificação de poligonos quanto ao número de lados

Caro aluno, espaço já é sabido que chamamos **triângulo** porque é um poligono com três lados, é **quadrilátero** porque têm quatro lados e assim, poligonos com:

5 lados- **pentágono**

6 lados – **hexagono**

7 lados – **heptágono**

8 lados _ **octógono**

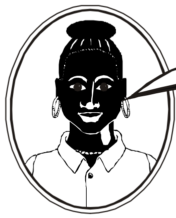
9 lados _ **eneágono**

10 lados _ **decágono**

11 lados _ **undecágono**

15 lados _ **pentadecágono**

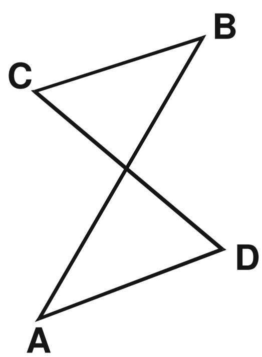
20 lados _ **isoságono**



Muito bem. Caro aluno, depois de ter estudado as noções de domínio, segmento, linha poligonal fechada , aberta, fechada côncavo e convexa e a definição do quadrilátero, agora, vai realizar a seguinte actividade que de seguida lhe sugerimos:

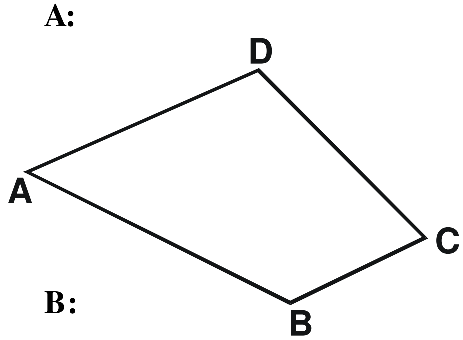
ACTIVIDADE

1. Observe as figuras, relacione o conceito à figura.



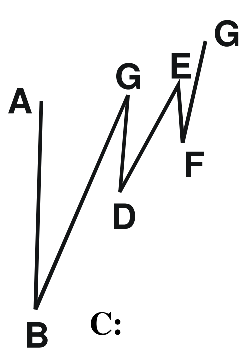
A:

. Linha poligonal aberta



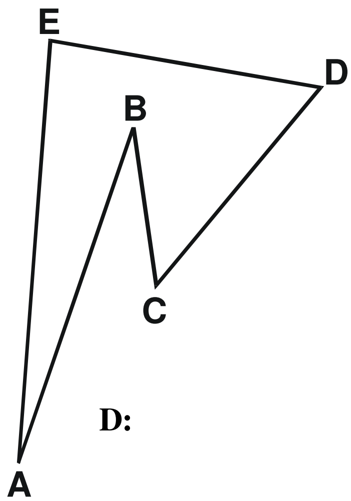
B:

. Linha poligonal fechada



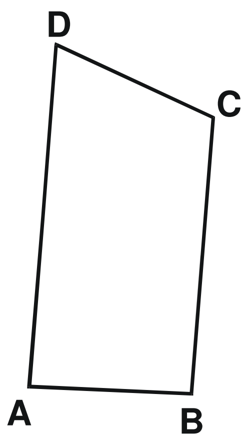
C:

. Linha poligonal convexa



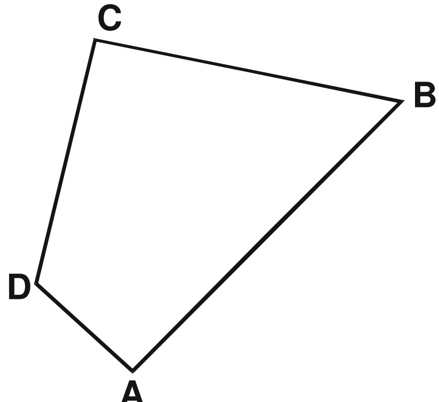
D:

. Quadrilátero qualquer



E:

. Quadrilátero convexo



F:

. Quadrilátero côncavo

2. Assinale com ✓ a resposta correcta.

a) Um quadrilátero têm três lados. ☐

b) Um quadrilátero têm quatro lados. ☐

c) Um quadrilátero têm cinco lados. ☐

d) Um quadrilátero têm seis lados. ☐

3. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas.

V/F

a) Um quadrilátero é um poligono com quatro lados iguais. ☐

b) Uma linha poligonal diz-se aberta quando os extremos coinsidem. ☐

c) Quadrilátero é um polígono constituido por mais de quatro lados. ☐

d) Quadrilátero é um polígono constituido por menos de quatro lados. ☐

e) Quadrilátero é um polígono constituido por quatro lados iguais. ☐

f) Quadrilátero é um polígono constituido por quatro lados. ☐

g) Linha poligonal aberta é a união de segmentos tais que o extremo de cada um, excepto o último, é a origem do segmento seguinte; segmentos consecutivos não pertencem à mesma recta. ☐

V/F

h) Linha poligonal fechada é a união de segmentos tais que o extremo de cada um, excepto o último, é a origem do segmento seguinte. ☐

i) Linha poligonal fechada convexa é poligono delimitado por um domínio convexo. ☐

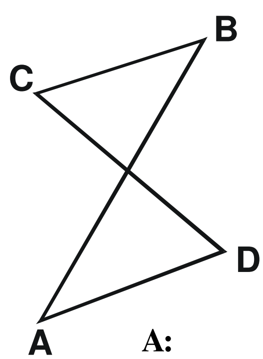
j) Poligono é o dominio delimitado por uma linha poligonal fechada; sendo côncava ou convexa conforme a linha que o delimita é respectivamente côncava ou convexa. ☐

k) Poligono é o dominio delimitado por uma linha poligonal aberta; sendo côncava ou convexa conforme a linha que o delimita é respectivamente côncava ou convexa. ☐

Agora compara a sua chave de correcção com a que lhe propomos.

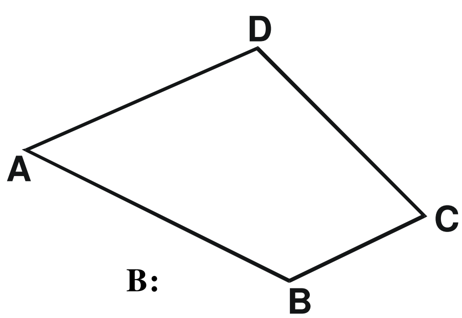
CHAVE DE CORRECÇÃO

1.



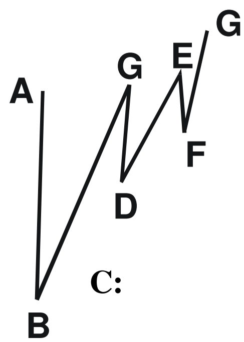
A:

Linha poligonal fechada



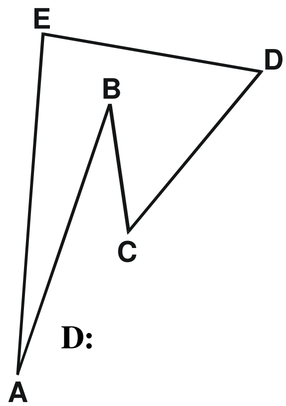
B:

Linha poligonal convexa



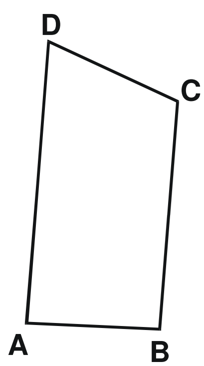
C:

Linha poligonal aberta



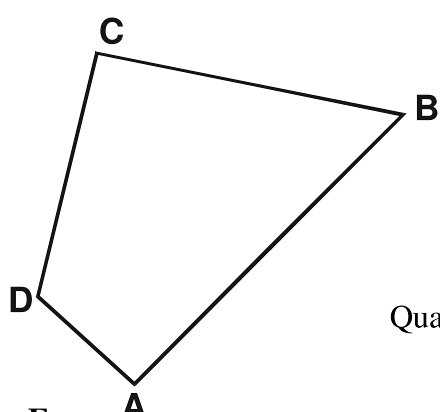
D:

Quadrilátero côncavo



E:

Quadrilátero

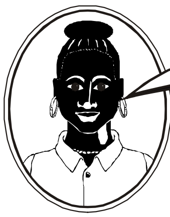


F:

Quadrilátero convexo

2.. b)

3. a) F; **b)** F; **c)** F; **d)** F; **e)** F ; **f)**) V; **g)**V; **h)** F; **i)** V; **j)** V; **k)** F;



Caro aluno não desanime. Agora, depois de ter comparado a chave de correcção, notou que está a melhorar os seus conhecimentos? no entanto, continue.
De seguida vai ter que fazer exercícios.

EXERCÍCIOS

1. Desenhe no espaço dado as seguintes figuras:

a) Linha poligonal aberta.

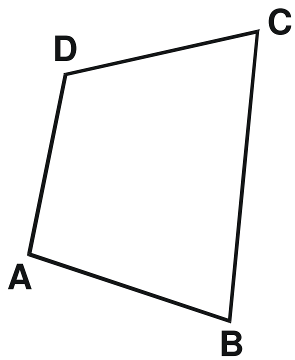
b) Linha poligonal fechada

c) Um quadrilátero qualquer.

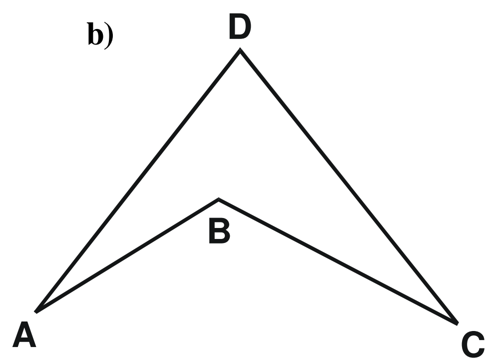
d) Um quadrilátero convexo.

4. Seleccione os quadriláteros convexos de entre os seguintes:

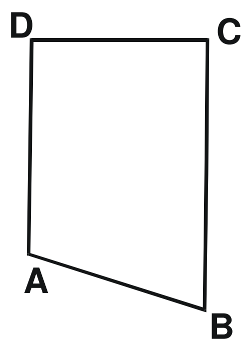
a)



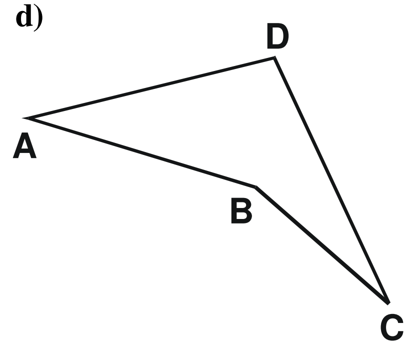
b)

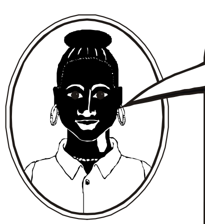


c)



d)





Caro aluno, de certeza que conseguiu desenhar as figuras propostas. Acertou em todas? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu desenhar em pelo menos três figuras volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

2

Designação dos Lados e Ângulos num Quadrilátero

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar os lados e os ângulos nos quadriláteros.

Material necessário de apoio

- Caderno, caneta, lápis, régua, esquadro, transferidor e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

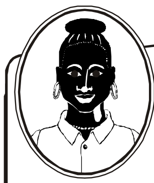
INTRODUÇÃO

Bem vindo a segunda lição do 5º módulo, que vamos estudar a designação de lados e ângulos de um quadrilátero. Nesta lição, vai identificar lados consecutivos, lados opostos, ângulos consecutivos e ângulos opostos. Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria, na 7ª classe estudou ângulos opostos, complementares e suplementares, (Numa figura, onde duas rectas paralelas são cortadas por uma secante). No entanto, tem mais uma oportunidade de aprender com mais profundidade.

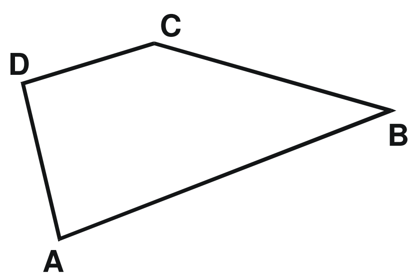
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades de percepção sobre a noção de quadrilátero, deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**, pois a ferramenta fundamental para este módulo é dominar a noção de quadrilátero.

Designação de lados e vértices de um quadrilátero

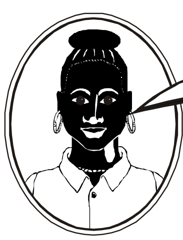
Caro aluno, para começar esta lição, vamos começar por definir os conceitos básicos. conceitos que servirão de base para o estudo das lições seguintes desta módulo.



Designa-se **lado** a cada segmento que constitui a linha poligonal e designa-se **vértice** aos seus extremos.



Onde: Do quadrilátero proposto $[ABCD]$, $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$ são **lados** e A; B; C; e D são os **vértices .**



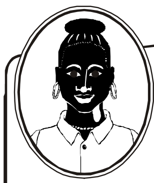
Num quadrilátero, os vérteces pertencentes ao mesmo lado chamamos **vértices consecutivo**s e aos pertencentes a lados distintos **vértices opostos**; os lados consecutivos são aqueles que têm um vértece comum e os que não têm dizem-se **opostos**.

Caro aluno, da figura acima, os lados consecutivos seriam:

$\overline{AB}$ *e* $\overline{BC}$; $\overline{BC}$ *e* $\overline{CD}$; $\overline{CD}$ *e* $\overline{DA}$.

E os **vértices consecutivos** seriam:

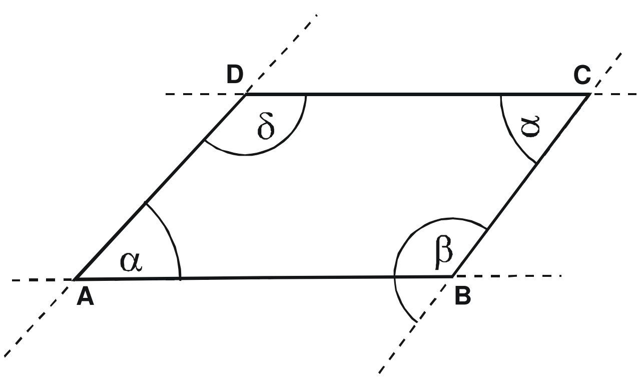
A *e* B; B *e* C; C *e* D *e* D *e* A.



Os quadriláteros representam-se pelas letras dos vérteces consecutivos escritos pela sua ordem, ou seja: $[ABCD]$.

Muito Bem, Caro aluno. Depois de ter estudado a designação de lados e vérteces, agora vai estudar a designação dos ângulos internos num quadrilátero.

Designação de ângulos de um quadrilátero



As semi-rectas que têm como origem comum um dos vértices de um quadrilátero e contém dois lados consecutivos que partem desse vértice, **são os lados de um ângulo,** que se diz **ângulo interno.**

Por exemplo:

Da figuira acima, $\measuredangle DAB$; $\measuredangle ABC$; $\measuredangle BCD$ e $\measuredangle CDA$ ou simplesmente, duma forma simples pode se escrever: $\measuredangle A$, $\measuredangle B$; $\measuredangle C$ e $\measuredangle D$, isto é, a letra do meio representa o **vértice do ângulo**.

Da forma diferente também pode se escrever esses ângulos usando o alfabeto grego, ou seja:
$\alpha; \beta; \gamma; \delta; ...$

Ângulos consecutivos

Chama-se ângulos consecutivos de um quadrilátero à aqueles que têm como vértice, dois vértices consecutivos.

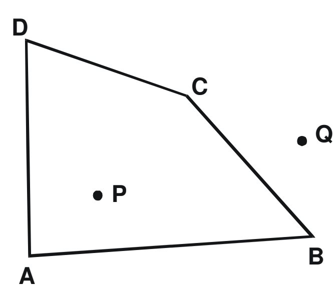
Por exemplo:
$\measuredangle A$ e $\measuredangle B$; $\measuredangle B$ e $\measuredangle C$; $\measuredangle C$ e $\measuredangle D$; $\measuredangle D$ e $\measuredangle A$.

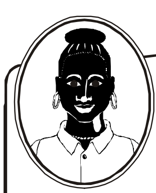
Ângulos opostos

Chama-se ângulos opostos de um quadrilátero à aqueles que têm como vértice, dois vértices verticalmente opostos.

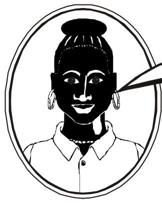
Por exemplo: $\measuredangle A$ e $\measuredangle C$; $\measuredangle B$ e $\measuredangle D$.

Qualquer ponto pertencente ao quadrilátero (domínio e a linha poligonal que o limita) diz-se **ponto interior**. No caso contrário, diz-se **ponto exterior** do quadrilátero.





Da figura, o ponto **P** é ponto interior e o ponto **Q** é exterior.



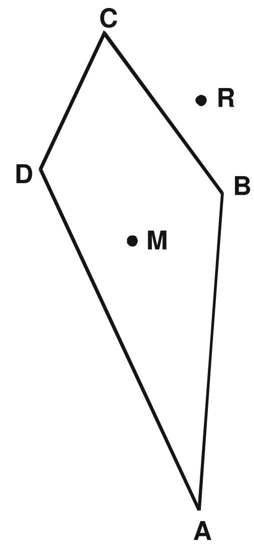
Muito bem. Caro aluno, depois de ter estudado a designação de lados e ângulos, agora, vai realizar as seguintes actividades por forma a testar o seu grau de compreensão desta lição.

ACTIVIDADE

1. Assinale com **V** a afirmação correcta e com **F** a falsa.

	V/F
a) Dois ângulos são consecutivos quando têm como vérteces, dois vérteces consecutivos.	
b) Designa-se lado a cada segmento que constitue a linha poligonal.	
c) Lados opostos são aqueles que não têm vérteces consecutivos.	
d) Designa-se os vérteces de um quadrilátero por letras maúsculas.	
e) Uma das formas de designar os ângulos, pode se usa o alfabeto grego, tais como: α; β; γ; δ;...	
f) Designa-se lado a cada vértece que constitue a linha poligonal.	
g) Dois ângulos são consecutivos quando têm como vérteces, dois vérteces oposto.	

2. Dada a figura, complete as frases que se seguem:



a) O ângulo $\measuredangle A$ é verticalmente oposto ao ângulo…………

b) O ângulo …………… é consecutivo ao ângulo $\measuredangle A$.

c) O ponto ………………… é um ponto exterior ……………..

d) O ponto ……………….. é um ponto interior ………………..

e) O quadrilátero $[..........]$, o $\measuredangle D$ é oposto ao ângulo ……..

f) O quadrilátero $[..........]$, o $\measuredangle C$ é consecutivo ao ângulo ……..

g) Geralmente quando nos referimos aos quadriláteros temos em mente os convexos e os côncavos. Entretanto, apenas consideramos……………..

h) Um ângulo com $\measuredangle ABC$ tem de vértice…………….

Caro aluno não desanime. Depois de ter realizado estas duas actividades, compara com a correcção que lhe propomos já de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)V; **b)**V; **c)** V; **d)** V; **e)** V; **f)** F; **g)** F;

2.

a) O ângulo $\measuredangle A$ é verticalmente oposto ao ângulo $\measuredangle C$.

b) O ângulo $\measuredangle D$ é consecutivo ao ângulo $\measuredangle A$.

c) O ponto M é ponto exterior ao quadrilátero

d) O ponto M é um ponto interior do quadriláteo

e) O quadrilátero $\left[ABCD\right]$, o $\measuredangle D$ é oposto ao ângulo $\measuredangle B$

f) O quadrilátero $\left[ABCD\right]$, o $\measuredangle C$ é consecutivo ao ângulo $\measuredangle D$

g) Geralmente quando nos referimos aos quadriláteros temos em mente os convexos e os côncavos. Entretanto, apenas consideramos quadriláteros convexos

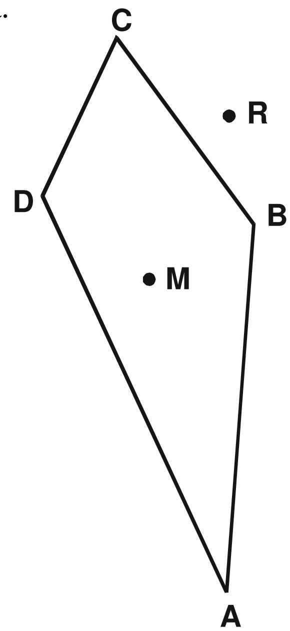
h) Um ângulo com $\measuredangle ABC$ tem de vértice o ponto **B.**

Caro aluno não desanime. Agora, depois de ter comparado a chave de correcção, notou que está a melhorar o seu estudo? no entanto, continue.

De seguida vai ter que fazer exercícios.

EXERCÍCIOS

1. Dada a figura, assinale com **V** a afirmação correcta e com **F** a afirmação falsa.



a) O ponto **M** é um ponto interior do quadrilátero.

b) Os pontos **M** e **R** são ambos pontos exteriores.

c) O $\measuredangle A$ e o $\measuredangle D$ são opostos.

d) O $\measuredangle A$ e o $\measuredangle D$ são consecutivos.

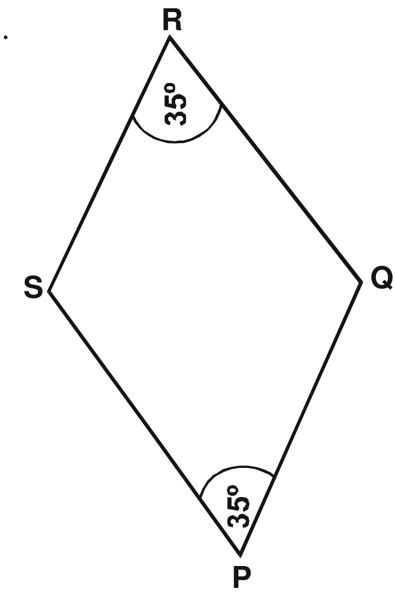
e) A soma dos $\measuredangle A$ e o $\measuredangle D$ é igual a um ângulo não recto.

f) Os lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são lados opostos.

g) Os lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são lados consecutivos.

h) O quadrilátero $[ABCD]$ é convexo.

2. Identifica no quadrilátero $\left[ABCD\right]$.



a) Dois lados consecutivos.

b) Dois lados opostos.

c) Os ângulos internos.

3. Desenha um quadrilátero convexo com dois ângulos opostos de:

a) 80^0 *e* 100^0

b) 60^0 *e* 30^0

c) 50^0 *e* 40^0

d) 45^0 cada um

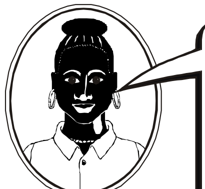
4. Desenha, se possível, um quadrilátero côncavo com dois ângulos opostos de.

a) 70^0 *e* 80^0

b) 45^0 *e* 60^0

c) 30^0 *e* 90^0

d) 35^0 cada um



Muito bem! Caro aluno. Não desanime, agora depois de ter resolvido os exercícios, compara com a chave de correcção que lhe propomos já de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F; **g**)V ; **h**)V;

2. a) $\overline{PQ}$ *e* $\overline{QR}$

b) $\overline{PQ}$ *e* $\overline{RS}$

c) $\measuredangle A$; $\measuredangle B$; $\measuredangle C$ *e* $\measuredangle D$

3. (pergunta com muitas opções):

a) 80^0 *e* 100^0

b) 60^0 *e* 30^0

c) 50^0 *e* 40^0

d) 45^0 cada um

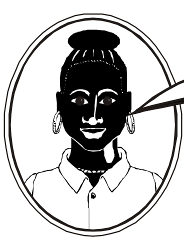
4. (pergunta com muitas opções):

a) 70^0 *e* 80^0

b) 45^0 *e* 60^0

c) 30^0 *e* 90^0

d) 35^0 cada um



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver os exercícios e desenhar as figuras propostas. Acertou em todas? Se sim está de parabéns! Se não conseguiu resolver os exercícios e desenhar em pelo menos todos exercícios e três figuras volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

3 Teorema sobre a Soma dos Ângulos Internos de um Quadrilátero

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Enuciar o teorema sobre a soma dos ângulos internos dos quadriláteros.
- Aplicar o teorema da soma ds ângulos internos de quadriláteros.

Material necessário de apoio

- Caderno, caneta, lápis, régua, esquadro, transferidor, compasso e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

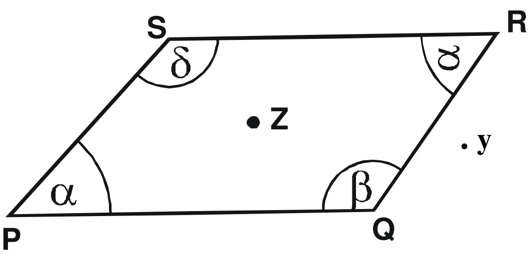
Bem vindo a terceira lição do 5º módulo, que vai estudar o teorema da soma dos ângulos internos de um quadrilátero. Nesta lição, vai enuciar o teorema e resolver alguns exercícios práticos. Como pode verificar é a primeira vez que estuda esta matéria. Contudo deve redobrar esforços por forma a assimilar rapidamente este teorema.

Caro aluno, no caso de dificuldades de percepção do teorema, deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**, pois a ferramenta fundamental para este módulo é dominar o teorema que lhe propomos de seguida.

Caro aluno, para começar esta lição vamos recordar os conceitos de ângulos internos dum quadrilátero, ponto interior e ponto exterior ao quadrilátero.

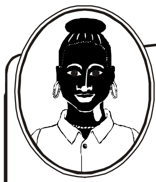
FAZENDO REVISÕES...

Dado quadrilátero, $[PQRS]$, os lados definidos pelas semi-rectas que contêm dois lados consecutivos do quadrilátero dado, chamam-se ângulos internos de um quadrilátero.



Qualquer ponto que pertence ao domínio do quadrilátero e a linha poligonal que o delimita, chama-se **ponto interior (ponto Z).**
E se estiver do domínio deste é chamado **ponto exterior (pontoY).**

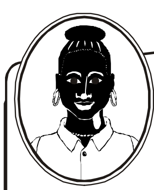
Recorde-se que:
Num triângulo qualquer **a soma dos ângulos internos** é sempre igual a 180°.
Diagonal é o segmento de recta que une dois vértices não consecutivos.



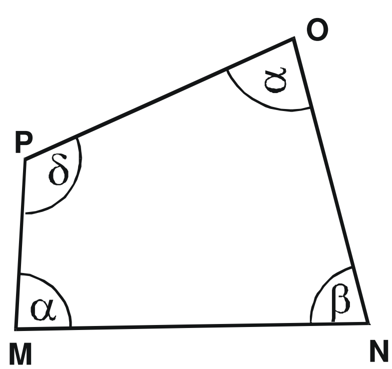
Num quadrilátero uma diagonal divide-o em dois triângulos.
Na prática pode-se representar esses ângulos usando **o alfabeto grego**, tais como: α; β; γ; δ;...

Depois de termos feito a revisão, agora vamos anunciar o teorema da soma dos ângulos internois:

Teorema da soma dos ângulos internos de um quadrilátero



A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360^0.

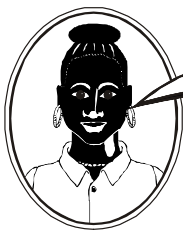


Do quadrilátero $[MNPQ]$, $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^0$ ou

$\measuredangle M + \measuredangle N + \measuredangle P + \measuredangle Q = 360^0$

Agora vamos mostrar com factos este teorema;

Demonstração do teorema da soma dos ângulos internos dum quadrilátero.

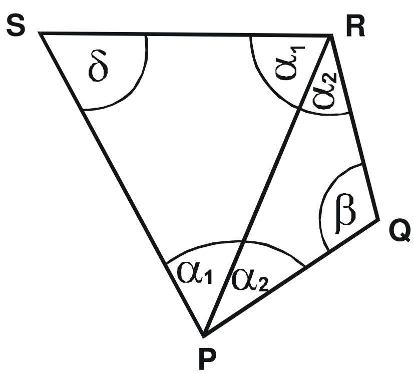


Para começar temos que definir as hipóteses, tese e a demonstração propriamente dita. Logo fica:

Hipóteses: $[PQRS]$ é um quadrilátero.

Tese: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^0$.

Demonstração:



Do quadrilátero $[PQRS]$, traça-se a diagonal $\overline{PR}$ que divide o quadrilátero em dois triângulos: $\Delta_1 PRS$ e $\Delta_2 PQR$, que se lê:

$\Delta_1 PRS$ - triângulo 1 com os vértices PRS .

$\Delta_1 PRS$ - triângulo 2 com os vértices PQR.

Dos trângulos, $\Delta_1 PRS$, $\alpha_1 + \gamma_1 + S = 180^0$ e

$\Delta_2 PQR$, $\alpha_2 + \gamma_2 + Q = 180^0$

Sustentado pelo teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo e somando as medidas dos ângulos dos dois triângulos, obtemos:

$(\alpha_1 + \gamma_1 + S = 180^0) + (\alpha_2 + \gamma_2 + Q = 180^0)$ ou simplesmente:

$\alpha_1 + \gamma_1 + S + \alpha_2 + \gamma_2 + Q = 360^0$.

Exemplo 1

Três dos ângulos internos de um quadrilátero medem $50^0; 65^0$ *e* 125^0. Determine a medida do ângulo em falta.

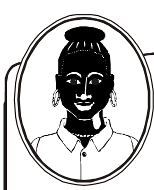
Resolução:

Para resolver este exercício temos que recorrer ao teorema acima demonstrado, quer diz que: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^0$; então substituindo $\alpha; \beta; \gamma$ pelos valores dados, obtemos:

$50^0 + 65^0 + 125^0 + \delta = 360^0$;

$\delta = 360^0 - 50^0 - 65^0 - 125^0$;

$\delta = 120^0$ Resposta: A medida do ângulo em falta é de 120^0.



Recorde-se que:

1º corresponde a $60'$, que se lê um grau corresponde a 60 minutos.

$1'$ corresponde a $60''$, que se lê um minuto corresponde a 60 segundos.

Exemplo 2

Num quadrilátero os ângulos internos medem 57^0; 107^0 e $57^0\ 20^{'}$.
Determina a medida do ângulo em falta.

Resolução:

$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^0$; então substituindo $\alpha; \beta; \gamma$ pelos valores dados, obtemos:

$57^0 + 107^0 + 57^0\ 20^{'} + \delta = 360^0$;

$\delta = 360^0 - 57^0 - 107^0 - 57^0\ 20'$;

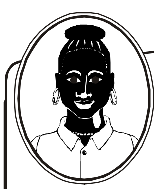
$\delta = 360º - 221º\ 20^{'}$ Neste passo deparamos com dois números com unidades diferentes (graus e minutos) para ultrapassarmos este propblema, teremos que:

Dos 360^0 transformar-se 1^0 em $60^{'}$, e fica: $359^0\ 60^{'}$.

Logo:

$\delta = 359^0\ 60^{'} - 221^0\ 20^{'}$

$\delta = 138^0\ 40^{'}$ Resposta: O ângulo em falta mede $138^0\ 40^{'}$



Recorde-se de que:
Ângulos complementares são aqueles cuja a sua soma é igual a um ângulo recto ou seja

$\alpha + \beta = 90^0$.

Ângulos suplementares são aqueles cuja a sua soma é igual a um ângulo raso ou seja $\gamma + \delta = 180^0$.

Exemplo 3

Num quadrilátero $\left[PQRS\right]$, $\measuredangle P \ e \ \measuredangle R$ são complementares. Determine a medida do $\measuredangle Q$ se $\measuredangle S = 92^0\ 12^{'}\ 36^{''}$.

Resolução:

$\measuredangle P + \measuredangle Q + \measuredangle R + \measuredangle S = 360^0$; sabendo que $\measuredangle P \ e \ \measuredangle R$ são ângulos complementares ($\measuredangle P + \measuredangle R = 90^0$), então,

$(\measuredangle P + \measuredangle R) + \measuredangle Q + \measuredangle S = 360^0 \Leftrightarrow 90^0 + \measuredangle Q + 92^0\ 12^{'}\ 36^{''} = 360^0$

Calculando a equação em ordem a $\measuredangle Q$, obtemos:

$\Leftrightarrow \measuredangle Q = 360^0 - 90^0 - 92^0\ 12^{'}\ 36^{''}$;

$\Leftrightarrow \measuredangle Q = 360^0 - 182^0\ 12^{'}\ 36^{''}$;

Neste passo deparamos com a situação do **exemplo 2** . Para ultrapassarmos este propblema, teremos que:

Dos 360^0 transforma-se 1^0 em $60^{'}$ e $1^{'}$ em $60^{''}$, fica:

$359^0\ 59^{'}\ 60^{''}$.

Logo:

$\Leftrightarrow \measuredangle Q = 359^0\ 59^{'}\ 60^{''} - 182^0\ 12^{'}\ 36^{''}$

$\Leftrightarrow \measuredangle Q = 177^0\ 47^{'}\ 24^{''}$

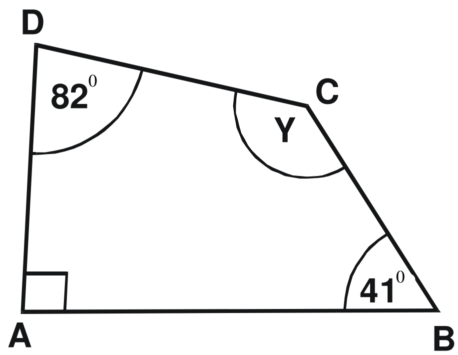
Resposta: A medida do ângulo $\measuredangle Q$ é de $177^0\ 47^{'}\ 24^{''}$.

Caro aluno é sua tarefa fixar este teorema que é de importância vital para o estudo desta lição. De seguida vamos realizar a actividade que se segue:

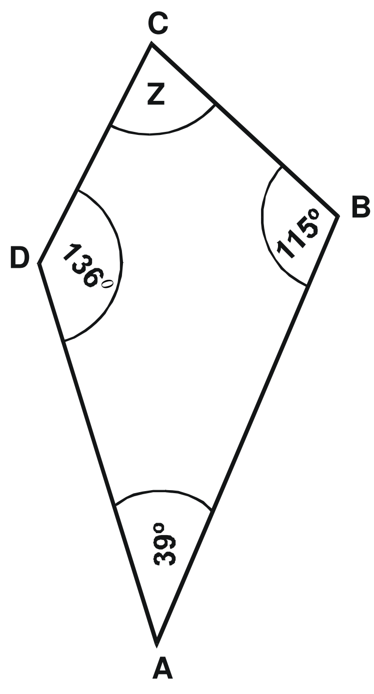
ACTIVIDADE

1. Quanto mede cada um dos ângulos assinalados por uma letra.

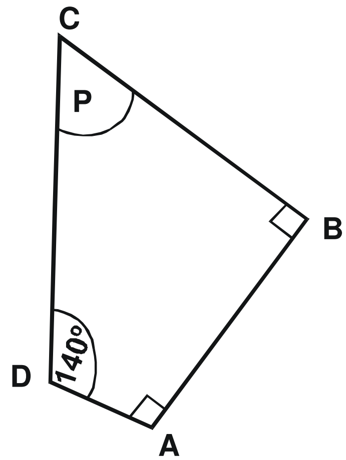
a)



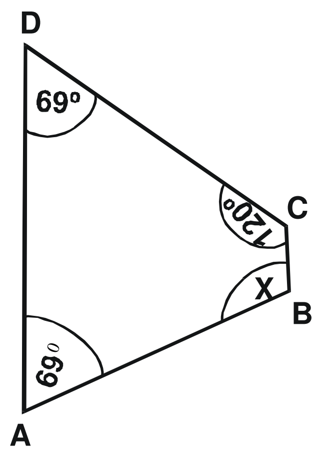
b)



c)



d)



2. Assinale com ✓ a resposta correcta.

a) A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 180^0 . ☐

b) A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 310^0 ☐

c) A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 380^0 ☐

d) A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360^0 ☐

3. Assinale com **V** as afirmações correctas e com **F** as afirmações erradas.

		V/F
a)	Ângulos complementares são aqueles cuja a sua soma é igual a um ângulo raso.	☐
b)	Ângulos complementares são aqueles cuja a sua soma é igual a um ângulo recto.	☐
c)	Ângulos suplementares são aqueles cuja a sua soma é igual a um ângulo raso.	☐
d)	Ângulos suplementares são aqueles cuja a sua soma é igual a um ângulo recto.	☐
e)	Para qualquer quadrilátero, a diagonal divide-o em duas partes iguais.	☐
f)	Diagonal de um poligono é o segmento que une dois vértices não consecutivos.	☐
g)	Para qualquer quadrilátero, pode-se traçar no máximo duas diagonais.	☐
h)	Num quadrilátero nem sempre as diagonais cruzam-se no centro.	☐

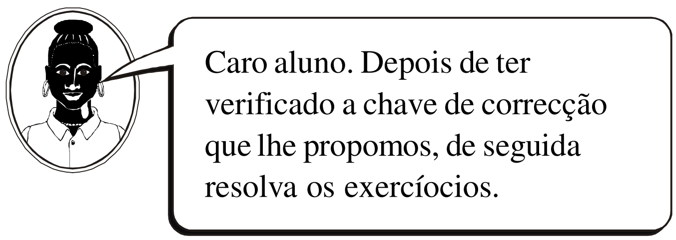
Agora compara a sua chave de correcção com a que lhe propomos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) 147^0; **b)** 70^0; **c)** 40^0; **d)** 129^0.

2. d)

3. a) F; **b)**V; **c)**V; **d)** F; **e)** F; **f)**V; **g)** V; **h)** V



EXERCÍCIOS

1. Num quadrilátero $[ABCD]$, os ângulos internos medem $70^0; 60^0$ e 130^0, o quarto ângulo mede?

a) 100^0

b) 70^0

c) 1000^0

d) 10^0

2. Num quadrilátero $[ABCD]$, os ângulos internos medem 75^0; 69^0 e $136^0\ 32'$, o quarto ângulo mede?

a) $79^0\ 26'$

b) $76^0\ 24'$

c) $79^0\ 24'$

d) 79^0

3. Num quadrilátero $[ABCD]$, dois ângulos são complementares, e o terceiro mede $101^0\ 32'\ 33''$, o quarto ângulo mede?

a) $79^0\ 26'$

b) $76^0\ 24'$

c) $79^0\ 28'$

d) 79^0

4. Se num quadrilátero, dois ângulos são rectos. A relação entre os outros dois são:

a) Ângulos complementares.

b) Ângulos suplementares.

c) Ângulos agudos.

d) Ângulos nulos.

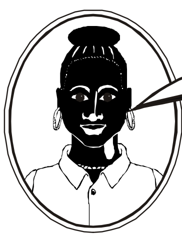
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2. c)

3. b)

4. b)



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios propostos. Acertou em todos?
Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos três exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

4 Aplicação do Teorema na Resolução de Problemas Específicos

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Resolver problemas específicos sobre o teorema da soma dos ângulos internos.

Material necessário de apoio

- Caderno, caneta, lápis, régua, esquadro, transferidor, compasso e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a quarta lição do 5º módulo, que vai ter que aplicar o teorema, através da resolução de problemas especificamente selecionados. Para estudar esta lição requer muito esforço por parte do caro aluno. Nesta lição, vai ter que rever o enuciado do teorema e resolver alguns exercícios práticos. Como pode verificar não é a primeira vez que resolve. Na lição anterior já se exercitou sobre este teorema. Contudo deve redobrar esforços por forma a terminar rapidamente este módulo.

Caro aluno, no caso de dificuldades de percepção de alguns exercícios, deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**, pois é no grupo de colegas onde poderá ter ganhos de conhecimentos mutuamente vantajosos.

Caro aluno aconselhamos a fazer as revisões que se seguem, por forma a revisitar os conhecimentos já adquiridos nas primeiras lições deste módulo e mais concretamente na lição três.

FAZENDO REVISÕES...

Para cada caso, aplique o teorema da soma dos ângulos internos de um quadrilátero.

1. Num quadrilátero $\left[PQRS\right]$, os ângulos $\measuredangle P$; $\measuredangle Q$ *e* $\measuredangle R$ medem 131^0; 70^0 *e* 98^0, o quarto ângulo mede?

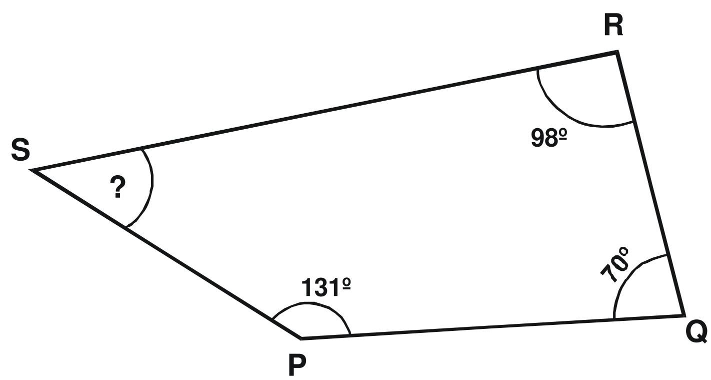
a) 66^0

b) 61^0

c) 78^0

d) 60^0

Para resolvermos este tipo de exercícios temos que desenhar o esboço que representa o problema.
Observa:



Do quadrilátero desenhado, é mais visível o caminho a seguir para obter a solução, para tal, deve:

1.1. Escrever a equação do teorema da soma dos ângulos internos de um quadrilátero.

$$\measuredangle P + \measuredangle Q + \measuredangle R + \measuredangle S = 360^0$$

1.2. Substituir na equação dada os dados do problema.

$$131^0 + 70^0 + 98^0 + \measuredangle S = 360^0 \cdot$$

1.3. Resolver a equação do primeiro grau obtida em ordem ao $\measuredangle S$.

$$131^0 + 70^0 + 98^0 + \measuredangle S = 360^0$$

$$\Leftrightarrow \measuredangle S = 360^0 - 131^0 - 70^0 - 98^0$$

$$\Leftrightarrow \measuredangle S = 360^0 - 299^0$$

$$\Leftrightarrow \measuredangle S = 61^0$$

1.4. Da solução obtida, segue-se, então a verificação da solução.

$$\measuredangle P + \measuredangle Q + \measuredangle R + \measuredangle S = 360^0$$

$$\Leftrightarrow 131^0 + 70^0 + 98^0 + 61^0 = 360^0$$

$$\Leftrightarrow 131^0 + 70^0 + 98^0 + 61^0 = 360^0$$

$$\Leftrightarrow 201^0 + 98^0 + 61^0 = 360^0$$

$$\Leftrightarrow 299^0 + 61^0 = 360^0$$

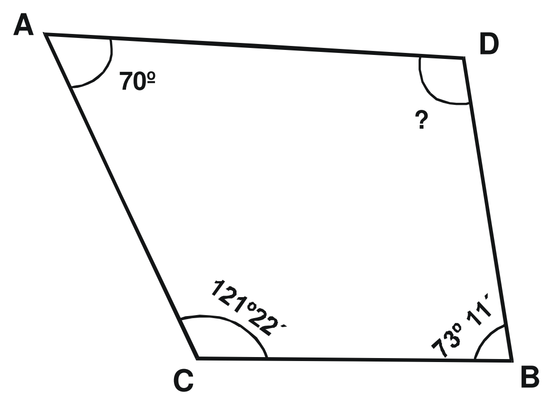
$$\Leftrightarrow 360^0 = 360^0$$

1.4. Resposta:

A opção certa do problema, é a opção **b)**

2. Num quadrilátero $\left[ABCD\right]$, os ângulos internos medem 70^0; $73^0\,11'$ e $121^0\,22'$, qual é a medida do quarto ângulo?

Para resolvermos este tipo de exercício temos que seguir o raciocínio do exercício anterior.
Observa:



Muito bem. Caro aluno, do quadrilátero desenhado e dados atribuidos segundo o problema, apresenta parte de minutos. É importante que volte a rever esta matéria que fala da redução do grau para minuto e minuto para segundos para facilitar o seu trabalho.

Assim $1^0 \longrightarrow 60'$ *e* $1' \longrightarrow 60''$.

Agora seguindo os pontos de **1.1** a **1.5**, fica:

$$\measuredangle A + \measuredangle B + \measuredangle C + \measuredangle D = 360^0$$

$$70^0 + 73^0\,11^{'} + 121^0\,22^{'} + \measuredangle D = 360^0$$

$$\Leftrightarrow \measuredangle D = 360^0 - 143^0\,11^{'} - 121^0\,22^{'}$$

$$\Leftrightarrow \measuredangle D = 360^0 - 264^0\,33^{'}$$

$$\Leftrightarrow \measuredangle D = 369^0\,60^{'} - 264^0\,33^{'}$$

$$\Leftrightarrow \measuredangle D = 95^0\,27^{'}$$

Caro aluno agora, resolva os problemas específicos que lhe propomos.

Resoluções de problemas

TOME NOTA...

Caro aluno, para melhor compreender os problemas que lhe propomos, deve desenhar um esboço que visualiza o problema de seguida indicar os dados do problema no esboço e finalmente é que vai enuciar o teorema através de uma equação. Como o exemplo que se segue:

1. Num quadrilátero $\left[ABCD\right]$, dois ângulos são complementares, e o terceiro mede $91^0\,02^{'}\,33^{''}$, o quarto ângulo mede?

a) $166^0\,27^{'}\,27^{''}$

b) $168^0\,27^{'}\,27^{''}$

c) $178^0\,57^{'}\,27^{''}$

d) $160^0\,27^{'}\,27^{''}$

2. Num quadrilátero $\left[ABCD\right]$, dois ângulos são complementares, e o terceiro mede $99^0\ 12^{'}\ 53^{''}$, o quarto ângulo mede?

a) $166^0\ 27^{'}\ 27^{''}$

b) $168^0\ 27^{'}\ 27^{''}$

c) $178^0\ 57^{'}\ 27^{''}$

d) $170^0\ 47^{'}\ 07^{''}$

3. Se num quadrilátero, dois ângulos são rectos. A relação entre os outros dois são:

a) Ângulos complementares.

b) Ângulos suplementares.

c) Ângulos agudos.

d) Ângulos nulos.

4. Num quadrilátero os ângulos $\alpha;\ \beta;\ e\ \gamma$, medem $55^0;105^0\ e\ 98^0$. Determine a medida do quarto ângulo.

5. Num quadrilátero os ângulos $\alpha;\ \beta;\ e\ \gamma$, medem $65^0;104^0\ e\ 38^0$. Determine a medida do quarto ângulo.

6. Num quadrilátero os ângulos $\alpha;\ \beta;\ e\ \gamma$, medem $59^0;73^0\ e\ 91^0$. Determine a medida do quarto ângulo.

7. Num quadrilátero $\left[ABCD\right]$, os ângulos internos medem 67^0; $63^0\ 17^{'}$ e $101^0\ 13^{'}$, qual é a medida do quarto ângulo?

8. Num quadrilátero $\left[ABCD\right]$, os ângulos internos medem 78^0;$93^0\ 11^{'}$ e $114^0\ 36^{'}$, qual é a medida do quarto ângulo?

9. Num quadrilátero $\left[ABCD\right]$, os ângulos internos medem 55^0; $59^0\ 30'$ e $136^0\ 12'$, qual é a medida do quarto ângulo?

10. Num quadrilátero $\left[ABCD\right]$, dois ângulos são complementares, e o terceiro mede $121^0\ 32'$, qual é a medida do quarto ângulo?

11. Num quadrilátero $\left[ABCD\right]$, os ângulos internos medem $40^0; 93^0\ 17'33''$ e $101^0\ 20'12''$, qual é a medida do quarto ângulo?

Agora compara a sua chave de correcção com a que lhe propomos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. c); **2.** *d);* **3.** *a);* **4.** *102º;* **5.** *153º;* **6.** *137º;*

7. $128^o\,30'$; **8.** $74^o\,13'$; **9.** $109^o\,18'$; **10.** $148^o\,28'$;

11. $125^o\,22'15''$

Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos problemas propostos. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos três problemas, procure estudar com um colega.
Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Cólera

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vómitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vómitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bébé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
- Não tomar banho nos charcos, nas valas de drenagem ou água dos esgotos.

5 Definição do Trapézio

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Definir o trapézio
- Identificar tipos de trapézios

Material necessário de apoio

- Caderno, caneta, lápis, régua, esquadro, e borracha.

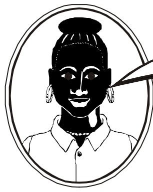
Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a quinta lição do 5º módulo, que vamos estudar a definição do trapézio e a classificação. Nesta lição, vai estudar os três tipos de trapézios (trapézio escaleno, trapézio rectângulo e trapézio isósceles). Vamos ainda demonstrar o teorema sobre o trapézio e resolver alguns exercícios práticos. Como pode verificar é a primeira vez que estuda esta matéria. Contudo deve redobrar esforços por forma a assimilar rapidamente este teorema.

Caro aluno, no caso de dificuldades de percepção do teorema, deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**, pois a ferramenta fundamental para este módulo é dominar todos teoremas que for a estudar.



Caro aluno, para começar esta lição vamos recordar os conceitos de ângulos correspondentes, ângulos suplementares e ângulos adjacentes, em forma de actividades.

ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ a definição correcta de ângulos suplementares.

a) São aqueles que têm o mesmo vértice.

b) são aqueles cuja soma é igual a um ângulo raso (180^0).

c) são aqueles cuja soma é igual a um ângulo recto (90^0).

d) são aqueles que têm o vértice e um lado comum.

2. Assinale com um ✓ a definição correcta de ângulos complementares.

a) São aqueles que têm o mesmo vértice.

b) são aqueles cuja soma é igual a um ângulo raso (180^0).

c) são aqueles cuja soma é igual a um ângulo recto (90^0).

d) são aqueles que têm o vértice e um lado comum.

3. Assinale com um ✓ a definição correcta de ângulos adjacentes.

a) São aqueles que têm o mesmo vértice.

b) são aqueles cuja soma é igual a um ângulo raso (180^0).

c) são aqueles cuja soma é igual a um ângulo recto (90^0).

d) são aqueles que têm os vértices no mesmo lado comum.

4. Assinale com um ✓ a definição correcta de ângulo recto.

a) É o que é igual a metade do ângulo raso. ☑

b) É aquele cujos lados são duas semi-rectas sobrepostas com a mesma origem. ☐

c) É aquele que é menor que um ângulo recto e maior que um ângulo nulo. ☐

d) É aquele que não têm o vértice. ☐

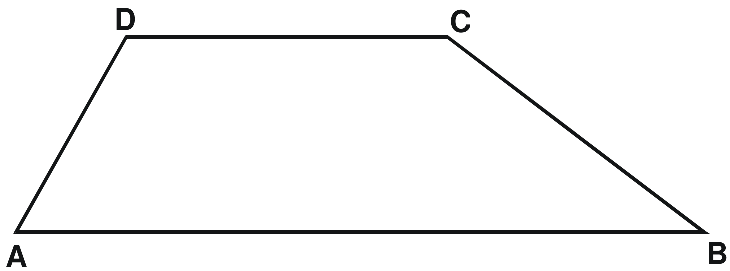
Agora compara com a chave que lhe propomos.

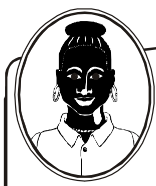
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **b)**
2. **c)**
3. **d)**
4. **a)**

Caro aluno, depois de ter realizado as actividades que lhe propomos em jeito de revisão, agora vamos definir trapézio.

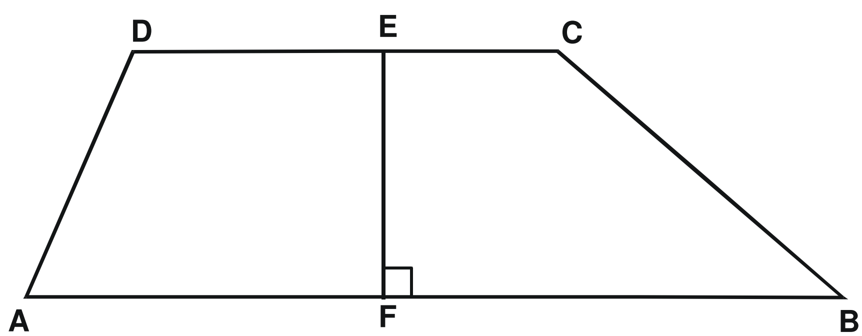
1. Trapézio

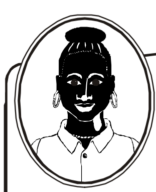




Definição: Trapézio é um quadrilátero com dois lados paralelos.

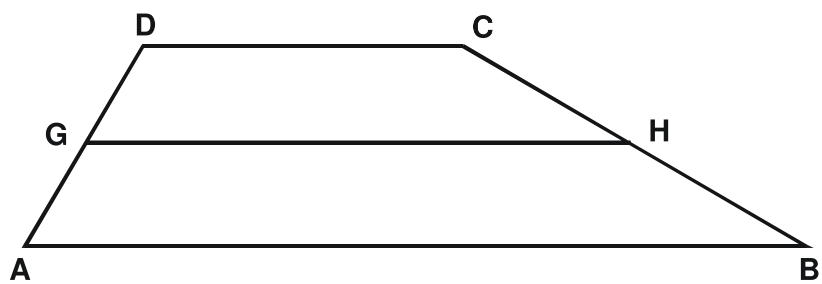
1.1. Elementos de um trapézio





Da figura, $[ABCD]$, os lados $\overline{AB}$ *e* $\overline{DC}$ são paralelos ou simplesmente $\overline{AB} \, // \, \overline{DC}$.

Os lados $\overline{AB}$ *e* $\overline{DC}$ também podemos chamar de bases do trapézio, sendo $\overline{AB}$ **base maior** e $\overline{DC}$ a **base menor**.
O segmento $\overline{EF}$, perpendicular as bases chama-se **altura do trapézio.**



O segmento $\overline{GH}$ chama-se mediana do trapézio $[ABCD]$, ao segmento de recta que une os pontos médios dos lados opostos não paralelos. Por que:
$\left|\overline{AG}\right| = \left|\overline{GD}\right|$ e $\left|\overline{BH}\right| = \left|\overline{HC}\right|$

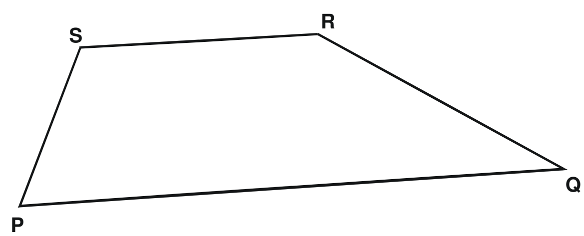
1.2. Teorema sobre o trapézio

Teorema: Num trapézio, os ângulos adjacentes a um dos lados opostos não paralelos são suplementares.

2. Classificação dos trapézios

Os trapézios podem ser classificados em: Escaleno, rectângulo e isósceles.

2.1. Trapézio escaleno

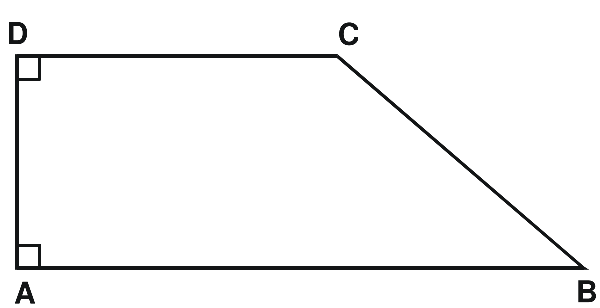


$\overline{PQ} \,//\, \overline{SR}$

$|\overline{PS}| \neq |\overline{SQ}|$

Chama-se trapézio escaleno à aquele cujos lados opostos não paralelos são diferentes.

2.2.Trapézio Rectângulo

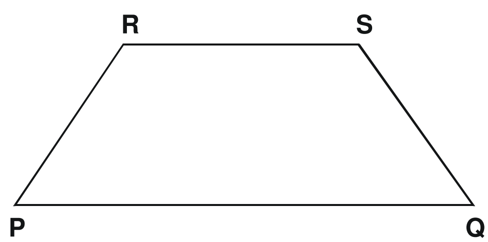


Chama-se trapézio rectângulo à aquele que um dos lados opostos não paralelos é perpendicular às bases.

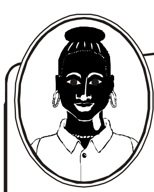
Da figura, observamos que :

O segmento $\overline{AD}$ é perpendicular aos segmentos $\overline{AB}$ *e* $\overline{DC}$ ou seja $\overline{AD} \perp \overline{AB} \perp \overline{DC}$.

2.3. trapézio isósceles



$$|\overline{PR}| = |\overline{QS}|$$



Chama-se trapézio isósceles ou simétrico à aquele cujos lados opostos não paralelos são iguais.

Da figura, observamos que :

O segmento $\overline{PR}$ é igual ao seguimento $\overline{QS}$, ou seja $|PR| = |QS|$.

Depois de ter estudado esta lição, agora vai realizar a actividade que segue:

ACTIVIDADE

1. Assinale com ✓ a definição correcta do trapézio.

a) É um quadrilátero com dois lados paralelos. ☐

b) É um poligono convexo. ☐

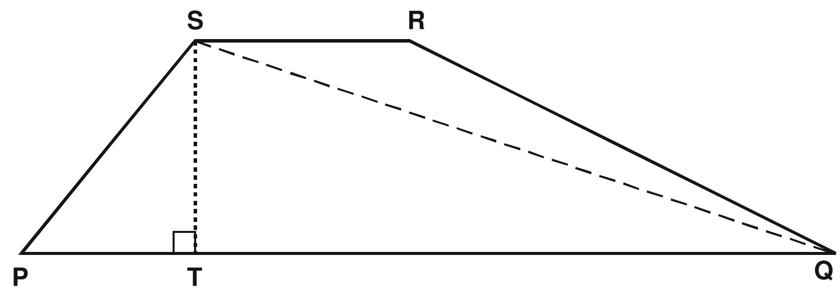
c) É aquele que não têm o vértice. ☐

d) É aquele que têm três lados. ☐

2. Assinale com **V** a afirmação correcta e com **F** as afirmações falsas.

	V/F
a) Num trapézio escaleno os lados opostos não paralelos são iguais.	☐
b) Num trapézio simétrico os lados paralelos são iguais.	☐
c) Num trapézio a mediana une os pontos médios dos lados opostos não paralelos.	☐
d) Num trapézio a mediana une os pontos médios dos lados paralelos.	☐
e) A altura do trapézio é o segmento perpendicular às bases.	☐
f) As bases do trapézio são sempre iguais.	☐
g) Um trapézio têm três bases.	☐
h) Dizer trapézio isosceles é o mesmo que dizer trapézio simétrico.	☐
i) Trapézio isósceles é aquele que têm lados opostos não paralelos iguais.	☐
j) Trapézio escaleno tem um dos lados opostos não paralelos perpendicular às bases.	☐
k) Os trapézios podem ser classificados em isósceles, escaleno e rectângulo.	☐

3. A Partir da figura, complete os espaços em branco:



a) O poligono $[PQRS]$ é um ....

b) .... e................. são bases do trapézio.

c) .... é a diagonal do trapézio.

d) o segmento $\overline{SQ}$ ………….. o trapézio em dois…………...

Agora compara com a chave que lhe propomos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2. a) F; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)**V; **f)** F; **g)** F; **h)** V; **i)** V; **j)** F; **k)** V

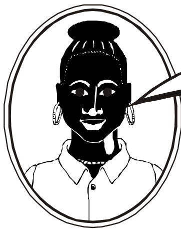
3. a) O poligono $[PQRS]$ é um **trapézio**

b) $\overline{PQ}$ e $\overline{SR}$ são bases do trapézio.

c) $\overline{ST}$ **é a altura do trapézio.**

d) $\overline{SQ}$ é a diagonal do trapézio.

e) O segmento $\overline{SQ}$ **.divide**..O trapézio em dois **triângulos.**



Caro aluno, de certeza que conseguiu indicar as soluções certas e erradas. Acertou em todas? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em toda actividade volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Todos os dias centenas de jovens Moçambicanos contraem o vírus da SIDA. Se nada fizermos para alterar esta situação corremos o risco de desaparecer como Nação.

Jovem, **diga não à SIDA** e contribua para um futuro melhor e um país próspero.

6 Propriedades do Trapézio

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar as propriedades do trapézio, na resolução de problemas.

Material necessário de apoio

- Caderno, caneta, lápis, régua, esquadro, transferidor e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

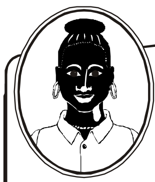
INTRODUÇÃO

Bem vindo a sexta lição do 5º módulo, que vamos estudar as propriedades do trapézio. Nesta lição, vai estudar as propriedaes do trapézio e vamos fazer demonstrações simples dessas propriedaes. Como pode verificar é a primeira vez que estuda esta matéria. No entanto, requere da sua parte um esforço adicional para o mais rápido possível terminar com sucesso esta lição. Caro aluno, no caso de dificuldades de percepção nas demonstrações, deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA.**

Para começar esta lição vamos enunciar e demonstrar as propriedades.

Propriedades dos trapézios

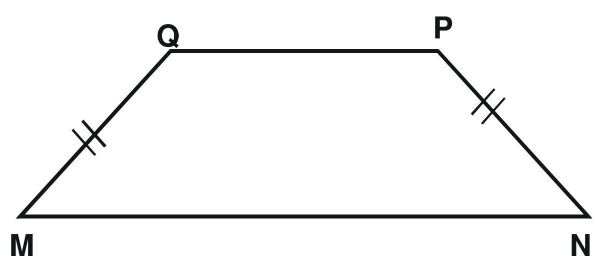
Propriedade 1.



Num trapézio isósceles os ângulos adjacentes à mesma base são iguais.

Para validarmos esta propriedade, vamos realizar a seguinte demonstração, de forma simples.

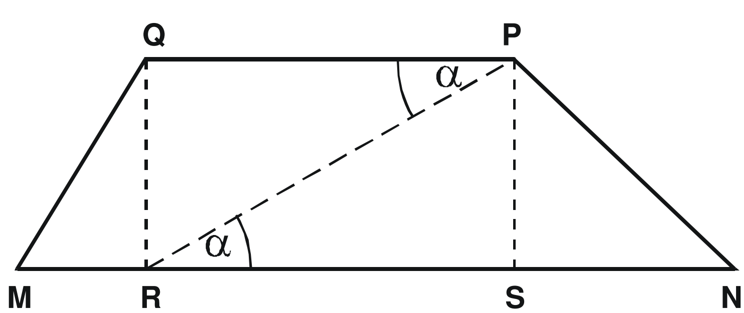
Demonstração da propriedade 1.



Hipótese: $[MNPQ]$ é trapézio isósceles, ver a figura acima.

Tese: $\measuredangle M \cong \measuredangle N \quad e \quad \measuredangle Q \cong \measuredangle P$

Demonstração:



1º- Pelos pontos Q e P, traça-se perpendiculares a base maior $\overline{MN}$.

2º- Pelos pontos R e P, traça-se a diagonal, do quadrilátero $[RSPQ]$.

3º- Os Angulos α e β são ângulos alternos internos, determinados em $\overline{MN} \,//\, \overline{QP}$. Por isso, podemos dizer que são congruentes ou iguais ($\alpha \cong \beta$).

4º- Os triângulos $[RSP]$ *e* $[RPQ]$ são congruentes, por serem rectangulares e por possuirem ângulos agudos congruentes ($\alpha \cong \beta$) e a hipotenusa comum (critério **ângulo agudo e cateto**), então, $\overline{PS} \cong \overline{QR}$.

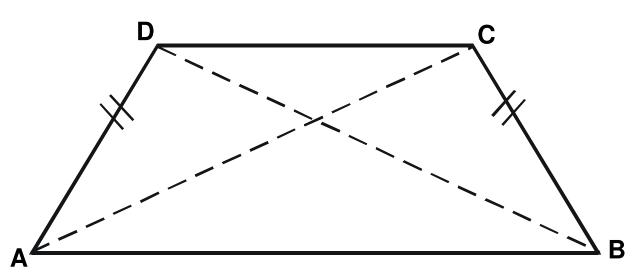
5º- Os triângulos $[MQR] \cong [NPS]$, por serem rectangulares e possuirem um cateto e a hipotenusa igual (**critério lado-lado**). Logo, $\measuredangle M \cong \measuredangle N$.

6º- O ângulo Q e P são congrentes ($\measuredangle Q \cong \measuredangle P$), visto que são suplementares de ângulos congruentes, **como queria demonstrar**(c.q.d.).

Muito bem, caro aluno. Como viu não foi difícil realizar esta demonstração, e de forma simples vai acompanhar de seguida a demonstração da propriedade 2.

Propriedade 2.

Num trapézio isósceles as diagonais são congruentes.



Hipótese: $[ABCD]$ é trapézio isosceles, ver a figura acima, e $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ são as diagonais.

Tese: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

Demonstração:

1º- Consideremos os triângulos ABC *e* BAD**.**

2º- Os ângulos A e B são congruentes ($\measuredangle A \cong \measuredangle B$) considerando a **propriedade 1**.

3º- Os triângulos são congruentes ($\Delta ABC \cong \Delta BAD$), visto que $\overline{AB}$ é comum aos dois triângulos;

$\overline{AD} \cong \overline{BC}$ **e** $\measuredangle A \cong \measuredangle B$ **(critério lado-Angulo-lado)**.

Logo, $\overline{AC} \cong \overline{BD}$**, como queria demonstrar** (c.q.d.).

Agora vamos realizar as actividades que se seguem para aplicar **as propriedades 1 e 2** sobre o trapézio.

ACTIVIDADE

1. Marca com **V** as afirmações verdadeiras e **F** as afirmações falsas.

V/F

a) As diagonais de um trapézio isósceles são congruentes.

b) Num trapézio isósceles os ângulos adjacentes à mesma base são iguais.

c) Num trapézio, os ângulos adjacentes a um dos lados opostos não paralelos são suplementares.

d) Num trapézio rectângulo, um dos lados opostos não paralelo é perpendicular às bases.

e) Num trapézio escaleno, os lados opostos não paralelos são diferentes.

2. Num trapézio escaleno um ângulo mede 70^{o} e outro 120^{o}; os outros ângulos medem?

a) 60^{o} *e* 110^{o}

b) 70^{o} *e* 120^{o}

c) 80^{o} *e* 110^{o}

d) 60^{o} *e* 100^{o}

3. Num trapézio rectângulo um dos ângulos mede 50^{o}; os outros ângulos medem?

a) 90^{o}; 90^{o} *e* 130^{o}

b) 90^{o}; 90^{o} *e* 180^{o}

c) 50^{o}; 90^{o} *e* 130^{o}

d) 80^{o}; 80^{o} *e* 130^{o}

4. Num trapézio isósceles um dos ângulos mede $40^{o}\ 35'$**;** Os outros ângulos medem?

a) $139^{o}\ 15'$; $139^{o}\ 45'$ *e* $139^{o}\ 45'$

b) $40^{o}\ 35'$; $139^{o}\ 45'$ *e* $139^{o}\ 45'$

c) $40^{o}\ 15'$; $130^{o}\ 45'$ *e* $130^{o}\ 45'$

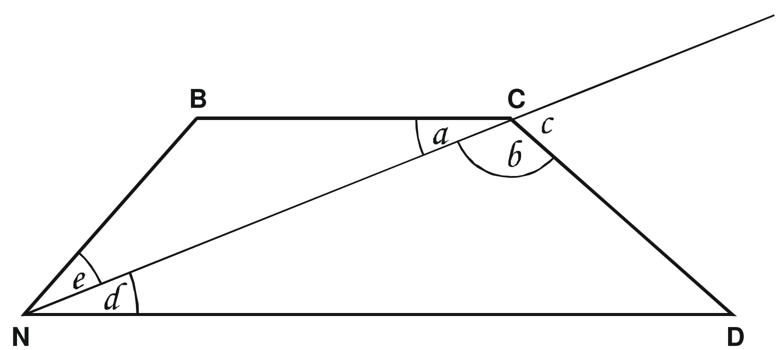
d) $40^{o}\ 15'$; $100^{o}\ 45'$ *e* $100^{o}\ 45'$

5. Num trapézio isósceles, um dos ângulos adjacentes a um dos lados oblíquos às bases tem $25^{o}\ 14'$. Determinar a medida dos restantes ângulos.

6. Num trapézio isósceles os ângulos opostos são representados por $2x+15^{\circ}\ e\ 3x-25^{\circ}$. Determinar a medida de cada um desses ângulos do trapézio.

7. Num trapézio isósceles um dos ângulos mede $40^{\circ}\ 35'\ 15''$. Quanto medem os restantes ângulos?

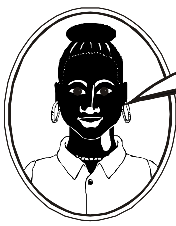
8. Se $[ABCD]$ for um trapézio isósceles $\measuredangle c = 80^{\circ}\ e\ \measuredangle d = 20^{\circ}$, quanto mede cada um dos ângulos do trapézio?



9. Construir um trapézio isósceles cuja a base maior meça 6cm, o lado oblíquo às bases 2cm e é dado o ângulo obtuso que este último lado forma com a base menor.

10. Num trapézio $\left[ABCD\right]$, cuja base maior é $\overline{AB}$,

$$\measuredangle A = \frac{3}{5}; \qquad \measuredangle D \quad e \quad \measuredangle B = \frac{1}{2} \bullet \measuredangle C.$$



Muito bem. Caro aluno, depois de ter realizado as actividades sugeridas compara com a chave de correcção. Caro aluno os exercícios 8, 9 e 10, deve resolver com os seus colegas pois exige uma discussão e caso haja dificuldades devem consultar o tutor no **CAA**

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** V; **b)** V; **c)** V, **d)** V; **e)** V

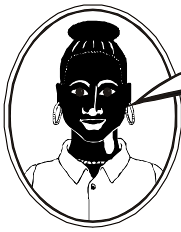
2. **a)**

3. **a)**

4. **b)**

5. 154º 46’; 154º 46’ e 25º 14’

6. 83º e 77º respectivamente.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em alguns exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Proteja-se da SIDA e ajude a criar um futuro saudável para si e para Moçambique.

7 Definição do Paralelogramo e Teorema sobre o Paralelogramo

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Definir o que é um paralelogramo.
- Enunciar o teorema sobre o comprimento dos lados opostos.

Material necessário de apoio

- Régua e lápis.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

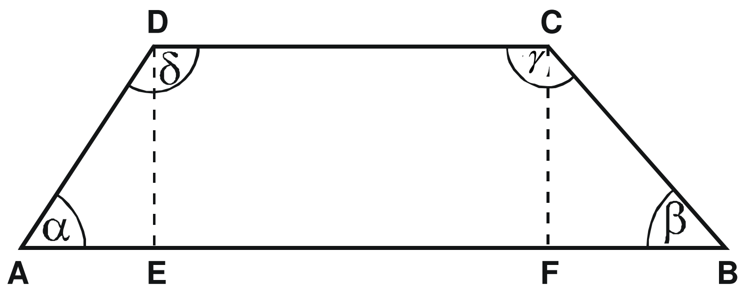
Nesta lição, vai estudar o paralelogramo. Vai definir o paralelogramo e enunciar o teorema sobre o comprimento dos lados opostos. Conforme tem vindo acontecer em módulos anteriores, vai também fazer exercícios para praticar o teorema estudado.

Antes de avançar com o estudo do paralelogramo, convém relembrar e esclarecer melhor alguns conceitos que voçê já aprendeu em lições anteriores deste módulo, mas que podem estar um pouco esquecidos, como seja, por exemplo: lados opostos, lados consecutivos, ângulos opostos, bissectriz, etc.

FAZENDO REVISÕES...

Para cada caso, observe as figuras e relembre alguns conceitos básicos em relação ao estudo de quadriláteros, em especial a classificação dos lados.

Lados opostos



Observando atentamente a figura ao lado, $\overline{AB}$ é oposto a $\overline{DC}$, por serem lados verticalmente frontais e, por sua vez os lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ são opostos entre sí.

Lados consecutivos

Observando o quadrilátero acima, os lados consecutivos são aqueles que têm um vértece comum. Para este caso são:

$$\overline{AB}\ e\ \overline{BC},\ \overline{BC}\ e\ \overline{CD},\ \ \overline{CD}\ e\ \overline{DA}.$$

Lados paralelos

São aqueles cujos seus prolongamentos nunca se cruzam, em ambos sentidos. Para este caso, os lados $\overline{AB}\ e\ \overline{DC}$, mas os lados $\overline{AD}\ e\,\overline{BC}$ não são paralelos, pois os seus prolongamentos cruzam num ponto qualquer.

Ângulos consecutivos

Observando o quadrilátero acima, os ângulos consecutivos são:
α e β, β e γ, γ e δ, δ e α.

Ângulos Opostos

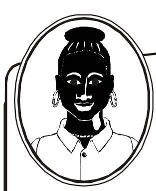
Observando mais uma vez o quadrilátero acima, os ângulos opostos são:
α e γ, β e δ.

Altura de um quadrilátero

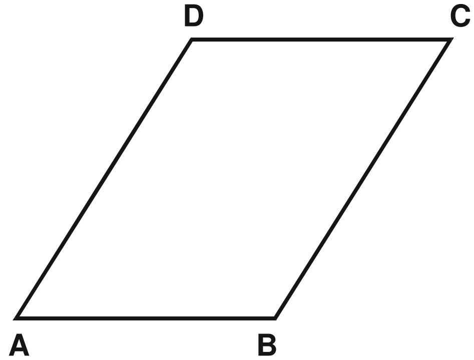
É o segmento de recta perpendicular às bases. Para a figura acima, temos $\overline{DE}$ e $\overline{CF}$ alturas do quadrilátero dado.

Depois de ter feito a revisão, agora vai ter que acompanhar a definição do paralelogramo.

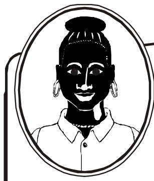
Definição do paralelogramo



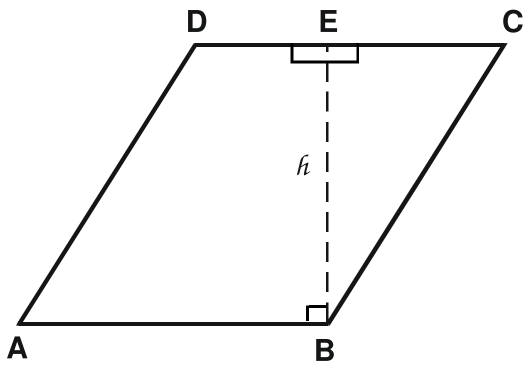
Chama-se **Paralelogramo** a um quadrilátero cujos lados opostos são paralelos



Como podemos notar na definição, $[ABCD]$ é um paralelogramo, visto que $\overline{AB}$ é paralelo a $\overline{DC}$ e $\overline{AD}$ é palalelo a $\overline{BC}$.



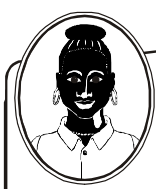
A Base de um paralelograma é qualquer um dos seus lados e a altura é o segmento de recta perpendicular à base; compreendido entre ela.



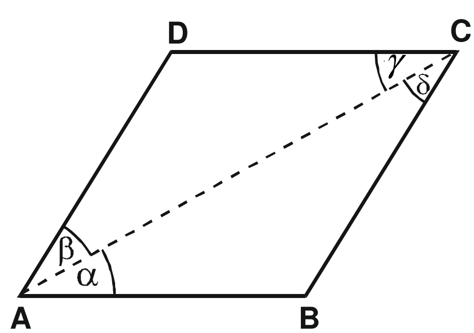
O segmento $h = \left|BE\right|$ é a altura do paralelogramo.

Depois de ter definido o paralelogramo, de seguida, vamos demonstrar teoremas relacionados com o paralelogramo.

Teorema 1



Os lados opostos de um paralelogramo são iguais.



Observando a figura, vamos demonstrar a veracidade deste teorema 1, sobre os lados opostos de um paralelogramo.

Demonstração do teorema 1:

Hipótese: Da figura acima, $[ABCD]$ é um paralelogramo.

Tese: Os lados deste paralelogramo, são iguais dois a dois, ou seja, $|AB| = |DC|$ e $|AD| = |BC|$.

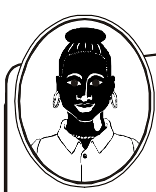
Demonstração:

1º Traça-se a diagonal $\overline{AC}$.

2º O ângulo α é congruente a γ ($\alpha \cong \gamma$) e o ângulo β é congruente a δ ($\beta \cong \delta$), por serem alternos internos, portanto são congruentes.

3º A diagonal divide o paralelogramo em dois triângulos. O $\triangle ABC$ é congruente $\triangle CDA$ ($\triangle ABC \cong \triangle CDA$), por possuirem um lado comum e os ângulos adjacentes a ele respectivamente iguais (Critério ângulo-lado-ângulo). Logo, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ e $\overline{BC} \cong \overline{DA}$, ou seja, $|AB| = |CD|$ e $|BC| = |DA|$; c.q.d

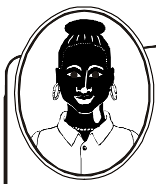
Conclusão:



Segmentos de rectas paralelas compreendidas entre rectas paralelas são iguais. A diagonal de um paralelogramo divide-o em dois triângulos iguais.

Depois de ter demonstrado o teorema 1, agora vamos analizar a situação das diagonais dum paralelogramo.

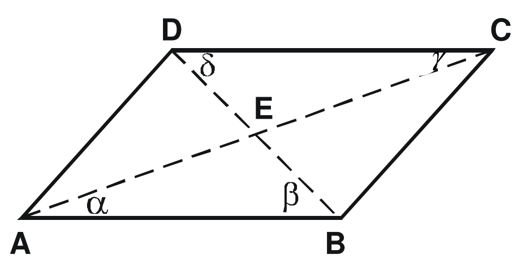
Teorema 2



As diagonais de um paralelogramo bissectram-se uma à outra.

TOME NOTA...

- Bissectrar um segmento é dividí-lo em duas partes iguais.
- Em duas rectas paralelas atravessadas por uma secante, os ângulos alternos internos são geometricamente iguais.



Observando a figura, vamos demonstrar a veracidade deste teorema 2, sobre os lados opostos de um paralelogramo.

Demonstração do teorema 2:

Hipótese: Da figura acima, $[ABCD]$ é um paralelogramo e $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ são diagonais do paralelogramo e cruzam-se no ponto E.

Tese: $|AE| = |EC|$ e $|BE| = |ED|$.

Demonstração:

1º $\alpha \cong \gamma$ e $\beta \cong \delta$, por serem ângulos alternos internos.

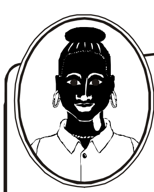
2º $\overline{DC} \cong \overline{AB}$, pelo teorema anterior(1).

3º $\triangle ABE$ é congruente ao $\triangle CDE$ ($\triangle ABE \cong \triangle CDE$), por possuir um lado e o ângulo comum (Critério ângulo-lado-ângulo). Logo,
$|AE| = |EC|$ e $|BE| = |ED|$, c.q.d

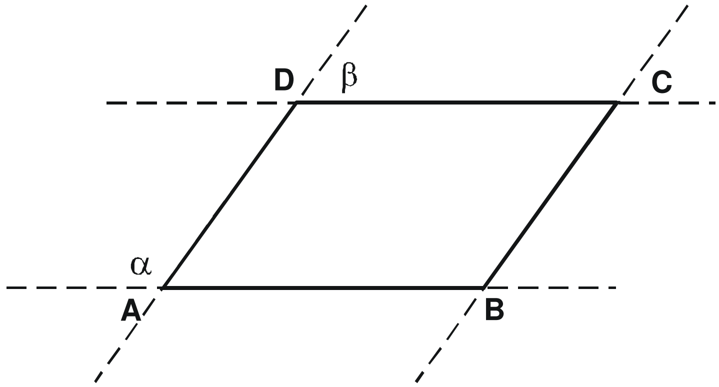
Muito bem, caro aluno, não desanime, pois dentro de momento vai terminar o estudo desta lição.

Agora depois da demonstração dos teoremas 1 e 2, vamos de seguida analizar a situação dos ângulos opostos dum paralelogramo.

Teorema 3



Os ângulos opostos de um paralelogramo são iguais.



Observando a figura, vamos demonstrar a veracidade deste teorema 3, sobre a congruência dos ângulos opostos de um paralelogramo.

Demonstração do teorema 3:

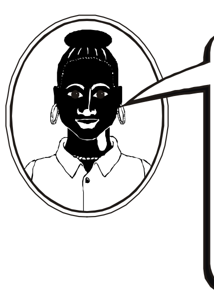
Hipótese: Da figura acima, $\left[ABCD\right]$ é um paralelogramo.

Tese: $\measuredangle A \cong \measuredangle C$ e $\measuredangle B \cong \measuredangle D$.

Demonstração:

1º $\measuredangle A \cong \measuredangle C$ Por serem ângulos verticalmente opostos.

2º $\measuredangle B \cong \measuredangle D$ por serem ângulos verticalmente opostos, c.q.d



Muito bem. Caro aluno, depois de ter feito as demonstrações simples do paralelogramo, agora, vai realizar a seguinte actividade, que visam aplicar os teoremas 1, 2 e 3 sobre o paralelogramo:

ACTIVIDADE

1. Assinale com ✓ o teorema sobre os lados opostos de um paralelogramo.

a) Os lados opostos de um paralelogramo são iguais

b) As diagonais de um paralelogramo bissectram-se uma à outra.

c) Os ângulos opostos de um paralelogramo são iguais.

d) Os ângulos adjacentes de um paralelogramo são congruentes.

2. Assinale com ✓ o teorema sobre as diagonais de um paralelogramo.

a) Os lados opostos de um paralelogramo são iguais

b) As diagonais de um paralelogramo bissectram-se uma à outra.

c) Os ângulos opostos de um paralelogramo são iguais.

d) Os ângulos adjacentes de um paralelogramo são congruentes.

3. Assinale com ✓ o teorema sobre os ângulos opostos de um paralelogramo.

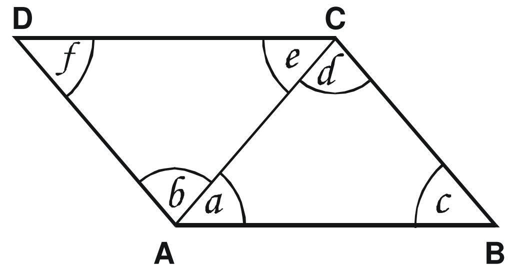
a) Os lados opostos de um paralelogramo são iguais.

b) As diagonais de um paralelogramo bissectram-se uma à outra.

c) Os ângulos opostos de um paralelogramo são iguais.

d) Os ângulos adjacentes de um paralelogramo são congruentes.

4. Dado $[ABCD]$,



paralelogramo e $\measuredangle a = 50^\circ$ *e* $\measuredangle b = 62^\circ$. Determina a medida de *c, d, e, f,* e *g*.

5. Num paralelogramo $[ABCD]$, $\measuredangle A = 81^\circ\ 36'$. Determina as medidas dos restantes ângulos.

6. Num paralelogramo $[ABCD]$, $\measuredangle A = 71^\circ\ 36'\ 15''$. Determina as medidas dos restantes ângulos.

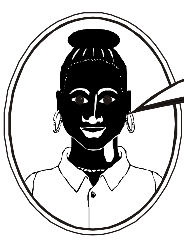
7. Dado um paralelogramo $[ABCD]$, se representarmos o $\measuredangle A = 3x - 15$ e $\measuredangle B = 2x + 30$ determina a medida de cada ângulo do paralelogramo.

8. Dado um paralelogramo $[ABCD]$, se representarmos o $\measuredangle A = 2x - 15$ e $\measuredangle B = 3x + 20$, determina a medida de cada ângulo do paralelogramo.

Agora compara a sua chave de correcção com a que lhe propomos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**
2. **b)**
3. **c)**
4. **c** = 68º; **d** = 62º; **e** = 50º; **f** = 68º
5. $\measuredangle B = \measuredangle D =$ 98º 24’ e $\measuredangle C = 81º\ 36'$
6. $\measuredangle B = \measuredangle D =$ 108º 23’ 45’’; $\measuredangle C =$ 71º 36’ 15’’
7. $\measuredangle A = \measuredangle C =$ 84º e $\measuredangle B = \measuredangle D =$ 96º,
8. $\measuredangle B = \measuredangle D =$ 55º; $\measuredangle B = \measuredangle D =$125º,



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver os problemas propostos. Acertou em todas alíneas? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu resolver em pelo menos cinco problemas, volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

8 Definição do Losango e Teorema sobre o Losango

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar um losango.
- Aplicar o teorema sobre o losango.

Material necessário de apoio

- Caderno, caneta, lápis, régua, esquadro, e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

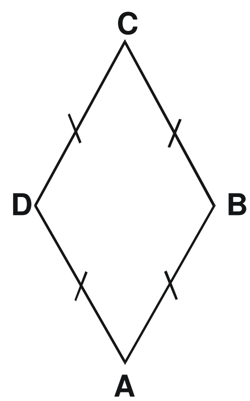
Bem vindo a oitava lição do 5º módulo, que vamos estudar a definição do losango e a demonstração dos teoremas sobre o losango. Nesta lição, vai demonstrar dois teoremas, o teorema das diagonais de um losango e da semelhança entre um losango e paralelogramo.

Ainda nesta lição, vamos resolver exercícios práticos.

Caro aluno, no caso de dificuldades de percepção dos teoremas, deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**, pois a ferramenta fundamental para este módulo é dominar todos teoremas que for a estudar.

Losango

Chama-se **losango** ou **rombo** a um quadrilátero cujos lados são todos iguais.



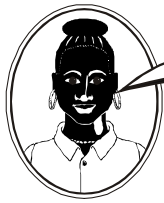
$[ABCD]$ é um losango, com todos lados iguais ou seja:

$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA|$$

TOME NOTA...

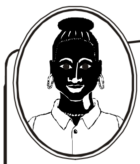
Observando atentamente o losango, constatamos algumas semelhanças com o paralelogramo, tais como:

As diagonais de um losango bissectram-se;
Os ângulos opostos são iguais;
Num losango, os ângulos consecutivos são suplementares.

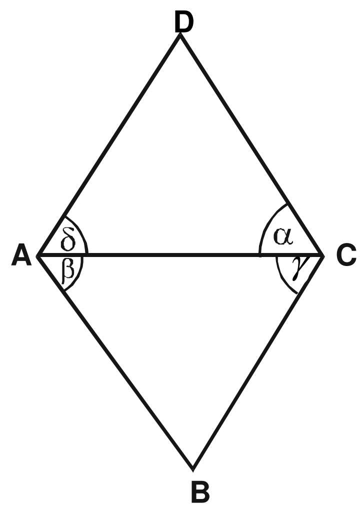


Muito bem, caro aluno, depois de ter verificado as semelhanças entre o paralelogramo e losango, agora vamos demonstrar os teoremas dessa semelhança.

Teorema 1



Um losango é um paralelogramo.



Observando a figura, vamos demonstrar a veracidade deste teorema 1.

Demonstração do teorema 1:

Hipótese: Da figura acima, $\left[ABCD\right]$ é um losango, pois

$\left|AB\right| = \left|DC\right| = \left|BC\right| = \left|AD\right|$.

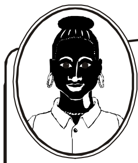
Tese: $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ e $\overline{BC} \,//\, \overline{AD}$.

Demonstração:

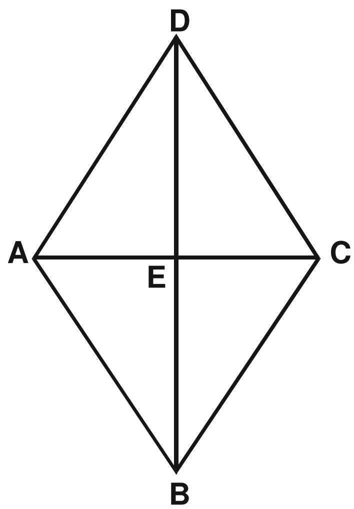
1º Traça-se a diagonal $\overline{AC}$.

2º $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ por terem um lado comum e os restantes lados iguais (Critério **lado-lado-lado**). Logo, $\alpha \cong \beta$ e $\delta \cong \gamma$. Por outro lado, estes ângulos são alternos internos; então, $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ e $\overline{BC} \,//\, \overline{AD}$, c.q.d.

Teorema 2



As diagonais de um losango são perpendiculares.



Observando a figura, vamos demonstrar a veracidade deste teorema 2.

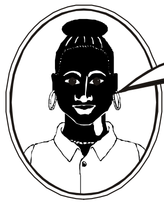
Demonstração do teorema 2:

Tese: $\overline{AC} \perp \overline{BD}$; $\perp$ lê-se perpendicular.

Demonstração:

1º O ponto D é equidistante dos pontos A e C, porque $|AD| = |DC|$, pois são lados do losango.

2º O ponto B é equidistante dos pontos A e C, porque $|AB| = |BC|$, pois são lados do losango. Portanto, a diagonal $\overline{BD}$ é a mediatriz da diagonal $\overline{AC}$. Então, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$, c.q.d.



Muito bem. Caro aluno, depois de ter feito as demonstrações simples do losango, agora, vai realizar a seguinte actividade, que visa aplicar os teoremas 1 e 2 sobre o losango:

ACTIVIDADE

1. Assinale com ✓ a afirmação correcta.

✓

a) Um losango é um quadrado; ☐

b) Um losango é um rectângulo; ☐

c) Um losango é um paralelogramo; ☐

d) Um Paralelogramo é um quadrado. ☐

2. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e **F** as afirmações falsas.

V/F

a) As diagonais de um losango são congruentes. ☐

b) As diagonais de um losango bissectram-se uma à outra. ☐

c) Um losango é um paralelogramo. ☐

d) As diagonais de um losango são perpendiculares. ☐

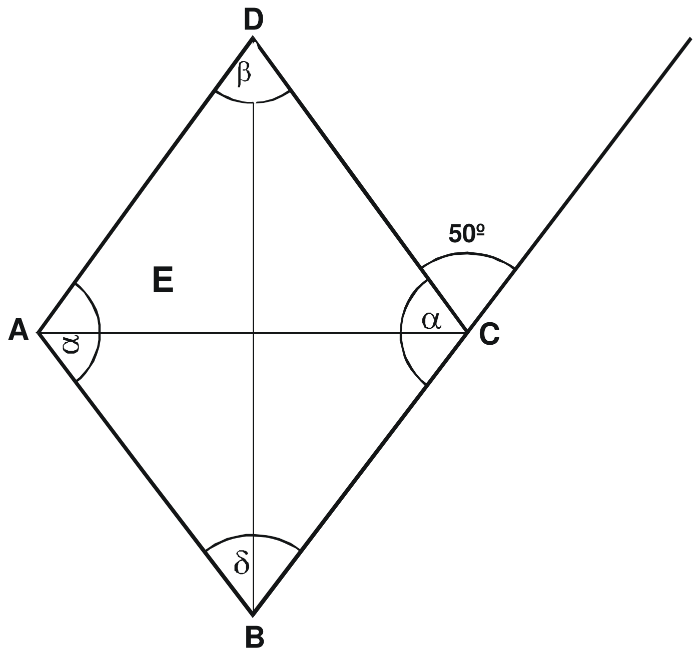
e) Os lados de um losango são todos iguais. ☐

f) Os ângulos opostos de um losango são iguais. ☐

g) Os ângulos consecutivos de um losango são suplementares. ☐

h) Os ângulos consecutivos de um losango são complementares. ☐

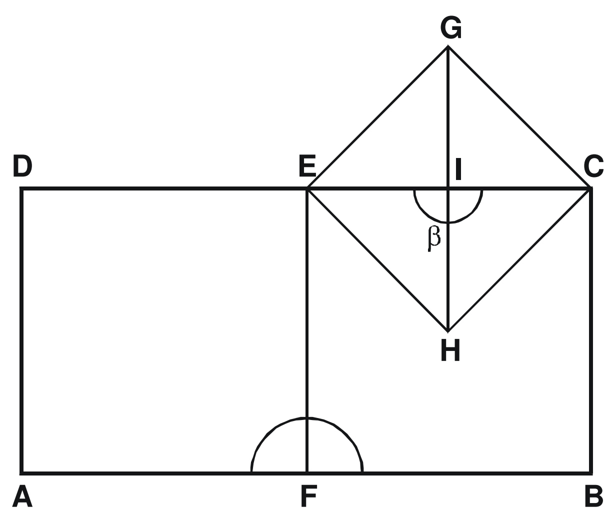
3. $\left[ABCD\right]$ é um losango.



a) Determine a medida dos α; β; γ e δ .

4. Constroi um losango cujas diagonais medem 6cm e 3cm.

5. Observa a figura.



Identifique:

a) Quatro triângulos;

b) Um rectângulo;

c) Um quadrado;

d) Um losango;

e) Dois ângulos agudos;

f) Dois ângulos rectos;

g) Dois ângulos suplementares;

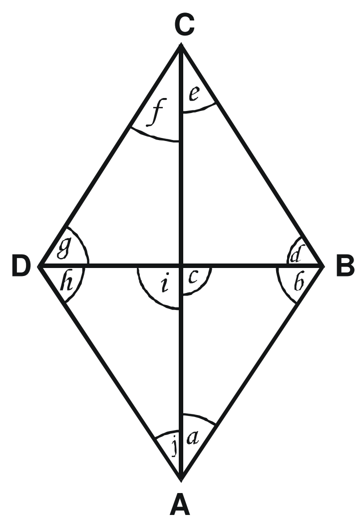
h) Um par de ângulos iguais e agudos;

i) Um par de ângulos iguais e obtusos;

j) Dois seguimentos de recta iguais e paralelos.

6. Num losango um dos ângulos mede 61º 22' 15''. Determina as medidas dos restantes ângulos.

7. Dado $\left[ABCD\right]$,



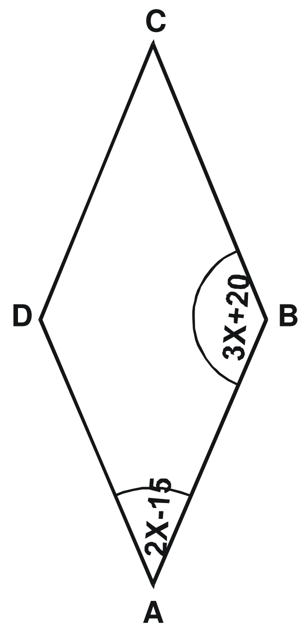
losango e $\measuredangle a = \measuredangle j = 34^{\circ}$. Determine as medidas dos restantes ângulos.

8. Num losango $\left[ABCD\right]$, $\measuredangle A = 51^{\circ}\ 36'\ 14''$. Determina as medidas dos restantes ângulos.

9. Num losango $\left[ABCD\right]$, $\measuredangle A = 63^{\circ}\ 26'\ 14''$. Determina as medidas dos restantes ângulos.

10. Dado um losango $\left[ABCD\right]$, se representarmos o $\measuredangle A = 3x - 15$ e $\measuredangle B = 2x + 30$ determina a medida de cada ângulo do losango.

11. Dado um losango $\left[ABCD\right]$,



se representarmos o $\measuredangle A = 2x - 15$ e $\measuredangle B = 3x + 20$, determina a medida de cada ângulo do losango dado.

Bom trabalho, caro aluno! Agora compare as suas respostas com as que lhe damos na chave de correcção, para os exercícios 1, 2, 3, 4, 5, e 6. Para os exercícios 7, 8, 9, 10 e 11 consulte o seu tutor.

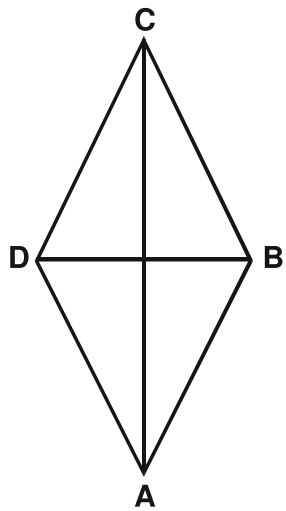
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **c**)

2. **a**) F; **b**) V; **c**) V; **d**) V; **e**) V; **f**) V; **g**) V; **h**) F.

3. $\alpha = 130^\circ$; $\gamma = 130^\circ$ $\delta = 50^\circ$ e $\beta = 50^\circ$.

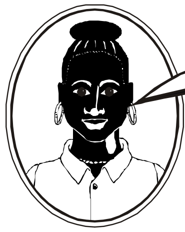
4.



5. **a)** $\triangle HCI$; $\triangle ICG$; $\triangle IGE$ e $\triangle IHE$. **b)** $\square ABCD$; **c)** $\square FBCE$; **d)** $HCGE$,
e) $\measuredangle h$ e $\measuredangle g$; **f)** $\measuredangle A$ e $\measuredangle B$; **g)** $\measuredangle H$ e $\measuredangle C$; **h)** $\measuredangle h$ e $\measuredangle i$; **i)** α e β;
j) $\overline{AD}$ e $\overline{FE}$

6. $61^\circ 22' 15''$; $118^\circ 37' 45''$ e $118^\circ 37' 45''$ respectivamente.

Os exercícios 7, 8, 9, 10 e 11 deve resolver em grupo.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dez exercício volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

9 Definição do Rectângulo e Teorema sobre o Rectângulo

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar um rectângulo.
- Aplicar do teorema sobre o rectângulo.

Material necessário de apoio

- Caderno, caneta, lápis, régua, esquadro, e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a nona lição do 5º módulo, que vamos estudar a definição do rectângulo e a demonstração do teorema sobre o rectângulo. Nesta lição, vai demonstrar o teorema que diz que um rectângulo é um paralelogramo. Ainda nesta lição, vamos resolver exercícios práticos.

Caro aluno, como pode perceber caminhamos para o fim deste módulo, é necessário da sua parte um esforço adicional para terminar este módulo com sucesso. No caso de dificuldades de percepção do teorema, deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**, pois a ferramenta fundamental para este módulo é dominar todos teoremas que for a estudar.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, no seu dia-a-dia têm verificado figuras, sólidos, objectos, etc. Com faces rectângulares, tais como cadernos, livros, casas, praças, carteiras, bancos, etc.

Estes sólidos, apresentam faces rectângulares, quadradas, mesmo em forma de paralelogramo, dai que vamos examinar de seguida as semelhanças de um rectângulo com um paralelogramo.

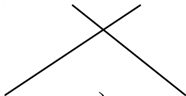
Caro aluno, vai realizar a actividade que se segue, como forma de revisão.

ACTIVIDADE

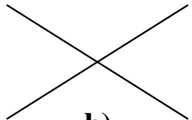
1. Assinale com **V** a afirmação correcta e com **F** a falsa.

	V/F
a) Um paralelogramo têm diagonais perpendiculares.	☐
b) As diagonais dos paralelogramos dividem-se ao meio.	☐
c) As diagonais de um losango são perpendiculares e dividem-se ao meio.	☐
d) As diagonais do trapézio isósceles são iguais.	☐
e) Um quadrilátero tem sempre duas diagonais, mas a sua dimensão e posição relativa variam conforme o tipo de quadrilátero.	☐

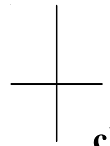
2. Em cada um dos quadriláteros estão traçadas as diagonais de um quadrilátero.



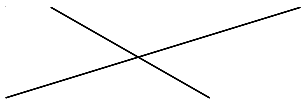
a)



b)



c)



d)

Desenha cada um dos quadrilátero e identifique-os

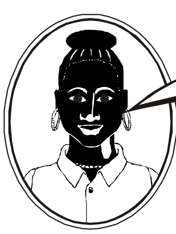
3. Desenha um losango qualquer e traça uma das duas diagonais.

a) Quantos triângulos encontraste na figura que desenhaste?

b) Qual é a relação entre elas? Classifica-os.

c) Traça agora a outra diagonal.

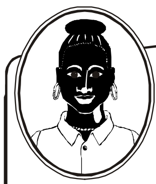
Em quantos triângulos ficaram divididos os anteriores? Qual é a relação entre eles? Classifica-os.



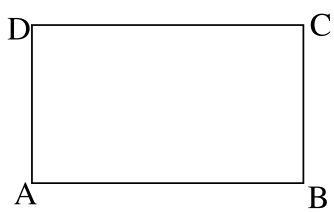
Então… para realizar a actividade acima, certamente recorreu aos conhecimentos das lições anteriores e com ajuda da régua e lápis certamente conseguiu encontrar os quadriláteros procurados e a respectiva classificações dos triângulos.

Agora vai identificar e definir o rectângulo.

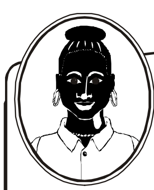
Definição do rectângulo



Chama-se **rectângulo** a um quadrilátero cujos lados consecutivos são perpendiculares.



Onde, $\overline{AB} \perp \overline{BC} \perp \overline{CD} \perp \overline{DA}$, isto é, as bases são perpendiculares às alturas.



A base de um rectângulo é qualquer um dos seus lados altura é qualquer lado perpendicular à base.

Depois de termos feito a revisão e definir o rectângulo, agora vamos anunciar o teorema sobre o rectângulo.

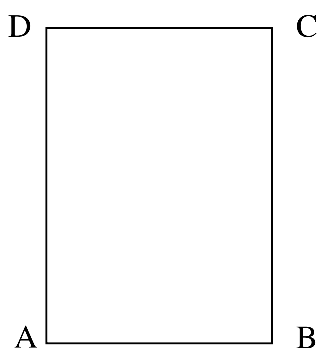
Teorema

Um rectângulo é um paralelogramo.

De seguida vamos demonstrar o teorema sobre o rectângulo.
Para começar temos que definir as hipóteses, tese e a demonstração propriamente dita. Logo fica:

Hipóteses: $\left[ABCD\right]$ é um rectângulo.

Tese: $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ e $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$



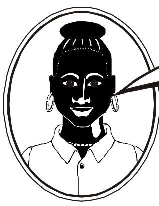
Demonstração:

1º - $\overline{AB} \perp \overline{AD}$ e $\overline{DC} \perp \overline{BC}$. Logo, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$, porque duas rectas perpendiculares a uma terceira são perpendiculares entre sí.

2º - $\overline{AD} \perp \overline{DC}$ e $\overline{AD} \perp \overline{AB}$. Logo, $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$. Então, o rectângulo $\left[ABCD\right]$ é um paralelogramo, c. q. d.

TOME NOTA...

- Os lados opostos de um rectângulo são iguais.
- As diagonais de um rectângulo bissectam-se uma à outra.
- As diagonais de um rectângulo são iguais.



Muito bem. Caro aluno. É sua tarefa fixar este teorema que é de importância vital para o estudo desta lição. De seguida vamos realizar a actividade que se segue:

ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ o teorema sobre o rectângulo.

a) A soma dos ângulos internos de um rectângulo é igual a 180^0. ☐

b) Um rectângulo é um paralelogramo. ☐

c) Um rectângulo é um triângulo. ☐

d) Um rectângulo é um losando. ☐

Certamente assinalou a alínea **b)** pois é o teorema sobre o rectângulo que estudou nesta lição.

2. Assinale com **V** as afirmações correctas e com **F** as falsas.

	V/F
a) Os lados de um rectângulo são iguais.	☐
b) As diagonais de um rectângulo são perpendiculares.	☐
c) As diagonais de um rectângulo são iguais.	☐
d) Os lados opostos de um rectângulo são iguais.	☐
e) As diagonais de um rectângulo bissectam-se uma a outra	☐
f) Os lados paralelos de um rectângulo são oblíquos.	☐
g) Um rectângulo é um quadrilátero.	☐

Certamente assinalou a alínea **c), d),** e **g)** como verdadeiras e as restantes são falsas. Faça uma pequena pausa e de seguida resolva os exercícios que lhe apresentamos para auto-avaliação do seu grau de compreensão deste teorema.

EXERCÍCIOS

1. Considere um rectângulo em que a medida do comprimento da altura é um terço da medida do comprimento da base.

a) Se o lado maior medir 150 metros, qual será o perímetro do rectângulo?

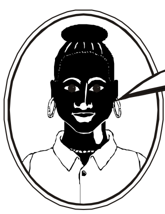
b) E se o perímetro do rectângulo for 200 metros, quais são as medidas do rectângulo?

2. Um terreno rectângular tem de perimetro 270 m. Quais são as suas dimensões se a largura é um quarto do comprimento.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) 400m; **b) C**= 75m e **L**= 25m;

2. C= 108m; L= 27m.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver os problemas propostos. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos três problemas, procure estudar com um colega.
Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

10 Definição do Quadrado e Classificação dos Quadriláteros

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Definir um quadrado.
- Classificar os quadriláteros.

Material necessário de apoio

- Caderno, caneta, lápis, régua, esquadro, e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

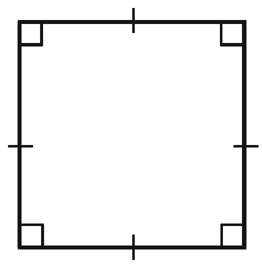
No seu dia-a-dia, caro aluno, com certeza tem reparado em figuras de faces planas ou ainda em terrenos com formatos de poligonos regulares, onde alguns deles são quadriláteros.

Já identificou entre elas os trapézios, paraleogramos, losangos, rectângulos,etc.

Portanto, nesta lição vamos identificar as semelhanças entre estes quadriláteros que já estudou neste módulo, mas antes de iniciar a classificar vai primeiro definir o quadrado.

Definição do quadrado

Quadrado é um rectângulo cujos lados são todos iguais, ou seja:



Quadrado

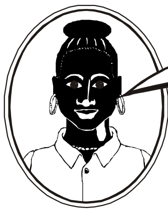
TOME NOTA...

Diz se que um quadrado é um rectângulo por apresentar semelhanças, tais como:

1. Lados opostos paralelos.
2. Lados opostos iguais.
3. Lados consecutivos perpendiculares.
4. E apresenta todos ângulos rectos.

Caro aluno além dessas semelhanças temos ainda, em relação aos outros quadriláteros, o quadrado goza das propriedades do paralelogramo e do losango. Preste atenção:

1. As diagonais de um quadrado bissectam-se uma à outra.
2. As diagonais de um quadrado são perpendiculares.
3. As diagonais de um quadrado são iguais.



Que tal? Entendeu o conceito do quadrado? Se teve dificuldades em compreender não se preocupe, pois vamos explicar-lhe doutra maneira já a seguir. Para tal sugerimos-lhe que realize a seguinte actividade:

ACTIVIDADE

1. Assinale com **V** a afirmação correcta e com **F** a falsa.

	V/F
a) Num quadrado as diagonais bissectam-se uma da outra.	☐
b) Num rectângulo as diagonais bissectam-se uma da outra.	☐
c) Num losango as diagonais bissectam-se uma da outra.	☐
d) Num paralelogramo as diagonais bissectam-se uma da outra.	☐
e) Num quadrado os ângulos adjacentes à mesma base são suplementares.	☐
f) Num losango os ângulos adjacentes à mesma base são suplementares.	☐
g) Num paralelogramo os ângulos adjacentes à mesma base são suplementares.	☐

V/F

h) Num quadrado os lados opostos são paralelos. ☐

i) Num rectângulo os lados opostos são paralelos. ☐

j) Num losango os lados opostos são paralelos. ☐

k) Num paralelogramo os lados opostos são paralelos. ☐

Certamente assinalou em todas alíneas o **V,** pois existe uma relação de semelhança entre os seus lados e ângulos dos quadriláteros.

2.

a) Desenha um quadrado e traça uma das suas diagonais. Quantos triângulos encontras na figura que desenhaste? Qual é a relação entre eles? Classifica-os.

b) Traça agora a outra diagonal.
Em quantos triângulos ficaram divididos os anteriores? Qual é a relação entre eles? Classifica-os.

3.

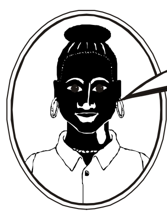
a) Desenha um rectângulo e traça uma das suas diagonais.
Quantos triângulos encontras na figura que desenhaste? Qual é a relação entre eles? Classifica-os.

b) Traça agora a outra diagonal.
Em quantos triângulos ficaram divididos os anteriores? Qual é a relação entre eles? Classifica-os.

4.

a) Desenha um losango e traça uma das suas diagonais. Quantos triângulos encontras na figura que desenhaste? Qual é a relação entre eles? Classifica-os.

b) Traça agora a outra diagonal.
Em quantos triângulos ficaram divididos os anteriores? Qual é a relação entre eles? Classifica-os.

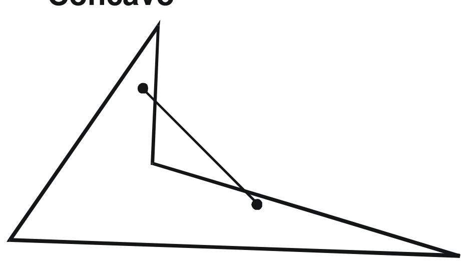


Certamente conseguiu desenhar as figuras que lhe propomos e tenho a certeza de que conseguiu tirar as dúvidas que tinha. Caso não, deve procurar estudar com colegas. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas. De seguida classifique os quadriláteros.

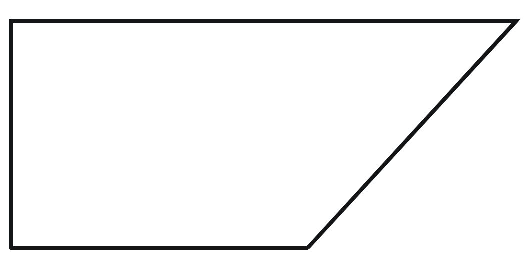
Classificação dos quadriláteros

O quadrilátero, como vimos nas primeiras lições, é um poligono com quatro lados, ele pode ter muitos aspectos diferentes, tais comno:

Côncavo



Convexo

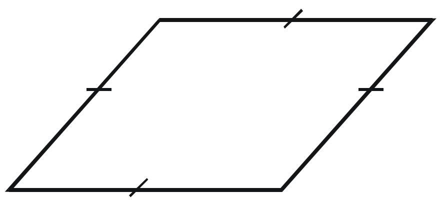


Dos dois quadriláteros desenhados acima o primeiro (côncavo) tem uma particularidade que os outros já estudados (quadrados, paralelogramos, losangos) não têm:

Alguns seguimentos cujos extremos são pontos do interior do poligono “saem” do poligono.

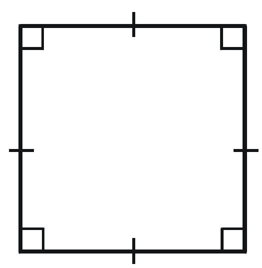
O paralelogramo têm casos particulares, tal como:

Lados paralelos dois a dois, os losangos que além de terem os lados paralelos dois a dois têm os lados todos iguais; os rectângulos em que os ângulos medem todos 90º e os quadrados que são rectângulos com os lados todos iguais.

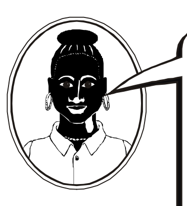


Losango

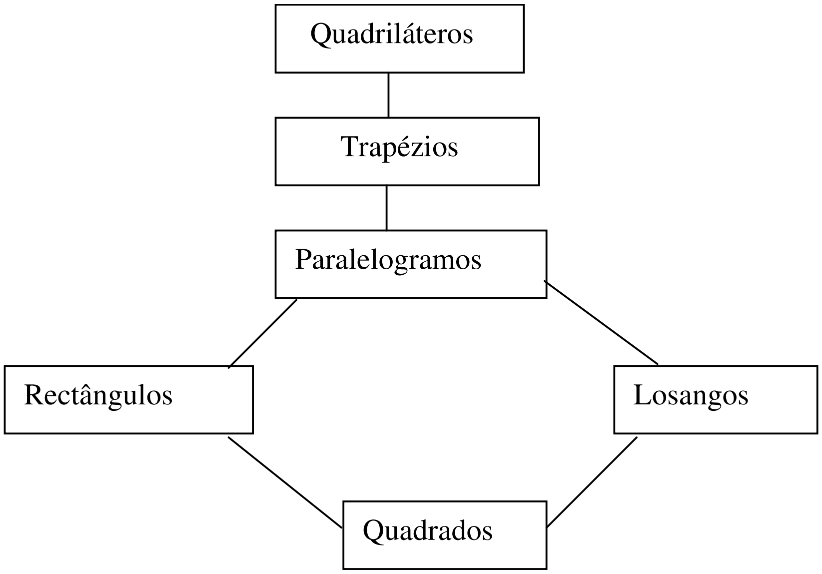
Rectângulo



Quadrado

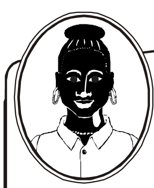


Para melhor perceber a classificação dos quadriláteros, vamos recorrer a um esquema que a seguir lhe propomos.

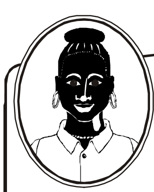


Caro aluno... Não desanime dentro de momento vai terminar esta lição. Como pode ver para melhor interpertação deste esquema, sugerimos que a leitura seja feita de baixo para cima, isto é, do quadrado até ao quadrilátero.

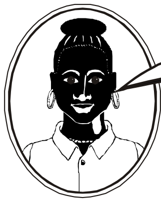
No entanto, pelo esquema podemos verificar que:



- O quadrado, o rectângulo, o losango, o paralelogramo, e o trapézio são quadriláteros.
- O quadrado, o rectângulo, o losango e o paralelogramo são trapézios.
- O quadrado, o rectângulo e o losango são paralelogramos.



- O quadrado tanto pode ser considerado um rectângulo ou um losango.



Muito bem , caro aluno. Depois de ter classificado os quadrilátero, agora vai ter que fazer uma auto avaliação através de actividade que lhe sugerimos logo de seguida.

ACTIVIDADE

1. Assinale com **V** a afirmação correcta e com **F** a falsa.

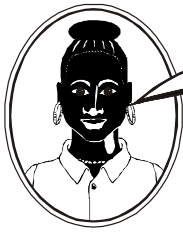
- **a)** Um quadrado é um rectângulo. ☐
- **b)** Um quadrado é um trapézio. ☐
- **c)** Um quadrado é um losango. ☐
- **d)** Um quadrado é um paralelogramo. ☐
- **e)** Um paralelogramo com um ângulo recto é um prectãngulo. ☐
- **f)** As diagonais de um quadrado são iguais. ☐
- **g)** As diagonais de um rectângulo são iguais. ☐
- **h)** As diagonais de um trapézio são iguais. ☐

2. Desenhe no seu caderno:

- **a)** três quadriláteros com diagonais perpendiculares.
- **b)** três quadriláteros com diagonais não perpendiculares.

3. Desenhe no seu caderno:

- **a)** três quadriláteros que têm duas diagonais iguais.
- **b)** três quadriláteros cujas as diagonais se dividem ao meio.



Então… para realizar as actividades acima, certamente recorreu aos conhecimentos das lições anteriores e com ajuda da régua e lápis certamente conseguiu encontrar os quadriláteros procurados, como pode verificar todas as alíneas do número **1.** são verdadeiras, dois e três, deve desenhar.
Agora vai resolver alguns exercícios que lhe propomos já de seguida.

EXERCÍCIOS

1. Justifique a seguinte afirmação:

“ Se os ângulos de um quadrilátero são todos iguais então são todos rectos.”

2. Justifique que:

“ Num trapézio rectângulo os dois ângulos não rectos são suplimentares.”

3. Desenhe, os seguintes quadrilátero:

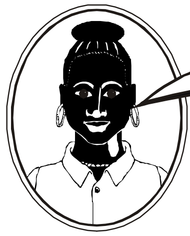
a) Um trapézio rectângulo; **Medidas** (base maior = 4cm, base menor = 3cm e altura = 3cm).

b) Um paralelogramo; **Medidas** (lado maior = 4cm e lado menor = 3cm).

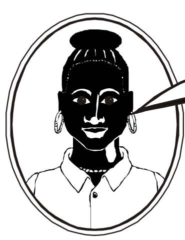
c) Um rectângulo; **Medidas** (comprimento = 3,5cm e largura = 2,5).

d) Um Losango; **Medida** (3,5cm de lado).

e) Quadrado; **Medida** (2,5cm de lado).



Certamente conseguiu verificar que a afirmação do exercício **1,** assemelha-se ao caso de rectângulo e quadrado? Caso tenha dúvidas sobre o assunto desenhe o quadrado e o rectângulo e verifique a afirmação.
Para o exercício **2,** usa o mesmo procedimento, desenhando o trapézio rectângulo e logo vai verificar que, se a soma de dois ângulos rectos é igual a 180º, então a soma dos outros dois não rectos será também 180º (ângulos suplementares).
Faça uma pequena pausa e em seguida desenha os quadriláteros que lhe sugerimos (usa material recomendado).



Caro aluno, de certeza que conseguiu desenhar os quadriláteros propostos. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos três problemas, procure estudar com um colega.
Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

11 Exercícios de Aplicação de todos Teoremas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar os teoremas sobre os quadriláteros.

Material necessário de apoio

- Caderno, caneta, lápis, régua, esquadro, e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

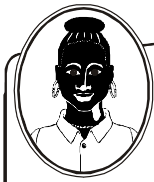
60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a última lição do 5º módulo, que vamos aplicar todos teoremas sobre quadriláteros na resolução de problemas.

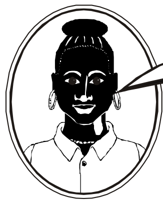
Nesta lição, vai demonstrar dois teoremas, o teorema das diagonais de um losango e da semelhaça entre um losango e paralelogramo.

Ainda nesta lição, vamos desenhar, analizar e classificar quadriláteros. Caro aluno, no caso de dificuldades de percepção dos problemas não desanime, junte-se a colegas ou contactar o **CAA**, pois a ferramenta fundamental para realizar com sucesso o teste do fim do módulo, está nesta lição.



Caro aluno, para começar esta lição vai ter que rever todos teoremas já estudados neste módulo por forma a recordar, para tal terá que estudar o quadro abaixo.

Teorema/ propriedade	Enunciado do teorema/ propriedade
1. O teorema da soma dos ângulos internos de um quadrilátero	A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360^0.
2. teorema sobre o trapézio	Num trapézio, os ângulos adjacentes a um dos lados opostos não paralelos são suplementares.
3. Propriedade 1 sobre o trapézio	Num trapézio isósceles os ângulos adjacentes à mesma base são iguais.
4. Propriedade 2 sobre o trapézio	Num trapézio isósceles as diagonais são congruentes
5. teorema 1 sobre paralelogramo	Os lados opostos de um paralelogramo são iguais.
6. teorema 2 sobre paralelogramo	As diagonais de um paralelogramo bissectam-se uma à outra.
7. teorema 3 sobre paralelogramo	Os ângulos opostos de um paralelogramo são iguais.
8. teorema 1 sobre losango	Um losango é um paralelogramo.
9. teorema 2 sobre losango	As diagonais de um losango são perpendiculares.
10. teorema sobre o rectângulo	Um rectângulo é um paralelogramo.



Caro aluno esperamos que tenha consolidado os teoremas que estudou neste módulo. De seguida vamos resolver exercício de aplicação dos teoremas que revisitou no quadro acima.

EXERCÍCIOS

1. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e **F** as afirmações falsas.

	V/F
a) As diagonais de um losango são congruentes.	☐
b) As diagonais de um losango bissectam-se uma à outra.	☐
c) Um losango é um paralelogramo.	☐
d) As diagonais de um losango são perpendiculares.	☐
e) Os lados de um losango são todos iguais.	☐
f) Os ângulos opostos de um losango são iguais.	☐
g) Os ângulos consecutivos de um losango são suplementares.	☐
h) Os ângulos consecutivos de um losango são complementares.	☐

2. Se num quadrilátero, dois ângulos são rectos. A relação entre os outros dois são:

a) Ângulos complementares.

b) Ângulos suplementares.

c) Ângulos agudos.

d) Ângulos nulos.

3. Num quadrilátero $[ABCD]$, os ângulos internos medem $58^{o};40^{o}$ e 120^{0}, o quarto ângulo mede?

a) 100^{0}

b) 218^{0}

c) 100^{0}

d) 142^{0}

4. Num quadrilátero $[ABCD]$, os ângulos internos medem $75^{0}\ 32';61^{0}$ e 130^{0}, o quarto ângulo mede?

a) $79^{0}\ 26'$

b) $76^{0}\ 24'$

c) $79^{0}\ 24'$

d) $93^{0}\ 28'$

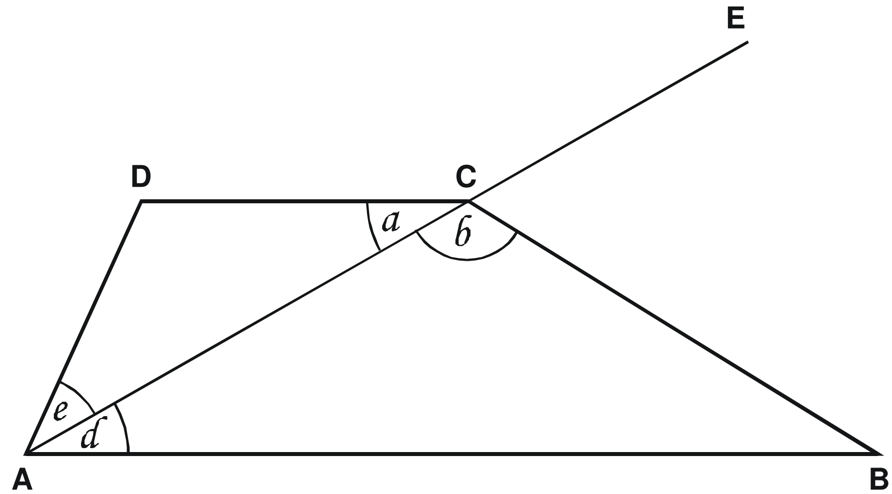
5. Num quadrilátero $\left[ABCD\right]$, dois ângulos são complementares, e o terceiro mede $122^0\ 22'\ 43''$, o quarto ângulo mede?

a) $166^0\ 27'\ 27''$

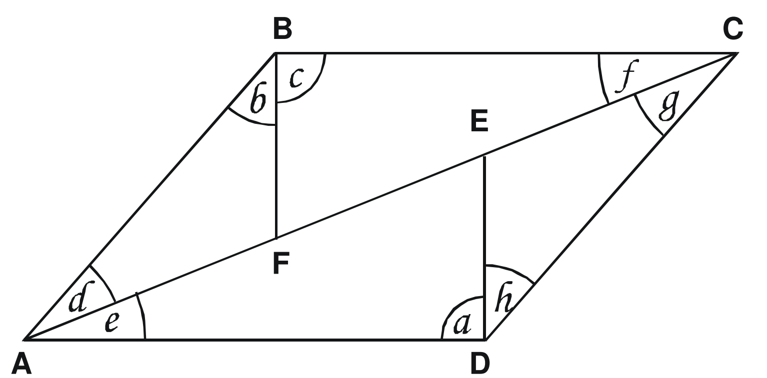
b) $168^0\ 27'\ 27''$

c) $147^0\ 37'\ 17''$

d) $168^0\ 27'$

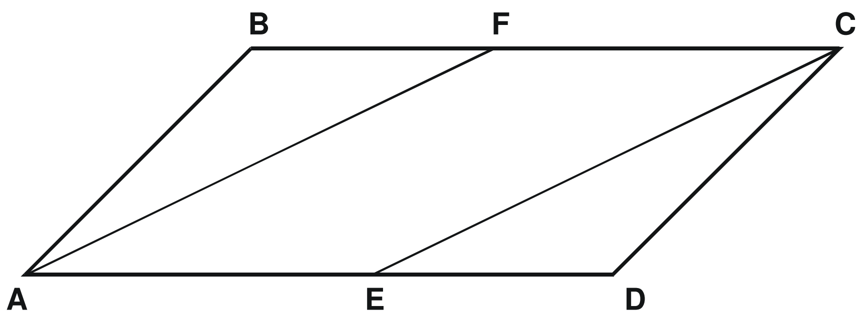


6. Observe a figura. Se $\left[ABCD\right]$ é um trapézio escaleno, $\measuredangle e = 40°$, $\measuredangle D = 108°$ e $\overline{CD} \perp \overline{AE}$ quanto mede cada um dos ângulos do trapézio?



7. Observe a figura. $\left[ABCD\right]$ é um paralelogramo, $\measuredangle a = 58^{\circ}$, $\measuredangle b = 39^{\circ}$ e $\overline{BF} \,//\, \overline{ED}$ detrerminar a medida de cada ângulo do paralelogramo.

Caro aluno sem muita complicação nas demonstrações, tente demonstrar de forma simples o seguinte caso.



8. $\left[ABCD\right]$ é um paralelogramo e $\overline{AF} \,//\, \overline{CE}$. Demonstrar que:

a) $\Delta ABF \cong \Delta CDE$

b) $\overline{BF} \cong \overline{ED}$

Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu resolver em pelo menos cinco exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as as afirmações falsas.

V/F

a) Um quadrilátero é um poligono com três lados iguais. ☐

b) Uma linha poligonal diz-se aberta quando os extremos não coinsidem. ☐

c) Quadrilátero é um polígono constituido por menos de quatro lados. ☐

d) Quadrilátero é um polígono constituido por quatro lados. ☐

e) Quadrilátero é um polígono constituido por quatro lados quaisquer. ☐

f) Segmentos consecutivos não pertencem a mesma recta. ☐

g) Linha poligonal aberta é a união de segmentos tais que o extremo de cada um, excepto o último, é a origem do segmento seguinte; ☐

h) Linha poligonal fechada é a união de segmentos tais que o extremo de cada um, excepto o último, é a origem do segmento seguinte; ☐

i) Linha poligonal fechada convexa é poligono delimitado por um domínio convexo. ☐

j) Poligono é o dominio delimitado por uma linha poligonal fechada; sendo côncava ou convexa conforme a linha que delimita limita é respectivamente côncava ou convexa. ☐

V/F

k) Poligono é o dominio delimitado por uma linha poligonal aberta; sendo côncava ou convexa conforme a linha que o limita é respectivamente côncava ou convexa. ☐

l) Num trapézio escaleno os lados opostos não paralelos são iguais. ☐

m) Num trapézio simétrico os lados paralelos são iguais. ☐

n) Num trapézio a mediana une os pontos médios dos lados opostos não paralelos. ☐

o) Num trapézio a mediana une os pontos médios dos lados paralelos. ☐

p) A altura do trapézio é o segmento perpendicular as bases. ☐

q) As bases do trapézio são sempre iguais. ☐

r) Um trapézio têm três bases.

s) Dizer trapézio isosceles é o mesmo que dizer trapézio simétrico. ☐

t) Trapézio isósceles é aquele que têm lados opostos não paralelos iguais. ☐

u) Trapézio escaleno tem um dos lados opostos não paralelos perpendicular às bases. ☐

v) Os trapézios podem ser classificados em isósceles, escaleno e rectângulo. ☐

w) As diagonais de um losango são congruentes. ☐

a1) As diagonais de um losango bissectam-se uma à outra.

a2) Um losango é um paralelogramo.

a3) As diagonais de um losango são perpendiculares.

a4) Os lados de um losango são todos iguais.

a5) Os ângulos opostos de um losango são iguais.

a6) Os ângulos consecutivos de um losango são suplementares.

a7) Um quadrado é um rectângulo.

a8) Um quadrado é um trapézio.

a9) Um quadrado é um losango.

a10) Um quadrado é um paralelogramo.

a11) Um paralelogramo com um ângulo recto é um rectângulo.

a12) As diagonais de um quadrado são iguais.

a13) As diagonais de um rectângulo são iguais.

a14) As diagonais de um trapézio rectângulo são iguais.

2. Desenhe no seu caderno:

a) três quadriláteros com diagonais perpendiculares;

b) três quadriláteros com diagonais não perpendiculares;

3. Desenhe no seu caderno:

a) três quadriláteros que têm duas diagonais iguais;

4. Desenhe no espaço dado as seguintes figuras:

a) Linha poligonal aberta.

b) Linha poligonal fechada

c) Um quadrilátero qualquer.

d) Um quadrilátero convexo.

5. Desenha um quadrilátero convexo com dois ângulos opostos de:

a) 80^0 *e* 100^0

b) 60^0 *e* 30^0

c) 50^0 *e* 40^0

d) 45^0 cada um

6. Desenha, se possível, um quadrilátero côncavo com dois ângulos opostos de.

a) 70^0 *e* 80^0

b) 45^0 *e* 60^0

c) 30^0 *e* 90^0

d) 35^0 cada um

7. Num quadrilátero $[ABCD]$, os ângulos internos medem $70^0;60^0$ e 130^0, o quarto ângulo mede?

a) 100^0 ; **b)** 70^0; **c)** 1000^0; **d)** 10^0.

8. Num quadrilátero $[ABCD]$, os ângulos internos medem $75^0;69^0$ e $136^0\ 32'$, o quarto ângulo mede?

a) $79^0\ 28'$; **b)** $75^0\ 22'$; **c)** $75^0 32'$; **d)** $71^0 28'$

9. Num quadrilátero $[ABCD]$, dois ângulos são complementares, e o terceiro mede $101^0\ 32'\ 33''$, o quarto ângulo mede?

a) $166^0\ 27'\ 27''$; **b)** $168^0\ 27'\ 27''$; **c)** $168^0\ 27'\ 26''$;

d) $168^0\ 27'$

10. Num trapézio escaleno um ângulo mede 70° e outro 120°; os outros ângulos medem?

a) 60° *e* 110°

b) 70° *e* 120°

c) 80° *e* 110°

d) 60° *e* 100°

11. Num trapézio rectângulo um dos ângulos mede 50°; os outros ângulos medem?

a) 90°; 90° *e* 130°

b) 90°; 90° *e* 180°

c) 50°; 90° *e* 130°

d) 80°; 80° *e* 130°

12. Num trapézio isósceles um dos ângulos mede $40^{\circ}\,15'$**;** Os outros ângulos medem?

a) $139^{\circ}\,15'$; $139^{\circ}\,45'$ *e* $139^{\circ}\,45'$

b) $40^{\circ}\,15'$; $139^{\circ}\,45'$ *e* $139^{\circ}\,45'$

c) $40^{\circ}\,15'$; $130^{\circ}\,45'$ *e* $130^{\circ}\,45'$

13. Considere um rectângulo em que a medida do comprimento da altura é um terço da medida do comprimento da base.

a) Se o lado maior medir 250 metros, qual será o perímetro do rectângulo?

14. Um terreno rectângular tem de perimetro 300 m. Quais são as suas dimensões se a largura é um quarto do comprimento.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** F; **b)** V; **c)** F**;** **d)** V**;** **e)** V**;** **f)** V; **g)** V; **h)** F; **i)** V; **j)** V; **k)** F; **l)** F; **m)** F; **n)** V; **o)** F; **p)** V; **q)** F; **r)** F; **s)** V; **t)** V; **u)** F; **v)** V; **w)** F; **a1)** V; **a2)** V; **a3)** V; **a4)** V; **a5)** V; **a6)** V; **a7)** V; **a8)** V; **a9)** V; **a10)**V; **a11)** F; **a12)** V; **a13)** V; **a14)** F **.**

2. **a)**; **b)** tem várias opções de resposta.

3. **a)** tem várias opções de resposta.

4. **a)**; **b)**; **c)**; **d)** tem várias opções de resposta.

5. **a)**; **b)**; **c)**; **d)** tem várias opções de resposta.

6. **a)**; **b)**; **c)**; **d)** tem várias opções de resposta.

7. **a)**

8. **a)**

9. **b)**

10. **a)**

11. **a)**

12. **b)**

13. C= 250m e L= 83,3m

14. C= 120m e L= 30m

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 6

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 6

Elaborado por:
Carlos Xavier Nhanguatava
Alfredo Agostinho Gomes

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo do Módulo 6 de Matemática da 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado todos os Módulos anteriores da Matemática da 9ª classe, e ter terminado com sucesso.

Na 8ª classe estudou na sua generalidade conteúdos que, abrangeram o estudo de igualdade de triângulos, identificação de ângulos verticalmente opostos, figuras geometricamente iguais, identificação de triângulos congruentes, aplicação de critérios de congruência de triângulos na resolução de problemas.

Com efeito recomendamos que faça uma revisão do Módulo 5 da 8ª Classe, sobre a igualdade de triângulos, conhecimentos esses que servirão de base para o seu estudo.

Neste Módulo terá a oportunidade de estudar homotetias de ampliação e redução de figuras simples; construção de figuras aplicando razões positiva e negativa; definição de noção de semelhança; identificação da semelhança de triângulos, para os critérios: (LLL), (AA) e (LAL); identificação da semelhança de triângulos construidos numa paralela a um dos lados, do triângulo; anunciar e aplicar o teorema de Thales e resolver problemas sobre distâncias em siuações concretas, usando a semelhança de triângulos.

E no final deste Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.

Bem-vindo de novo, caro aluno! Como sabe, eu sou a Sra. Madalena e vou acompanhá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

1 Homotetia-Ampliação de Figuras Simples

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Definir homotetia;
- Ampliar homotetia de razão $K > 0$ na construção de figuras simples com razão positiva.

Material necessário de apoio

- Régua, esquadro, lápis, borracha e compasso.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo do Módulo 6 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento nos estudo dos Módulos anteriores.

Esta é a primeira lição , fazemos votos que redobre os esforços para o mais breve possível terminar o seu estudo.

Nesta lição terá a oportunidade de estudar a homotetia de ampliação de figuras simples, onde vai estudar o conceitos e definição de homotetia de ampliação, identificação de razão positiva numa homotetia de ampliação, construir figuras usando razões positiva. Entretanto, apresentamos-lhe já a seguir alguns aspectos fundamentais à aprendizagem.

Nota histórica: Ao longo da história, a construção de figuras semelhantes esteve sempre ligada a diversas actividades. Por exemplo, Dürer foi um pintor que desenvolveu processos de desenho baseados na construção de figuras semelhantes a partir de um ponto exterior a uma figura.

Homotetia

Definição 1 – homotetia de centro **O** e razão (**r**), é uma aplicação geométrica que a cada ponto **p** do plano faz corresponder um ponto **p´** tal que $\overrightarrow{OP} = r \bullet \overrightarrow{OP}$.

E representa-se por: H_o^r ou $H_{o;\,r}$. "lê-se homotetia de centro **O** e razão (**r**)".

Definição 2 – Razão de semelhança é a constante de proporcionalidade entre o comprimento do segmento transformado e o comprimento do segmento original correspondente.

Ampliação

Preste atênção:

Seja H^r_0 (A) = A´ uma homotetia de centro **0** e razão r do ponto **A**.

Se $r > 0$, **A´** (**imagem**) fica do lado de **A** (**objecto**), em relação ao centro **0** da homotetia.

Assim numa homotetia de razão positiva a imagem encontra-se no mesmo lado do objecto em relação ao centro **0**.

Se **<** 0, **A´** (**imagem**) fica do lado contrário de **A** (**objecto**), em relação ao centro 0 da homotetia. Assim numa homotetia de razão negativa a imagem fica do lado contrário que o objecto em relação ao centro **0**.
Também a razão (**r**), é posetiva.

1. Uma homotetia H^r_0, com **r>0**, transforma segmentos de recta em outros directamente paralelos.

$\left.\begin{array}{r} r > 0 \\ r < 0 \end{array}\right\}$ Em ambos casos, podemos obter uma homotetia de ampliação.

A homotetia de ampliação classifica-se em:

- Homotetia directa, quando a razão é positiva (**r>0**).
- Homotetia inversa, quando a razão é negativa (**r<0**).

2. Uma homotetia H^r_0, com (**r<0**), transforma segmentos da recta em outros inversamente paralelos.

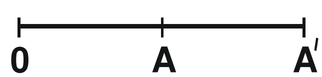
Da definção de homotetia, resultam algumas consequências imediatas.
Em qualquer homotetia, a imagem do centro **0** é o próprio centro;

$$O = O'$$

Exemplo 1

Como podemos marcar a imagem de um ponto dada a origem objecto **A** razão **r** positiva.

Consideremos o ponto **A** (objecto) é uma homotetia de centro 0 e razão 2, teremos H^2_0 como mostra a figura, transforma o ponto **A** em **A´** (imagem).



A imagem **A´** fica do lado direito de **A** (objecto), segundo a figura apresenta acima. E os três pontos são colineares.

TOME NOTA...

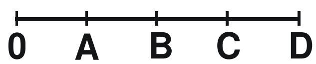
Pontos colineares são aqueles que se encontram na mesma linha recta.

Caro aluno, fixe que:

Em qualquer homotetia, a imagem do centro é o próprio centro;
Numa homotetia, o centro, um ponto e a sua imagem são sempre colineares.

ACTIVIDADE

1. Considere o segmento $\overline{OD}$, os cinco pontos são colineares e a distância entre cada dois pontos consecutivos é constante. Marque com um ✓apenas as afirmações verdadeiras.



a) Designando por H^2_0 a homotetia de centro **O** e razão 2, a imagem do ponto **A** é o ponto **C**. ✓ ☐

b) Designando por H^2_0 a homotetia de centro **O** e razão 2, a imagem do ponto **A** é o ponto **D**. ☐

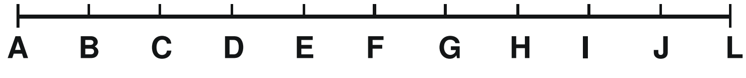
c) Designando por H^1_0 a homotetia de centro **O** e razão 1, a imagem do ponto **B** é o ponto **C**. ☐

d) Designando por H^1_0 a homotetia de centro **O** e razão 1, a imagem do ponto **B** é o ponto **B**. ☐

e) Designando por H^1_0 a homotetia de centro **O** e razão 1, a imagem do ponto **A** é o ponto **B**. ☐

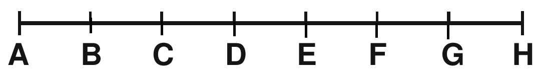
f) Designando por H^1_0 a homotetia de centro **O** e razão 1, a imagem do ponto **A** é o ponto **C**. ☐

2. Considere o segmento $\overline{AL}$ dividido em 10 partes iguais. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falfsas em relação a um ponto através de centro e razão dados**.**



	V/F
a) $H_A^3(B)=F$	☐
b) $H_A^3(B)=E$	☐
c) $H_D^2(F)=H$	☐
d) $H_D^2(F)=J$	☐

3. Considere a figura que se segue , representa o segmento $[AH]$ dividido em 7 partes iguais. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.



a) $H_{A,5(B)}=....$

b) $H_{A,...(B)}=D$

c) $H_{C,\frac{2}{3}}(F)=....$

d) $H_{A,\frac{1}{2}}(E)=...$

4. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação a classificação das homotetias.

V/F

a) Uma homotetia chama-se **directa**, se a razão for positiva. ☐

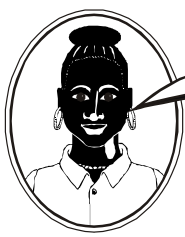
b) Uma homotetia chama-se **directa**, se a razão for maior que um. ☐

c) Uma homotetia chama-se **directa**, se $|r|>1$. ☐

d) Uma homotetia chama-se **directa**, se r > 0. ☐

e) Uma homotetia chama-se **ampliação**, se $|r|>1$. ☐

f) Uma homotetia chama-se **ampliação**, se $r>1$. ☐



Caro aluno, depois de ter resolvido a actividade sugerida, compare as suas respostas com chave de correcção. Caso não tenha conseguido acertar em algum exercício; reestude o texto e refaça a actividade. Caso contiuna com dúvida já sabe onde encontra o seu Tutor, dirija-se para lá e peça esclarecimento.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)**; **e)**.

2. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F

3. **a)** $H_{A,5(B)}=F$

b) $H_{A,3(B)}=D$

c) $H_{C,\frac{2}{3}}(F)=E$

d) $H_{A,\frac{1}{2}}(E)=C$

4. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F

TOME NOTA...

Dois polígonos são semelhantes quando verificam simultaneamente as duas condições:

- Os lados proporcionais dois a dois.
- Os ângulos correspondentes iguais.

Caro aluno, saibas que:

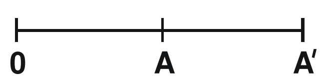
Numa homotetia, a imagem de um segmento de recta é outro segmento de recta, paralelo ao primeiro e cujos extremos são os transformados dos seus extremos.

Numa homotetia de razão positiva o centro não pertence ao segmento que une um ponto distinto do centro, à mesma recta.

Exemplo 2

Como determinar por construção geométrica a homotetia de centro O e razão 2, a imagem do ponto A.

Para tal, marca-se o centro, em seguida marca se o ponto A e depois faz-se o prolongamento da recta que une os pontos **O** e **A**, mais uma unidade igual ao segmento $\overline{OA}$, para a direita.



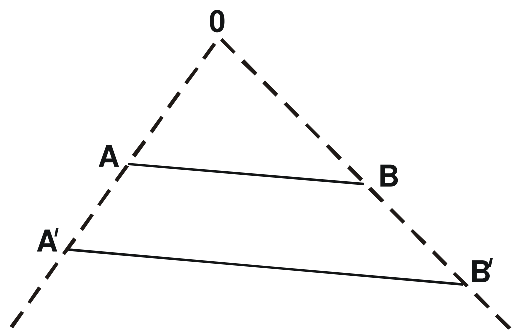
Propriedades da homotetia

O transformado de um segmento de recta através de uma homotetia é um segmento de recta paralelo ao lado.

Exemplo 3

Como determinar por construção geométrica a homotetia de centro O, a imagem do segmento $\overline{AB}$.

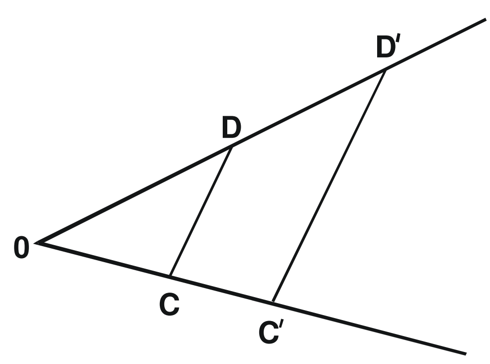
Consideremos o segmento $\overline{AB}$, traça-se da origem O, rectas que passam pelos extremos do segmento dado. Daí, com ajuda de esquadro e régua traça-se um segmento $\overline{A'B'}$ paralelo ao segmento $\overline{AB}$.



Uma homotetia de razão positiva matém o sentido dos segmentos orientados.

Exemplo 4

Assim por exemplo se tivermos o segmento $\overline{CD}$, a sua imagem será $\overline{C'D'}$ e este terá o mesmo sentido que o segmento objecto $\overline{CD}$; porque a razão é positiva.

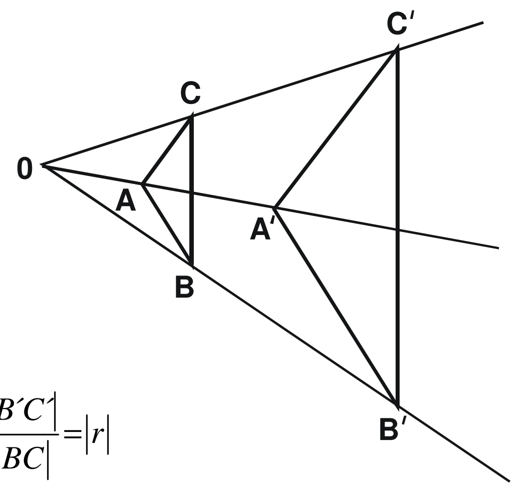


Numa homotetia, o comprimento do segmento imagem é igual ao produto do módulo da razão pelo comprimento do segmento objecto.
Que se pode traduzir simbolicamente:

$$\left|\overrightarrow{A'B'}\right| = |r| \bullet \left|\overrightarrow{AB}\right|$$

Existe uma proporcionalidade directa entre os comprimentos dos segmentos de recta e os comprimentos dos seus transformados através de uma homotetia.

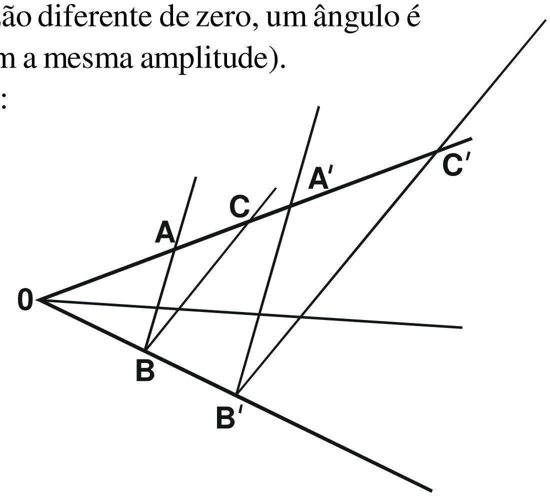
E traduz-se simbolicamente por:



$$\frac{|A'B'|}{|AB|}=\frac{|C'D'|}{|CD|}=\frac{|B'C'|}{|BC|}=|r|$$

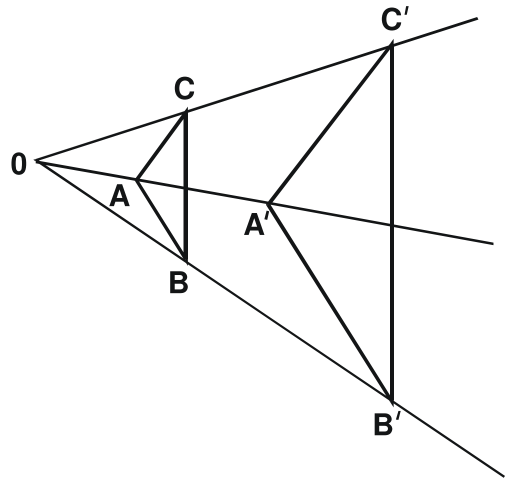
Em qualquer homotetia, de razão diferente de zero, um ângulo é transformado noutro igual (com a mesma amplitude).
Que-se traduz simbolicamente:

$$H_O^r(\sphericalangle ABC)=\sphericalangle A'B'C'$$



Ampliação de Figuras Planas através da Homotetia de Razão Positiva

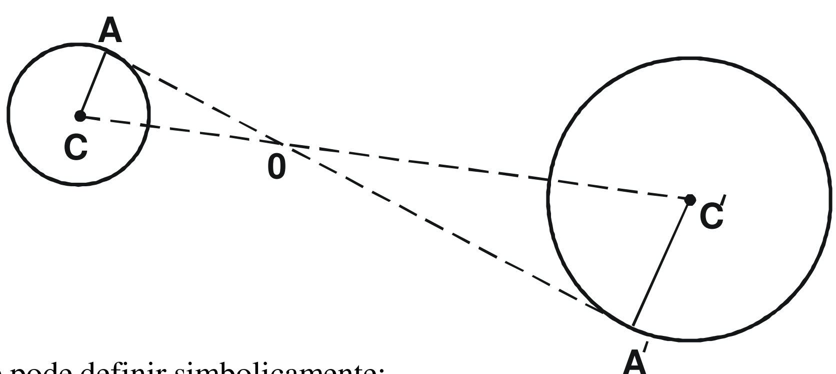
Para determinar o homotético ampliado de um triângulo, por exemplo, basta determinar as imagens dos seus vértices, visto que com esse processo determinamos as imagens dos seus lados e ângulos. Como ilustra a figura a seguir.



Simbolicamente podemos definir como: $\Delta A'B'C' = H_0^r \Delta(ABC)$.

De onde: $\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|A'C'|}{|AC|} = \frac{|B'C'|}{|BC|} = r$.

Por outro lado, para determinar a imagem ampliada de uma circunferência, basta determinar a imagem do seu centro (C) e de um ponto (A) da circunferência dada. Unir os pontos C e A; de modo a obter o segmento $\overline{AC}$ e traçar o segmento $\overline{A'C'}$ paralelo a $\overline{AC}$. E com abertura de compasso igual ao comprimento do segmento $\overline{A'C'}$ e com o centro em A' traça-se a circunferência de centro C'.



O que se pode definir simbolicamente:

$\overline{A'C'} = r \bullet \overline{AC}; \overline{OC'} = r \bullet \overline{OC}$ e $\overline{OA'} = r \bullet \overline{OA}$

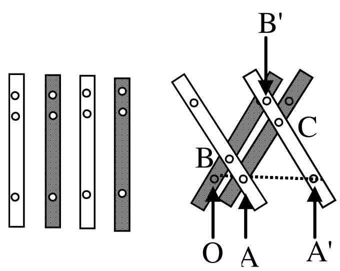
Assim, o conjunto de todos os pontos equidistantes de C, (circunferência objecto) será transformado num conjunto de pontos equidistantes de C´ (circunferência imagem). Deste modo uma circunferência será transformado numa outra circunfência de tamanho igual, maior ou menor que a original (objecto).

TOME NOTA...

Para obtermos transformações homotéticas, podemos usar um instrumento auxiliar o pantógrafo.

Pantógrafo

É um istrumento, que caro aluno pode construir facilmente. Este é constituido por quatro tiras de cartão ou cartolina, que possuem três furos cada e alguns parafusos para as articulações das réguas.



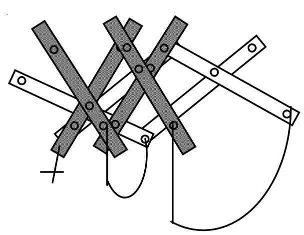
Funcionamento

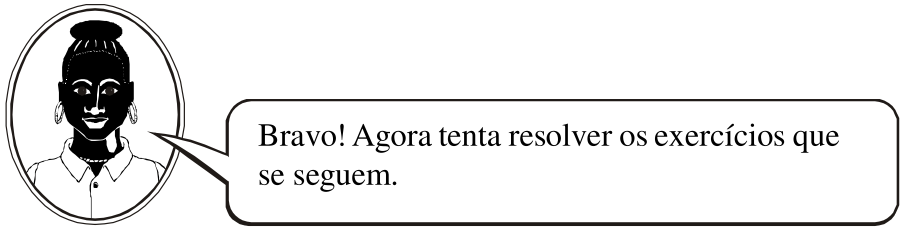
Os pontos O, A e A´ são colineares;

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB'}}{\overline{OB}}$$

$[ABB'C]$ é um paralelogramo deformável.

Colando em A e A´pontas de lápis e fixando O numa folha de papel, podemos garantir que, enquanto a primeira ponta percorre uma linha, a segunda descreve uma ***ampliação*** dessa linha. Como se pode observar na imagem a seguir, onde a homotetia é centro O e razão 3.





EXERCÍCIOS

1. Considere o segmento $[AH]$ que se segue dividido em 7 partes iguais. Complete as afirmações de modo que seja verdadeiras em relação ao segmento dado e as condições.

a) $H_{c,\frac{2}{3}}(F)=...$

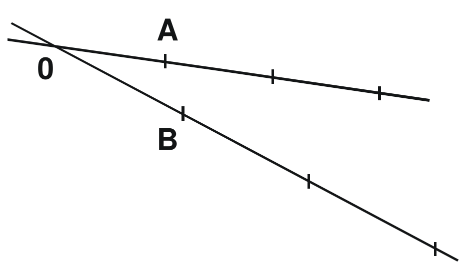
b) $H_{H,\frac{5}{3}}(F)=...$

c) $H_{F,\frac{1}{4}}(B)=...$

d) $H_{B;1,5}(...)=H$

e) $H_{A;\frac{1}{3}}(...)=C$

2. Indique as imagens dos pontos A e B através de H_0^3.



3. Numa homotetia H^r_c, de centro C, tem-se $H^r(A) = A'$. Marque com um ✓ apenas a afimação verdadeira. E justifique a sua escolha.

a) $\overline{CA} = 2 \bullet \overline{CA'}$, A e A´ estão do mesmo lado. $r = 2$

b) $\overline{CA} = 2 \bullet \overline{CA'}$, A e A´ estão do mesmo lado. $r = \frac{1}{2}$

c) $\overline{CA} = 2 \bullet \overline{CA'}$, A e A´ estão do mesmo lado. $r = -2$

4. Dado um segmento de recta com 8 cm de comprimento, marque com um ✓ os comprimentos dos seus transformados numa homotetia de razão. E justifique a sua opção.

a) H^3_A sua imagem medirá 24 cm.

b) H^3_A sua imagem medirá 16 cm.

c) $H^{\frac{3}{4}}_A$ sua imagem medirá 12 cm.

d) $H^{\frac{3}{4}}_A$ sua imagem medirá 6 cm.

5. Sabendo que $\overline{AB}=3cm$, $\overline{BC}=4cm$ e $\overline{AC}=2cm$ são medidas de um triângulo $[ABC]$. Aplicou-se uma homotetia de centro P(H^k_p). Marque com um ✓, as medidas dos lados do novo triângulo. E justifique a sua opção.

a) $\overline{A'B'}=4,5cm$ ☑

b) $\overline{A'B'}=5,5cm$ ☐

c) $\overline{B'C'}=9cm$ ☐

d) $\overline{B'C'}=6cm$ ☐

e) $\overline{A'C'}=3cm$ ☐

f) $\overline{A'C'}=2,5cm$ ☐

6. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação a classificação dos homotetias.

	V/F
a) Uma homotetia se chama **inversa**, se a razão for negativa.	☐
b) Uma homotetia se chama **inversa**, se r < 0.	☐
c) Uma homotetia de razão positiva matém o sentido dos segmentos orientados.	☐
d) Uma homotetia de razão positiva invertém o sentido dos segmentos orientados.	☐
e) Em qualquer homotetia, de razão diferente de zero, um ângulo é transformado noutro igual.	☐
f) Em qualquer homotetia, de razão diferente de zero, um ângulo é transformado noutro um outro diferente.	☐
g) Para determinar o homotético ampliado de um triângulo, basta determinar as imagens dos seus vértices e uní-los através de segmentos de recta.	☐
h) Para determinar o homotético ampliado de um triângulo, basta determinar as medidas dos lados.	☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $H_{c,\frac{2}{3}}(F)=E$

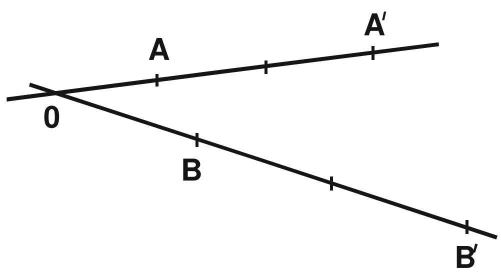
b) $H_{H,\frac{5}{3}}(F)=C$

c) $H_{F,\frac{1}{4}}(B)=E$

d) $H_{B;1,5}(F)=H$

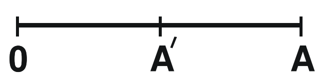
e) $H_{A;\frac{1}{3}}(G)=C$

2.



3. b) $\overline{CA}=2\bullet\overline{CA'}$, A e A´ estão do mesmo lado. $r=\dfrac{1}{2}$. Porque:

$\overline{CA}=2\bullet\overline{CA'}$; assim: $\overline{CA'}=\dfrac{1}{2}\overline{CA}$.



4. a) Porque:

Dados: $\overline{AB}=8\,cm$

r = 3

$\overline{AB'}=r\bullet\overline{AB}$

$\overline{AB'}=3\bullet 8\,cm$

$\overline{AB'}=24\,cm$

d) Porque:

Dados: $\overline{AB} = 8\,cm$

$r = \frac{3}{4}$

$\overline{AB'} = r \bullet \overline{AB}$

$\overline{AB'} = \frac{3}{\cancel{4}^{1}} \bullet \cancel{8}^{2}\ cm$

$\overline{AB'} = 6\,cm$

5. **a)** Porque: $\overline{A'B'} = r \bullet \overline{AB}$

$\overline{A'B'} = 1,5 \bullet 3\,cm$

$\overline{A'B'} = 4,5\,cm$

d) Porque: $\overline{B'C'} = r \bullet \overline{BC}$

$\overline{B'C'} = 1,5 \bullet 4\,cm$

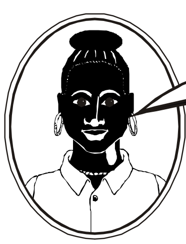
$\overline{B'C'} = 6\,cm$

e) Porque: $\overline{A'C'} = r \bullet \overline{AC}$

$\overline{A'C'} = 1,5 \bullet 2\,cm$

$\overline{A'C'} = 3\,cm$

6. **a)** V; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F; **g)** V; **h)** F



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em alguns exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

2

Homotetia- Redução de Figuras Simples

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Definir homotetia de redução de figuras simples;
- Construir figuras usando homotetia de redução.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, compasso e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo da 2ª lição do Módulo 6 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento no estudo da 1ª lição.

Fazemos votos que você redobre os esforços para o mais breve possível terminar o estudo desta lição.

Neste lição terá a oportunidade de estudar a semelhança de triângulos, onde vai estudar homotetias de redução de figuras simples, reduzir figuras com base numa homotetia de razão **r**.

Com efeito recomendamos que faça uma revisão da lição anterior sobre a homotetia de ampliação de figuras simples.

Entretanto, apresentamos-lhe já a seguir alguns aspectos fundamentais à aprendizagem.

Caro aluno, começaremos esta lição através duma breve revisão sobre ampliação de figuras simples através de alguns exemplos e realização da actividade.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, preste atenção a actividade proposta e resolve-à de modo a recordar-se do que aprendeu na lição anterior.

Homotetia

Definição – homotetia de centro **O** e razão (**r**), é uma aplicação geométrica que a cada ponto **p** do plano faz corresponder um ponto **p´** tal que $\overrightarrow{OP} = r \bullet \overrightarrow{OP}$.

E representa-se: H_o^r ou $H_{o;\,r}$.

H_o^r - lê-se homotetia de centro **O** e razão (**r**).

Tome atênção

Se $r > 0$, **A´** (**imagem**) fica do lado de **A** (**objecto**), assim a razão (**r**), é positiva.

Se **r <** 0, **A´** (**imagem**) fica do lado contrário de **A** (**objecto**), relativamente a 0.

Assim a razão (**r**), é positiva.

$\left.\begin{array}{r} r > 0 \\ r < 0 \end{array}\right\}$ Em ambos casos, podemos obter uma homotetia de **redução**.

Também, a homotetia se chama **negativa** ou **inversa**, se a razão for negativa. Os segmentos de recta são transformados noutros inversamente paralelos.

Exemplo 1

Como podemos marcar a imagem de um ponto dado a origem objecto **A** e razão (**r**) positiva.

Consideremos o ponto **A** (objecto) e homotetia de centro 0 e razão $\frac{1}{2}$,

teremos $H_0^{\frac{1}{2}}$ o que transforma **A** em **A´**, tal que antes de **A** em relação ao centro **0**.

O A' A

$$\overrightarrow{OA'} = \frac{1}{2} \bullet \overrightarrow{OA}$$

A imagem **A´** fica antes de **A** (objecto), como mostra a figura.Os pontos **0**, **A´** e **A** são colineares.

TOME NOTA...

Pontos colineares são aqueles que se encontram na mesma linha recta.

Caro aluno, fixe que:

Em qualquer homotetia, a imagem do centro é o próprio centro.

Numa homotetia, o centro, um ponto e a sua imagem são sempre colineares.

TOME NOTA...

Dois polígonos são semelhantes quando verificam simultaneamente as duas condições:

- Os lados proporcionais dois a dois.
- Os ângulos correspondentes iguais.

Caro aluno, saibas que:

Numa homotetia, a imagem de um segmento de recta é outro segmento de recta, paralelo ao primeiro (objecto).

Numa homotetia de razão positiva o centro não pertence ao segmento que une um ponto, distinto do centro, à mesma recta.

Redução

Definição - uma homotetia é uma redução se o módulo da razão for menor que 1 (um). Os segmentos de recta são transformados noutros de menor comprimento.

Isso implica que: $\overrightarrow{OP} = |r| \cdot \overrightarrow{OP}$.

O que corresponde a: $|r| < 1$.

Exemplo 2

Como determinar por construção geométrica a homotetia de centro **O** e razão 2, a imagem do ponto A.

Para tal marca-se o centro, em seguida o ponto **A** e depois faz-se o prolongamento da recta que une os pontos **O** e **A**, mais uma unidade igual ao segmento $\overline{OA}$, para a direita.

O A A'

$$\overrightarrow{OA'} = 2 \cdot \overrightarrow{OA}$$

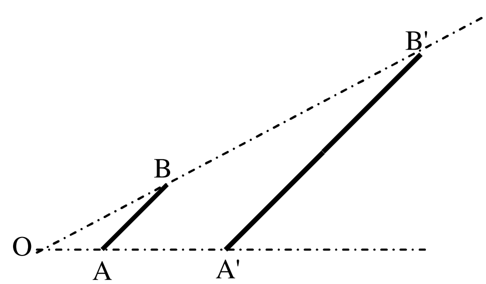
Propriedades da homotetia

O transformado de um segmento de recta através de uma homotetia é um segmento de recta paralelo.

Exemplo 3

Como determinar por construção geométrica a homotetia de centro O, a imagem do segmento $\overline{AB}$.

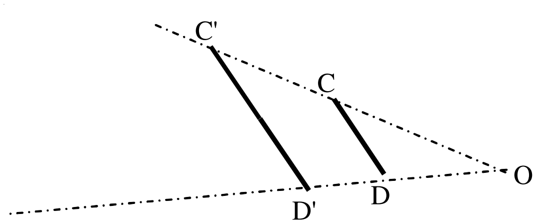
Consideremos o segmento $\overline{AB}$, traça-se da origem **O**, e definido por H^k_0; rectas que passam pelos extremos do segmento dado. Daí, com ajuda de esquadro e régua traça-se um segmento $\overline{A'B'}$ paralelo ao segmento $\overline{AB}$.



Uma homotetia de razão positiva matém o sentido dos segmentos orientados.

Exemplo 4

Assim por exemplo se tivermos o segmento $\overline{CD}$, a sua imagem será $\overline{C'D'}$ e este terá o mesmo sentido que o segmento objecto $\overline{CD}$; porque a razão é positiva.



Numa homotetia, o comprimento do segmento imagem é igual ao produto do módulo da razão pelo comprimento do segmento imagem.

Que se pode traduzir simbolicamente:

$$\left|\overrightarrow{A'B'}\right| = |r| \bullet \left|\overrightarrow{AB}\right|$$

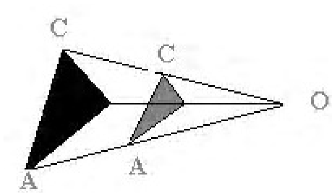
Por outro lado consideramos o triângulo[ABC] que se segue.

costataremos que:

Existe uma proporcionalidade directa entre os comprimentos dos segmentos de recta e os comprimentos dos seus transformados através de uma homotetia.

E traduz-se simbolicamente por:

$$\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|C'D'|}{|CD|} = \frac{|B'C'|}{|BC|} = |r|$$



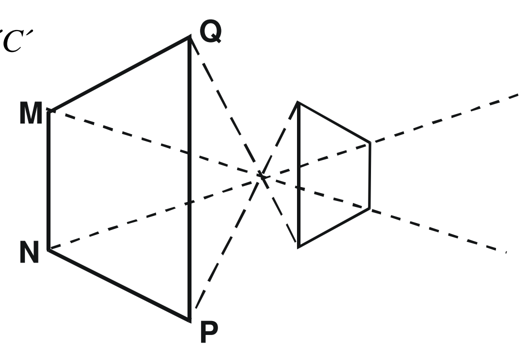
Em qualquer homotetia, de razão diferente de zero, um ângulo é transformado noutro igual (com a mesma amplitude).

Que se traduz simbolicamente:

Em qualquer homotetia, de razão diferente de zero, um ângulo é transformado noutro igual (com a mesma amplitude).

Que se traduz simbolicamente:

$$H_O^r(\sphericalangle ABC) = \sphericalangle A'B'C'$$

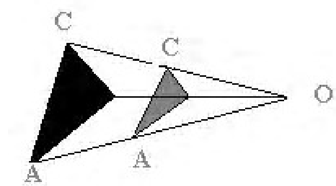


Redução de Figuras Planas através da Homotetia de Razão Positiva

Para determinar o homotético reduzido de um triângulo, por exemplo, basta determinar as imagens dos seus vértices, visto que com esse processo determinamos as imagens dos seus lados e ângulos.

Onde se precisa de:

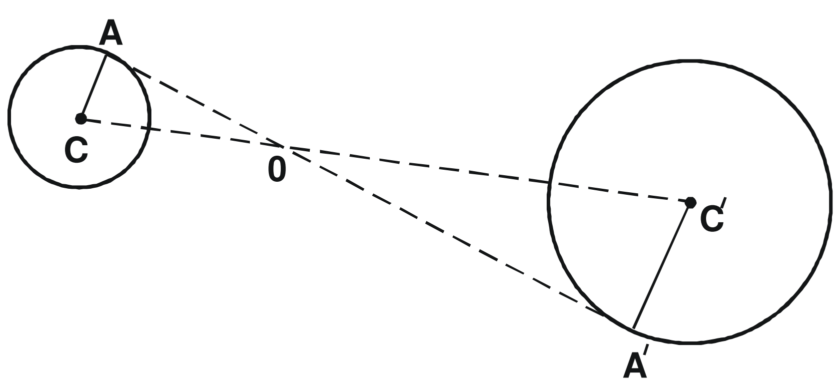
Centro, razão $|K|<1$, imagens dos extremos, unir imagens através de segmentos de recta.



Simbolicamente podemos definir como: $\Delta A'B'C' = H_0^r \Delta(ABC)$.

De onde temos: $\dfrac{|A'B'|}{|AB|} = \dfrac{|A'C'|}{|AC|} = \dfrac{|C'B'|}{|BC|} = r$

Por outro lado, para determinar a imagem de redução de uma circunferência, basta determinar a imagem do seu centro (C) e de um ponto (A) da circunferência dada. Unir os pontos C e A; de modo a obter o segmento $\overline{AC}$ e traçar o segmento $\overline{A'C'}$ paralelo a $\overline{AC}$. E com abertura de compasso igual ao comprimento do segmento $\overline{A'C'}$ e com o centro em A' traça-se a circunferência de centro C'.



O que se pode definir simbolicamente:

$\overline{A'C'} = r \bullet \overline{AC}; \overline{OC'} = r \bullet \overline{OC} \; e \; \overline{OA'} = r \bullet \overline{OA}$

Assim, o conjunto de todos os pontos equidistantes de C (circunferência objecto) será transformado num conjunto de pontos equidistantes de C´ (circunferência imagem). Deste modo uma circunferência será transformado numa outra circunferência.

Homotetia

Definição – Uma homotetia é uma redução se o módulo da razão for menor que que 1 (um). Os segmentos de recta são transformados noutros de menor comprimento. Simbolicamente pode se representar: $|r| < 1$.

Da definção de homotetia, resultam algumas consequências imediatas:
Em qualquer homotetia, a imagem do centro é o próprio centro;

Exemplo 5

Como podemos marcar a imagem de um ponto dada a origem objecto **A** e razão (**r**) positiva.

Consideremos o ponto **A** (objecto) na homotetia de centro 0 e razão 2, teremos o seu transformado o ponto **A´** (imagem).

Caro aluno, depois de ter estudado o texto, realize a actividade de fixação que se segue.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras em relação a classificação das homotetias em redução.

a) $H_A^{\frac{1}{4}}$ razão é uma redução. ✓

b) $H_A^{\frac{1}{4}}$ razão é uma redução.

c) $H_A^{-0,7}$ razão é uma redução.

d) $H_A^{-0,7}$ razão é uma ampliação.

2. Marque com um **V** apenas as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação ao valor da razão na classificação das homotetias.

V/F

a) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for igual a 1.

b) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for maior que 1.

c) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for menor que 1.

d) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for maior ou igual 1.

e) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for maior ou menor1.

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras, em relação a homotetia de redução de figuras.

a) A homotetia de razão $\frac{1}{4}$ é __________ porque __________

b) Uma homotetia de razão $\frac{2}{3}$ é uma semelhança de razão ______ e é uma _________.

c) Uma homotetia de $|r|<1$ é __________.

d) Qualquer número real de razão de homotetia positiva de redução é porque são números entre __________ e ________.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a); **c)**

2. a) F; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** F

3. a) A homotetia de razão $\frac{1}{4}$ é redução porque $|r|<1$.

b) Uma homotetia de razão $\frac{2}{3}$ é uma semelhança de razão $\frac{2}{3}$ e é uma redução.

c) Uma homotetia de $|r|<1$ é uma redução.

d) Qualquer número real de razão de homotetia positiva de redução é porque são números ente **0** e **1**.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação a homotetia de redução.

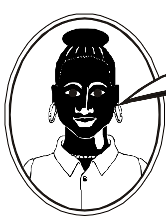
	V/F
a) $H_0^{\frac{1}{3}}$ a razão é uma ampliação.	
b) $H_0^{\frac{1}{3}}$ a razão é uma redução.	
c) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for menor que 1.	
d) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for maior que 1.	

2. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) Uma homotetia é _________ se o m ódulo da razão for ______.

b) Se **r<0**, **A´**fica do lado ______ de _____, em relação a ______.

c) Uma homotetia de razão $\frac{1}{3}$ é uma semelhança de razão ____ e é uma ______.



Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios sugeridos, compare as suas respostas com chave de correcção. Caso não tenhas conseguido acertar em mais de um exercício; volte a resolver novamente. Caso continua com dúvida já sabe onde encontra o seu Tutor, dirija-se para lá e peça esclarecimento.

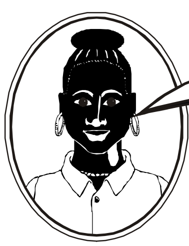
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F

2. **a)** Uma homotetia é **negativa** se o módulo da razão for **menor que um**.

   b) Se **r<0**, **A´**fica do lado **contrário** de **A**, em relação a **0**.

   c) Uma homotetia de razão $\frac{1}{3}$ é uma semelhança de razão $\mathbf{\frac{1}{3}}$ e é uma **redução**.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu alguns dos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

3 Construção de Figuras com Razão Positiva

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Usar homotetia para construção de figuras simples de razão positiva.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, compasso, transferidor, borracha e Módulo 5 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo da 3ª lição do módulo 6 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento no estudo das lições anteriores.

Fazemos votos que você redobre os esforços para o mais breve possível possa terminar o estudo desta lição.

Nesta lição terá a oportunidade de estudar a construção de figuras simples usando a razão positiva, identificação da razão positiva numa determinada homotetia.

Caro aluno, começaremos fazendo reviões, analizando exemplos e realizando actvidades.

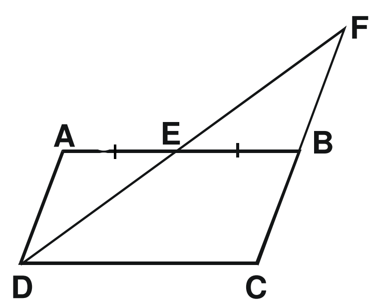
FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno lembra-se que dois polígonos são semelhantes quando verificam simultaneamente as duas condições:

- Os lados são proporcionais dois a dois.
- Os ângulos correspondentes iguais.

ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação a transforsmsção de figuras numa certa homotetia.



V/F

a) Existe uma homotetia de centro **E** que transforma **A** em **B**. ☐

b) Não existe uma homotetia de centro **E** que transforma **A** em **B**. ☐

c) Existe uma homotetia de centro **F** que transforma **E** em **D**. ☐

d) Não existe uma homotetia de centro **F** que transforma **E** em **D**. ☐

e) Não existe uma homotetia de centro **F** que transforma **C** em **D**. ☐

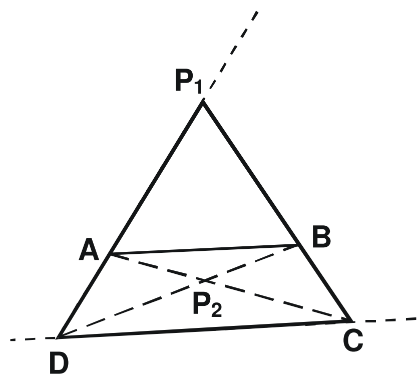
V/F

f) Existe uma homotetia de centro **F** que transforma **C** em **D**. ☐

g) Não existe uma homotetia de centro **B** que transforma **F** em **C**. ☐

h) Existe uma homotetia de centro **B** que transforma **F** em **C**. ☐

3. Considere um trapézio em que $[AB] \| [CD]$, $(CD \neq AB)$. O esboço que se segue; e responde as perguntas que se seguem.

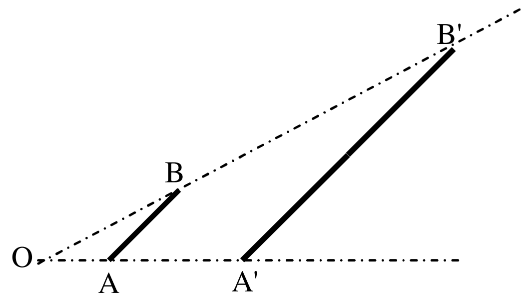


a) Haverá uma homotetia que transforma $[AB]$ em $[CD]$?

b) Como se classifica?

c) Existirá alguma homotetia que transforma o trapézio nele próprio? Se sim qual é?

4. Considerando a figura que se segue, marque um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. Foi plicadas homotetia de razão 3 e centro O.



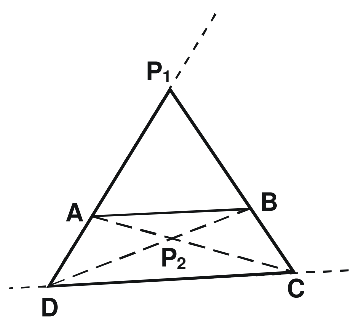
	V/F
a) As figuras não são semelhantes.	
b) A imagem está do lado direito.	
c) A imagem está do lado contrário.	
d) A homotetia é uma redução.	
e) A homotetia é uma ampliação.	

Caro aluno, depois de ter realializado a actividade compare as suas respostas com a chave de correcção que segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** F; **f)** V; **g)** V; **h)** F

2. O trapézio em que $[AB] \parallel [CD]$, $(CD \neq AB)$. É a seguinte figura.

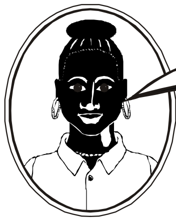


a) Sim. É uma homotetia de razão positiva de centro P_1.

b) É uma homotetia de ampliação de razão positiva.

c) Sim. De centro P_2 ; porque é um ponto interior ao trapézio.

3. a) F; **b)** V; **c)** F; **d)** F; **e)** V



Caro aluno, depois de ter realizado a actividade como forma de rever os seus conhecimentos sobre as lições anteriores e ter comparado com a chave de correcção. Agora acompanhe os definições e os exemplos que se seguem.

Definição 1

Uma homotetia de razão **positiva** ou **directa** é aquela em que o centro não pertence ao segmento que une um ponto, distinto do centro, à sua imagem. Que se traduz: **r>0**.

TOME NOTA...

Uma homotetia de razão positiva **mantém** o sentido dos segmentos orientados.

Definição 2

Uma homotetia é **isometria** quando o módulo da razão for 1. Isto implica que os segmentos de recta são transformados noutros de comprimentos iguais. O que se pode traduzir em: $|r| = 1$.

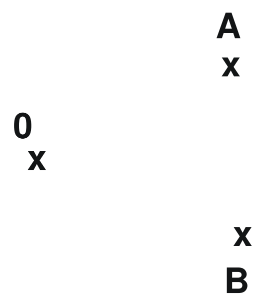
Exemplo 1

Consideremos 3 pontos quaisquer não colineares A, B e O.

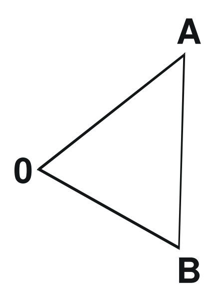
Como determinar o transformado de $[AB]$ é $[A'B']$, na homotetia de centro O e razão **r**.

Procedimento

Primeiro marcam-se os três pontos A, B e O não colineares, no plano.



Em seguida unimos os três pontos (A, B e O) através de segmentos de recta de modo a obter o triângulo [OAB].

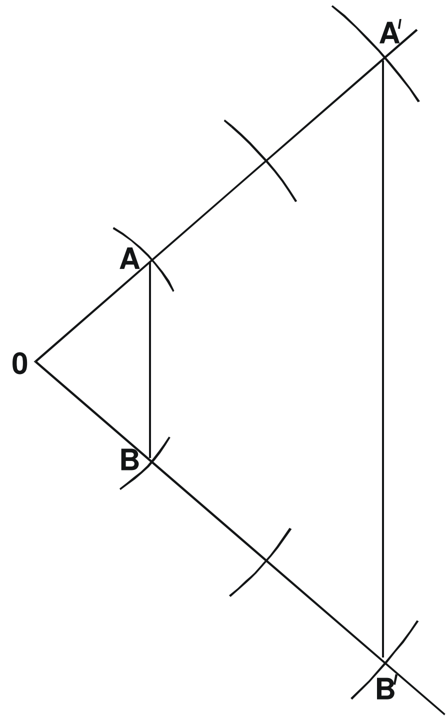


Depois prolongarmos os lado $[OA]$ e $[OB]$ e traçamos os seus transformados, que são os segmentos $[OA']$ e $[OB']$, segundo a homotetia de centro O e razão 3.

Deste modo o segmento $[A'B']$ será um segmento paralelo ao segmento $[AB]$.

Por outro lado para garantir que a distância $\overline{OA}$, seja a mesma durante a obtênção de OA´usa-se o compasso, o mesmo em relação ao segmento OB´. Assim obtemos o transformado de $[AB]$ que é $[A'B']$.

Repare que: $\overline{OA'} = \overline{3OA}$, $\overline{OB'} = \overline{3OB}$ e $\overline{A'B'} = \overline{3AB}$

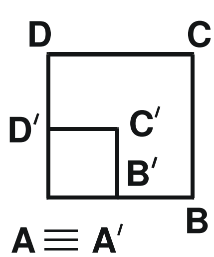


TOME NOTA...

Lembre-se que o transformado de um segmento de recta através de uma homotetia de centro **O** e razaão **r** é um segmento de recta paralelo.

ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação aos transformados homotético.



V/F

a) O tranformado do segmento $[BC]$ é $[BC]$. ☐

b) O tranformado do segmento $[BC]$ é $[A'C']$. ☐

c) O tranformado do ponto A é o ponto A. ☐

d) O tranformado do ponto A é o ponto C´. ☐

e) O tranformado do segmento $[DC]$ é $[D'C']$. ☐

f) O tranformado do segmento $[DC]$ é $[DC']$. ☐

g) O tranformado da figura $[ABCD]$ é $[A'B'C'D']$. ☐

h) O tranformado da figura $[ABCD]$ é $[AB'C'D']$. ☐

2. Desenhe um trapézio rectângulo $[ABCD]$, em que $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$, as bases $[AB]$ e $[DC]$ têm 9 cm e 6 cm de comprimento (respectivamente) e $\overline{AD} = 4$ cm. E a sua imagem pela homotetia de centro **A** e razão 15. E complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) A imagem do lado ____ é igual a ____ cm.

b) O lado _____do _______ $[AB'C'D']$ mede 7,5 cm.

c) O lado ______ do trapézio imagem mede ____.

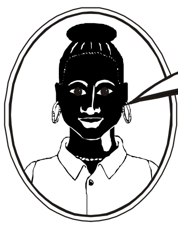
d) O lado $[AD']$ do trapézio ______ mede ______.

3. Marque com um ✓ as afirmações verdadeiras. Desenhe uma circunferência de centro O e raio 3 e um ponto P, exterior à circunferência. Considerando o seu transformado em $H_{p,2}$.

a) O raio da circunferência imagem será de 12 cm. ☑

b) O raio da circunferência imagem será de 6 cm. ☐

c) O raio da circunferência imagem será de 3 cm. ☐

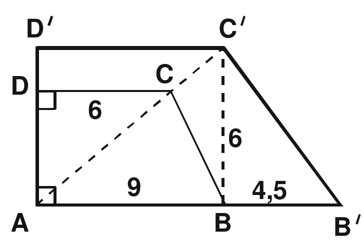


Caro aluno, após a resolução dos exercícios sugeridos, compare as suas respostas com a chave de correcção que se apresenta em seguida. Caso não tenhas conseguido acertar em algum exercício; releia o texto e refaça a actividade com bastante cuidado.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F; **g)** V; **h)** V

2.



a) A imagem do lado $\overline{AB}$ é igual a **13,5** cm.

b) O lado $[\mathbf{B'C'}]$ do **trapézio** $[AB'C'D']$ mede 7,5 cm.

c) O lado $[\mathbf{D'C'}]$ do trapézio imagem mede **9 cm**.

d) O lado $[AD']$ do trapézio **imagem** mede **6 cm**.

3. **b)**

TOME NOTA...

Uma homotetia de razão **positiva** ou **directa** pode ser uma **ampliação** assim como uma **redução**.

- Uma homotetia é uma ampliação se $|r|>1$.
- Uma homotetia é uma redução se $|r|<1$.
- Positiva quando a razão for maior que zero, e $\begin{cases} 0>1-\text{reduçao} \\ |r|>1-\text{ampliaçao} \end{cases}$

Exemplo 2

Consideremos um rectângulo de 12 cm por 15 cm. Como reduzir este triângulo na razão de 2 para 3.

Como podemos classificar esta homotetia?

Procedimento

1º passo: Construir um rectângulo $[ABCD]$, com as dimensões.

$\overline{AB}$ = 15 cm e $\overline{BC}$ = 12 cm

2º passo: E como já foi nos dado a razão da homotetia, que é 3 para 2, que se representa pela razão $\frac{2}{3}$.

Determinamos as imagens dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$. Como sabemos pela definição de rectângulo $\overline{AB} = \overline{DC}$ e $\overline{BC} = \overline{AD}$; basta determinar apenas o comprimento e a largura. Assim temos:

$$\overline{A'B'} = r \bullet \overline{AB}$$

$$\overline{A'B'} = \frac{2}{3} \bullet 15\,cm$$

$$\overline{A'B'} = 10\,cm$$

e

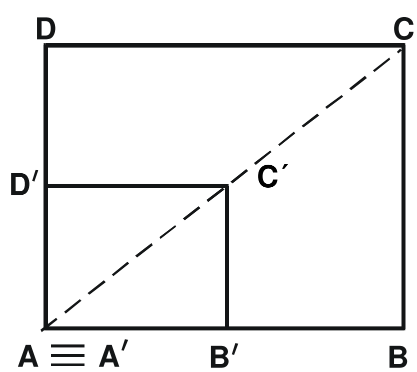
$$\overline{B'C'} = r \bullet \overline{BC}$$

$$\overline{B'C'} = \frac{2}{3} \bullet 12\,\text{cm}$$

$$\overline{B'C'} = 8\,\text{cm}$$

3º passo: Representamos o rectângulo $[A'B'C'D']$. E como se pode notar a diagonal é comum nos dois rectângulos (objecto e imagem).

Logo a homotetia é positiva e redução porque **r > 0** e **r < 1**.

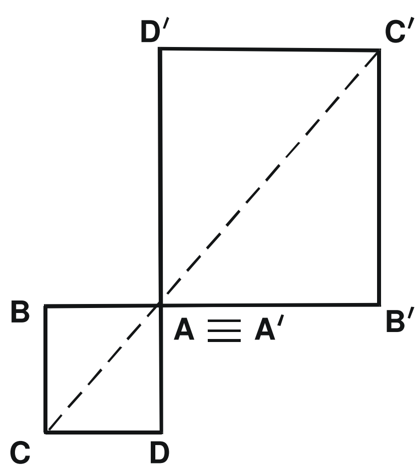


EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓apenas as afirmações verdadeiras, em relação a classificação de homotetias.

- **a)** Uma homotetia positiva a razão é maior que zero. ☑
- **b)** Uma homotetia positiva a razão é maior que um. ☐
- **c)** Uma homotetia positiva a razão pode ser maior que um. ☐
- **d)** Uma homotetia positiva a razão pode ser maior que zero e menor que um quando for uma redução. ☐
- **e)** Uma homotetia positiva a razão pode ser maior que zero e menor que um quando for uma ampliação. ☐
- **f)** Uma homotetia positiva a razão pode ser maior que zero quando for uma ampliação. ☐
- **g)** Uma homotetia positiva a razão pode ser maior que zero quando for uma redução. ☐

2. Considere a figura a seguir. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação a classificação de homotetias.



V/F

a) A homotetia é positiva e ampliação. ☐

b) A homotetia é positiva e redução. ☐

c) A homotetia é negativa e ampliação. ☐

d) A homotetia é negativa e redução. ☐

e) A homotetia é negativa e ampliação. ☐

f) A homotetia é positiva e ampliação, porque r > 0. ☐

g) A homotetia é negativa e redução, porque r < 0. ☐

h) A homotetia é positiva e ampliação, porque r > 1. ☐

3. Desenhe um triângulo rectângulo $[ABC]$, cujos catetos meçam 3 e 4 cm respectivamente. Considere uma homotetia de centro A e razão 2. E responde.

a) Diga quanto medem os comprimentos dos lados do triângulo imagem.

b) Determine as áreas dos dois triângulos e compare.

c) Determine os perímetros dos dois triângulos e compare.

4. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira e justifique a sua escolha.

Considere a expressão: "Uma homotetia é redução porque $|r|<1$ ".

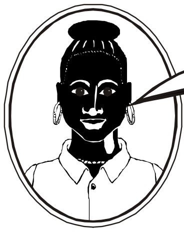
✓

a) $|r|<1$, implica a existência de dois números. ☐

b) $|r|<1$, implica a não existência de números. ☐

c) $|r|<1$, implica a existência de muitos números. ☐

d) $|r|<1$, implica a existência de um número. ☐



Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios, compare as suas respostas com a chave de correcção. Caso não tenha conseguido acertar em algum exercício reestude a lição. Se a dúvida persistir já sabe onde encontra o seu Tutor, dirija-se para lá e peça esclarecimento.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a); **c)**; **d)**; **f)**

2. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** F; **e)** F; **f)** F; **g)** F; **h)** V

3.

Preste atênção

Primeiro é necessãrio determinar a medida do lado $\overline{CB}$. Para isso é necessário lembrar o Teorema de Pitágoras que aprendeu na 8ª classe no Módulo 6.
Assim pelo Teorema de Pitágoras teremos.

$$|CB|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$

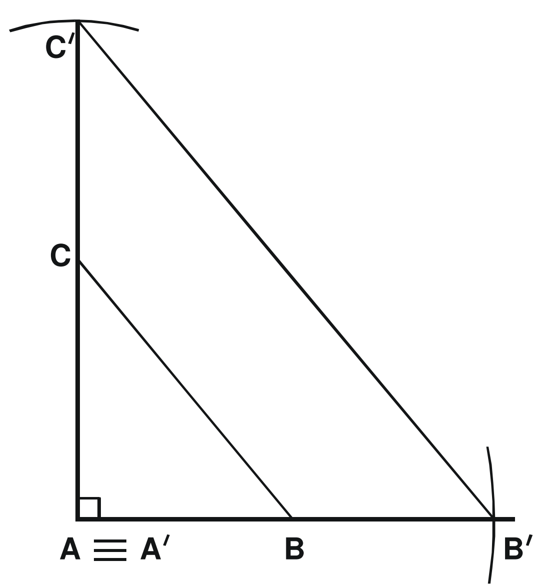
$$|CB|^2 = (4cm)^2 + (3cm)^2$$

$$|CB|^2 = 16cm^2 + 9cm^2$$

$$|CB|^2 = 25cm^2$$

$$|CB| = \sqrt{25cm^2}$$

$$|CB| = 5\,cm$$



a1) $\overline{A'B'} = 8$ cm . Porque $\overline{A'B'} = r \bullet \overline{AB} \Rightarrow \overline{A'B'} = 2 \bullet 4\,cm$

$\Rightarrow \overline{A'B'} = 8\,cm$

a2) $\overline{A'C'} = 6$ cm . Porque $\overline{A'C'} = r \bullet \overline{AC} \Rightarrow \overline{A'C'} = 2 \bullet 3\,cm$

$\Rightarrow \overline{A'C'} = 6\,cm$

a3) $\overline{C'B'} = 10$ cm . Porque $\overline{C'B'} = r \bullet \overline{CB} \Rightarrow \overline{C'B'} = 2 \bullet 5\,cm$

$\Rightarrow \overline{C'B'} = 10\,cm$

b) $A\Delta[ABC] = \dfrac{|AB| \bullet |AC|}{2}$

$A\Delta[ABC] = \dfrac{4\,cm \bullet 3\,cm}{2}$

$A\Delta[ABC] = \dfrac{12\,cm^2}{2}$

$A\Delta[ABC] = 6\,cm^2$

e

$A\Delta[A'B'C'] = \dfrac{|A'B'| \bullet |A'C'|}{2}$

$A\Delta[A'B'C'] = \dfrac{8\,cm \bullet 6\,cm}{2}$

$A\Delta[A'B'C'] = \dfrac{48\,cm^2}{2}$

$A\Delta[A'B'C'] = 24\,cm^2$

Comparando as áreas teremos:

$A\Delta[ABC] < A\Delta[A'B'C']$

Porque $A\Delta[ABC] = 6\,cm^2$

$A\Delta[A'B'C'] = 24\,cm^2$

c) $P\Delta[ABC] = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$

$P\Delta[ABC] = 4\,cm + 3\,cm + 5\,cm$

$P\Delta[ABC] = 12\,cm$

e

$$P\Delta\left[A'B'C'\right]=\left|A'B'\right|+\left|B'C'\right|\left|A'C'\right|$$

$$P\Delta\left[A'B'C'\right]=8\,cm+10\,cm+6\,cm$$

$$P\Delta\left[A'B'C'\right]=24\,cm$$

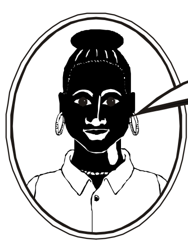
Comparando os perímetros temos:

$$P\Delta\left[ABC\right] < P\Delta\left[A'B'C'\right]$$

4. c) $\left|r\right|<1$

Porque podemos encontrar números, como por exemplo:

$\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4};\frac{2}{3};\frac{3}{4};...$



Caro aluno, de certeza que ja acabou de resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu em algum dos exercícios volte a rever a lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

4 Homotetia de Razão Negativa

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar homotetia de razão negativa.
- Construir figuras com razão negativa.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, compasso, transferidor, borracha e Módulo 5 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo da 4ª lição do 6º módulo de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento no estudo da lição anterior.

Fazemos votos que você redobre esforços para o mais breve possível possa terminar o estudo desta lição.

Nesta lição vamos tratar da construção de figuras simples aplicando uma homotetia de razão negativa. Vamos também trartar da, identificação da razão numa determinada homotetia.

Caro aluno, esta lição fazendo algumas revisões sobre a lição conteúdos da anterior.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, como deve estar lembrado na última lição estudou a homotetia de razão positiva, onde aprendeu a ampliar e a reduzir figuras simples. Assim como forma de começar o estudo desta lição vai realizar alguns exercícios de revisão.

EXERCÍCIOS REVISÃO

1. Desenhe um trapézio rectângulo $[ABCD]$, com $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$, as bases $[AB]$ e $[DC]$ medem 9 e 6 cm respectivamente e $\overline{AD} = 4$ cm.

a) Constroe a imagem do trapézio pela homotetia de centro A e razão 1,5.

b) Determine as dimensões do trapézio imagem.

c) Determine a área do trapézio imagem.

d) Determine o perímetro do trapézio imagem.

2. Marque com um ✓ apenas a resposta certa.

a) Uma homotetia diz se positiva se a razão é maior que um. ☐

b) Uma homotetia diz se positiva se a razão é maior que zero. ☐

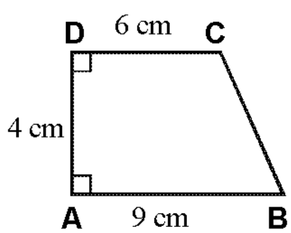
c) Uma homotetia diz se positiva se a razão é maior ou igual zero. ☐

3. Marque com um **V** as afirmações veradeiras e um **F** as falsas em relação a classificação das homotetias.

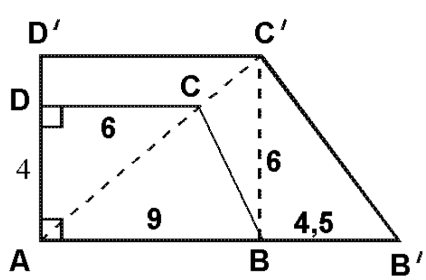
	V/F
a) A razão positiva pode ser uma ampliação, se $\lvert r\rvert>1$	☐
b) A razão positiva a pode ser uma ampliação, se $\lvert r\rvert<1$	☐
c) A razão positiva pode ser uma redução, se $\lvert r\rvert<1$	☐
d) A razão positiva pode ser uma redução, se $\lvert r\rvert>1$	☐
e) A razão positiva pode ser uma redução, se $\lvert r\rvert=1$	☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.



a)



b) $\overline{AB'} = 13{,}5\,cm$

Porque: $\overline{AB'} = r \bullet \overline{AB}$

$\overline{AB'} = 1{,}5 \bullet 9\,cm$

$\overline{AB'} = 13{,}5\,cm$

Primeiro temos que calcular o lado $\overline{AD'}$ e este coincide com a altura do triângulo B B´C´. Para depois determinarmos o lado $\overline{B'C'}$, onde usaremos o Teorema de Pitágoras para a sua determinação.

Assim:
$\overline{AD'}$ = 6 cm.

Porque:

$\overline{AD'} = r \bullet \overline{AD}$

$\overline{AD'} = 1{,}5 \bullet 4\,cm$

$\overline{AD'} = 6\,cm$

Assim:
$\overline{B'C'} = 7{,}5\,cm$

Porque: $|B'C'|^2 = |BC'|^2 + |BB'|^2$, pelo teorema de Pitágoras.

$$\left|\overline{B'C'}\right| = \sqrt{\left|\overline{BC'}\right|^2 + \left|\overline{BB'}\right|^2}$$

$$\left|\overline{B'C'}\right| = \sqrt{(6\,cm)^2 + (4{,}5\,cm)^2}$$

$$\left|\overline{B'C'}\right| = \sqrt{36\,cm^2 + 20{,}25\,cm^2}$$

$$\left|\overline{B'C'}\right| = \sqrt{56{,}25\,cm^2}$$

$$\left|\overline{B'C'}\right| = 7{,}5\,cm$$

Assim:

$\overline{D'C'} = 9\,cm$

Porque:

$\overline{D'C'} = r \bullet \overline{DC}$

$\overline{D'C'} = 1{,}5 \bullet 6\,cm$

$\overline{D'C'} = 9\,cm$

c) Lembre-se da fórmula para a determinação da área de um trapézio:

$$\mathrm{At} = \frac{(\mathrm{B}+\mathrm{b})}{2} \bullet h$$

Assim a área do trapézio imagem, será:

Dados:
B = 13,5 cm
b = 9 cm
h = 6 cm

$$\mathrm{At} = \frac{(13{,}5\,cm + 9\,cm)}{2} \bullet 6\,cm$$

$$\mathrm{At} = \frac{(22{,}5\,cm)}{\cancel{2}^{1}} \bullet \cancel{6}^{2}\,cm$$

$$\mathrm{At} = 67{,}5\,cm^2$$

d) O perímetro do trapézio imagem será dado pela fórmula:

$\mathrm{Pt} = \overline{AB'} + \overline{\mathrm{B'C'}} + \overline{\mathrm{D'C'}} + \overline{AD'}$

Pt = 13,5 cm + 7,5 cm + 9cm + 6cm

Pt = 36 cm

2. b)

3. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** F

Definição

Uma homotetia de razão **negativa** ou homotetia **inversa** é aquela em que o centro pertence ao segmento que une um ponto e a sua imagem. Que se traduz: $r < 0$.

TOME NOTA...

Uma homotetia de razão negativa **inverte** o sentido dos segmentos orientados.

Uma homotetia de razão **negativa** ou **inversa** pode ser uma **ampliação** assim como uma **redução**.

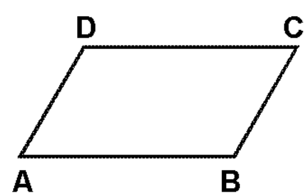
- Uma homotetia é uma ampliação se $|r|>1$.
- Uma homotetia é uma redução se $|r|<1$.

Exemplo 1

Consideremos o paralelogramo $[ABCD]$. Como determinar a sua imagem pela homotetia de centro A e razão -1.

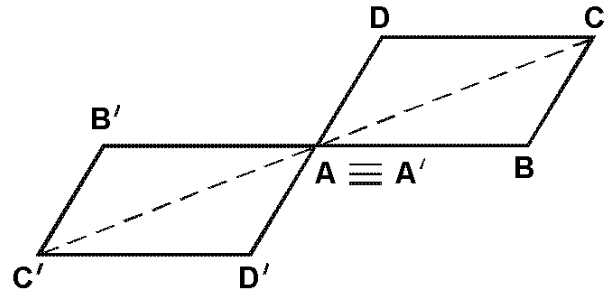
Procedimento

Primeiro traçamos o paralelogramo $[ABCD]$.



Seguidamente prolongamos os lados $\overline{DA}$, no sentido inferior (baixo) e o lado $\overline{BA}$ para esquerda (isto porque a razão da homotetia é negativa). Depois com ajuda da régua ou compasso colocamos as dimenões de $\overline{B'A'}$, no prologamento de $\overline{AB}$ e $\overline{A'D'}$ no prolongamento de $\overline{AD}$. Depois traça-se os lados $\overline{C'D'}$ e $\overline{B'C'}$.

Finalmente obtemos o paralelogramo imagem , como ilustra a figura que segue.



Caro aluno, depois de um estudo pormenorizado do exemplo apresentado procure realizar a actividade que se segue de modo a interiorizar os conhecimento aprendidos.

ACTIVIDADE DE FIXAÇÃO

1. Marque com um ✓apenas as afirmações verdadeiras em relação a classificação de homotetias.

a) Uma homotetia de razão $-\frac{3}{2}$ é negativa e é uma ampliação.

b) Uma homotetia de razão $-\frac{3}{2}$ é negativa e é uma redução.

c) Uma homotetia de razão $-0,7$ é negativa e é uma redução.

d) Uma homotetia de razão $-0,7$ é negativa e é uma ampliação.

e) Uma homotetia de razão $-0,7$ é negativa e é uma isometria.

f) Na homotetia de razão negativa a imagem fica do lado contrário do objecto. ☐

g) Na homotetia de razão negativa a imagem fica do lado direito do objecto. ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação a classificação das homotetias.

V/F

a) Uma homotetia pode ser negativa e isométrica. ☐

b) Uma homotetia pode ser negativa e redução. ☐

c) Uma homotetia pode ser negativa e ampliação. ☐

d) Uma homotetia pode ser inversa e positiva. ☐

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras em relação a classificação das homotetias em função da razão.

a) Uma homotetia chama-se _________ quando $|r|<1$.

b) Uma ________ chama-se _______ e ______ quando $0>r \wedge |r|<1$.

c) Diz-se que uma homotetia é negativa e ________ quando $r<0\, e\, |r|>1$.

d) Uma homotetia chama-se _________ quando $|r|=1$.

Caro aluno, depois de ter realializado toda actividade compare as suas respostas com a chave de correcção a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)**; **f)**;
2. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)**. F

3. **a)** Uma homotetia chama-se **redução** quando $|r|<1$.

   b) Uma **homotetia** chama-se **negativa** e **redução** quando $0>r \wedge |r|<1$.

   c) Diz-se que uma homotetia é negativa e **ampliação** quando $r<0\, e\, |r|>1$.

   d) Uma homotetia chama-se **isometria** quando $|r|=1$.

   Tome nota: O simbolo $\wedge$ - lê-se "e".

Caro aluno, você realizou com êxito a actividade proposta. Assim está de parabens! Caso não tenha acertado em algum exercício, reestude a actividade e refaça até que consiga acertar em todos exercícios.

Exemplo 2

Consideremos uma circunferência de centro **O** e raio 3 cm e um ponto **P**, exterior á circunferência. Determinar a sua imagem com o centro **O** e razão $-\frac{1}{2}$.

Procedimento

Primeiro temos que traçar uma circunferência de centro **O** e raio 3 cm. Em seguida, marca-se o ponto **P** exterior a uma distância á nossa escolha. Marca-se um ponto **A** sobre a circunferência **O**; depois unem-se os pontos **O** e **A**, construindo o segmento $\overline{AO}$.

Seguidamente traçam-se as semi-rectas AP e OP (ambas passam pelo ponto **O**).

E como se sabe que a homotetia de um segmento de recta é dado pela fórmula:

$\overline{A'O'} = k \bullet \overline{AO}$ ‘ ; Onde k é a razão.

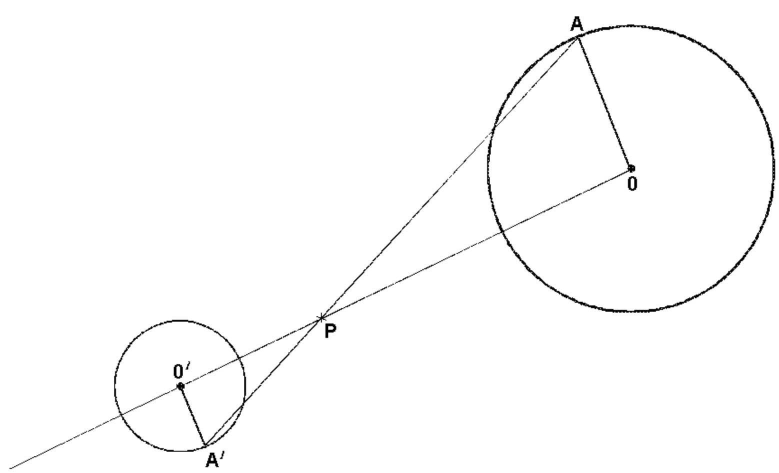
Assim temos que determinar o homotético do segmento $\overline{AO}$ (raio da circunferência de centro **O**).

Deste modo temos: $\left|\overline{A'O'}\right| = k \bullet \left|\overline{AO}\right|$

$$\left|\overline{A'O'}\right| = -\frac{1}{2} \bullet \left|3cm\right|$$ ← Substituindo os dados.

$$\overline{A'O'} = -1,5\,cm$$

Porque a distância nunca é negativa usamos valor absoluto. Traça-se $\overline{A'O'}$ paralela a $\overline{AO}$, com a medida de 1,5 cm; e traça-se a circunferência O', com mesmo o centro **O**; e porque esta medida é precedida pelo sinal negativo, daí que a circunferência imagem se localiza no lado contrário da circunferência objecto. Segundo ilustra a figura a seguir.



TOME NOTA...

Sabe-se que: $\overline{A'P}=k\bullet\overline{PA}$ e $\overline{O'P}=k\bullet\overline{PO}$ - Isto ajuda-nos a traçar o raio da circunferência imagem. Devendo se determinar os valores dessas dimensões.

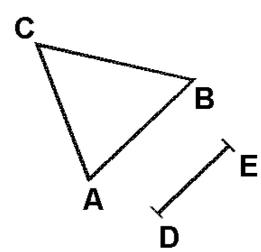
Resumindo

Para determinar a imagem de uma circunferência, basta determinar a imagem do seu centro e de um ponto da circunferência dada.

EXERCÍCIOS

1. Dado o triângulo $[ABC]$ e o segmento de recta $[DE]$, paralelo a $[AB]$.

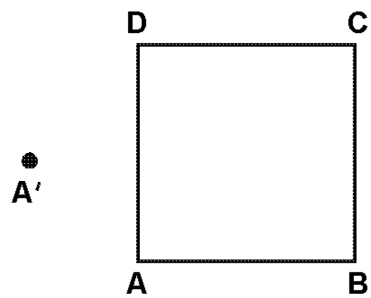
Segundo a figura a seguir. Sem determinar o centro da homotetia, constroe um triângulo $[DEF]$ que seja imagem do triângulo $[ABC]$ pela homotetia que a transforma.Marque com um ✓ a afirmação verdadeira, em relação a transformação de cada um dos segmentos, do Δ objecto em Δ imagem.



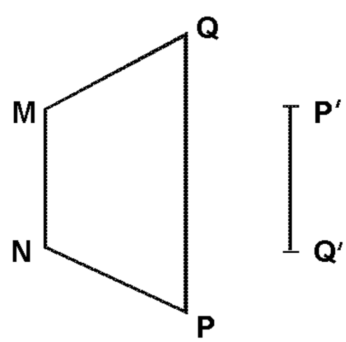
a) A em D, B em E. ✓

b) A em E, B em D.

2. Dado o quadrado $[ABCD]$, com 3 cm de lado, e o ponto A' transformado de A numa homotetia de razão $-\frac{1}{2}$, procure construir a imagem de $[A'B'C'D']$ nessa homotetia.

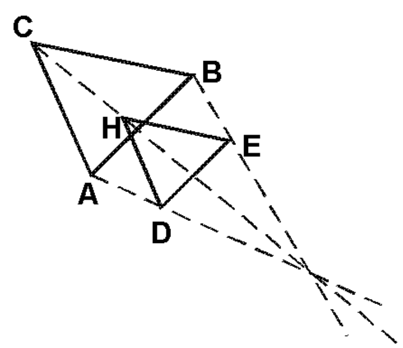


3. Na figura a seguir $[PQ]$ e $[P'Q']$ são paralelos. Constroi a imagem do quadrilátero $[MNPQ]$ na homotetia que aplica P em P' e Q em Q'.

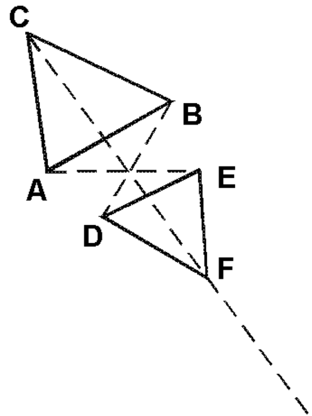


CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) A



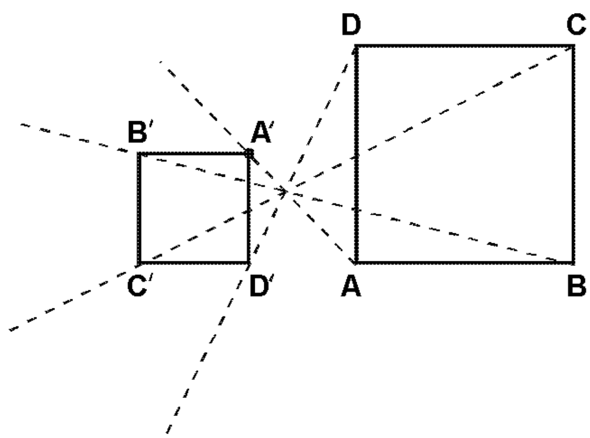
b) A em E, B em D.



2. Dados:

lado = 3 cm.

$r = -\dfrac{1}{2}$



Porque:

$\overline{A'D'} = K \bullet \overline{AD}$

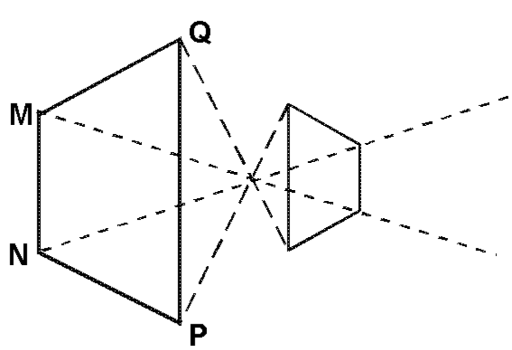
$\overline{A'D'} = |r| \bullet \overline{AD}$

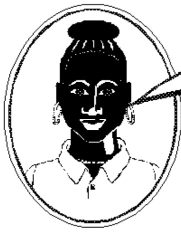
$\overline{A'D'} = \left|-\dfrac{1}{2}\right| \bullet 3\text{cm}$

$\overline{A'D'} = 1,5\text{m}$

$K = |r| = \left|-\dfrac{1}{2}\right|$

3.





Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum dos exercícios propostos revê a lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

A CÓLERA

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vómitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vómitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bébé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
-

AS DTS

O que são as DTS?

As DTS são as **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual** vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos.
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus.
- Ardor ao urinar.
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis.
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais.
- Ardor ao urinar.

5 Semelhança de Figuras Simples

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar figuras semelhantes.
- Definir a semelhança de figuras simples.
- Construir figuras semelhantes.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, compasso, transferidor, borracha e Módulo 5 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, seja bem vindo ao seu estudo da 5ª lição do 6º módulo de Matemática da 9ª classe!

Nesta lição vamos tratar da semelhança de figuras simples, isto é, identificar e construir figuras semelhantes.

Para ter facilidade na compreensão desta lição, é necessário que se lembre dos critérios de igualdade de triângulos estudados na 8ª classe, Módulo 5. Para tal começaremos por fazer uma breve revisão, sobre homotetias (de razão positiva e negativa – redução e ampliação), conhecimentos esses estudados nas lições anteriores.

Para isso, realize uma actividade para facilitar a revisão e consolidação dos seus conhecimentos.

Nota histórica

Supõe-se que a geometria teve a sua origem na medição de terras no antigo Egipto, mas foi na Grécia que esta ciência foi verdadeiramente estruturada. É de salientar que já a cinco séculos a.c. um triângulo era definido, como hoje se diria, se fossem conhecidos a base e os ângulos adjacentes.

Pensa-se que aplicavam estes conhecimentos para resolver problemas práticos, tais como determinar a distância entre um barco no mar e a costa.

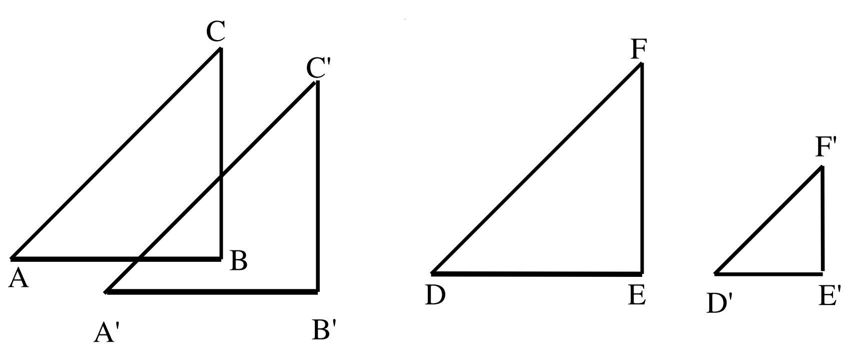
"*Segundo: História concisa das Matemáticas - Dirk J Struik*."

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, como se disse na introdução começará o estudo desta lição realizando a actividade. Depois compare as suas respostas com a chave de correcção que se apresenta a seguir.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓apenas as afirmações verdadeiras em relação a classificação da razão das homotetias. E relacione com as figuras que se seguem para a sua opção.



a) Uma homotetia de razão $\frac{1}{4}$ é ampliação.

b) Uma homotetia de razão $\frac{1}{4}$ é redução.

c) Uma homotetia de razão 1 é redução.

d) Uma homotetia de razão 1 é isometria.

e) Uma homotetia de razão $-\frac{5}{3}$ é ampliação.

f) Uma homotetia de razão $-\frac{5}{3}$ é uma redução.

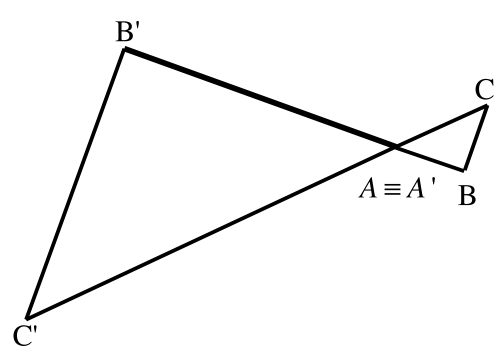
2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação a classificação das homotetias dada a razão de semelhança.

V/F

a) A homotetia de razão 5 e centro O seguida de centro O e razão $-\frac{1}{4}$ é uma ampliação.

b) A homotetia de razão 5 e centro O seguida de centro O e razão $-\frac{1}{4}$ é uma redução.

c) Uma homotetia de razão -4 seguida de rotação 180º é uma isometria.



V/F

d) Uma homotetia de razão -4 seguida de rotação 180º é um ampliação. ☐

e) A simetria axial seguida de homotetia de razão $\frac{2}{3}$ é uma redução. ☐

f) A simetria axial seguida de homotetia de razão $\frac{2}{3}$ é uma isometria. ☐

g) A homotetia de razão $-\frac{5}{3}$ é uma ampliação. ☐

h) A homotetia de razão $-\frac{5}{3}$ é uma ampliação. ☐

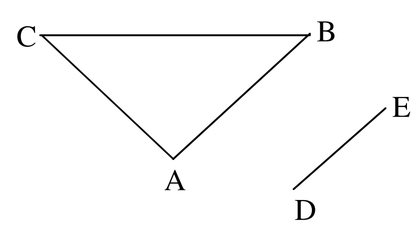
3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras, em relação a classificação das homotetias.

a) Uma homotetia de razão $\frac{2}{3}$ chama-se _________ e _________.

b) Uma homotetia de razão -5 chama-se _______ e ___________.

c) Uma homotetia de razão 1 chama-se ___________.

4. Considere o triângulo $[ABC]$ e o segmento $[DE]$ paralelo a $[AB]$. Sem determinar o centro da homotetia, constroi um triângulo $[DEF]$ que seja imagem do $\triangle[ABC]$. E indique a afirmação verdadeira, que transforma cada um dos segmentos do Δ objecto em Δ imagem.



a) A em D, B em E e C em F.

b) A em E, B em D e F em C.

TOME NOTA...

Simetria axial uma correspondência de partes situadas em lados opostos numa figura geométrica através de uma linha (eixo).
Rotação: Movimento giratório em volta de um eixo de simetria.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **b)**; **d)**; **e)**

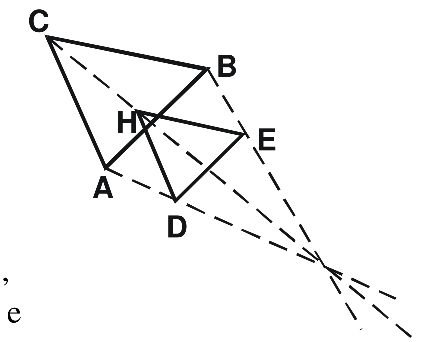
2. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F; **g)** V; **h)** F

3. **a)** Uma homotetia de razão $\frac{2}{3}$ chama-se **positiva** e **redução**.

b) Uma homotetia de razão -5 chama-se **negativa** e **ampliação**.

c) Uma homotetia de razão 1 chama-se **isometria**.

4.



a) A em D,
B em E e
C em F

Definição 1

Duas figuras dizem-se ***semelhantes*** quando existe pelo menos uma transformação de semelhança que aplica uma na outra.

Isto quer dizer que as figuras têm a mesma ***forma***, independentemente do tamanho.

Definição 2

Chama-se ***semelhança*** do plano às transformações geométricas que aplicam ângulos em ângulos geometricamente iguais e segmentos em segmentos proporcionais.

Observa as figuras que se seguem, trata-se de imagens de um selo, em diferentes situações.

Inserir M6-5-1

Inserir M6-5-2

Conclusões

1. Pode se concluir que observando o selo A e A, constata-se que ambos selos, têm a mesma forma embora tenha tamanhos diferentes, por essa razão **são semelhantes**.

2. Os selos B e B’ são iguais, objectos iguais também **são semelhantes**.

Resumindo

Duas figuras dizem-se geometricamente iguais se, e só se, sobrepostas coincidem uma com a outra ponto por ponto.

Agora vamos examinar as figuras C e D.

C

D

Conclusões

Desta observação e exame das figuras C e D. Chega se a conclusão de que as duas figuras **não são semelhantes**. Porque num caso não vê o quadro, encosto da cadeira e lâmpada.

Definição 3

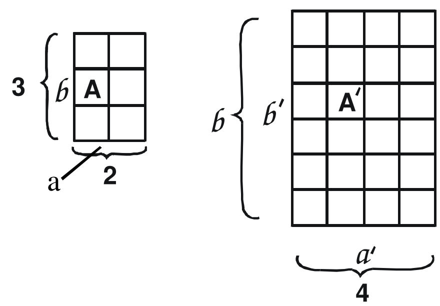
Duas figuras são ***semelhantes*** se tiverem, de um para o outro, ângulos correspondentes iguais e lados correspondentes de comprimentos proporcionais.

Em geral

Chama-se semelhança do plano ás transformações geométrica que aplicam ângulos em ângulos geométricos iguais e segmentos em segmentos proporcionais.

Exemplo 1

Consideremos os rectângulos A e A' .



Pode se concluir que as figuras A (objecto) e A' (imagem) são semelhantes. Os lados **a** e **a'**; **b** e **b'** são proporcionais.

- A razão da semelhança é maior que um (r >1).

  $\frac{a'}{a}=\frac{b'}{b} \Rightarrow \frac{4}{2}=\frac{6}{3}=2$. Por isso é uma ampliação.

- A razão da semelhança é dada pela proporção $\frac{a'}{a}=\frac{b'}{b}$.

Considerarmos o caso contrário, em que A fosse o objecto e A´ a imagem; Assim verifica-se que: Quando as figuras continuam semelhantes, pela proporcionalidade das medidas dos lados correspondentes. A razão da semelhança é dada pela proporção: $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\Rightarrow\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

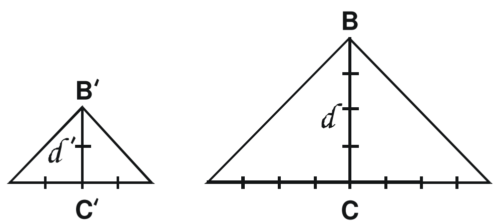
Assim:

A razão da semelhança é menor que um ($\mathbf{r} < 1$).

A razão da semelhança é dada pela proporção $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$.

Exemplo 2

Consideremos os triângulos B e B'.



Pode se concluir que as figuras B e B´ são semelhantes. Os lados **c** e **c**´; **d** e **d**´ são proporcionais. E a razão de semelhança é menor que um (**r** <1), por isso é uma redução, como no caso anterior.

Simbolicamente teremos a proporção (razão da semelhança).

$$\frac{d'}{d} = \frac{c'}{c} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Definição 4

Razão de semelhança é a constante de proporcionalidade entre o comprimento do segmento imagem e o comprimento do segmento objecto correspondente.

Esquematizando

Semelhança

(isometria)

(**r** = 1)

Ampliação

(**r** > 1)

Redução

(**r**< 1)

r é a razão da semelhança.

Do esquema acima pode se concluir que, quando a razão é igual a um ($\mathbf{r}$ = 1), o objecto é igual á imagem e a semelhança chama-se **isometria**. Quando a imagem é maior que o objecto, a razão é maior que um ($\mathbf{r}$ > 1), a semelhança é uma **ampliação**. Finalmente quando a imagem é menor que o objecto, a razão é menor que um ($\mathbf{r}$ < 1) a semelhança é uma **redução**.

TOME NOTA...

- A razão de uma semelhança é sempre um número positivo. Porque r (razão) é quociente de dois comprimentos, os comprimentos nunca tomam valores negativos.
- Uma homotetia é sempre uma semelhança embora nem toda a semelhança é uma homotetia.
- Uma isometria é sempre uma semelhança de razão unitária ($\mathbf{r}$ = 1).

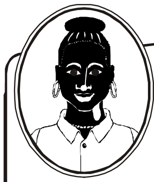
Resumindo

Dadas duas figuras semelhantes, elas dizem-se **figuras positivamente semelhantes** quando existe uma semelhança positiva que aplica uma delas na outra; se nenhuma semelhança positiva o fizer, então dizem-se **figuras negativamente semelhantes**; razão de semelhança é um número positivo $|r|$.

Por outro lado, uma semelhança pode ser:

- **Positiva** ou **directa**, quando se matém o sentido dos ângulos orientados;
- **Negativa** ou **inversa**, quando se inverte o sentido dos ângulos orientados.

Os polígonos regulares são semelhantes.



Polígonos regulares são aqueles que possuem todos lados iguais.
Para designar semelhança de polígonos usa-se o símbolo ~.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação à semelhança de algumas figuras planas.

V/F

a) Dois quadrados quaisquer são semelhantes. ☐

b) Dois triângulos equiláteros podem não ser semelhantes. ☐

c) Dois paralelogramos quaisquer são semelhantes. ☐

d) Dois hexágonos regulares quaisquer são semelhantes. ☐

e) Dois trapézios isósceles quaisquer são semelhantes. ☐

f) Dois triângulos isósceles em que o ângulo oposto á base é igual são semelhantes. ☐

g) Dois triângulos rectângulos quaisquer são semelhantes. ☐

h) Dois rectângulos nem sempre são semelhantes. ☐

i) Dois losangos quaisquer são semelhantes. ☐

2. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras em relação a classificação das homotetias.

a) Uma homotetia de razão $\frac{2}{3}$ é uma semelhança de razão _____.

b) Uma semelhança de razão ____ é uma isometria.

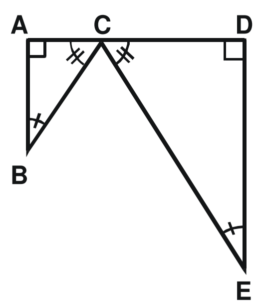
c) Uma semelhança só é uma homotetia se os segmentos correspondentes forem __________.

d) Uma homotetia de razão -3 é uma semelhança de razão ______.

e) A composição de uma translação com uma rotação é uma semelhança de razão _____.

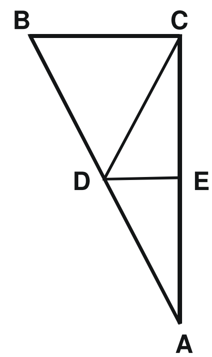
3. Considere os triângulos $[ABC]$ e $[DEC]$, dos quais se sabe que $\sphericalangle A = \sphericalangle D$, $\sphericalangle B = \sphericalangle E$, $A\hat{C}B = D\hat{C}E$, $\overline{CD} = 2\overline{AC}$, $\overline{DE} = 2\overline{AB}$ e $\overline{CE} = 2\overline{BC}$.

Marque com um ✓ as afirmações verdadeiras, e justifique a sua opção.



	V/F
a) Os triângulos $[ABC]$ e $[DEC]$ não são semelhantes.	☐
b) Os triângulos $[ABC]$ e $[DEC]$ são semelhantes.	☐
c) Os triângulos $[ABC]$ e $[DEC]$ são positivamente semelhantes.	☐
d) Os triângulos $[ABC]$ e $[DEC]$ são negativamente semelhantes.	☐
e) Os triângulos $[ABC]$ e $[DEC]$ são negativamente e positivamente semelhantes.	☐

4. Considere a figura abaixo: $\overline{CE}=\overline{EA}$, $\overline{BD}=\overline{DA}$ e $[BC] \quad [DE]$.
Marque com um ✓ apenas a afirmação verdaeira, e justifique a sua resposta.



a) O triângulo $[ABC]$ é semelhante ao triângulo $[ADE]$. ✓

b) O triângulo $[ABC]$ é semelhante ao triângulo $[ADE]$.

c) O triângulo $[ABC]$ é igual ao triângulo $[ADE]$.

TOME NOTA...

Uma translação é um movimento de uma figura geométrica seguindo um determinado sentido e direcção.

Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios propostos, compare as suas respostas com chave de correcção. Caso não tenha conseguido acertar em algum exercício, reestude a lição e refaça os exercícios.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** F; **f)** V; **g)** F; **h)** V; **i)** F

2. **a)** Uma homotetia de razão $\frac{2}{3}$ é uma semelhança de razão $\mathbf{\frac{2}{3}}$.

b) Uma semelhança de razão **1** é uma isometria.

c) Uma semelhança só é uma homotetia se os segmentos correspondentes forem **paralelos**.

d) Uma homotetia de razão -3 é uma semelhança de razão **3**. Porque a razão de uma semelhança é sempre um número positivo.

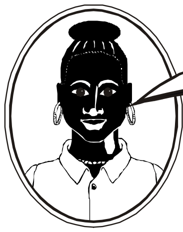
e) A composição de uma translação com uma rotação é uma semelhança de razão **1**. Porque não houve nenhuma mudança do tamanho, apenas a posição.

3. **b)**. Porque tem de um para o outro dois ângulos iguais.

c). Porque existe uma razão de semelhança positiva que aplica o triângulo $[ABC]$ no triângulo $[DEC]$.

d. Porque existe uma razão de semelhança negativa que aplica o triângulo [DEC] no trinângulo [ABC].

4. **a)**. Porque $[ADE]$ é a imagem de $[ABC]$ na homotetia de centro A e razão $\frac{1}{2}$.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum dos exercícios propostos revê a lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo - -se da actividade sexual.

6 Critério de Semelhança de Triângulos Caso (LLL)

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar a semelhança a de triângulos caso (LLL);
- Demonstrar a semelhança de triângulos através do critério LLL.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, transferidor e compasso;
- Módulo 5 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Seja bem vindo ao seu estudo da 6ª lição do módulo 6 de Matemática, da 9ª classe.

Acreditamos que conclui com sucesso o estudo tanto dos módulos anteriores, quanto das lições anteriores.

Nesta lição terá a oportunidade de estudar a semelhança de triângulos, o critério l.l.l.

Vai aprender a demostrar semelhança de triângulos através do critério l.l.l.

Para ter facilidade na compreensão desta lição, é necessário que se lembre da igualdade de triângulos que estudou no Módulo 5 da 8ª classe.

Com efeito recomenda-se que faça uma revisão do Módulo 5 da 8ª classe, sobre a igualdade de triângulos, conhecimentos esses que servirão de base para o estudo desta lição..

FAZENDO REVISÕES...

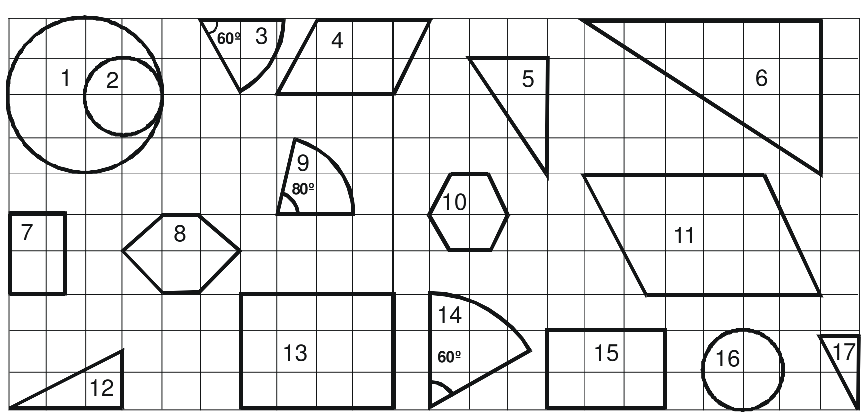
Caro aluno, de forma a comprender melhor a lição que vai estudar resolve a actividade de revisão, mas antes lembre-se da definição do critério (l.l.l) da igualdade de triângulos.

Definição

Dois triângulos são iguais se têm os três lados iguais, cada um a cada um proporcionais (l.l.l.).

ACTIVIDADE DE REVISÃO

1. Dadas as figuras que se seguem, marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.



V/F

a) As figuras semelhantes são 1, 2 e 9.

b) As figuras semelhantes são 1, 2 e 16.

c) As figuras semelhantes são 5 e 6.

d) As figuras semelhantes são 4, 5 e 6.

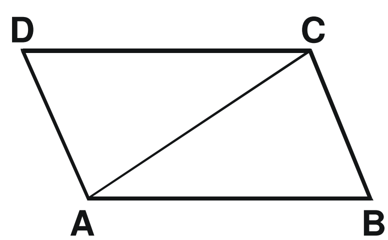
e) As figuras semelhantes são 3, 14 e 9.

f) As figuras semelhantes são 5 e 14.

g) As figuras semelhantes são 7 e 13.

h) As figuras semelhantes são 4, 7, 11, 13, e 15.

2. Dado o paralelogramo $[ABCD]$ que se segue, marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação a igualdade de triângulos.



a) O triângulo $[ABC]$ é igual ao triângulo $[ADC]$ pelo critério LLL. ✓

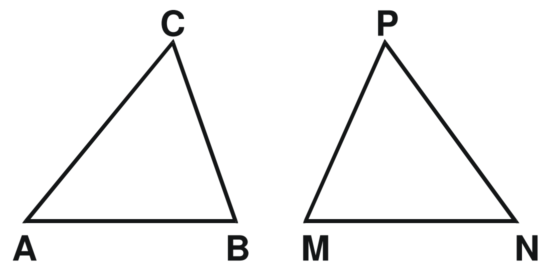
b) O triângulo $[ABC]$ é igual ao triângulo $[ADC]$ pelo critério LAL.

c) O triângulo $[ABC]$ é igual ao triângulo $[ADC]$ porque os lados opostos são iguais e tem um lado comum.

d) O triângulo $[ABC]$ é igual ao triângulo $[ADC]$ porque o $\measuredangle B$ é igual ao $\measuredangle C$.

V/F

3. Dados os $\Delta[ABC]$ e o $\Delta[MNP]$ em que $|AB|=|MN|$ e $|BC|=|MP|$.
Marque com um ✓ a outra condição que se deve verificar para que os triângulos sejam iguais.



a) Para que os triângulos sejam iguais é necessário que $\overline{AC} = \overline{NM}$. ✓

b) Para que os triângulos sejam iguais é necessário que $\overline{AC} = \overline{NP}$.

c) Para que os triângulos sejam iguais é necessário que $\overline{NP} = \overline{AB}$.

d) Para que os triângulos sejam iguais é necessário que $\overline{BC} = \overline{NP}$.

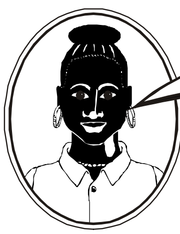
Caro aluno, agora compare as suas respostas com a chave de correcção que lhe apresentamos a seguir, caso não tenha conseguido acertar em algum exercício reestude o módulo 5 de matemática 8ª classe e refaça esta actividade de revisão até que acerte em todos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F; **g)** V; **h)** F

2. **a)**; **c)**

3. **b)**



Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção, se não tiver conseguido reveje a lição.
Caso continua com dúvida já sabe onde encontra o seu Tutor, dirija-se para lá e peça esclarecimento.
Depois passe ao estudo do texto seguinte.

Definição 2

Para que dois triângulos sejam semelhantes basta que tenham, de um para o outro "***três pares de lados correspondentes proporcionais***".

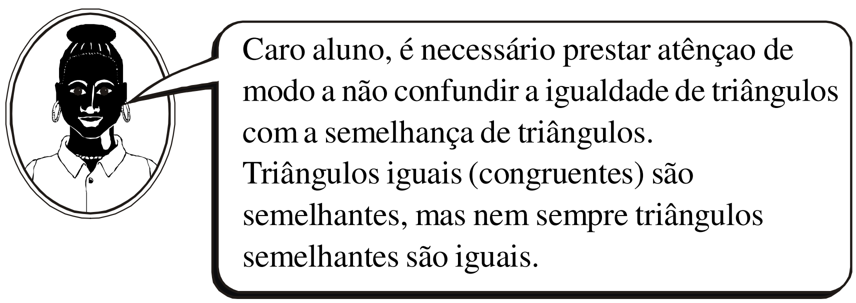
Caro aluno, como deve estar lembrado nas lições sobre homotetias falou-se da razão de uma homotetia, onde estudou que a "**Razão de semelhança é a constante de proporcionalidade entre o comprimento do segmento transformado e o comprimento do segmento original correspondente".**

Na semelhança de triângulos também temos uma razão.

Razão de semelhança é o quociente constante, entre o comprimento de um segmento imagem e o comprimento do respectivo segmento objecto.

Se a razão **r** é semelhança, então:

- **r > 1**, a semelhança é uma **ampliação**.
- **r = 1**, a semelhança é uma **isometria**.
- **r < 1**, a semelhança é uma **redução**.



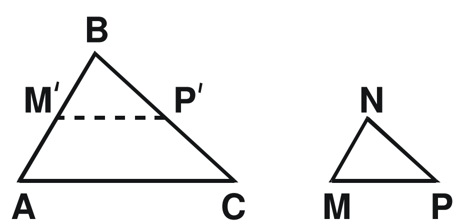
Teorema

Dois triângulos que têm os três lados proporcionais são semelhantes.

Hipótese

Dados o $\Delta[ABC]$ e o $\Delta[MNP]$ em que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{MN}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{NP}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{MP}}$$



Tese

$\Delta[ABC] \sim \Delta[MNP]$

Demostração

Sobre o lado $\overline{AB}$, a partir do vértice B, constroi-se um segmento $\overline{M'B}=\overline{MN}$ e sobre o lado $\overline{BC}$, a partir do mesmo vértice, o segmento $BP'=NP$; traça-se o segmento $\overline{M'P'}$.

Pelos dados escreve-se: $\frac{\overline{AB}}{\overline{M'B}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{BP'}}$. Donde conclui-se que: $\overline{M'P'} \parallel \overline{AC}$.

Assim, temos que: $\frac{\overline{AB}}{\overline{M'B}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{BP'}}$; donde é sabido pelos dados e que

$M'B = MN$, $\frac{\overline{AC}}{\overline{M'P'}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{MP}}$ e, portanto, $\overline{M'P'}=\overline{MP}$

E o $\Delta[M'BP'] = \Delta[MNP]$ - Pelo critério (l.l.l.) da igualdade de triângulos.

$\Delta[ABC] \sim \Delta[M'BP']$ - Porque toda recta paralela a um dos lados de um triângulo, e que interasecta os outros dois lados, determina outro triângulo semelhante.

$\Delta[ABC] \sim \Delta[MNP]$ - Porque os triângulos têm os ângulos respectivamente iguais e os lados homólogos são proporcionais.

$\Delta[ABC] \sim \Delta[MNP]$ - Estes triângulos são semelhantes. c.q.d.

Lados homólogos são lados correspondentes.

Exemplo 1

Consideremos os triângulos $[ABC]$ e $[MNP]$, acima (demosntração do teorema).

No ΔABC , $|AB|$ = 12 cm, $|BC|$ = 8 cm. E no ΔMNP , MN = 6 cm, NP = 12 cm e MP = 9 cm.

Como provar que os dois triângulos são semelhantes?

Primeiro vamos estabelecer as relações entre os lados dos dois triângulos; aos lados maior, menor e a base de um dos triângulos com os correspondentes no outro. Assim teremos:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{NP}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{MP}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{MN}}$$

Caro aluno, preste atenção as designações:
$\overline{AB}$ - significa que é um segmento de recta isolado .

$|AB|$ - significa segmento de recta Pertencente a uma figura geométrica ou indicação dos segmentos que definem uma figura.

Deste modo, substituimos os valores correspondentes de cada lado nos dois triângulos.

$$\frac{16\cancel{cm}}{12\cancel{cm}}=\frac{12\cancel{cm}}{9\cancel{cm}}=\frac{8\cancel{cm}}{6\cancel{cm}} \Rightarrow \frac{16}{12}=\frac{12}{9}=\frac{8}{6} \Rightarrow \frac{4}{3}=\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$$

Como se pode notar $\frac{4}{3}$ é a constante entre o quociente dos lados homólogos; e a este valor valor chama-se ***razão de semelhança***. Como se definiu anteriormente.

Daqui se constata que os lados são directamente proporcionais, sendo, portanto:

$$\Delta[ABC] \sim \Delta[MNP]$$

Como consequência, se pode concluir que:

$$\sphericalangle B = \sphericalangle N, \sphericalangle C = \sphericalangle P \; e \; \sphericalangle A = \sphericalangle M$$

Porque em triângulos semelhantes a lados propocionais opõem-se ângulos songruentes (iguais)

Caro aluno, depois de ter acompanhado atentamente a definição e o exemplo, resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação a semelhança de triângulos.

V/F

a) Triângulos semelhantes são congruentes. ☐

b) Triângulos congruentes são semelhantes. ☐

c) Nem sempre triângulos semelhantes são iguais. ☐

d) Triângulos semelhantes são aqueles que tem uma correspondência de um para o outro, três pares de ângulos correspondentes proporcionais. ☐

e) Triângulos semelhantes são aqueles que tem uma correspondência de um para o outro, três pares de lados correspondentes proporcionais. ☐

2. No Δ [XYZ], $\overline{XY}$ = 39 cm, = 65 cm e = 52 cm; noutro Δ [MNP], MN = 28 cm, NP = 35 cm e MP = 21 cm. Esboce os dois triângulos. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras; e um **F** as falsas em relação à semelhança de triângulos. E justifique as verdadeiras.

V/F

a) Os Δ [XYZ] e Δ [MNP] são semelhantes porque a razão dos comprimentos dos lados correspondentes é constante. ☐

b) Os Δ [XYZ] e Δ [MNP] são semelhantes porque tem o mesmo tamanho. ☐

c) Os Δ [XYZ] e Δ [MNP] são semelhantes porque os lados são directamente proporcionais. ☐

d) Os Δ [XYZ] e Δ [MNP] não são semelhantes porque os lados homólogos não são directamente proporcionais. ☐

e) Os Δ [XYZ] e Δ [MNP] são semelhantes e a razão de semelhança é $\frac{13}{7}$. ☐

f) Os Δ [XYZ] e Δ [MNP] são semelhantes a razão de semelhança é $\frac{7}{13}$. ☐

3. Dado o triângulo $[ABC]$, $\overline{AB} = 20\,cm$, $\overline{BC} = 25\,cm$ e $\overline{AC} = 35\,cm$; e um outro triângulo $[XYZ]$, $\overline{XZ} = 21\,cm$ e $\overline{YZ} = 12\,cm$. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, esboce e justifique a sua escolha.

a) No triângulo [XYZ] o lado $\overline{XY}$ mede 10 cm. ✓ ☐

b) No triângulo [XYZ] o lado mede 15 cm. ☐

c) No triângulo [XYZ] o lado mede 12 cm. ☐

d) A razão de semelhança entre o $\Delta[ABC]$ e o $\Delta[XYZ]$ é $\frac{5}{3}$. ☐

e) A razão de semelhança entre o $\Delta[ABC]$ e o $\Delta[XYZ]$ é $\frac{3}{5}$. ☐

4. No $\Delta[ABC]$, $\overline{AB} = 14,4\,m$, $\overline{BC} = 24\,m$ e $\overline{AC} = 36\,m$; noutro $\Delta[A'B'C']$, $\overline{A'B'} = 96\,dm$, $\overline{B'C'} = 1600\,cm$.

a) Faça o esboço dos dois triângulos.

b) Determine a medida de um dos lados do triângulo imagem em falta.

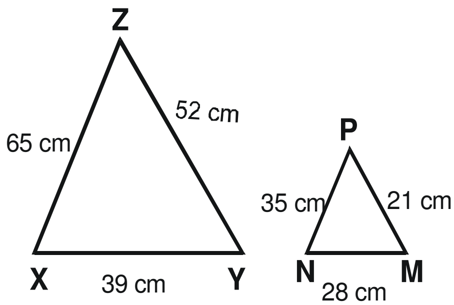
c) Mostre que os dois triângulos são semelhantes.

Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios propostos, compare as suas respostas com a Chave de Correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** V

2.



a) V. Porque: $\frac{\overline{XZ}}{\overline{NP}}=\frac{\overline{XY}}{\overline{MP}}=\frac{\overline{YZ}}{\overline{MN}}$

$$\frac{65\,\cancel{cm}}{35\,\cancel{cm}}=\frac{39\,\cancel{cm}}{21\,\cancel{cm}}=\frac{52\,\cancel{cm}}{21\,\cancel{cm}}$$

$$\frac{6\cancel{5}^{13}}{3\cancel{5}^{7}}=\frac{3\cancel{9}^{13}}{2\cancel{1}^{7}}=\frac{5\cancel{2}^{13}}{2\cancel{1}^{7}}$$

$\frac{13}{7}=\frac{13}{7}=\frac{13}{7}$ - Como se pode ver a razão dos comprimentos é constante.

Observação: Aos lados maior e menor de um dos triângulos correspondem no outro triângulo, respectivamente.

b) F;

c) V. $\frac{13}{7}=\frac{13}{7}=\frac{13}{7}$ - Como se pode ver a razão dos comprimentos é constante.

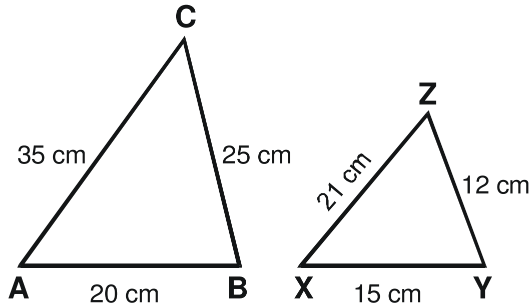
d) F;

e) V.

Tal como, nas alíneas **a)** e **c)**.

f) F

3.



b). Porque: Pela relação dos lados proporcionais em triângulos rectângulos.

Dados:

$\overline{AB} = 20\,cm$, $\overline{BC} = 25\,cm$ e $\overline{AC} = 35\,cm$;

$\overline{XZ} = 21\,cm$ e $\overline{YZ} = 12\,cm$.

Assim temos: $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{XZ}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{XY}}$

$$\frac{35\,cm}{21\,cm} = \frac{25\,cm}{\overline{XY}}$$ - Pela regra três simples temos.

$$\overline{XY} = \frac{21\,cm \cdot 25\,cm}{35\,cm}$$

$$\overline{XY} = \frac{21 \cdot 25\,cm^2}{35\,cm}$$

$$\overline{XY} = \frac{2\cancel{1}^3 \cdot 2\cancel{5}^5\ cm^{\cancel{2}}}{3\cancel{5}^{\cancel{7}^1}\ \cancel{cm}}$$

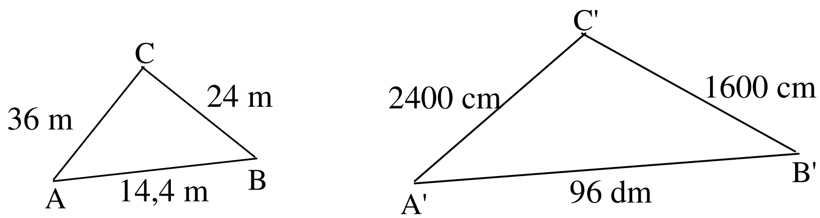
$$\overline{XY} = 3 \cdot 5\,cm$$

d). Porque: Pela proporcionalidade dos lados correspondentes dos dois triângulos temos:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{XZ}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{XY}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{YZ}} \Rightarrow \frac{35\,\cancel{cm}}{21\,\cancel{cm}} = \frac{25\,\cancel{cm}}{15\,\cancel{cm}} = \frac{20\,\cancel{cm}}{12\,\cancel{cm}} \Rightarrow \frac{3\cancel{5}^5}{2\cancel{1}^3} = \frac{2\cancel{5}^5}{1\cancel{5}^3} = \frac{2\cancel{0}^5}{1\cancel{2}^3}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{5}{3} = \frac{5}{3}$$

4. a)



b) Primeiro é necessário fazer a conversão das unidades; assim fica:

$\overline{AB} = 14,4\,m = 1440$ cm

$\overline{BC} = 24\,m = 2400$ cm

$\overline{AC} = 36\,m = 3600$ cm

$\overline{A'B'} = 96\,dm = 960$

$\overline{B'C'} = 1600\,cm$

$\overline{A'C'} = ?$

Em seguida estabelece-se a relação entre os lados proporcionais, nos dois triângulo.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

$$\frac{1440\,cm}{960\,cm} = \frac{3600\,cm}{\overline{A'C'}}$$

$$\overline{A'C'} = \frac{960\,cm \bullet 360\cancel{0}\,\cancel{cm}}{144\cancel{0}\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{A'C'} = \frac{960 \bullet 360\,cm}{144}$$

$$\overline{A'C'} = \frac{345600\,cm}{144}$$

$$\overline{A'C'} = 2400\,cm$$

Resposta: A medida do lado do triângulo imagem em falta, mede 2400 cm.

c) $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}=r$

$$\frac{1440\,cm}{960\,cm}=\frac{3600\,cm}{2400\,cm}=\frac{2400\,cm}{1600\,cm}=r$$

$$\frac{144\cancel{0}\,\cancel{cm}}{96\cancel{0}\,\cancel{cm}}=\frac{36\cancel{00}\,\cancel{cm}}{24\cancel{00}\,\cancel{cm}}=\frac{24\cancel{00}\,\cancel{cm}}{16\cancel{00}\,\cancel{cm}}=r$$

$$\frac{144}{96}=\frac{36}{24}=\frac{24}{16}=r$$

$\frac{3}{2}=\frac{3}{2}=\frac{3}{2}=r$. Como se pode concluir a razão é $\frac{3}{2}$, e é constante.

Logo os dois triângulos são semelhantes.

Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu em algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

7 Identinficação de Semelhança de Triângulos Caso (A.A.).

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar a semelhança de triângulos caso (A.A.);
- Demonstrar a semelhança de triângulos, pelo critério (AA.).

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, transferidor e compasso;

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Nesta lição terá a oportunidade de estudar a semelhança de triângulos, caso (AA). Vai aprender a identificar triângulos semelhantes a partir do critério ângulo – ângulo e não só; vai ainda aprender a demostrar a semelhança de triângulos pelo mesmo critério (A:A).

Para ter facilidade na compreensão desta lição, é necessário que se lembre da semelhança de triângulos com base no critério l.l.l aprendido na lição anterior.

Para isso começaremos o estudo desta lição através de uma breve revisão, sobre o caso de semelhança (l.l.l.) estudado na lição anterior e o caso de igualdade de triângulo (l.l.l.).

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, resolve a seguinte actividade de revisão. Lembre em caso de dúvida consulte não só a lição anterior, mas também o módulo 5 de matemática da 8ª classe sobre a igualdade de triângulos.

ACTIVIDADE DE REVISÃO

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em, relação á semelhança de triângulo critério (l.l.l).

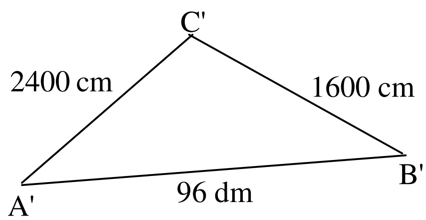
	V/F
a) Triângulos semelhantes são congruentes.	☐
b) Triângulos congruentes são semelhantes.	☐
c) Nem sempre triângulos semelhantes são iguais.	☐
d) Triângulos semelhantes são aqueles que tem de um para o outro, três pares de ângulos correspondentes proporcionais.	☐
e) Triângulos semelhantes são aqueles que tem de um para o outro, três pares de lados correspondentes proporcionais.	☐

2. No ΔABC , $\overline{AB}=14,4\,m$, $\overline{BC}=24\,m$ e $\overline{AC}=36\,m$; noutro $\Delta A'B'C'$, $\overline{A'B'}=96\,dm$, $\overline{B'C'}=1600\,cm$.

a) Faça o esboço dos dois triângulos.

b) Determine a medida de um dos lados do triângulo imagem em falta.

c) Mostre que os dois triângulos são semelhantes.

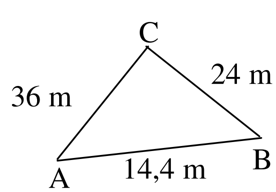


Caro aluno, agora compare as suas respostas com a chave de correcção que lhe apresentamos a seguir, caso não tenhas conseguido acertar em algum exerc]icio exercício volta revejs a li;\so snterior.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** V;

2. **a)**



V/F

b) Primeiro é necessário fazer a conversão das unidades; assim fica:

$\overline{AB} = 14,4\,m =$ 1440 cm;

$\overline{BC} = 24\,m =$ 2400 cm;

$\overline{AC} = 36\,m =$ 3600 cm;

$\overline{A'B'} = 96\,dm =$ 960

$\overline{B'C'} = 1600\,cm$

$\overline{A'C'} =$?

Em seguida estabelece-se a relação dos lados proporcionais, nos dois triângulo.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

$$\frac{1440\,cm}{960\,cm} = \frac{3600\,cm}{\overline{A'C'}}$$

$$\overline{A'C'} = \frac{960\,cm \bullet 360\cancel{0}\,\cancel{cm}}{144\cancel{0}\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{A'C'} = \frac{960 \bullet 360\,cm}{144}$$

$$\overline{A'C'} = \frac{345600\,cm}{144}$$

$$\overline{A'C'} = 2400\,cm$$

Resposta: A medida do lados do triângulo imagem em falta, mede 2400 cm.

c) $$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = r$$

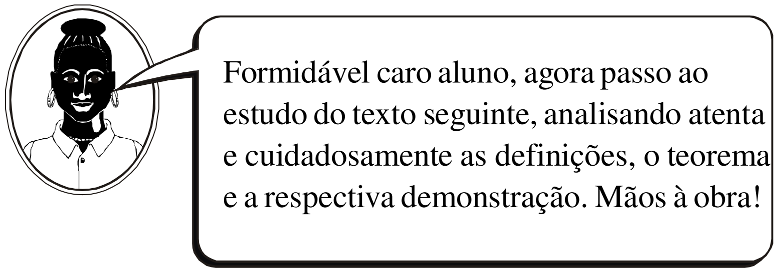
$$\frac{1440\,cm}{960\,cm} = \frac{3600\,cm}{2400\,cm} = \frac{2400\,cm}{1600\,cm} = r$$

$$\frac{144\cancel{0}\,\cancel{cm}}{96\cancel{0}\,\cancel{cm}} = \frac{36\cancel{00}\,\cancel{cm}}{24\cancel{00}\,\cancel{cm}} = \frac{24\cancel{00}\,\cancel{cm}}{16\cancel{00}\,\cancel{cm}} = r$$

$$\frac{144}{96} = \frac{36}{24} = \frac{24}{16} = r$$

$\frac{3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = r$. Como se pode concluir a razão é $\frac{3}{2}$, e é constante.

Logo: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$.

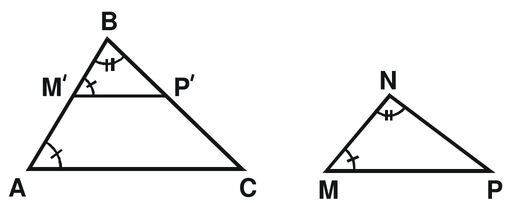


Teorema

Dois triângulos que têm dois ângulos iguais são semelhantes (A.A.).

Hipótese

Dados o ΔABC e o ΔMNP em que:
$\sphericalangle A = \sphericalangle M$ e $\sphericalangle B = \sphericalangle N$.



Tese

$\Delta ABC \sim \Delta MNP$

Demonstração

Sobre o lado $\overline{AB}$, a partir do vértice B, marque-se um segmento $\overline{BM'} = \overline{MN}$ e sobre o lado $\overline{BC}$, a partir do mesmo vértice, o segmento $BP' = NP$; traça--se o segmento $\overline{M'P'} \| \overline{AC}$.

$\sphericalangle BM'P' = \sphericalangle A$. Porque duas rectas paralelas, cortadas por uma secante determinam os ângulos correspondentes iguais.

Pela hipótese, $\sphericalangle BM'P' = \sphericalangle M$

$\Delta M'BP' = \Delta MNP$ - Porque, pela igualdade de triângulos; dois triângulos são iguais se têm um lado igual e os dois ângulos adjacentes iguais, cada um a cada um.

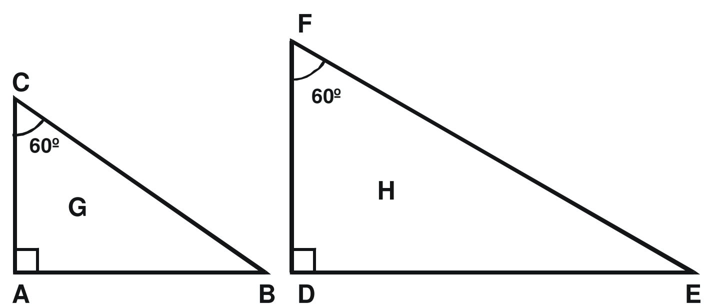
$\Delta ABC \sim \Delta M'BP'$ - Porque toda recta paralela a um dos lados de um triângulo, e que intersecta os outros dois, determina outro triângulo semelhante.
Assim se conclui que:
$\Delta ABC \sim \Delta MNP$

c.q.d.

TOME NOTA...

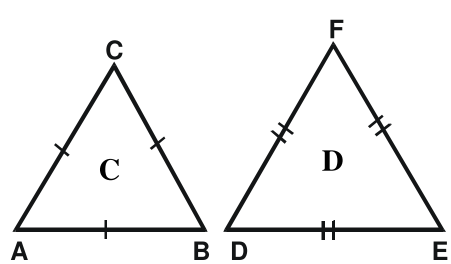
- Dois triângulos rectângulos que têm um ângulo agudo igual são semelhantes.

  Segundo ilustra a figura a seguir, os triângulos G e H, são semelhantes.



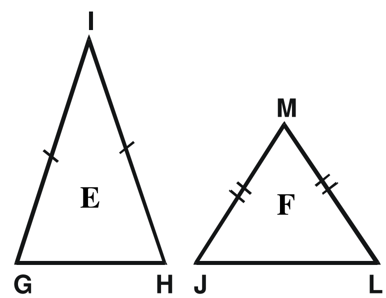
- Dois triângulos equiláteros são semelhantes.

  Tal como se pode observar, nos triângulos C e D, são equiláteros.
  Logo: São semelhantes porque são equiláteros.



- Dois triângulos isósceles que têm os ângulos opostos ás bases iguais são semelhantes.

  Tal como ilustra a figura a seguir, o triângulo E e F são semelhantes.



Caro aluno, antes de passar para o exemplo vai ter que se lembrar de alguns conceitos que estudou na 8ª classe.

A amplitude de um ângulo mede se em **graus**.
Grau é a amplitude de um ângulo que resulta da divisão de um ângulo recto, em 90 partes iguais. Daí que um ângulo recto mede 90º.

O **grau** por sua vez subdivide-se em minutos; e o minuto em segundos. Assim simbolicamente temos:

1º = 60'
1' = 60’

Ás três unidades acima referidas formam o chamado **sistema sexagesimal**. Porque cada unidade é 60 vezes maior que a unidade a seguir.

1' é 60 vezes maior que 1”. Existe um outro sistema de unidades o sistema centesimal. A unidade fundamental da medição no sistemta centesimal é **GRADO**.

O **grado** resulta da divisão de um ângulo recto em cem partes iguais. E a uma dessas partes é o **grado (g)**.

Simbolicamente:

90º =100 g —— 90º equivalem (estão para) a 100 grados.
1g = 100'
1' = 100”

Exemplo 1

Consideremos um ângulo de 70g. Como converter em graus?

Para tal temos que usar a relação:

$90º = 100\text{ g}$

$X = 70\text{ g}$

Daqui usamos a regra três simples.

$$\frac{90º}{100g}=\frac{x}{70g} \Leftrightarrow \frac{90º}{100g}=\frac{x}{70g}$$

$$\Leftrightarrow 100g \bullet x = 90º \bullet 70g$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{9\cancel{0}º \bullet 7\cancel{0}\cancel{g}}{1\cancel{00}\cancel{g}}$$

$$\Leftrightarrow x = 9º \bullet 7$$

$$\Leftrightarrow x = 63º$$

Assim encontramos que: $70\text{ g} = 63^0$

Também se pode medir ângulos em radianos; e esta unidade de medida reserva-se para futuras ocasiões.

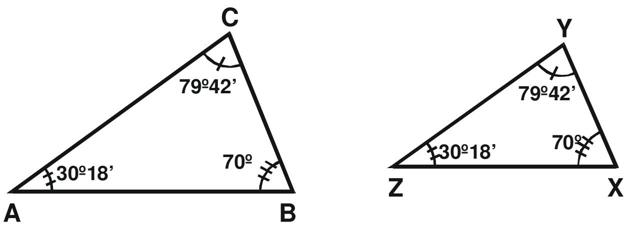
Exemplo 2

Consideremos o triângulo $ABC, \sphericalangle A = 30°18'$ e $\sphericalangle B = 70°$; noutro ΔXYZ , $\sphericalangle X = 70º$ e $\sphericalangle Y = 79º\,42'$.

Como provar que os dois triângulos são semelhantes?

Para provar que os dois triângulos são semelhantes, primeiro vamos estabelecer as relações entre os lados dos dois triângulos; aos lados maior, menor e a base de um dos triângulos correspondentes no outro. Assim teremos:

$\frac{\overline{AB}}{\overline{ZX}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{XY}}=\frac{\overline{CA}}{\overline{YZ}}$. Pelo esboço ficamos com as figuras que se seguem.



E daqui se conclui que:

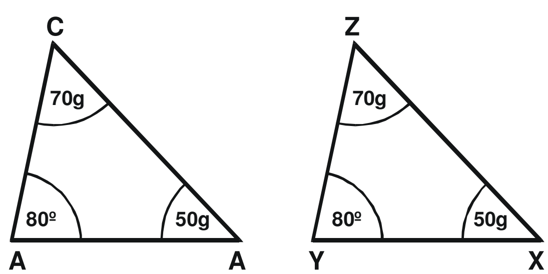
$\measuredangle A = \measuredangle Z = 30º18'$ e o $\measuredangle B = \measuredangle X = 70º$ - E como já sabemos que "***dois triângulos que têm dois ângulos iguais são semelhantes***". O terceiro ângulo pela substituição das medidas conclui-se que $\measuredangle C = \measuredangle Y = 79º24'$, e esta medida é facultativa porque pelo critério AA, já se prova a semelhança dos dois triângulos.

E assim, provamos que: $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$.

Exemplo 3

Consideremos o ΔABC, $\measuredangle A = 80º$ e $\measuredangle B = 50g$; noutro ΔXYZ, $\measuredangle X = 50g$ e $\measuredangle Z = 70g$. Como provar que os dois triângulos são semelhantes; e qual é a relação entre os lados.

Para o efeito é necessário primeiro esboçar os dois triângulos.



Em seguida faz-se o levantamento dos dados e a conversão das unidades para uma que seja comum, á nossa escolha. Neste caso podemos converter todas as unidades para **graus**.

Dados:

$\Delta\, ABC$ $\qquad\qquad$ $\Delta\, XYZ$

$\sphericalangle A = 80^{o}$ $\qquad\qquad$ $\sphericalangle X = 50g$

$\sphericalangle B = 50g$ $\qquad\qquad$ $\sphericalangle Z = 70g$

Convertendo as unidades temos, do sistema centesimal para o sistema sexagesimal:

$$90^{o} \Leftrightarrow 100\ g$$
$$x \Leftrightarrow 50g$$

$$\frac{90^{o}}{100g} = \frac{x}{50g} \Leftrightarrow 90^{o} \bullet 50g = 100g \bullet x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{90^{o} \bullet 50g}{100g}$$

$$\Leftrightarrow x = 9^{o} \bullet 5$$

$$\Leftrightarrow x = 45^{o}$$

$$90^{o} \Leftrightarrow 100\ g$$
$$x \Leftrightarrow 70g$$

$$\frac{90^{o}}{100g} = \frac{x}{70g} \Leftrightarrow 90^{o} \bullet 70g = 100g \bullet x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{90^{o} \bullet 70g}{100g}$$

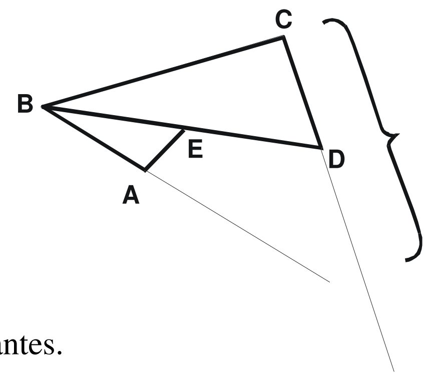
$$\Leftrightarrow x = 9^{o} \bullet 7$$

$$\Leftrightarrow x = 63^{o}$$

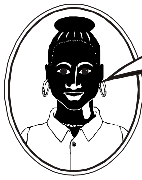
Assim podemos concluir que:

$\sphericalangle B = \sphericalangle X = 50g \Leftrightarrow 45^{o}$

$\sphericalangle Z = 70g \Leftrightarrow 63^{o}$; $\sphericalangle A = \sphericalangle y = 80^{o}$



Logo: Os dois triângulos são semelhantes.



Caro aluno, depois de ter estudado atentamente a definição e os exemplos, resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras em relação à semelhança de triângulos.

a) Dois triângulos rectângulos são semelhantes. ✓ ☐

b) Dois triângulos rectângulos que têm um ângulo agudo igual são semelhantes. ☐

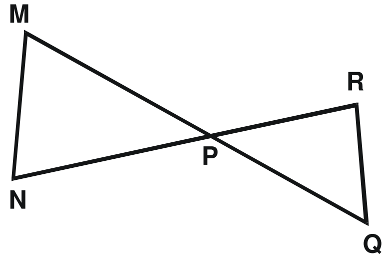
c) Dois triângulos equiláteros são semelhantes. ☐

d) Dois triângulos equiláteros não são semelhantes. ☐

e) Dois triângulos isósceles que têm os ângulos opostos ás bases iguais são semelhantes. ☐

f) Dois triângulos semelhantes a um terceiro não são semelhantes entre si. ☐

2. Considere a figura que se segue, onde sabe-se que $\sphericalangle M = \sphericalangle R = 65^{\circ}$. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação à semelhança de triângulos.

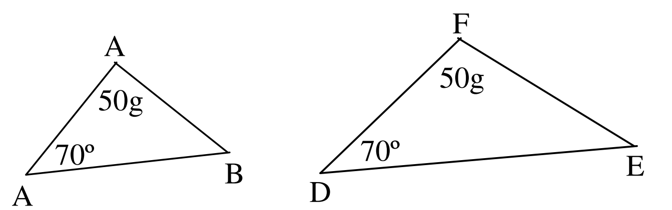


	V/F
a) Os triângulos [MNP] e [PQR] são semelhantes pelo critério (l.l.l.).	☐
b) Os triângulos [MNP] e [PQR] são semelhantes pelo critério (A.A.).	☐
c) Sendo $\sphericalangle QPN = 145^{\circ}$ o $\sphericalangle QPR = 35^{\circ}$.	☐
d) Sendo o $\sphericalangle QPN = 145^{\circ}$ o $\sphericalangle QPR = 60^{\circ}$.	☐
e) Sendo o $\sphericalangle QPN = 145^{\circ}$ o $\sphericalangle R = 65^{\circ}$.	☐
f) Sendo o $\sphericalangle QPN = 145^{\circ}$ o $\sphericalangle R = 75^{\circ}$.	☐
g) Sendo o $\sphericalangle QPN = 145^{\circ}$ o $\sphericalangle Q = 80^{\circ}$.	☐

3. No triângulo [ABC], $\sphericalangle B = 100g$ e $\sphericalangle C = 45^{\circ}$; noutro triângulo [A´B´C´], $\sphericalangle A' = 45^{\circ}$. Quanto deve medir o $\sphericalangle B'$ e o $\sphericalangle C'$, no sistema centesimal, para que os dois triângulos seja semelhantes.

4. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

Considere os triângulos [ABC] e [DEF] são semelhantes:



V/F

a) se $\sphericalangle A = 89^o$ e $\sphericalangle D = 95^o$.

b) se $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 70^o$ e $\sphericalangle C = \sphericalangle F = 50g$.

c) se e $\sphericalangle A = 89^o$ e $\sphericalangle C = \sphericalangle F = 160g$.

d) se $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{EF}}$.

e) se $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \dfrac{\overline{EF}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{EF}}$.

5. Esboce os ΔABC e ΔDEF do exercício 4 (anterior), tome em consideração as alíneas verdadeiras. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

✓

a) Os triângulos são semelhantes pelo critério A.A.

b) Os triângulos são semelhantes pelo critério L.A.L.

c) Os triângulos são semelhantes pelo critério L.L.L.

Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios previstos, compare as suas respostas com a chave de correcção que se segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **b**); **c**); **e**)

2. **a**) F; **b**) V; **c**) V; **d**) F; **e**) V; **f**) F; **g**) V

3. Dados

ΔABC $\quad\quad$ $\Delta A'B'C'$

$\sphericalangle B = 100g$ $\quad\quad$ $\sphericalangle A' = 45^{\circ}$

$\sphericalangle C = 45^{\circ}$

Para isso vamos aplicar a relação, para converter as unidades do sistema sexagesimal, para o sistema centesimal:

90° —— 100 g

X —— 70 g

Recorre-se a regra três simples.

90° __100 g 45°__ X

$$\frac{90^{\circ}}{100g} = \frac{45^{\circ}}{x} \Leftrightarrow 90^{\circ} \bullet x = 100g \bullet 45^{\circ}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10\cancel{0}g \bullet 45\cancel{{}^{\circ}}}{9\cancel{0}\cancel{{}^{\circ}}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10g \bullet 45}{9}$$

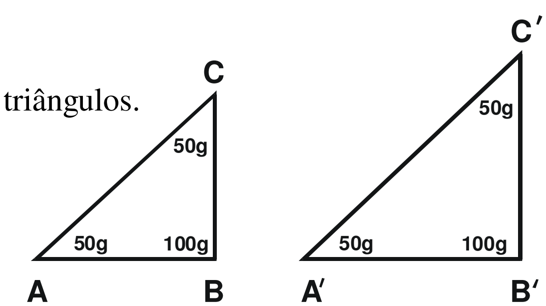
$$\Leftrightarrow x = \frac{450g}{9}$$

$$\Leftrightarrow x = 50g$$

$\sphericalangle C = \sphericalangle A' = 45^{\circ} \Leftrightarrow 50g$

$\sphericalangle B = 100g$

Podemos esboçar os dois triângulos.



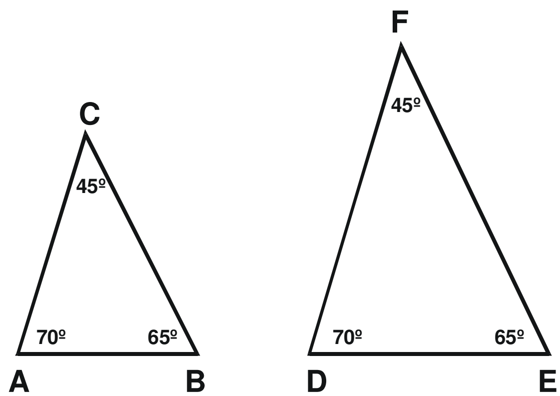
4. **a)** F; **b)** V; **c)** F; **d)** V; **e)** F

5. Os esboços devem terem a mesma unidade, para isso é necessário fazer a conversão.

Pela relação temos:

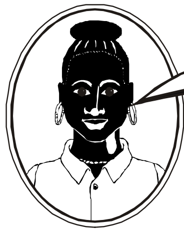
$$90^{\circ} \Leftrightarrow 100\ g$$
$$x \Leftrightarrow 50g$$
$$\frac{90^{\circ}}{100g} = \frac{x}{50g} \Leftrightarrow x = \frac{9\cancel{0}^{\circ} \bullet 5\cancel{0}\ \cancel{g}}{1\cancel{00}\ \cancel{g}} \Leftrightarrow x = 45^{\circ}$$

$$50g \Leftrightarrow 45^{\circ}$$



a)

c)



Caro aluno, você resolveu os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo--se da actividade sexual.

8

Identificação de Semelhança de Triângulos Caso (L.A.L.)

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar a semelhança de triângulos caso (l.a.l.).
- Demonstrar a semelhança de triângulos pelo critério (l.a.l.).

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, transferidor e compasso.
- Módulo 5 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Seja bem vindo ao estudo da 8ª lição do 6º módulo de Matemática, da 9ª classe.

Em casos de alguma dificuldade reveja o módulo 5 da 8ª classe, sobre a igualdade de triângulos, caso (l.a.l.); conhecimentos esses que servirão de base para o estudo desta.

Nesta lição terá a oportunidade de estudar a semelhança de triângulos, caso (L.A.L.). Vai aprender a identificar a semelhança de triângulos a partir deste critério. Vai também aprender a fazer demonstrações simples na semelhança de triângulos recorrendo a este critério.

Para isso começaremos o estudo desta lição através de uma breve revisão, sobre os conceitos de igualdade de triângulos, estudado na 8ª classe, e casos de semelhança de triângulos estudados nas lições anteriores.

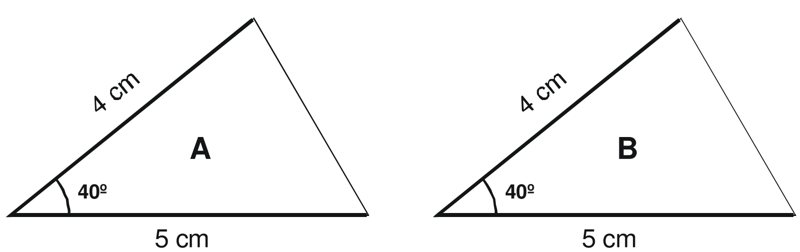
FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, de forma a comprender melhor a lição que vai estudar, realize a actividade de revisão e consolide os conhecimentos que estudou nas últimas lições e na 8ª classe.

Bom aluno recorde-se que:

Dois triângulos são geometricamente iguais se tiverem dois lados e ângulos por eles formados iguais (l.a.l.), critérios de igualdade de triângulos.

Os triângulos A e B da figura a baixo são geometricamente iguais.



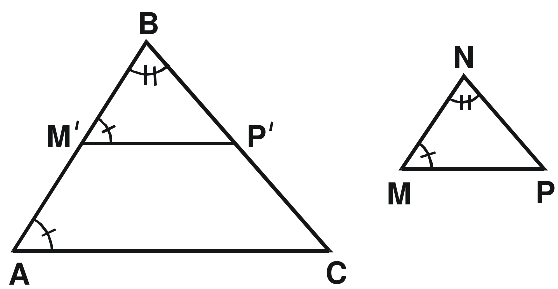
Teorema

Dois triângulos que têm dois lados proporcionais e ângulos por eles formado igual são semelhantes.

Hipótese

Dados o ΔABC e o ΔMNP em que:

$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP}$ e $\sphericalangle B = \sphericalangle N$.



Tese

$\Delta ABC \sim \Delta MNP$

Demonstração

Marque-se sobre $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ do ΔABC , a partir do vértice B, segmentos $\overline{M'B}$ e $\overline{BP'}$

respectivamente iguais aos lados $\overline{MN}$ e $\overline{NP}$, e trace o segmento $M'P'$.
Atendendo aos dados e a que $\overline{M'B} = \overline{MN}$ e $\overline{BP'} = \overline{NP}$, pode escrever-se:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{M'B}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BP'}}$$

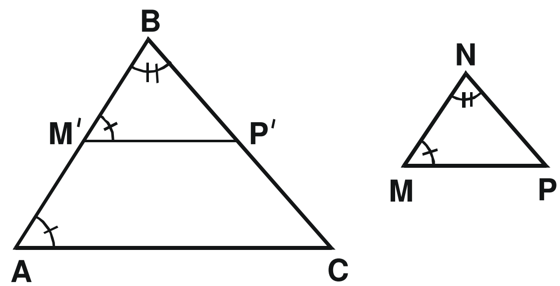
Concluindo-se que $\overline{M'P'} \parallel \overline{AC}$.

Então:

$\Delta M'BP' = \Delta MNP$ - Porque dois triângulos são iguais se têm lados iguais, cada um a cada um, e o ângulo por eles formado.

V/F

$\Delta ABC \sim \Delta M'BP'$ - Porque toda a recta paralela a um dos lados de um triângulo, e que intersecta os outros dois, determina outro triângulo semelhante ao dado.



$\Delta ABC \sim \Delta MNP$

c.q.d.

Exemplo 1

Seja o triângulo $[\text{ABC}]$, $\measuredangle A = 70^{\circ}$, $\overline{AC} = 3m$ e $\overline{AB} = 5m$; noutro $\Delta[XYZ]$, $\measuredangle Y = 70^{\circ}$, $\overline{\text{YZ}}$ = 10 m e $\overline{\text{XY}}$ = 6 m.

Como mostrar que os dois triângulos são semelhantes?

Podemos observar que:

$\measuredangle A = \measuredangle Y$, e os lados $\frac{\overline{YZ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{XY}}{\overline{AC}}$; são proporcionais. Porque:

$\frac{10\cancel{cm}}{5\cancel{cm}} = \frac{6\cancel{cm}}{3\cancel{cm}} = 2$.

E pelo teorema l.a.l:

Dois triângulos que têm dois lados proporcionais e o ângulo por eles formado é semelhante.

E como consequência teremos:

$\measuredangle B = \measuredangle Z$ e $\measuredangle C = \measuredangle X$. Porque os dois triângulos são semelhantes.

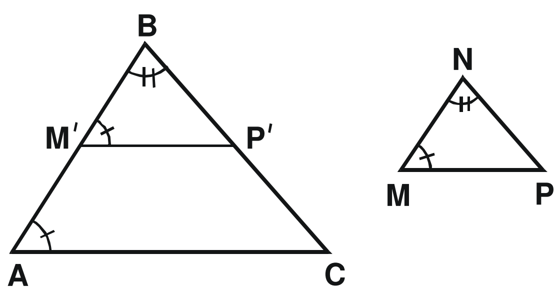
TOME NOTA...

Em triângulos semelhantes, a ângulos conguentes opõem-se lados proporcionais e reciprocamente, a lados proporcionais opõem-se ângulos congruentes.

Caro aluno, como forma de consolidar e aplicar os seus conhecimentos resolve a actividade que segue.

ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas considerando os triângulos $[ABC]$ e $[XYZ]$ se são semelhantes.



V/F

a) Pelo critério AA. ☐

b) Pelo critério LLL. ☐

c) Pelo critério LAL ☐

d) Pelo critério ALA ☐

2. Considere os ΔABC, $|AB| = 20\,cm$, $|BC| = 25\,cm$ e $|AC| = 35\,cm$. e ΔDEF, $|DE| = 15\,cm$, $|DF| = 21\,cm$ e $|EF| = 12\,cm$. Marque com um apenas a afirmação verdadeira. E prove que os dois triângulos são semelhantes.

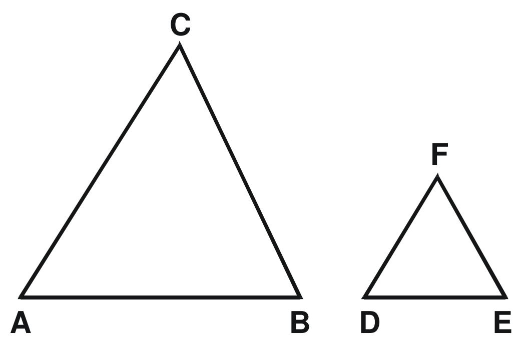
a) Os dois triângulos são semelhantes pelo critério LAL.

b) Os dois triângulos são semelhantes pelo critério LLL.

c) Os dois triângulos são semelhantes pelo critério AA.

d) Os dois triângulos são semelhantes pelo critério ALA.

3. Considere os ΔABC e ΔDEF equiláteros. Marque com **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação a critérios de semelhanças de triângulos.



V/F

a) O ΔABC é semelhante ao ΔDEF pelo critério AA. ☐

b) O ΔABC é semelhante ao ΔDEF pelo critério ALA. ☐

c) O ΔABC é semelhante ao ΔDEF pelo critério LLL. ☐

d) O ΔABC é semelhante ao ΔDEF pelo critério AAA. ☐

Caro aluno depois de ter resolvido toda actividade compare as suas respostas com a Chave de Correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **c)** LAL

2. **a)**

Porque:

Dados:

ΔABC	ΔDEF
$\lvert AB \rvert = 20\,cm$	$\lvert DE \rvert = 15\,cm$
$\lvert BC \rvert = 25\,cm$	$\lvert DF \rvert = 21\,cm$
$\lvert AC \rvert = 35\,cm$	$\lvert EF \rvert = 12\,cm$.

Pelo teorema; dois triângulos que têm dois lados proporcionais igual são semelhantes.

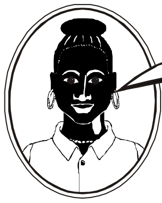
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} \Rightarrow \frac{20\,\cancel{cm}}{12\,\cancel{cm}} = \frac{25\,\cancel{cm}}{15\,\cancel{cm}} = \frac{35\,\cancel{cm}}{21\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{5}{3} = \frac{5}{3}$$ - E razão é a mesma.

3. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F

TOME NOTA...

- Dois triângulos rectângulos que têm um ângulo agudo igual são semelhantes.
- Dois triângulos equiláteros são semelhantes.
- Dois triângulos isósceles que têm os ângulos opostos às bases iguais são semelhantes.
- Dois triângulos rectângulos que têm os catetos directamente proporcionais são semelhantes.



Caro aluno, depois de ter comparado as sua respostas com a Chave de Correcção, e tomado notas importantes, resolve os exercícios que se seguem.

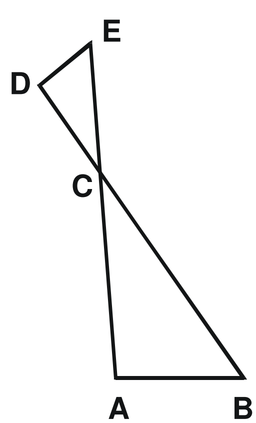
EXERCÍCIOS

1. Considere o $\Delta ABC, \measuredangle B = \frac{3}{4}\measuredangle 90^\circ, \overline{AB} = 12\,cm\; e\; \overline{BC} = 8\,cm$; e ΔMNP , $\measuredangle P = 67{,}5^\circ$; $\overline{MP} = 6\,cm$ e $\overline{NP} = 9\,cm$. Prove que o ΔABC e ΔMNP são semelhantes. E responde:

a) Indique os ângulos congruentes.
b) Indique a relação de proporcionalidade entre os lados dos dois triângulos.

2. No triângulo $[\text{MNP}]$, rectângulo em P, $\overline{MP} = 9\,cm$ e $\overline{NP} = 60\,mm$; e ΔXYZ , rectângulo em Y, $\overline{XY} = 1{,}2\,dm$ e $\overline{YZ} = 8\,cm$. Justifique que os dois triângulos são semelhantes. E indique os ângulos semelhantes nos dois triângulos.

3. Considere a figura que se segue; sabe-se que $\overline{\text{CD}}$ = 6 cm, $\overline{\text{BD}}$ = 22 cm e $\overline{\text{EC}}$ = 8 cm . Marque com um ✓apenas a firmação correcta. E justifique a sua escolha.

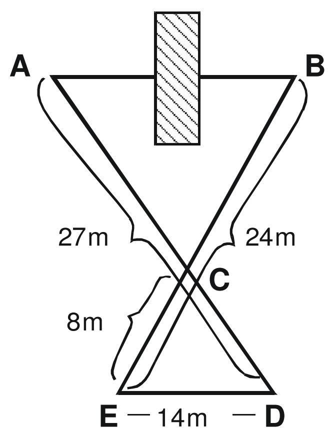


a) $\overline{AC}$ deve medir 8 cm para que o triângulo $[ABC]$ seja semelhante ao triângulo $[CDE]$. ✓ ☐

b) deve medir 12 cm para que o triângulo seja semelhante ao triângulo . ☐

c) deve medir 9 cm para que o triângulo seja semelhante ao triângulo . ☐

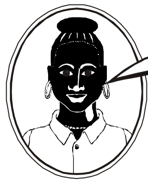
4. Considere a figura que se segue. Pretende se medir a distância do ponto **A** ao ponto **B**, separados por um muro. Para tal mediu-se de $\overline{AC} = 18m$, $\overline{AD} = 27$ m, $\overline{BE} = 24$ m, $\overline{EC} = 8$ m e $\overline{DE} = 14$ m. Marque com um ✓ apenas a resposta certa. E justifique a sua escolha.



a) A distância de A a B é de 30 m.

b) A distância de A a B é de 28 m.

c) A distância de A a B é de 35 m.



Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios, compare as suas respostas com a Chave de Correcção que se segue.

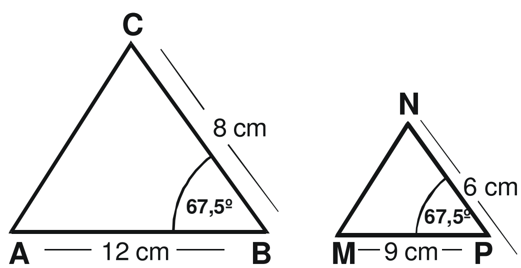
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. Dados:

$\Delta ABC, \measuredangle B = \frac{3}{4}\measuredangle 90^{o}, \overline{AB} = 12\,cm\; e\; \overline{BC} = 8\,cm$;

E no ΔMNP , $\measuredangle P = 67{,}5^{o}$; $\overline{MP} = 6\,cm$ e $\overline{NP} = 9\,cm$.

Para provar que os ΔABC e ΔMNP são semelhantes. Primeiro vamos esboçar os dois triângulos.



Pela observação conclui-se que: $\measuredangle B = \measuredangle P$

a) Por consequência se conclui que os $\measuredangle C = \measuredangle N$ e $\measuredangle A = \measuredangle M$ são ângulos congruentes.

b) Estabelecendo a relação de proporcionalidade entre os lados dos dois triângulos, temos: $\frac{\overline{AB}}{\overline{MP}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{NP}} \Rightarrow \frac{\cancel{12}^{4}\,\cancel{cm}}{\cancel{9}^{3}\,\cancel{cm}} = \frac{\cancel{8}^{4}\,\cancel{cm}}{\cancel{6}^{3}\,\cancel{cm}}$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

Daqui se conclui que o $\Delta ABC \sim \Delta MNP$. Pelo critério l.a.l.

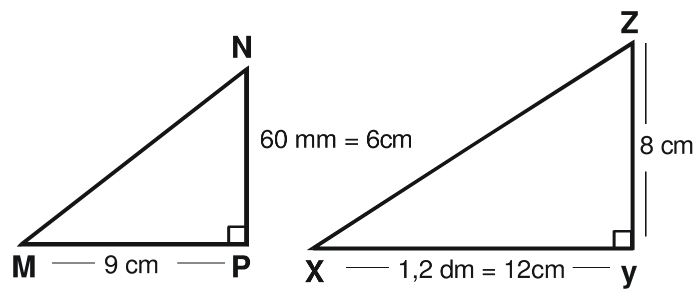
2. Para justificar que os dois triângulos são semelhantes, seguiremos os mesmos procedimentos que no exercício anterior.

Dados:

ΔMNP, rectângulo em P, $\overline{MP} = 9\,cm$ e $\overline{NP} = 60\,mm$;

É necessário converter: em cm, assim fica $\overline{NP} = 60\,mm = 6\,cm$.

ΔXYZ, rectângulo em Y, $\overline{XY} = 1,2\,dm$ e $\overline{YZ} = 8\,cm$. Também se deve converter para cm, ficando $\overline{XY} = 1,2\,dm = 12\,cm$. Tal como se fez no exercício anterior. É necessário fazer o esboço dos dois triângulo, como se segue.



Pela observação conclui-se que: $\measuredangle P = \measuredangle Y$ - Porque são ângulos rectos.

Estabelecendo a relação de proporcionalidade entre os lados dos dois triângulos, temos: $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{MP}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{NP}} \Rightarrow \dfrac{1\cancel{2}^4\ \cancel{cm}}{\cancel{9}^3\ \cancel{cm}} = \dfrac{\cancel{8}^4\ \cancel{cm}}{\cancel{6}^3\ \cancel{cm}}$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

Daqui se pode concluir que: O $\Delta\text{MNP} \sim \Delta XYZ$. Porque dois triângulos rectângulos que têm os catetos directamente proporcionais são semelhantes.

E também pelo critério l.a.l. que diz "Dois triângulos que têm dois lados proporcionais e o ângulo por eles formado igual são semelhantes".

3. b)

Porque: Pela relação de proporcionalidade dos lados nos dois triângulos tem-se: $\frac{\overline{BC}}{\overline{CE}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{CD}}$.

Dados

$\overline{BC}=16\,cm$

$\overline{CE}=8\,cm$

$\overline{CD}=6\,cm$

$\overline{AC}=?$

Substituindo na relação $\frac{\overline{BC}}{\overline{CE}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{CD}}$, temos: $\frac{1\cancel{6}^{2}\,\cancel{cm}}{\cancel{8}^{1}\,\cancel{cm}}=\frac{\overline{AC}}{6\,cm} \Rightarrow \overline{AC}=2\bullet 6\,cm$

$\Rightarrow \overline{AC}=12\,cm$

4. b)

Porque, pela relação de proporcionalidade dos lados em triângulos semelhantes teremos: $\frac{\overline{BC}}{\overline{EC}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{ED}}$.

Dados

$\overline{BC}=\overline{BE}-\overline{EC}$

$\overline{BC}=24\,m-8\,m$

$\overline{BC}=16\,m$

$\overline{EC}=8\,m$

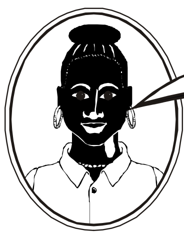
$\overline{ED}=14\,m$

$\overline{AB}=?$

Substituindo na expressão: $\frac{\overline{BC}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{ED}}$. Teremos:

$$\frac{16m}{8m} = \frac{\overline{AB}}{14m} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{16m \bullet 14\cancel{m}}{8\cancel{m}} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{224m}{8} \Rightarrow \overline{AB} = 28m$$

Resposta: A distância do ponto **A** ao ponto **B** é de 28 m.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum dos exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual**, vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente, estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos;
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus;
- Ardor ao urinar;
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis;
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais;
- Ardor ao urinar.

9 Identificação da Semelhança a partir de Triângulo Construido numa Paralela a um dos Lados

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar a semelhança de triângulos a partir do triângulo construido numa paralela a um dos lados.
- Demonstrar a semelhança traçando uma paralela a um dos lados de um triângulo.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, compasso e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Seja bem vindo ao seu estudo da 9ª lição de Matemática, da 9ª classe. Nesta lição terá a oportunidade de estudar a identificação da semelhança a partir de triângulo construido numa paralela a um dos lados.

Para isso começaremos o estudo desta lição através de uma breve revisão.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, de forma a comprender melhor a lição que vai estudar deve resolver a actividade que se segue de forma a rever a última lição.

ACTIVIDADE

1. Considere o ΔABC , $|AB| = 4\,cm$, $|BC| = 5\,cm$ e $|AC| = 7\,cm$. Noutro ΔDEF , $|DE| = 15\,cm$, $|DF| = 21\,cm$ e $|EF| = 12\,cm$. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, em relação à semelhança de triângulos.

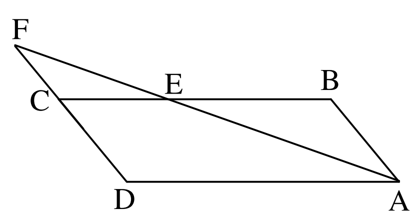
a) Os dois triângulos são semelhantes pelo critério LAL. ✓

b) Os dois triângulos são semelhantes pelo critério LLL.

c) Os dois triângulos são semelhantes pelo critério AA.

d) Os dois triângulos são semelhantes pelo critério ALA.

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as falsas, em relação a semelhança de triângulos. Dada figura que segue.



V/F

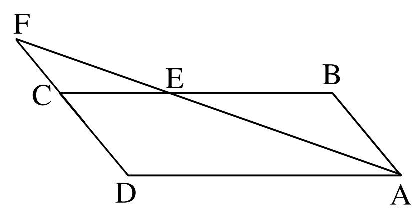
a) O $\Delta ABE \sim \Delta FCE \sim \Delta FDA$ pelo critério l.a.l

b) O $\Delta ABE \sim \Delta FCE \sim \Delta FDA$ pelo critério l.l.l

c) O $\Delta ABE \sim \Delta FCE \sim \Delta FDA$ pelo critério a.a

3. Considerando a figura do exercício anterior $[ABCD]$ é um paralelogramo determine a medida de $[BE]$, sabendo que $\overline{EF} = 9cm$, $\overline{EC} = 6cm$ e $\overline{AE} = 12cm$. Faça o esboço para melhor compreensão.

4. considerando ainda a figura do exercício 2, marque com ✓ apenas a afirmação verdadeira, em relação a medida de $[BE]$, sabendo que $[AB] = 9cm$, $[AD] = 20cm$ e $[CF] = 7cm$. E justifique a sua opção.



a) $[BE]$ mede 11 cm

b) $[BE]$ mede 11 cm

c) $[BE]$ mede 11,25 cm

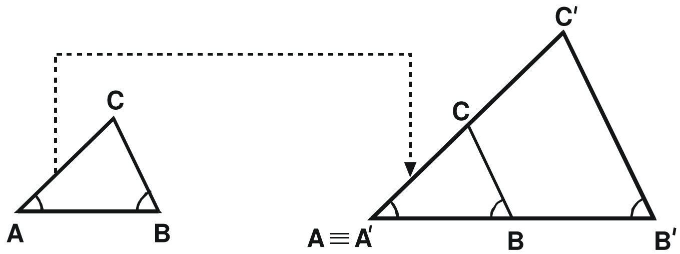
d) $[BE]$ mede 10 cm

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **b)**

2. **a)** V; **b)** F; **c)** F

3.



$[BE] = 8$ cm

Porque, pel relação temos:

$$\frac{\overline{EC}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{EA}} \Rightarrow \frac{6cm}{\overline{EB}} = \frac{9cm}{12cm}$$

$$\overline{EB} = \frac{6cm - 12cm}{9cm} \Rightarrow \overline{EB} = \frac{72cm}{9}$$

$$\overline{EB} = 8cm$$

4. **c)**

Para tal é necessário fazer primeiro o esboço, como se segue.

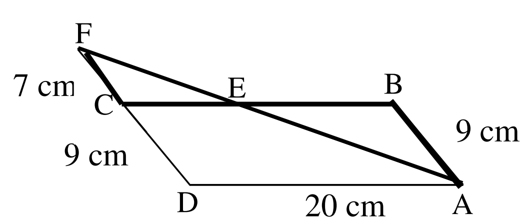
Dados:

$[AB] = 9\,cm$

$[AD] = 20\,cm$

$[CF] = 7\,cm$

$[BE] = ?$



Porque: $\overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} \quad \Rightarrow \quad \overline{BE} = 20\,cm - \overline{EC}$

$\overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} \quad \Rightarrow \quad \overline{EC} = 20\,cm - \overline{BE}$

Pela relação de proporcionalidade dos lados em triângulos semelhantes temos:

$$\frac{\overline{CF}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{EC}}{\overline{BE}} \Rightarrow \frac{7}{9}=\frac{20-\overline{BE}}{20-\overline{EC}}$$

$$\Rightarrow 7\bullet\left(20-\overline{EC}\right)=9\bullet\left(20-\overline{BE}\right)$$

$$\Rightarrow 140-180=7\overline{EC}-9\overline{BE}$$

$$\Rightarrow 40=9\overline{BE}-7\overline{EC}$$

$$\Rightarrow 40=9\overline{BE}-7\left(20\,cm-\overline{BE}\right)$$

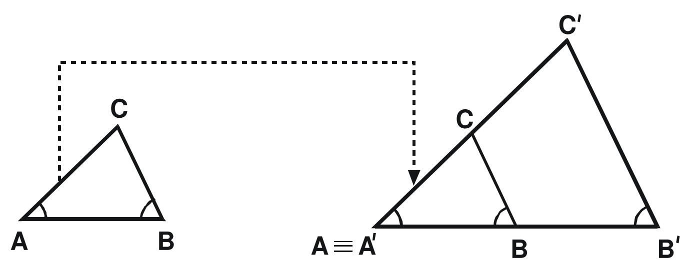
$$\Rightarrow 40=9\overline{BE}-140+7\overline{BE}$$

$$\Rightarrow 16\overline{BE}=180$$

$$\Rightarrow \overline{BE}=\frac{180}{16}$$

$$\Rightarrow \overline{BE}=11,25$$

Comecemos esta lição, observando a figura a baixo. Onde se pode constatar que se pegarmos no triângulo mais pequeno e sobrepusermos no maior, vamos observar que ambos triângulos são semelhantes.



Pois:

$A \equiv A'$ - O que significa que o ponto **A** coincide com o ponto **B**.

$\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$ - O que quer dizer que os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{B'C'}$ são paralelos.

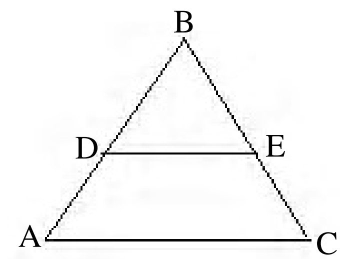
Ao dividir um triângulo segundo uma recta paralela a qualquer dos lados, os triângulos obtidos são semelhantes.

Definição

Ao dividir um triângulo segundo uma recta paralela a qualquer dos lados, os triângulos obtidos são semelhantes.

Teorema

Toda a recta paralela a um dos lados de um triângulo, e que intersecta os outros dois, determina outro triângulo semelhante. Segundo mostra a figura.

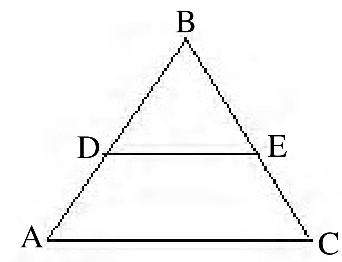


TOME NOTA...

Toda a recta paralela a um lado de um triângulo que encontre os outros dois lados em pontos interiores divide-os em segmentos proporcionais entre si e a estes lados.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falas, em relação, proporcionalidade das medidas dos lados em triângulo semelhantes. Sabendo que : $\measuredangle A = \measuredangle D$ e $\measuredangle C = \measuredangle E$



	V/F
a) $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{DB}} = \dfrac{\overline{EC}}{\overline{EB}}$	☐
b) $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{CB}}$	☐
c) $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{DB}}$	☐
d) $\dfrac{\overline{DB}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{EC}}$	☐

2. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação a igualdade de ângulos em triângulos semelhantes.

a) Dois triânguloos rectângulos que têm um ângulo agudo igual são semelhantes. ✓ ☐

b) Dois triânguloos rectângulos que têm um ângulo recto igual são semelhantes. ☐

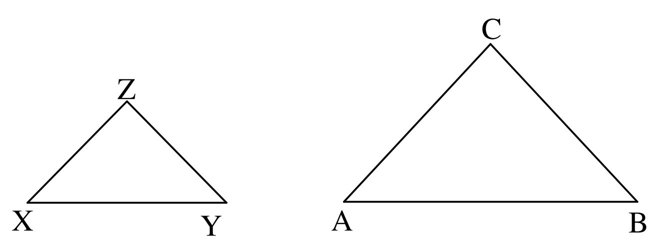
c) Dois triângulos equiláteros são semelhantes. ☐

d) Dois triângulos equiláteros não são semelhantes. ☐

e) Dois triângulos isósceles que têm os ângulos opostos às bases iguais são iguais. ☐

f) Dois triângulos isósceles que têm os ângulos opostos às bases iguais não são iguais. ☐

3. Sejam os triângulos $[XYZ]$ e $[ABC]$, isósceles de base $\overline{AB}$ e o lado homólogo $\overline{YZ}$, como ilustra a figura a seguir. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação a semelhança dos triângulos.



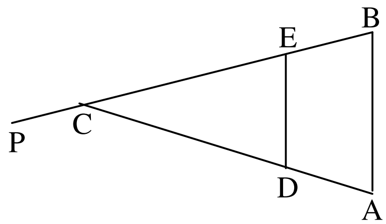
V/F

a) Os dois triângulos são isósceles por isso não semelhantes. ☐

b) Os dois triângulos são isósceles por isso semelhantes. ☐

c) Os dois triângulos são semelhantes porque são isósceles e tem os ângulos opostos iguais. ☐

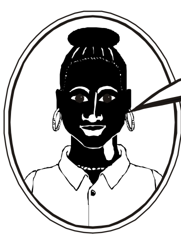
4. Dada a figura que se segue marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação aos triângulos semelhantes.



a) O triângulo CDE é semelhante ao triângulo CAB. ☑

b) O triângulo PAB é semelhante ao triângulo CDE. ☐

c) O triângulo CDE é semelhante ao triângulo CAB. ☐



Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios sugeridos, compare as suas respostas com chave de correcção. Caso não tenhas conseguido acertar; volte a resolver novamente. Caso contiuna com dúvida já sabe onde encontra o seu Tutor, dirija para lá e peça esclarecimento.

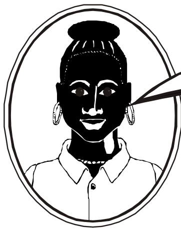
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** F; **b)**V; **c)** F; **d)** V

2. **a)** V; **b)** F; **c)**V; **d)** F; **d)** V; **e)** F

3. **a)** F; **b)** V; **c)** V;

4. **a)**



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar todos exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo-se da actividade sexual.

10 Teorema de Thales

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Enunciar e identificar o teorema de Thales.
- Identificar o teorema de Thales.
- Identificar a relação entre os lados de triângulo.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, compasso e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Seja bem vindo ao seu estudo da 10ª lição do seu 6º módulo de Matemática, da 9ª classe.

Nesta lição terá a oportunidade de estudar o teorema de Thales e a respectiva aplicação. Vai poder resolver problemas práticos da vida real.

Para tal é necessário que faça uma breve revisão sobre os critério de semelhança de triângulos, casos: (l.l.l), (a.a) e (l.a.l); estudados nas lições anteriores deste módulo.

Caro aluno, comece este estudo fazendo uma breve revisão sobre os conhecimentos aprendidos nas lições anteriores.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, anda realize uma actividade. Reveja e consolide os conhecimentos adquiridos nas últimas lições.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓apenas as afirmações verdadeiras em relção à semelhança de triângulos.

a) Dois triângulos semelhantes a um terceiro são iguais entre si. ✓☐

b) Dois triângulos semelhantes a um terceiro são semelhantes entre si. ☐

c) Dois triângulos que têm dois ângulos iguais são semelhantes. ☐

d) Dois triângulos que têm dois ângulos iguais são iguais. ☐

e) Dois triângulos rectângulos que têm um ângulo agudo igual são semelhantes. ☐

f) Dois triângulos rectângulos que têm um ângulo agudo igual são iguais. ☐

2. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras em relção à semelhança de triângulos.

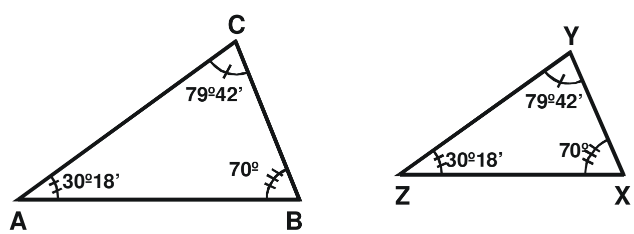
a) Dois triângulos que têm os ____ lados __________ são __________.

b) Dois triângulos __________ a um ________ são __________ entre si.

c) Dois triângulos que têm _____ ângulos ______ são ___________.

d) Dois _________ que têm dois ______ proporcionais e o _______ por eles formado ______ são ____________.

3. Considere a figura que se segue. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relção à semelhança de triângulos.



V/F

a) O $\Delta ABC \sim \Delta ZXY$ pelo critério AA. ☐

b) O $\Delta ABC \sim \Delta ZXY$ pelo critério L.A.A. ☐

c) O $\Delta ABC \sim \Delta ZXY$ pelo critério L.A.L. ☐

d) O $\Delta ABC \sim \Delta ZXY$ pelo critério L.L.L. ☐

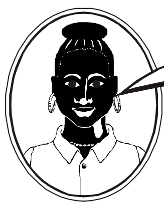
e) A relação que estabelece a semelhança é $\frac{[AC]}{[ZX]} = \frac{[ZY]}{[AB]} = \frac{[BC]}{[YX]}$. ☐

f) A relação que estabelece a semelhança é **V/F**

$$\frac{[AC]}{[ZY]}=\frac{[AB]}{[ZX]}=\frac{[BC]}{[YX]}.$$

g) A relação que estabelece a semelhança é

$$\frac{[AB]}{[YX]}=\frac{[BC]}{[ZX]}.$$



Caro aluno, depois de ter realizado a actvidade anterior compare as suas respostas com a chave de correcção a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **b)**; **c)**; **e);**

2. a) Dois triângulos que têm os **três** lados **proporcionais** são **semelhantes**.

b) Dois triângulos **semelhantes** a um **terceiro** são **semelhantes** entre si.

c) Dois triângulos que têm **dois** ângulos **iguais** são **semelhantes**.

d) Dois **triângulos** que têm dois **lados** proporcionais e o **ângulo** por eles formado **igual** são **semelhantes**.

3. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** V; **e)** F; **f)** V; **g)** F

Thales de Mileto

Nota história

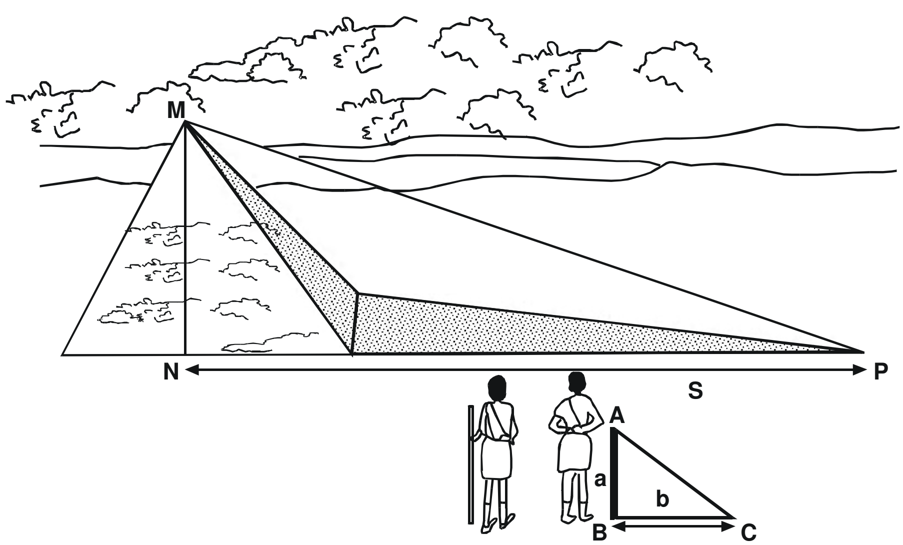
Thales de Mileto foi um matemático e astrónomo grego, comteporâneo de Pitágoras que viveu entre 624 e 546 a.C. Desde novo se revelou génio em várias áreas científicas, entre elas a Matemática.

Pensa-se que a sua geometria era constituída por um número isolado de proporções mas que utilizava o raciocínio dedutivo nas suas demonstrações.

Uma destas proposições é, em linguagem actual, «os lados de triângulos e equiangulares são proporcionais». Diz-se que utilizou esta propriedade para determinar, no Egipto, a altura de uma pirâmide.

Conta-se que, ainda espantou sacerdotes egícios ao determinar com precisão a altura da pirâmide de Quéope. Conseguiu-o a partir dos conhecimentos que já possuía da semelhança de polígonos.

Para saber altura da pirâmide basta espetar um pau na terra. Depois comparar a medida do pau (a) com a da sombra (b), medir o comprimento da sombra da pirâmide (s) e com alguns cálculos determinar a altura da pirâmide.

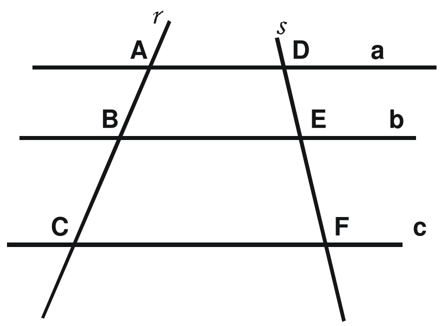


Teorema de Thales

Consideremos as rectas **a**, **b** e **c** paralelas e as rectas **r** e **s** transversais.
Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ são determinados sobre as paralelas pela recta **r**.

Os segmentos $\overline{DF}$, $\overline{EF}$ e $\overline{DF}$ são determinadas sobre as paralelas pela recta **s**.

$\overline{AB}$, $\overline{DE}$, $\overline{BC}$, $\overline{EF}$, $\overline{AC}$ e $\overline{DF}$ são segementos correspondentes porque são determinados pelo mesmo par de rectas paralelas.



Designando por feixe de rectas paralelas o conjunto das rectas que têm a mesma direcção, podemos anunciar o teorema de Thales.

Teorema de Thales

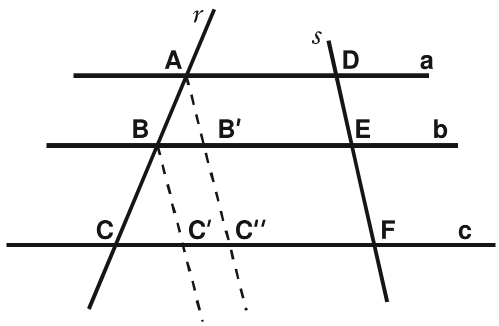
Um feixe de rectas paralelas determina, em duas transversais, segmentos correspondentes proporcionais.

TOME NOTA...

Segmentos correspondentes são os das transversais compreendidos entre duas rectas paralelas.

Demonstração

Construímos paralelas ás rectas passando pelo ponto **A** e por **B** e obtemos, assim, o ponto **B´** sobre a recta **b** e os pontos **E´** e **E´´** sobre a recta **c**.



$\measuredangle ABB' \cong \measuredangle BCC'$ e $\measuredangle AB'B \cong \measuredangle BC'C$
por serem ângulos correspondentes. Daí que temos $\Delta AB'B \sim \Delta AC'C$

Assim:

$$\frac{|AB'|}{|BC'|}=\frac{|AB|}{|BC|} \text{ ou } \frac{|AB'|}{|AB|}=\frac{|BC'|}{|BC|}$$

Mas $|AB'|=|BC'|$ e $|BC'|=|EF|$ porque são lados opostos dos paralelogramos AB´ED e BC´FE, respectivamente.

$$\frac{|DE|}{|AB|}=\frac{|EF|}{|BC|} (1)$$

Visto que $\overline{BC'} \parallel \overline{AC''}$, existe uma homotetia que tranforma um no outro com o centro no ponto **c**, tal que $\Delta BC'C$ é transformado no $\Delta AC''C$.
Daí que: $\Delta BC'C \sim \Delta AC''C$.

Então: $\frac{|BC'|}{|AC''|}=\frac{|BC|}{|AC|}$, ou seja $\frac{|BC'|}{|BC|}=\frac{|AC''|}{|AC|}$

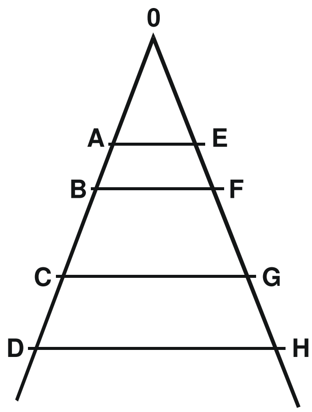
Mas, além de $|BC'|=|EF|$ também $|AC'|=|EF|$ por serem lados opostos do paralelogramo AC´´FD.

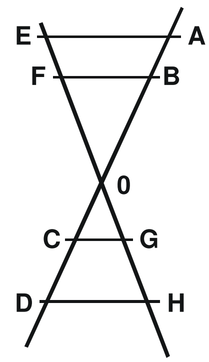
Logo: $\frac{|EF|}{|BC|}=\frac{|DF|}{|AC|} (2)$

De (1) e (2) podemos, finalmente, concluir que $\frac{|DE|}{|AB|}=\frac{|EF|}{|BC|}=\frac{|DF|}{|AC|}$

Exemplo 1

Consideremos as figuras que se seguem, onde temos feixes de rectas paralelas e duas transversais.



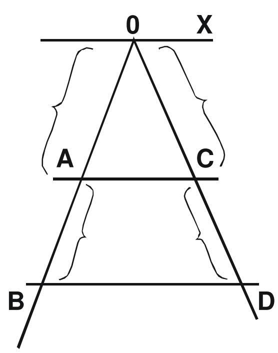


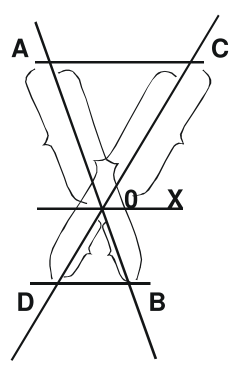
Em função das figuras podemos estabelecer a relação.

$\frac{[AB]}{[EF]}=\frac{[AC]}{[EG]}=\frac{[BD]}{[FH]}=\frac{[AD]}{[EH]}$ - Deste modo mostramos a veracidade do teorema de Thales.

Exemplo 2

E considerando o caso em que uma das paralelas passa pelo ponto de encontro das transvesais.



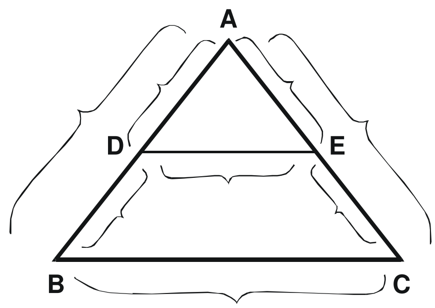


Também se obtém a mesma relação que no exemplo anterior.

$\frac{[OA]}{[OC]}=\frac{[OB]}{[OD]}=\frac{[AB]}{[CD]}$, de acordo com teorema de Thales.

Exemplo 3

Consideremos o ΔABC. Onde temos uma recta paralela a um lado do triângulo que encontra outros dois lados em pontos interiores, dividindo-os em segmentos proporcionais entre si e a esses lados.



Seja o ΔABC com recta $\overline{ED} \parallel \overline{BC}$ e $\overline{BC}$ é um dos lados de ΔABC; $\overline{ED}$. intersecta os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ e do triângulo dado. Assim podemos ecrever $\frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$.

Daqui se pode constatar a seguinte relação:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

Conclusão

Duas paralelas quando intersectam duas secantes, os triângulos obtidos têm os lados correspondentes proporcionais.

E define-se pela relação:

$$\frac{[BC]}{[DE]} = \frac{[BA]}{[DA]} = \frac{[AC]}{[AE]}$$

Exemplo 4

Consideremos a figura do exemplo anterior. $\overline{AB} = 10\,cm$, $\overline{AC} = 12\,cm$ e $\overline{BD} = 5\,cm$. Quanto mede $\overline{EC} = ?$ e $\overline{AE} = ?$

Para resolver este problema temos que aplicar o teorema de Thales.

Primeiros extraimos os dados.

Dados:

$\overline{AB} = 10\,cm$

$\overline{AC} = 12\,cm$

$\overline{BD} = 5\,cm$

$\overline{EC} = ?$

$\overline{AE} = ?$

Assim temos:

$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{BD}}{\overline{EC}}$ - Substituindo os dados.

$$\frac{10\,cm}{12\,cm} = \frac{5\,cm}{\overline{EC}} \Rightarrow \overline{EC} = \frac{12\,cm \bullet 5\,cm}{10\,cm}$$

$$\Rightarrow \overline{EC} = \frac{6\cancel{0}\,cm^{\cancel{2}}}{1\cancel{0}\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \overline{EC} = 6\,cm$$

Resposta: $\overline{EC}$ mede 6 cm.

Para a determinação da ditância $\overline{AE}$; seguiremos o raciocínio:

$\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC}$

$\overline{AE} = \overline{AC} - \overline{EC}$ - Substituindo os dados teremos.

$\overline{AE} = 12\,cm - 6\,cm$

$\overline{AE} = 6\,cm$

ou

Calcular usando a relação: $\dfrac{[AB]}{[AC]} = \dfrac{[DA]}{[AE]}$.

Dados

$\overline{AB}$ = 10 cm $\overline{BD}$ = 5 cm

$\overline{DA}$ = ?

Entretanto falta-nos a medida $\overline{DA}$. Pelos dados desponíveis, calculamos pela fórmula:

$$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{DA}$$

$$\overline{DA} = \overline{AB} - \overline{BD}$$

$$\overline{DA} = 10\,cm - 5\,cm$$

$$\overline{DA} = 5\,cm$$

Dados
$\overline{AB}$ = 10 cm
$\overline{BD}$ = 5 cm
$\overline{DA}$ = ?

Daqui voltamos para a relação: $\frac{[AB]}{[AC]} = \frac{[DA]}{[AE]}$; e substituimos com os dados.

$$\frac{10\,cm}{12\,cm} = \frac{5\,cm}{\overline{AE}} \Rightarrow \overline{AE} = \frac{12\,cm \bullet 5\,c\cancel{m}}{10\,c\cancel{m}}$$

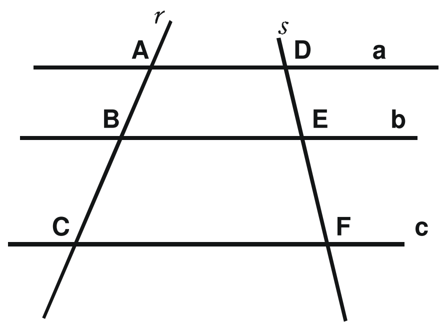
$$\Rightarrow \overline{AE} = \frac{6\cancel{0}\,cm}{1\cancel{0}}$$

$$\Rightarrow \overline{AE} = 6\,cm$$

A resposta: $\overline{AE}$ mede 6 cm.

ACTIVIDADE

1. Dada a figura que se segue. Marque com um ✓ apenas as relações verdadeiras dadas através do feixe de rectas paralelas intersectadas por duas transversais.



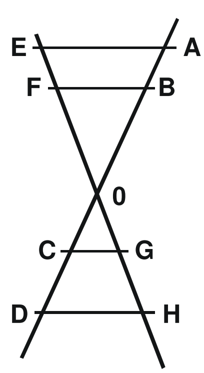
a) $\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}}$ ✓ □

b) $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{BE}}{\overline{EF}}$ □

c) $\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}$ □

d) $\frac{\overline{BF}}{\overline{CB}}=\frac{\overline{BD}}{\overline{AE}}$ □

2. Considere a figura que se segue. E complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

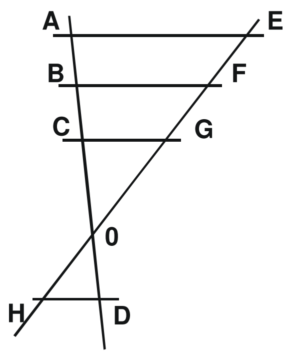


a) $\dfrac{\overline{AB}}{\_\_\_} = \dfrac{\overline{AO}}{\_\_\_}$

b) $\dfrac{\overline{EG}}{\_\_} = \dfrac{\_\_}{\overline{FO}}$

c) $\dfrac{\_\_}{\overline{CD}} = \dfrac{\_\_}{\overline{OD}}$

3. Dada a figura que se segue, e se $\overline{AB} = 2$ cm, $\overline{BC} = 4$ cm e $\overline{EF} = 3$ cm. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, e justifique a sua opção.



a) $\overline{FG}$ mede 5 cm. ☐

b) $\overline{FG}$ mede 6 cm. ☐

c) $\overline{FG}$ mede 12 cm. ☐

d) $\overline{FG}$ mede 7 cm. ☐

Caro aluno, depois de ter realizada a actividade sugerida, compare as suas respostas com chave de correcção. Caso não tenha conseguido acertar em algum exercício, releia o texto com bastante atenção e refaça a actividade com cuidado. Se as dúvidas persistirem, já sabe onde encontrar o seu Tutor, dirija-se para lá e peça esclarecimento.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a); c)

2. a) $\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}=\frac{\overline{AO}}{\overline{EO}}$

b) $\frac{\overline{EG}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BO}}{\overline{FO}}$

c) $\frac{\overline{GH}}{\overline{CD}}=\frac{\overline{OH}}{\overline{OD}}$

3. b)

Pois pelo teorema de Thales temos:

$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{FG}} \Rightarrow \frac{2cm}{3cm}=\frac{4cm}{\overline{FG}}$ - Pela asubstituição fica.

$$\Rightarrow \overline{FG}=\frac{4cm \bullet 3\cancel{cm}}{2\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \overline{FG}=\frac{12cm}{2}$$

$$\Rightarrow \overline{FG}=6cm$$

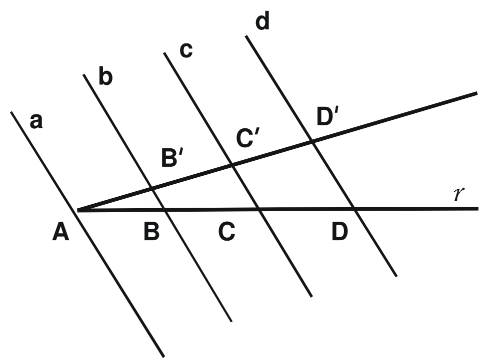
Resposta: mede 6 cm.

Caro aluno, segue atentamente a explicação que se segue sobre as aplicações do Teorema de Thales.

Aplicações do Teorema de Thales

Se os segmentos consecutivos determinados sobre uma transvesal forem congruentes entre si, os segmentos consecutivos da outra transversal também terão de ser congruentes.

Supondo que, na figura dada; **a**, **b**, **c** e **d** é um feixe de rectas paralelas e que os segmentos consecutivos determinados em r são congurentes, teremos:



$|AB|=|BC|=|CD|$ e $\dfrac{|AB|}{|AB'|}=\dfrac{|BC|}{|B'C'|}$

Por isso, $\dfrac{|AB|}{|BC|}=\dfrac{|AB'|}{|B'C'|}=1$. Porque todos segmentos são iguais. Daí que

$|AB'|=|B'C'|$ e de igual modo temos que $|B'C'|=|C'D'|$.

TOME NOTA...

Assim o teorema permite dividir um segmento em tantas partes iguais como quisermos.

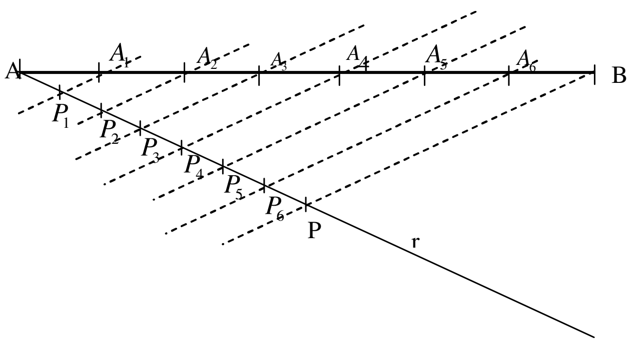
Exemplo 5

Seja um segmento $\overline{AB}$ de comprimento 10 cm. Como dividir em 7 partes iguais?

Caro aluno, seguiremos o procedimento.

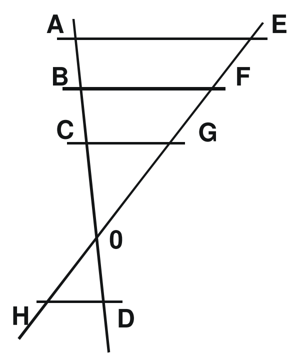
O segmento $\overline{AB}$, é uma das transversai a um feixe de rectas paralelas. E a outra será a recta **r** que passa pelo ponto **A**. E considerando sete segmentos iguais consecutivos e conguentes sobre a recta **r**, em que se apoia um segmento auxiliar $\overline{AP}$.

As paralelas a $\overline{PB}$ que passam por P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, e P_6; dividem $\overline{AB}$ em sete partes iguais.



EXERCÍCIOS

1. Considere o a figura que se segue, $AE \parallel BF \parallel CG \parallel HD$. Marque com um ✓apenas a afirmação verdadeira; e justifique a sua opção.



a) Se $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 9$ cm e $\overline{FG} = 8$ cm. $\overline{EF}$ mede 4 cm. ☐

b) Se $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 9$ cm e $\overline{FG} = 8$ cm. $\overline{EF}$ mede 6,4 cm. ☐

c) Se $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 9$ cm e $\overline{FG} = 8$ cm. $\overline{EF}$ mede 6 cm. ☐

d) Se $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 9$ cm e $\overline{FG} = 8$ cm. $\overline{EF}$ mede 7,4 cm. ☐

2. Considere a figura do exercício 1. Marque com um **V** apenas a afirmação verdadeira. E justifique a sua opção.

V

a) Se $\overline{OA} = 18$ cm, $\overline{AD} = 24$ cm e $\overline{OE} = 21$ cm. $\overline{OH}$ mede 8 cm. ☐

b) Se $\overline{OA} = 18$ cm, $\overline{AD} = 24$ cm e $\overline{OE} = 21$ cm. $\overline{OH}$ mede 6 cm. ☐

c) Se $\overline{OA} = 18$ cm, $\overline{AD} = 24$ cm e $\overline{OE} = 21$ cm. $\overline{OH}$ mede 7 cm. ☐

d) Se $\overline{OA} = 18$ cm, $\overline{AD} = 24$ cm e $\overline{OE} = 21$ cm. $\overline{OH}$ mede 9 cm. ☐

3. Considere ainda a mesma figura do exercício 1. Sabendo que $\overline{OC} = 4$ cm, $\overline{BC} = 6$ cm e $\overline{CG} = 3$ cm. Detemine a medida de $\overline{BF}$.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

Porque:

Dados:

$\overline{AB} = 4$ cm

$\overline{AC} = 9$ cm

$\overline{FG} = 8$ cm

$\overline{EF} = ?$

$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{GE}}$; Por outro lado, sabe-se que: $\overline{GE} = \overline{GF} + \overline{EF}$.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{GE}} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{GF} + \overline{EF}}$$

$$\Rightarrow \frac{4\,cm}{\overline{EF}} = \frac{9\,cm}{\overline{EF} + 8\,cm}$$

$$\Rightarrow 4\,cm\left(\overline{EF} + 8\,cm\right) = 9\,cm \bullet \overline{EF}$$

$$\Rightarrow 9\,cm \bullet \overline{EF} - 4\,cm\,\overline{EF} = 32\,cm^2$$

$$\Rightarrow 5\,cm \bullet \overline{EF} = 32\,cm^2$$

$$\Rightarrow \overline{EF} = \frac{32\,cm^{\cancel{2}}}{5\,c\cancel{m}}$$

$$\Rightarrow \overline{EF} = 6,4\,cm$$

2. c)

Porque:

Dados:

$\overline{OA}$ = 18 cm

$\overline{AD}$ = 24 cm

$\overline{OE}$ = 21 cm

$\overline{OH}$ = ?

Escreve-se a relação estabelecida em função ao Teorema de Thales. Porque se trata de um feixe de rectas paralelas determinadas em duas transversais segmentos correspondentes e proporcionais.

$\frac{\overline{AO}}{\overline{EO}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{HE}}$; Por outro lado sabe-se que: $\overline{HE} = \overline{HO} + \overline{OE}$.

$$\frac{\overline{AO}}{\overline{EO}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{HO} + \overline{OE}} \Rightarrow \frac{18\,cm}{21\,cm} = \frac{24\,cm}{\overline{HO} + 21\,cm}$$

$$\Rightarrow 18\,cm \bullet \left(\overline{HO} + 21\,cm\right) = 21\,cm \bullet 24\,cm$$

$$\Rightarrow 18\,cm \bullet \overline{HO} + 378\,cm^2 = 504\,cm^2$$

$$\Rightarrow 18\,cm \bullet \overline{HO} = 504\,cm^2 - 378\,cm^2$$

$$\Rightarrow 18\,cm \bullet \overline{HO} = 126\,cm^2$$

$$\Rightarrow \overline{HO} = \frac{126\,cm^{\cancel{2}}}{18\,c\cancel{m}}$$

$$\Rightarrow \overline{HO} = 7\,cm$$

3. Dados:

$\overline{OC} = 4$ cm

$\overline{BC} = 6$ cm

$\overline{CG} = 3$ cm

$\overline{BF} = ?$

Caro aluno, deste modo, primeiro temos que estabelecer a relação entre os lados em função dos dados fornecidos. Assim temos:

$\frac{\overline{BO}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{CG}}$; por outro lado: $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{BC} + \overline{CO} \Rightarrow \overline{\mathrm{BO}} = 6\,cm + 4\,cm$

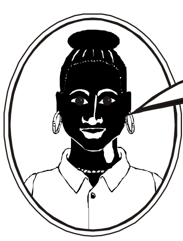
$$\Rightarrow \overline{\mathrm{BO}} = 10\,cm$$

Substituindo termos na relação acima definido:

$$\frac{10\,cm}{\overline{BF}} = \frac{4\,cm}{3\,cm} \Rightarrow 4\,cm \bullet \overline{BF} = 30\,cm^2$$

$$\Rightarrow \overline{BF} = \frac{30\,cm^{\cancel{2}}}{4\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \overline{BF} = 7{,}5\,cm$$



Caro aluno, você acbou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

11 Identificação da Semelhança de Triângulos - Revisão - Critérios (LLL, AA e LAL)

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar a semelhança de triângulos (LLL, AA e LAL);
- Resover exercícios aplicando os critérios de semelhança de triângulo.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, compasso e borracha.

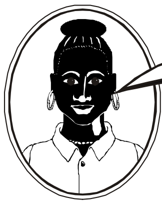
Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Seja bem vindo ao estudo da 11ª lição do seu módulo 6 de Matemática, da 9ª classe.

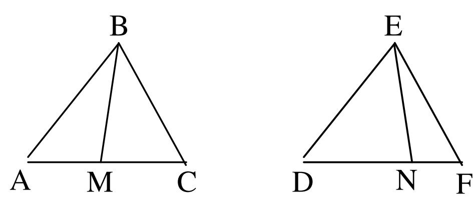
Nesta lição terá oportunidade de rever os seus conhecimentos sobre a semelhança de triângulos, usando os critérios LLL, AA e LAL. Resolvendo mais actividades e exercícios.



Caro aluno, de forma a comprender melhor a lição que vai estudar vai agora resolver a actividade que se segue como forma de rever o que aprendeu na última lição.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação a figura que segue. Sabe-se que $\overline{BM}$ e $\overline{EN}$ são respectivamente as bissectrizes do $\measuredangle ABC$ e do $\measuredangle DEF$, $\overline{BM} = 12$ cm, $\overline{BC} = 16cm$, $\overline{MC} = 9cm$; $\overline{EN} = 7,2cm$, $\overline{EF} = 9,6cm$ e $\overline{NF} = 5,4cm$. Demonstrar que $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.



a) Os triângulos $[AMB]$ e $[NFE]$ são semelhantes, pelo critério l.a.l.

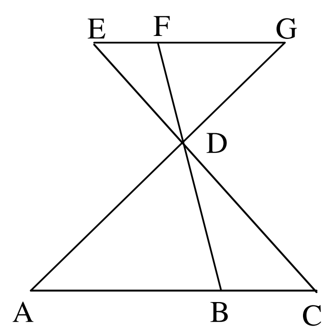
b) Os triângulos $[AMB]$ e $[NFE]$ são semelhantes, pelo critério l.l.l.

c) Os triângulos $[AMB]$ e $[NFE]$ são semelhantes, pelo critério a.a.

2. Considerando a figura abaixo. Marque com um V as afirmações verdadeiras e um F as falas, em relação ao critério de semelhança usado. Supondo que:

$\overline{EG} \parallel \overline{AC}$; $|AB| = 5\,cm$; $|AC| = 15\,cm$; $|AG| = 9\,cm$, $|DG| = 3\,cm$ e

$|AB| = \frac{2}{3}|BC|$. E justifique as afirmações verdadeiras.



a) O $\Delta EGD \sim \Delta ACD$ pelo critério l.a.l

b) O $\Delta EGD \sim \Delta ACD$ pelo critério a.a.a

c) O $\Delta EGD \sim \Delta ACD$ pelo critério l.l.l

3. Consideremos os ΔABC e ΔDEF das figuras que seguem:

E os ângulos $\sphericalangle A = 79^\circ$ e $\sphericalangle D = 95^\circ$. Maraque com ✓ apenas a afirmação verdadeira.

Para que o ΔABC seja semelhante ao ΔDEF é necessário que:

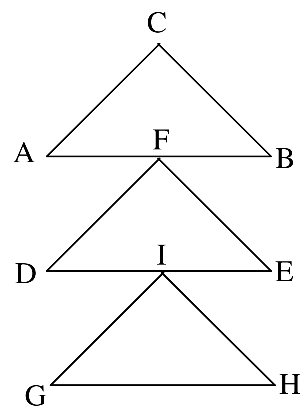
a) $\sphericalangle B = 95^\circ$ e $\sphericalangle E = 79^\circ$ ☐ ✓

b) $\sphericalangle E = 98^\circ$ e $\sphericalangle E = 95^\circ$ ☐

c) $\sphericalangle E = 185^\circ$ e $\sphericalangle E = 95^\circ$ ☐

V/F

4. Consdere a árvore do natal da figura que se segue, marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, em relação ao critério de semelhança que se pode observar nos triângulos. Tomando em conta que os três triângulos são isósceles e $[AB]=[DE]=[GH]$. E justifique a sua escolha.



a) Os três triânagulos são semelhantes pelo critério l.a.l.

b) Os três triânagulos são semelhantes pelo critério l.l.l.

c) Os três triânagulos são semelhantes pelo critério a.a.

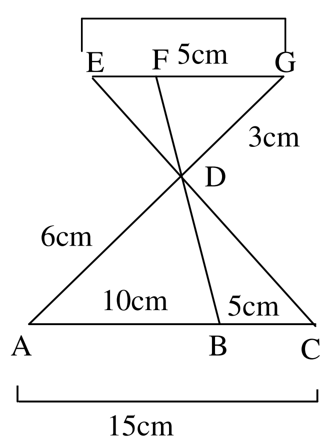
d) Os três triânagulos são semelhantes pelo critério l.a.l.l.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2. a)

Primeiro é necessário fazer o esboço da situação do enunciado e colocar as respectivas medidas.



Fazer o levantamento dos dados.

Dados:

$|FG| = 5\,cm$

$|AC| = 15\,cm$

$|AB| = \frac{2}{3}|BC| \Rightarrow |AB| = \frac{2}{3} \bullet 15\,cm$

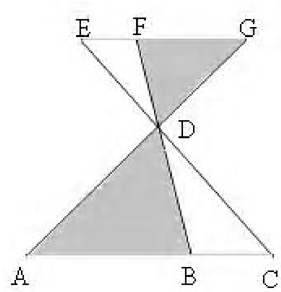
$\Rightarrow |AB| = \frac{30\,cm}{3}$

$|AB| = 10\,cm$

Por outro lado não conhecemos a medida $|GE|$, sendo assim devemos determinar essa medida através da relação dos lados entre os triângulos: $[ACD]$ e $[EGD]$.

Porque: Daqui se pode estabelecer a relação entre os elementos dos dois triângulos.

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{FG}}$$



$$\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{FG}} \Rightarrow \frac{5cm}{\overline{EF}} = \frac{10c\cancel{m}}{5c\cancel{m}}$$

$$\Rightarrow 10\overline{EF} = 5cm \bullet 5$$

$$\Rightarrow \overline{EF} = \frac{5cm \bullet 5}{10}$$

$$\Rightarrow \overline{EF} = 2{,}5cm$$

Assim encontramos a medida: $\overline{EG} = \overline{EF} + \overline{FG} \Rightarrow \overline{EG} = 2,5cm + 5cm$

$\Rightarrow \overline{EG} = 7,5cm$

Pela relação: $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{EG}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{DG}} \Rightarrow \dfrac{15\cancel{cm}}{7,5\cancel{cm}} = \dfrac{6\cancel{cm}}{3\cancel{cm}} = 2$.

O 2 é a razão de semelhança dos dois triângulos.

E os $\measuredangle EGD \cong \measuredangle CAD$.

Daqui se conclui que os ΔEGD e ΔACD são semelhantes. Pelo critério l.a.l.

Porque: Dois triângulos que têm dois lados proporcionais e um ângulo por eles formado igual são semelhantes.

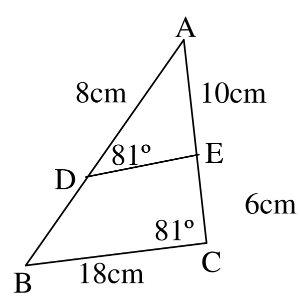
b) F; **c)** F

3. a)

4. b) Porque todos os lados nos três triângulos são proporcionais.

EXERCÍCIOS

1. Dada a figura que se segue marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras e justifique as suas opções.



a) $\overline{DE}$ mede 12 cm.

b) $\overline{DE}$ mede 9 cm.

c) $\overline{DE}$ mede 11 cm.

d) $\overline{AB}$ mede 20 cm.

e) $\overline{AB}$ mede 13 cm.

f) $\overline{AB}$ mede 2 cm.

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação ao critério de semelhança que se pode observar nos triângulos $[BCA]$ e $[EDA]$, do exercício anterior. E justifique as afirmações verdadeiras.

a) Os dois triângulos são semelhantes pelo critério l.l.l.

b) Os dois triângulos são semelhantes pelo critério a.a.

c) Os dois triângulos são semelhantes pelo critério l.a.l.

3. Dados os ΔABC e ΔXYZ, onde $\overline{AB}=20cm$, $\overline{BC}=25cm$ e $\overline{AC}=35cm$ e no noutro $\overline{XY}=4cm$, $\overline{XZ}=7cm$ e $\overline{YZ}=5cm$. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, em relação ao critério de semelhança que se verifica. E justifique a sua opção.

a) Foi aplicado o critário l.a.l.

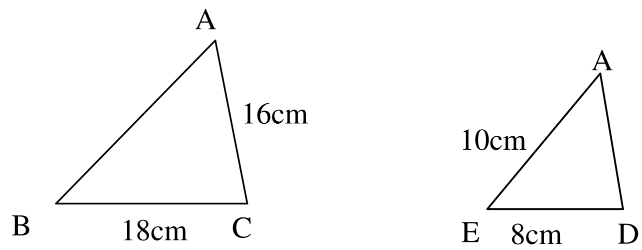
b) Foi aplicado o critário l.l.l.

c) Foi aplicado o critário l.a.l.

Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios compare as suas soluções com a chave de correcção que se segue. Caso não tenha acertado em algum refaça os mesmos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **b)** Primeiro temos que esboçar a nova situação, ficando.



Depois ecreve-se a relação entre os lados proporcionais nos dois triângulos.

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{DE}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} \Rightarrow \frac{18cm}{\overline{DE}}=\frac{16cm}{8cm}$$

$$\Rightarrow \overline{DE}\bullet 16cm=18cm\bullet 8cm$$

$$\Rightarrow \overline{DE}=\frac{18cm\bullet 8\cancel{cm}}{16\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \overline{DE}=\frac{144cm}{16}$$

$$\overline{DE}=9cm$$

d) Usando o mesmo esboço teremos. A relação.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{10cm}=\frac{16cm}{8cm}$$

$$\Rightarrow \overline{AB}\bullet 8cm=16cm\bullet 10cm$$

$$\Rightarrow \overline{AB}=\frac{16cm\bullet 10\cancel{cm}}{8\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \overline{AB}=\frac{160cm}{8\cancel{cm}}$$

$$\overline{AB}=20cm$$

2. a) V

Porque.

Depois da determinação das medidas dos lados em falta nos dois triângulos encontramos uma semelhança em ambos.

Assim usando a relação de proporcionalidade nos dois triângulos temos. Encontramos uma razão de semelhança que é 2.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{ED}} \Rightarrow \frac{20\cancel{cm}}{10\cancel{cm}}=\frac{16\cancel{cm}}{8\cancel{cm}}=\frac{18\cancel{cm}}{9\cancel{cm}}=2 \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados temos.}}$$

b) V

Porque.

$\measuredangle C = \measuredangle D$;

$\measuredangle B = \measuredangle E$; porque a lados proporcionais opõem-se ângulos congruentes.

$\measuredangle A = \measuredangle A$; porque é um ângulo comum nos dois triângulos.

c) V

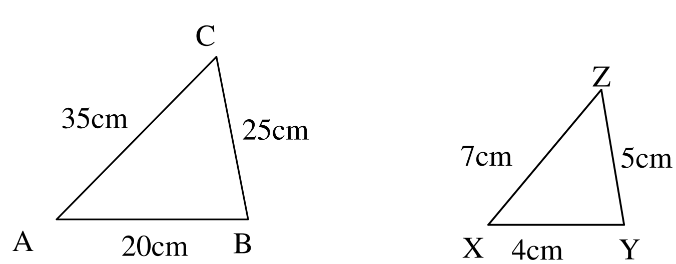
Porque.

$\measuredangle C = \measuredangle D$; pelos dados.

$\measuredangle B = \measuredangle E$; porque em triângulos semelhantes, a ângulos congruentes opõem-se lados proporcionaias.

3. b)

Primeiro é necessário fazer um esboço da situação.



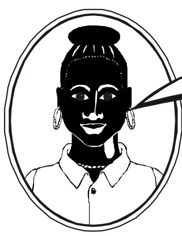
Em seguida estabelecer a relação de proporcionalidade entre os lados dos dois triângulos. Assim temos:
Substituindo pelos dados temos.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{XY}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{YZ}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{XZ}}$$

$$\frac{20\,\cancel{cm}}{4\,\cancel{cm}}=\frac{25\,\cancel{cm}}{5\,\cancel{cm}}=\frac{35\,\cancel{cm}}{7\,\cancel{cm}}=5 \leftarrow$$

Substituindo pelos dados temos.

A razão de semelhança é 5. Assim podemos ver que $\Delta[ABC] \sim \Delta[XYZ]$.
Pelo critério 1.1.1.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em palgum dos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

12 Resolução de Problemas sobre a Semelhança de Triângulos

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Determinar distâncias em casos concreteos, usando a semelhança de triângulo.
- Aplicar os crit]erios de semelhança de triângulos.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, compasso e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Seja bem vindo ao seu estudo da 12ª lição do módulo 6 de Matemática, da 9ª classe.

Acreditamos que conclui com sucesso o estudo das lições anteriores; porém convidámo-lo a revisitar as lições anteriores, caso encontre dificuldades.

Nesta lição terá a oportunidade de estudar a resolução de problemas de semelhança de triângulos.

Para isso começaremos o estudo desta lição através de uma breve revisão.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, de forma a comprender melhor a lição que vai estudar vai agora resolver uma actividade de forma a rever o que aprendeu na última lição.

ACTIVIDADE DE FIXAÇÃO

1. Considere o triângulo ABC, a = 20 cm, b = 12 cm e c = 25 cm. E um outro triângulo semelhante maior com a razão de semelhança $\frac{6}{5}$. Marque com um ✓apenas as afirmações verdadeiras. E justifique a sua opção.

✓

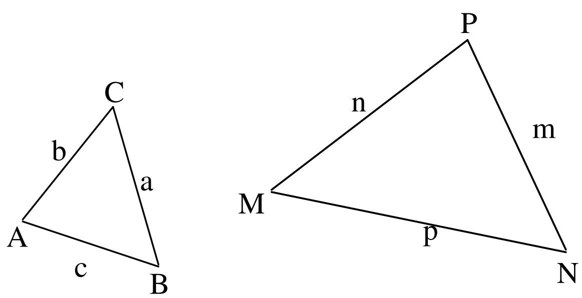
a) Os lados do ourto triângulo medem 20 cm, 14 cm e 30 cm.

b) Os lados do ourto triângulo medem 18 cm, 14 cm e 20 cm.

c) Os lados do ourto triângulo medem 24cm, 14,4 cm e 30 cm.

d) Os lados do ourto triângulo medem 10 cm, 20 cm e 15 cm.

2. Considere os $\Delta ABC \sim \Delta MNP$, ***a*** = 8 dm, ***c*** = 16 dm e o lado homólogo de ***b*** é ***n*** = 18 dm. Determine b, m e p, sabendo que a razão de semelhança do primeiro para o segundo é $\frac{2}{3}$ (***m*** é homólogo de ***a***). Mostre todos os passos dos cálculos.

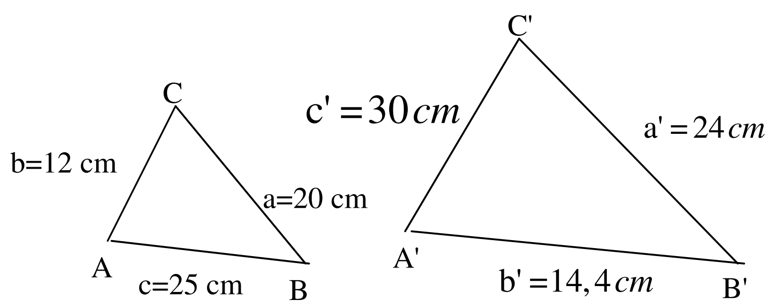


3. O perímetro de um triângulo é de 18 cm e os lados do outro triângulo semelhante medem 4 cm e 5 cm. Sendo a razão de semelhança do primeiro triângulo para o segundo igual a $\frac{3}{2}$, determine a medida do outro lado deste último triângulo.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. c)

Para melhor compreensão vamos fazer os esboço da situação.



Porque:

$c' = r \bullet c$	$a' = r \bullet a$	$b' = r \bullet b$
$c' = \frac{6}{\cancel{5}} \bullet \cancel{25}^{5} cm$	$a' = \frac{6}{\cancel{5}} \bullet \cancel{20}^{4} cm$	$b' = \frac{6}{5} \bullet 12cm$
$c' = 6 \bullet 5cm$	$a' = 6 \bullet 4cm$	$b' = \frac{6 \bullet 12cm}{5}$
$c' = 30cm$	$a' = 24cm$	$b' = \frac{72cm}{5}$
		$b' = 14,4cm$

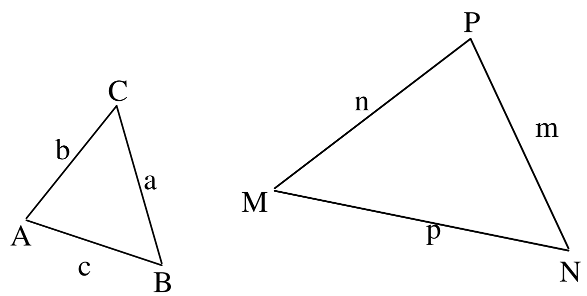
Deste modo os lados correspondentes do triângulo maior são: $a' = 24cm$, $b' = 14,4cm$ e $c' = 30cm$.

V/F

2. Temos como soluções:

b = 12 dm, m = 12 dm e p = 24 dm.

Para resolver este problema, vamos reproduzir novamaente o esboço do enunciado.



Em seguida fazemos o levantamento dos dados.

ΔABC	ΔMNP
c = 16 dm	n = 18 dm
a = 8 dm	p= ?
b = ?	m = ?

Sendo assim, calculamos em primeiro lugar o lado b, do triângulo ABC. Pela relção que nos permite determinar a imagem de um segmento, dada a razão de semelhança teremos.

$n = r \bullet b$.

$18\,dm = \frac{2}{3} \bullet b$ ← Substituimos os dados.

$b = \frac{\cancel{18}^{6} \bullet 2\,dm}{\cancel{3}^{1}}$

$b = 12\,dm$

Pelos dados temos:

n = 18 dm

r = $\frac{2}{3}$

Agora já temos todas medidas dos lados do triângulo $[ABC]$ e daqui podemos determinar os outros lados em falta do triângulo $[MPN]$.

Deste modo pode-se deteremінar a medida do lado ***p*** pela relação que se segue temos:

$$\frac{c}{p}=\frac{a}{m}$$

$$\frac{16\,cm}{p}=\frac{8\,cm}{12\,cm}$$

Substituindo os dados, temos.

$$p\bullet 8\,cm=16\,cm\bullet 12\,cm$$

$$p=\frac{\cancel{16}^{2}\,cm\bullet 12\,\cancel{cm}}{\cancel{8}^{1}\,\cancel{cm}}$$

$$p=24\,cm$$

Assim só falta determinar a medida do lado ***m***, e porque tem-se os elementos suficientes, pode-se calcular a medida em falta. Pela relação dos lados proporcionais em triângulos semelhantes tem-se.

$$\frac{a}{m}=\frac{b}{n}$$

$$\frac{8\,cm}{m}=\frac{12\,cm}{18\,cm}$$

Substituindo os dados, temos.

$$m\bullet 12\,cm=8\,cm\bullet 12\,cm$$

$$m=\frac{18\,cm\bullet 8\,\cancel{cm}}{12\,\cancel{cm}}$$

$$m=\frac{144\,cm}{12}$$

$$m=12\,cm$$

3. Caro aluno, para resolver este problema, convém primeiro fazer o esboço dos triângulos. Assim temos:

Dados:

$\Delta[ABC]$	$\Delta[A'B'C']$
a = 4 cm	P = 18 cm
b = 5 cm	$r=\frac{3}{2}$
c = ?	

Caro alauno, preste atênção em relação ao enunciado; porque os dados que se apresentam 4 cm e 5 cm. Mostram-nos que se trata do triângulo menor e observando o perímetro 18 cm e a razão $r=\frac{3}{2}$ (é uma razão de ampliação) fornecida, também se vê que se trata do triângulo maior.

Por outro lado caro aluno, os lados $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$ e $\overline{AB}=c$; o mesmo em relação aos lados correspondentes no triângulo imagem. Isto por convênção o lado num triªangulo designa-se pelo nome do seu vértice oposto.

Sendo assim o que se disse poderá ajudar a compreender a explicação da resolução.

Assim continuando a resolução, temos que determinar a medida do lado **a', b' e c'**, para nos permetir estabelecer a relação de proporção dos lados correspondentes em dois triângulos semelhantes, de modo a encontrar a medida do lado pretendido **c**.

Para determinar **a'**, será:

$$a' = r \bullet a$$

$$a' = \frac{3}{\cancel{2}^{1}} \bullet \cancel{4}^{2}\, cm$$

$$a' = 6\, cm$$

Daqui, continuamos a determinar o lado **b'**, pelo mesmo procedimento que o lado anterior.

$$b' = r \bullet b$$

$$b' = \frac{3}{2} \bullet 5cm$$

$$a' = 7,5cm$$

E como falta a medida **c'**, que é o correspondente do lado **c**, o pretendido. Usaremos o conhecimento sobre o perímetro do triângulo, visto que este é igual a 18 cm.

$$P\Delta[A'B'C'] = c + a + b$$

$$18cm = c + 6cm + 7,5cm \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados}}$$

$$18cm = c + 13,5cm$$

$$c = 18cm - 13,5cm$$

$$c = 4,5cm$$

Finalmente pela relação de lados correspondentes e proporcionais em triângulos semelhantes.

$$\frac{a'}{a} = \frac{c'}{c}$$

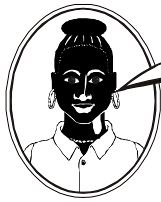
$$\frac{6cm}{4cm} = \frac{4,5cm}{c}$$

$$c = \frac{\cancel{4}^{2}\,cm \bullet 4,5cm}{\cancel{6}^{3}}$$

$$c = \frac{9cm}{3}$$

$c = 3cm$; como sabemos que $c = \overline{AB}$.

Respostas: $\overline{AB} = 3cm$.

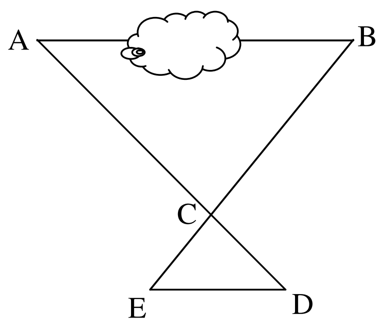


Caro aluno, que tal foi fácil. Se teve dificuldade em acertar algum destes exercícios. Volte a reler o mesmo e resolve novamente.
Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Para determinar a distância entre dois pontos A e B separados por um lagoa, segundo a figura que segue. Para isso fizeram-se as medições. $\overline{AC}=180m$, $\overline{AD}=270m$, $\overline{BE}=240m$, $\overline{EC}=80m$ e $\overline{DE}=140m$.

Marque com um ✓ apenasa a afirmação verdadeira. E justifique por cálculos a sua opção



a) A distância de A a B é de 100 metros. ☐

b) A distância de A a B é de 280 metros. ☐

c) A distância de A a B é de 200 metros. ☐

d) $|BC|$ mede 60 metros. ☐

e) $|BC|$ mede 80 metros. ☐

2. Considere os perímetros de dois triângulos isósceles $\Delta[ABC]$ e $\Delta[A'B'C']$ semelhantes que sejam 22 cm e 33 cm e sabendo que a base do triângulo menor mede 6cm. Marque com um ✓ apenas as afimações verdadeiras. E justifique com cálculos a sua escolha.

a) As medidas lados do triângulo maior $\Delta[A'B'C']$ medem 10 cm, 12 cm e 11 cm. ☑

b) As medidas lados do triângulo maior $\Delta[A'B'C']$ medem 9 cm, 12 cm e 12 cm. ☐

c) As medidas lados do triângulo maior $\Delta[A'B'C']$ medem 9 cm, 9 cm e 12 cm. ☐

d) As medidas lados do triângulo maior $\Delta[A'B'C']$ medem 12 cm, 12 cm e 12 cm. ☐

e) Os dois triângulos são isóscele. ☐

f) Os dois triângulos são equiláteros. ☐

g) Os dois triângulos são isóscele. ☐

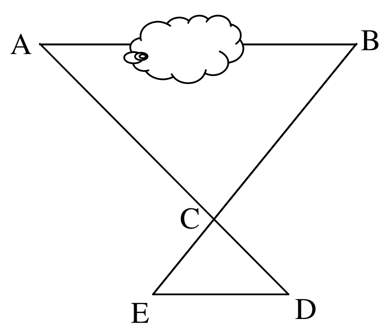
3. A razão de semelhança de dois triângulos isósceles é $\frac{3}{5}$, medindo a base do menor 6 cm e um dos braços do maior 15 cm. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras em relação ao perímetro de cada um dos triângulos. E justifique cada uma das suas opções com cálculos.

$|BC|$ mede 60 metros.

	✓
a) O perímetro do $\Delta[A'B'C']$ é de 30 cm.	☐
b) O perímetro do $\Delta[ABC]$ é de 35 cm.	☐
c) O perímetro do $\Delta[A'B'C']$ é de 24 cm.	☐
d) O perímetro do $\Delta[ABC]$ é de 40 cm.	☐
e) O perímetro do $\Delta[ABC]$ é de 40 cm.	☐
f) O perímetro do $\Delta[A'B'C']$ é de 26 cm.	☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. Para determinar a distância entre dois pontos A e B separados por um lago, é necessário primeiro fazer o esboço da situação.



b)

Porque:

Segundo a fórmula:

$$\overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CE}$$

$$\overline{BC} = \overline{BE} - \overline{CE}$$

$$\overline{BC} = 240m - 80m$$

$$\overline{BC} = 160m$$

Daí que pela proporcionalidade de lados correspondentes entre triângulos semelhantes temos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EC}}$$

$$\frac{\overline{AB}}{140m} = \frac{160m}{80m}$$

$$\overline{AB} = \frac{140m \cdot 16\cancel{0}\cancel{m}}{8\cancel{0}\cancel{m}}$$

$$\overline{AB} = \frac{2240m}{8}$$

$$\overline{AB} = 280m$$

Resposta: A distância de A a B é de 280 metros.

d)

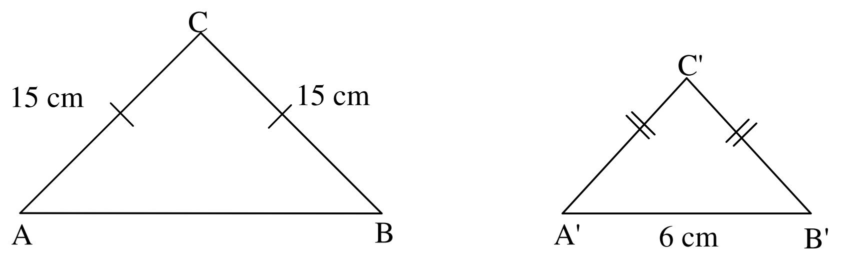
Porque:

Resposta: $|BC|$ mede 60 metros.

Caro aluno, como pode ter se percebido que antes da determinarção da distância entre os pntos A e B, determinamos o comprimento do segmento $|BC|$.

2. b); e)

3. Para resolver este problema começaremos por fazer o esboço do problema.



Caro aluno, lembre-se que um triângulo isósceles é aquele que tem dois lados iguais.

Daí que no $\Delta[ABC]$, $\overline{AC}=\overline{BC}$ e no $\Delta[A'B'C']$, $\overline{A'C'}=\overline{B'C'}$.

Para se poder decidir qual é a área de cada um dos triângulos é necessário, primeiro determinar as medidas dos lados em falta nos dois triângulos.

E como já conhecemos as medidas dos lados iguais $\overline{AC}=\overline{BC}$ no $\Delta[ABC]$, vamos determinar as medidas dos lados $\overline{A'C'}=\overline{B'C'}$ no $\Delta[A'B'C']$. A partir da fórmula.

$$\overline{B'C'}=r\bullet\overline{BC}$$

$$\overline{B'C'}=\frac{3}{5}\bullet 15\,cm \leftarrow$$

Pela substituição dos dados.

$$\overline{B'C'}=9\,cm$$

Agora, falta-nos a determinação do lado $\overline{AB}$ do $\Delta[ABC]$, donde usaremos a relação, entre os lados correspondentes em triângulos semelhantes.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

$$\frac{\overline{AB}}{6cm}=\frac{15cm}{9cm} \longleftarrow \boxed{\text{Pela substituição dos dados.}}$$

$$\overline{AB}=\frac{15cm \bullet 6\cancel{cm}}{9\cancel{cm}}$$

$$\overline{AB}=10cm.$$

Agora já determinamos as medidas de todos os lados nos dois triângulos.

c)

Porque: $P\Delta[ABC]=\overline{AB}+2\overline{AC}$ $\qquad\overline{AC}=\overline{BC}$

$$P\Delta[ABC]=10cm+2\bullet15cm$$

$$P\Delta[ABC]=30cm$$

Resposta: O perímetro do $\Delta[ABC]$ é de 40 cm.

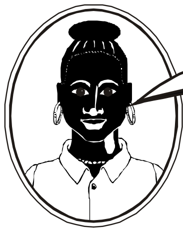
e)

Porque: $P\Delta[A'B'C']=\overline{A'B'}+2\overline{A'C'}$ $\qquad\overline{A'C'}=\overline{B'C'}$

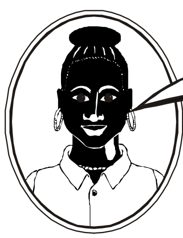
$$P\Delta[A'B'C']=6cm+2\bullet9cm$$

$$P\Delta[A'B'C']=24cm$$

Resposta: O perímetro do $\Delta[A'B'C']$ é de 24 cm.



Caro aluno, depois de ter resolvido as actividades sugeridas, compara as suas respostas com chave de correcção. Caso não tenhas conseguido acertar em mais de duas actividades; volta a resolver novamente. Caso contiuna com dúvida já sabe onde encontra o seu Tutor, dirija para lá e peça esclarecimento.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em pelo menos mais da metade dos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolva novamente os exercícios.
Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação a classificação das homotetias.

V/F

a) Uma homotetia H^r_0 chama-se **directa**, se a razão for positiva. ☐

b) Uma homotetia H^r_0 chama-se **directa**, se $|r|>1$. ☐

c) Uma homotetia H^r_0 chama-se **directa**, se $r > 0$. ☐

d) Uma homotetia H^r_0 chama-se **ampliação**, se $|r|>1$. ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação a classificação das homotetias em função da razão.

V/F

a) Uma homotetia chama-se **inversa**, se $r < 0$. ☐

b) Uma homotetia de razão positiva matém o sentido dos segmentos orientados. ☐

c) Uma homotetia de razão positiva inverte o sentido dos segmentos orientados. ☐

d) Em qualquer homotetia, de razão diferente de zero, um ângulo é transformado noutro igual. ☐

e) Em qualquer homotetia, de razão diferente de zero, um ângulo é transformado noutro diferente. ☐

f) Para determinar o homotético ampliado de um triângulo, basta determinar as imagens dos seus vértices. ☐

g) Para determinar o homotético ampliado de um triângulo, basta determinar as medidas dos lados. ☐

V/F

h) O transformado de um segmento de recta através de uma homotetia é um segmento de recta paralelo. ☐

i) O transformado de um segmento de recta através de uma homotetia é um segmento de recta oblíquo. ☐

3. Marque com um ✓apenas as afirmações verdadeiras, em relação a posição das imagens numa homotetia dada a razão.

✓

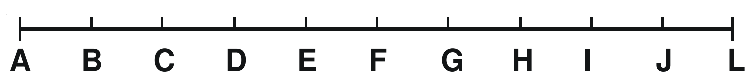
a) Se **r >** 0**, A´** fica do lado de **A**. ☐

b) Se **r >** 0**, A´** fica do lado contrário de **A**. ☐

c) Se **r** < 0, A´ fica do lado contrário de **A**. ☐

d) Se **r** < 0, A´ fica do lado de **A**. ☐

4. Considere o segmento $\overline{AL}$ dividido em 10 partes iguais. E complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.



a) $H_A^3(B)=$__

b) $H_F^{\frac{3}{2}}(H)=$__

c) $H_D^2(F)=$__

d) $H_F^{-1}(I)=$__

e) $H_E^0(I)=$__

f) $H_G^{-}(H)=E$

5. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação a classificação das imagens dado H^r_0.

a) $H_A^{\frac{1}{4}}$ razão é uma redução. ☐ ✓

b) $H_A^{-\frac{3}{2}}$ razão é uma redução. ☐

c) $H_A^{-0,7}$ razão é uma redução. ☐

d) $H_A^{-0,7}$ razão é uma ampliação. ☐

6. Marque com um **V** apenas as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas, em relação a classificação das homotetias dada a razão.

V/F

a) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for igual a 1. ☐

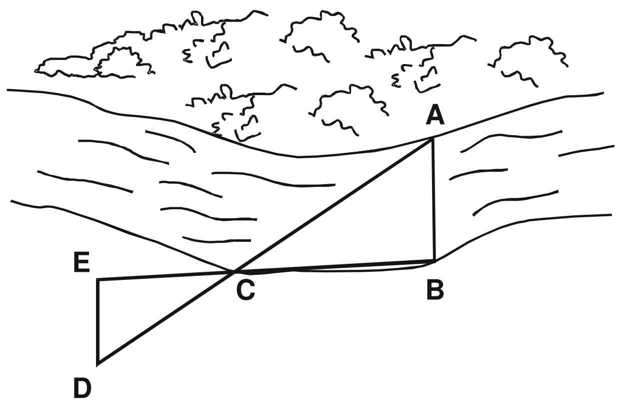
b) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for maior que 1. ☐

c) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for menor que 1. ☐

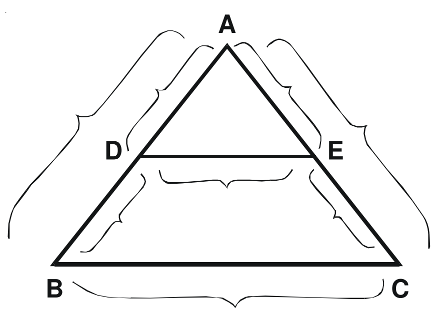
d) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for maior ou igual 1. ☐

e) Uma homotetia é redução se o módulo da razão for maior ou menor1. ☐

7. Determine a largura $\overline{AB}$ de um rio, segundo ilustra a figura a seguir. Traçou-se $\overline{EB} \perp \overline{AB}$ e $\overline{ED} \perp \overline{EB}$. Marcou-se o ponto C sobre $\overline{EB}$, existente na recta $\overline{AD}$, e mediu-se $\overline{BC} = 50\,m$, $\overline{EC} = 25\,m$ e $\overline{ED} = 20\,m$. Determine a largura do rio.



8. Considere a figura abaixo e os dados: $\overline{AB} = 10\,cm$, $\overline{AC} = 12\,cm$ e $\overline{BD} = 5\,cm$. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, e justifique a sua opção.



a) $\overline{EC}$ mede 8 cm. ☑

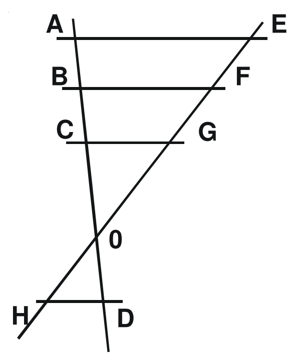
b) $\overline{EC}$ mede 6 cm. ☐

c) $\overline{AE}$ mede 6 cm. ☐

d) $\overline{AE}$ mede 8 cm. ☐

9. Considere a figura abaixo, onde $\overline{AE} \| \overline{BF} \| \overline{CG} \| \overline{HD}$.

Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, e justifique a sua opção.



a) Se $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 9$ cm e $\overline{FG} = 8$ cm. $\overline{EF}$ mede 4 cm. ☑

b) Se $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 9$ cm e $\overline{FG} = 8$ cm. $\overline{EF}$ mede 6,4 cm. ☐

c) Se $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 9$ cm e $\overline{FG} = 8$ cm. $\overline{EF}$ mede 6 cm. ☐

d) Se $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 9$ cm e $\overline{FG} = 8$ cm. $\overline{EF}$ mede 7,4 cm. ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** V;

2. **a)** V; **b)** V; **c)** F; **d)** V; **e)** F; **f)** V; **g)** F; **h)** V; **i)** F

3. **a)**; **c)**

4. **a)** $H_A^3(B)=\boldsymbol{D}$

b) $H_F^{\frac{3}{2}}(H)=\boldsymbol{I}$

c) $H_D^2(F)=\boldsymbol{H}$

d) $H_F^{-1}(I)=\boldsymbol{C}$

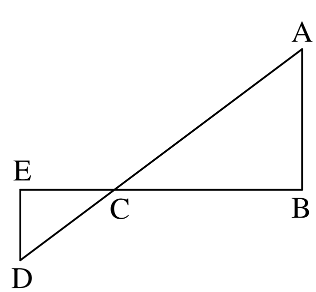
e) $H_E^0(I)=\boldsymbol{E}$

f) $H_G^{-2}(H)=E$

5. **a)**; **c)**

6. **a)** F; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** F

7. Primeiro faz-se o esboço.



Resolução

Para resolver este problema primeiro, temos que fazer o levantamento dos dados.

Dados:

$\overline{BC} = 50m$

$\overline{EC} = 25m$

$\overline{ED} = 20m$

$\overline{AB} = ?$

Estabelece-se a relação entre os dois triângulos (semelhantes) surgidos da demarcação no terreno, ΔABC e ΔCED:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{ED}} \Rightarrow \frac{50m}{25m} = \frac{\overline{AB}}{20m}$$

Substitui-se os segmentos pelos dados.

$$\Rightarrow 50m \bullet 20m = 25m \bullet \overline{AB}$$

$$\Rightarrow 1000m^2 = 25m \bullet \overline{AB}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \frac{1000m^{\cancel{2}}}{25\cancel{m}}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = 40m$$

Resposta: A largura do rio é de 40 m.

8. b);

Porque:

Primeiros extraimos os dados.

Dados:

$\overline{AB} = 10\,cm$

$\overline{AC} = 12\,cm$

$\overline{BD} = 5\,cm$

$\overline{EC} = ?$

$\overline{AE} = ?$

Porque:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{EC}}$$

$$\frac{10\,cm}{12\,cm} = \frac{5\,cm}{\overline{EC}} \Rightarrow \overline{EC} = \frac{12\,cm \cdot 5\,cm}{10\,cm}$$

$$\Rightarrow \overline{EC} = \frac{6\cancel{0}\,cm^{\cancel{2}}}{1\cancel{0}\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \overline{EC} = 6\,cm$$

Resposta: $\overline{EC}$ mede 6 cm.

c);

Porque:

Para a determinação da ditância $\overline{AE}$; seguiremos o raciocínio:

$\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC}$

$\overline{AE} = \overline{AC} - \overline{EC}$ - Substituindo pelos dados teremos.

$\overline{AE} = 12cm - 6cm$

$\overline{AE} = 6cm$

ou

Calcular aplicando a relação: $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{DA}}{\overline{AE}}$.

Dados

$\overline{AB}$ = 10 cm $\overline{BD}$ = 5 cm

$\overline{DA}$ = ?

Entretanto falta-nos a medida $\overline{DA}$. Pelos dados desponíveis, calculamos pela fórmula:

$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{DA}$

$\overline{DA} = \overline{AB} - \overline{BD}$

$\overline{DA} = 10cm - 5cm$

$\overline{DA} = 5cm$

Dados
$\overline{AB}$ = 10 cm
$\overline{BD}$ = 5 cm
$\overline{DA}$ = ?

Daqui voltamos para a relação: $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{DA}}{\overline{AE}}$; e substituimos com os dados.

$$\frac{10\,cm}{12\,cm}=\frac{5\,cm}{\overline{AE}} \Rightarrow \overline{AE}=\frac{12\,cm \bullet 5\,\cancel{cm}}{10\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \overline{AE}=\frac{6\cancel{0}\,cm}{1\cancel{0}}$$

$$\Rightarrow \overline{AE}=6\,cm$$

A resposta: $\overline{\text{AE}}$ mede 6 cm.

9. b);

Dados:
$\overline{\text{AB}}=4\text{cm}$
$\overline{\text{AC}}=9\text{cm}$
$\overline{\text{FC}}=8\text{cm}$

$\overline{\text{EF}}=?$

Porque:

$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{EF}}=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{GE}}$; Porque sabe-se que: $\overline{\text{GE}}=\overline{GF}+\overline{EF}$.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{GE}} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{GF}+\overline{EF}}$$

$$\Rightarrow \frac{4\,cm}{\overline{EF}}=\frac{9\,cm}{\overline{EF}+8\,cm}$$

$$\Rightarrow 4\,cm\left(\overline{EF}+8\,cm\right)=9\,cm \bullet \overline{EF}$$

$$\Rightarrow 9\,cm \bullet \overline{EF}-4\,cm\,\overline{EF}=32\,cm^2$$

$$\Rightarrow 5\,cm \bullet \overline{EF}=32\,cm^2$$

$$\Rightarrow \overline{EF}=\frac{32\,cm^{\cancel{2}}}{5\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \overline{EF}=6,4\,cm$$

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 7

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 7

Elaborado por:
Carlos Xavier Nhanguatava
Alfredo Agostinho Gomes

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo do Módulo 7 de Matemática da 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado todos os Módulos anteriores da Matemática da 9ª classe, e ter terminado com sucesso.

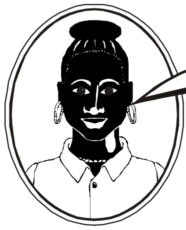
Na 8ª classe estudou na sua generalidade conteúdos que, abrangeram o estudo do Teorema de Pitágoras, igualdade de triângulos, identificação de ângulos verticalmente opostos, figuras geometricamente iguais, identificação de triângulos congruentes, aplicação de critérios de congruência de triângulos na resolução de problemas.

Com efeito recomendamos que faça uma revisão do Módulo 6 da 8ª Classe, sobre o Teorema de Pitágoras, conhecimentos esses que servirão de base para o aprofundamento do seu estudo deste capítulo, e como deve estar recordado este tema foi tratado nesta classe.

Neste Módulo terá a oportunidade de estudar relações métricas em triângulos rectângulos, definir relações métricas no triângulo, demostração do Teorema de Pitágoras pela semelhança de triângulo,

e resolver exercícios práticos aplicando as relações métricas, aplicar o Teorema de Pitágoras na resolução de problemas concretos.

E no final deste Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.



Bem-vindo de novo, caro aluno! Como sabe, eu sou a Sra. Madalena e vou acompanhá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

1 Teorema de Pitágoras (revisão)

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Resolver exercícios aplicando o Teorema de Pitágoras;
- Resolver problemas práticos aplicando o Teorema de Pitágoras;

Material necessário de apoio

- Módulo 6 8ª classe.
- Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo do Módulo 7 da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha comprendido o suficiente o último Módulo sobre semelhança de triângulos.

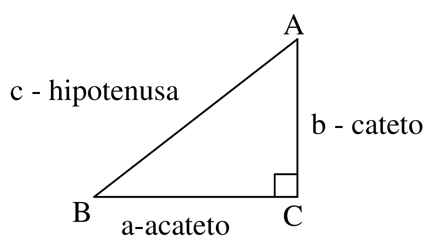
Fazemos votos que você redobre mais os esforços para o mais breve poder terminar o seu estudo deste Módulo.

Neste módulo terá a oportunidade de aplicar as relações métricas dum triângulo rectângulo, demonstrar o teorema de Pitágoras, aplicar este teorema na resolução de exercícios e problemas concretos.

Caro aluno esta lição, é uma revisão de conteúdos que estudou no Módulo 6 da 8ª classe, neste sentido antes de estudar as lições seguintes precisa rever estes conhecimentos acompanhando alguns exemplos e resolver alguns exercícios:

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, como deve estar lembrado a partir do próprio título da lição "Teorema de Pitágoras". É um dos teoremas muito famoso, e ele diz: Num triângulo rectângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.



E se traduz:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Nota histórica

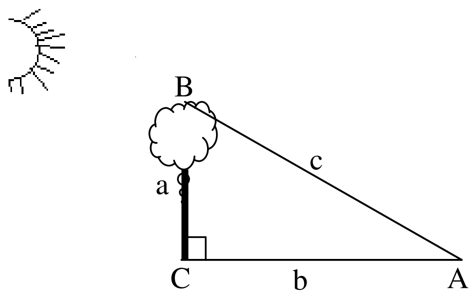
Caro aluno, vai conhecer um pouco da Historia do Pitágoras, residiu no sul da Itália por volta de 529 a. C. foi um grande pensador Matemático e Filósofo Grego, e que impressionou-se bastante na investigação de Números (aritimética) e Geometria ; procurava explicar todos conceitos da natureza a partir da aritimética ou geometria e chegou a fundar uma escola conhecida até então como escola pitagórica. Relacionou inicialmente os números 3, 4 e 5 . Apartir destes Números descobriu que: o quadrado de 3 mais o quadrado de 4 é igual ao quadrado de 5.

Esta relação dos números permite resolver situações da vida prática; por exemplo, na necessidade de determinar a distância de um ponto conhecido (acessível) e um outro não conhecido (inacessível), podemos usar este conhecimento, transformar a situação num triângulo rectângulo.

Este conhecimento é aplicável em várias áreas, construção civil, astronomia, navegação aérea, marítima, etc.

Graças a este teorema, hoje em dia, se conhece a distância da terra ao sol, embora o homem nunca tenha lá chegado.

Ainda pelo mesmo teorema podemos conhecer a altura de uma árvore (inacessível de subir).



a – Cateto1

b – Cateto 2

c – Hipotenusa

Recorde o Teorema de pitágoras:

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

Pela tríada Pitagórica principal (3, 4 e 5), teremos:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

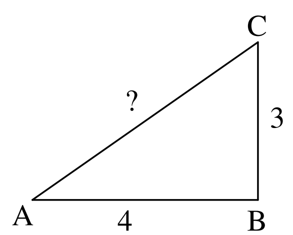
$$9 + 16 = 25$$

$$25 = 25$$ Veja só, verifica-se uma igualdade.

Exemplo 1

Qual é a medida da hipotenusa de um triângulo rectângulo sabendo que os catetos medem 3 e 4 unidades, respectivamente.

Como se trata de um problema; primeiro temos que esboçar o triângulo rectângulo, colocando as respectivas unidades.



Em seguida apresentamos os dados:

$|AB| = 4$ e $|BC| = 3$ $\qquad |AC| = h = ?$ Que é a nossa hipotenusa.

Seguidamente anunciamos o teorema de Pitágoras, que nos permitirá a determinação da hipotenusa.

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$h^2 = 4^2 + 3^2$$

Substituimos na fórmula, os dados.

$$h^2 = 16 + 9$$

$$h^2 = 25$$

$$h = \sqrt{25}$$

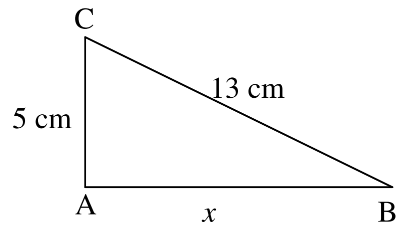
$$h = 5$$

Resposta: A hipotenusa mede 5 unidades.

Exemplo 2

Qual é a medida de um dos catetos de um triângulo rectângulo, sabendo que a hipotenusa mede 13 cm e o outro cateto 5 cm.

Tal como se fez no exemplo anterior. Primeiro esboçamos o triângulo.



Apresentação dos dados:

$|BC| = 5\,cm \rightarrow$ um dos catetos, e $|AC| = 13\,cm \rightarrow$ hipotenusa e $|AB| = ?$ cateto em falta

Escrevemos o Teorema de Pitágoras.

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$

$$|13\,cm|^2 = |AB|^2 + |5\,cm|^2$$

Substituimos na fórmula, os dados.

$$169\,cm^2 = |AB|^2 + 25\,cm^2$$

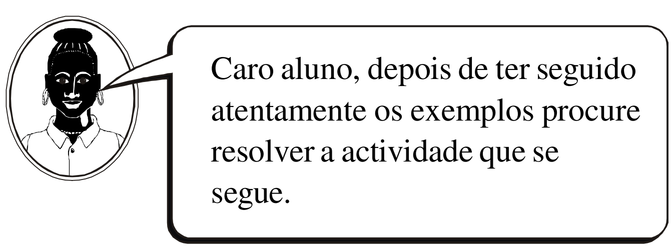
$$|AB|^2 = 169\,cm^2 - 25\,cm^2$$

$$|AB|^2 = 144\,cm^2$$

$$|AB| = \sqrt{144\,cm^2}$$

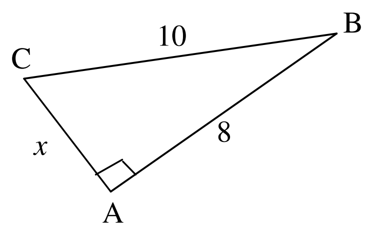
$$|AB| = 12\,cm$$

Resposta: O outro cateto mede 12 cm.



ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira. Na figura que se segue, o valor de x é:



a) 8

b) 6

c) 7

2. Marque com um ✓ os números que podem ser medidas dos lados de um triângulo rectângulo. E justifique a sua opção.

a) 3; 4; 6

b) 16; 30; 34

c) 10; 24; 25

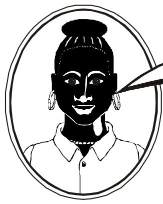
d) 6; 8; 10

3. Dado o triângulo ABC, cujos lados têm as medidas, a baixo. Marque com um ✓ as medidas que indicam triângulos rectângulos. E justifique a sua opção.

a) $|AB|=7$; $|BC|=4$; $|AC|=9$

b) $|AB|=4$; $|BC|=5$; $|AC|=3$

c) $|AB|=13$; $|BC|=12$; $|AC|=5$



Depois de ter acompanhado atentamente os exemplos e procurado resolver sozinho a actividade sugerida, compare as suas respostas com as que apresentamos na chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

2. Os números que podem ser medidas dos lados de um triângulo rectângulo. São:

b) 16; 30; 34

d) 6; 8; 10

Pelo Teorema de Pitágoras teremos:

$h^2 = c_1^2 + c_2^2$

h – hipotenusa; c_1 – cateto 1 e c_2 – cateto 2.
Assim:

b) 16; 30; 34; porque:

$h^2 = c_1^2 + c_2^2$

$34^2 = 30^2 + 16^2$ ← Substituindo os dados.

1156 = 900 + 256

1156 = 1156 ← A igualdade, mostra que os números dados podem ser de um triângulo rectângulo.

O mesmo em relação a:

d) 6; 8; 10; porque:

$h^2 = c_1^2 + c_2^2$

$10^2 = 8^2 + 6^2$

Substituindo os dados.

$100 = 64 + 36$

$100 = 100$

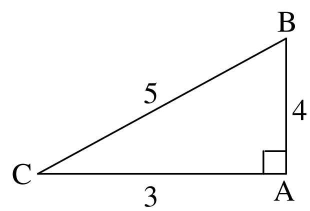
A igualdade, mostra que os números dados podem ser de um triângulo rectângulo.

Tome atenção: O número com maior valor absoluto, corresponde à hipotenusa e os outros dois para os catetos.

3. As medidas que indicam triângulos rectângulos são:

b)

Esboçando teremos:



Porque:

Aplicando e substituindo no Teorema de Pitágoras, teremos:

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$ Dados: $|AB| = 4$; $|BC| = 5$; $|AC| = 3$

$5^2 = 4^2 + 3^2$

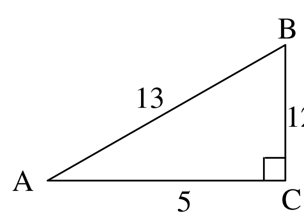
$25 = 16 + 9$

$25 = 25$

A igualdade, mostra que os números dados são de um triângulo rectângulo.

c)

O esboço fica:



Porque:

Pelo Teorema de Pitágoras, teremos:

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$ Dados: $|AB| = 13$; $|BC| = 12$; $|AC| = 5$

$13^2 = 12^2 + 5^2$

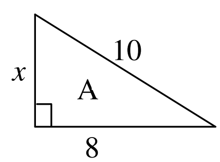
169 = 144 + 25

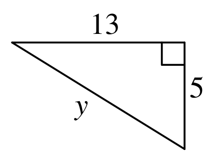
169 = 169

A igualdade, mostra que os números dados são de um triângulo rectângulo.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afimações verdadeiras e um **F** as falsas. Para as medidas de x e y, para os triângulos rectângulos que se seguem.





V/F

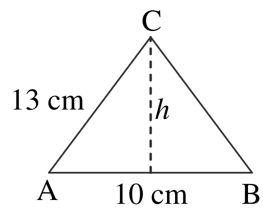
a) Lado x no triângulo A é igual a 8

b) Lado x no triângulo A é igual a 6

c) Lado y no triângulo B é aproximadamente 14

d) Lado y no triângulo B é aproximadamente 13

2. Marque com um ✓ apenas a fimação verdadeira. Dado o triângulo isósceles que se segue, cuja base mede 10 cm e outro lado 13 cm.

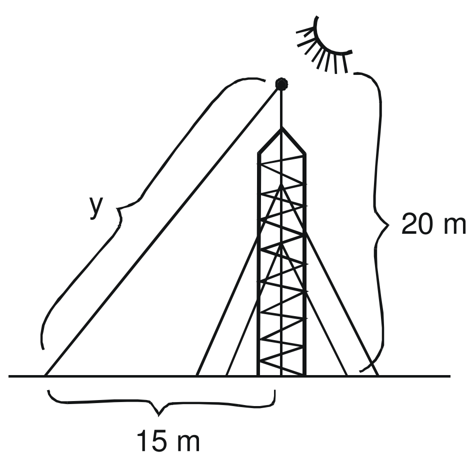


a) A altura do triângulo mede 13 cm

b) A altura do triângulo mede 12 cm

c) A altura do triângulo mede 14 cm

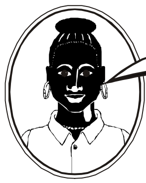
3. Uma torre de comunicações com 20 m de altura, a dada altura do dia produz uma sombra de 15 m. Marque com um ✓ a resposta certa. E justifique a sua resposta em relação a distância do ponto mais alto da torre ao extremo da sombra.



a) A distância do ponto mais alto da torre ao extremo da sombra é de 30 m.

b) A distância do ponto mais alto da torre ao extremo da sombra é de 25 m.

c) A distância do ponto mais alto da torre ao extremo da sombra é de 45 m.



Caro aluno, agora acompanhe como se resolvem estes exercícios comparando com a chave de correcção a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

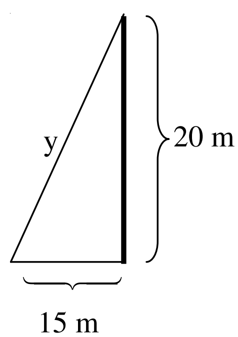
1. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F

2. **b)**

3. **b)**

Porque:

Primeiro temos que esboçar a figura. Sendo assim teremos:



Apresentação dos dados:

c1 – Cateto 1 = 20m; c2 – Cateto 2 = 15m e y = h – Hipotenusa = ?

Em seguida anunciamos o Teorema de Pitágoras:

$h^2 = c_1^2 + c_2^2$

Substituimos os dados na fórmula.

$$h^2 = (20m)^2 + (15m)^2$$

$$h^2 = 400m^2 + 225m^2$$

$$h^2 = 625m^2$$

$$h = \sqrt{625m^2}$$

$$h = 25m$$

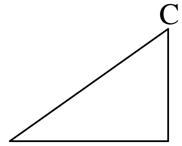
Resposta: Logo se conclui que a distância do ponto mais alto da torre ao extremo da sombra é de 25 m.

Caro aluno, vamos recordar-lhe alguns conceitos; que deverá tomar em conta quando estiver a calcular a medida dos lados de um triângulo. O que se chama de igualdade triangular, como pode observar a seguir.

Relação entre os lados de um triângulo.

Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção, acompanhe atentamente as definições e os exemplos que se seguem; em relação à desigualdade triangular de forma a rever estes conhecimentos.

1º Caso: Num triângulo, qualquer lado é menor que a soma dos outros dois.
Consideremos o triângulo ABC.



$\overline{AB} < \overline{BC} + \overline{AC}$; $\overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC}$ e $\overline{BC} < \overline{AB} + \overline{AC}$

Exemplo

Considerando o mesmo triângulo do exemplo anterior; com os dados teremos:

$\overline{AB}=3$ cm, $\overline{BC}=4$ cm e $\overline{AC}=5$ cm; como provar estas desigualdades.

$\overline{AB}>\overline{BC}-\overline{AC} \Rightarrow 3cm>5cm-4cm$; $\overline{AC}>\overline{BC}-\overline{AB} \Rightarrow 5cm>4cm-3cm$

$\Rightarrow 3cm>1cm$ $\qquad\qquad \Rightarrow 5cm>1cm$

$\overline{BC}>\overline{AC}-\overline{AB} \Rightarrow 4cm>5cm-3cm$

$\Rightarrow 4cm>2cm$

Conclusão: As desigualdades expressas anteriormente são verificadas, por isso são válidas.

Tome nota: Em casos de uma das igualdades não se verifique, então não é possível traçar o triângulo pretendido com os dados que tiverem sido fornecidos.

Caro aluno, depois de ter seguido atentamente as definições e os exemplos procure resolver a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas.

V/F

a) É possível construir um triângulo com as medidas dos lados 6 m, 7 m e 13 m. ☐

b) É possível construir um triângulo com as medidas dos lados 6 m, 7 m e 8 m. ☐

c) É possível construir um triângulo com as medidas dos lados 8 cm, 20 mm e 11 cm. ☐

d) É possível construir um triângulo com as medidas dos lados 6 cm, 4 cm e 5 cm. ☐

2. Indique entre que valores pode variar a medida de um lado de triângulo.

a) Com as dimensões 4 m e 11 m.

b) Com as dimensões 7 m e 18 dm.

c) Com as dimensões 140 mm e 14 cm.

Depois de teres realizado a actividade proposta, compare os seus resultados com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos; caso não tenha tido sucesso volte a resolver.

CHAVE DE CORRECÇÃO

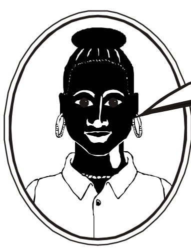
1. **a)** F; **b)**V; **c)** F; **d)**V

2. Os valores em que podem variar as medidas de um lado de triângulo, podem ser:

a) Com as dimensões 4 m e 11 m; pode variar entre 7 m e 15 m.

b) Com as dimensões 7 m e 18 dm; pode variar entre 5,2 m e 8,8 m.

c) Com as dimensões 140 mm e 14 cm; pode ser menor que 28 cm.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos na actividade. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

2 Relações Métricas em Triângulos Rectângulos

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Definir as relações no triângulo;
- Usar as relações métricas no triângulo.

Material necessário de apoio

- Módulo 6, 8ª classe.
- Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da lição 2 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha comprendido o suficiente a última lição sobre o Teorema de Pitágoras.

Fazemos votos que você redobre mais esforços para o mais breve poder terminar o seu estudo desta lição.

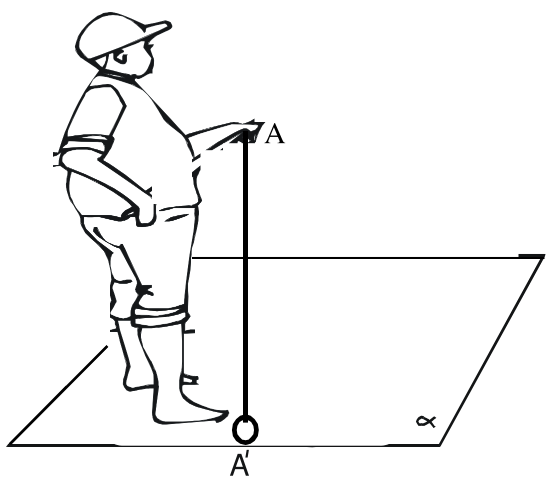
Nesta lição terá oportunidade de aplicar as relações métricas num triângulo rectângulo, usar as mesmas relações para a resolução de problemas concretos.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, como deve ter notado na lição anterior fizemos uma revisão sobre o Teorema de Pitágoras, estudado no Módulo 6 da 8ª classe, através de alguns exemplos da resolução de alguns exercícios. Tem notado antes de iniciar uma lição que começamos por definir os conceitos; acompanhados de alguns exemplos.

Exemplo 1

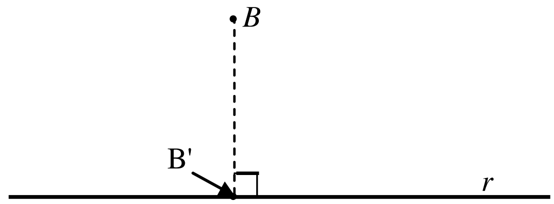
Consideremos o objecto A (ponto), sobre a mão de um pedreiro (fio de prumo), quando se solta este ponto, segue uma trajectória (um segmento de recta) que é perpendicular ao plano horizontal α (chão) que se considera não ondulado e onde toca (chão), teremos o ponto A'. Ao ponto A´ charemos **projecção ortogonal** sobre o plano (chão).



Exemplo 2

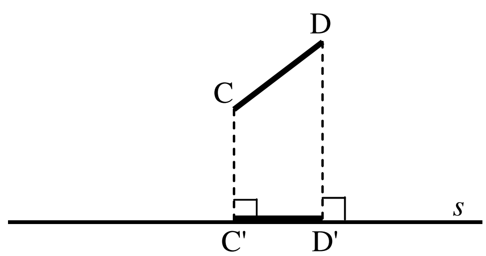
Consideremos a recta ***r***, e o ponto B, e determinemos a projecção ortogonal deste ponto sobre a recta ***r***.

Determinar a projecção ortogonal do ponto B, sobre a recta ***r***, é determinar a intersecção de ***r***, com recta que lhe é perpendicular e passando pelo ponto B. Assim B' é a projecção ortogonal de B, sobre ***r***, segundo a ilustação.



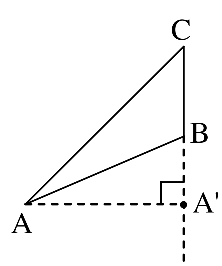
Exemplo 3

Tracemos a projecção ortogonal do segmento $\overline{CD}$, sobre a recta **s**. Como sabemos que determinar a projecção ortogonal de um ponto sobre uma recta, é determinar a intersecção da recta, com a recta que lhe é perpendicular e passando por esse ponto dado. Neste caso consideraremos as projecções dos pontos C e D (extremos do segmento) e obteremos o segmento $\overline{C'D'}$, que é a projecção ortogonal do segmento .



Exemplo 4

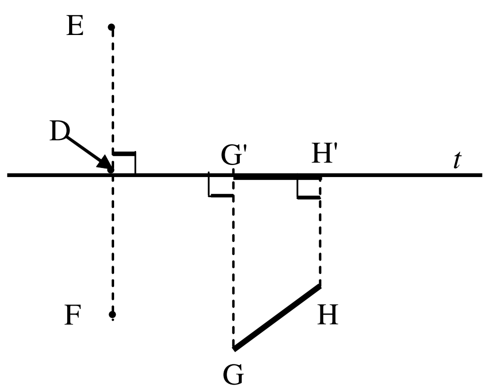
Consideremos o triângulo [ABC], e determinemos a projecção ortogonal do ponto A sobre o lado $\overline{BC}$. Para tal seguiremos o mesmo procedimento que nos dois exemplos anteriores; Assim teremos como ilustra a figura.



Caro aluno, depois de ter seguido atentamente as explicações no texto acima através de exemplos, realize a actividade que se segue.

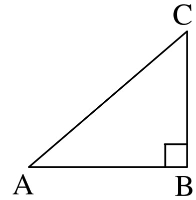
ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** para as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

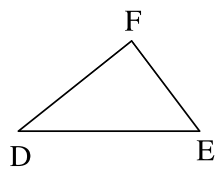


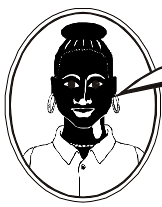
	V/F
a) A projecção ortogonal do ponto E é o ponto F.	☐
b) A projecção ortogonal do ponto E é o ponto D.	☐
c) A projecção ortogonal do segmento $\overline{GH}$ é $\overline{G'H'}$.	☐
d) A projecção ortogonal do segmento $\overline{GH}$ é $\overline{GH}$.	☐

2. Determine as projecções ortogonais dos catetos do triângulo [ABC], rectângulo em B, em relação á hipotenusa.



3. Dado o triângulo [DEF], determine as projecções ortogonais de cada um dos vértices, em relação aos lados opostos.



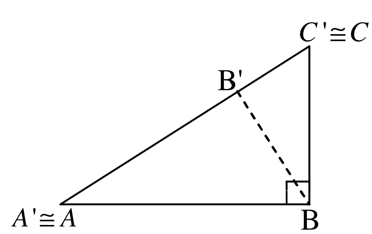


Depois de ter acompanhado atentamente e procurado resolver sozinho a actividade sugerida, compare as suas respostas com as que apresentamos na Chave de Correcção.

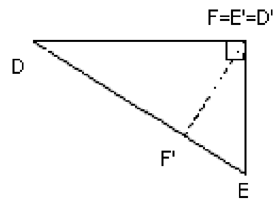
CHAVE DE CORRECÇÃO

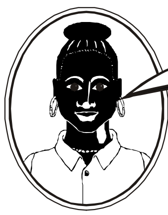
1. a) F; **b)**V; **c)**V; **d)** F

2. As projecções ortogonais dos catetos do triângulo [ABC], rectângulo em B, em relação á hipotenusa é B´, $C'\cong C$ e $A'\cong A$.



3. Dado o triângulo DEF, determine as projecções ortogonais de cada um dos vértices, em relação aos lados opostos.





Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção, acompanhe atentamente a explicação que se segue, com os respectivos exemplos sobre relações métricas em triângulos rectângulos.

Relações métricas

Definição

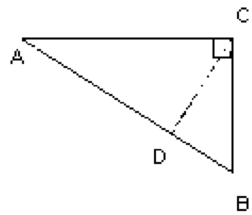
Meio proporcional entre dois segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ é o segmento $\overline{XY}$ tal que:

$$\frac{|AB|}{|XY|}=\frac{|XY|}{|CD|}\Leftrightarrow |XY|^2=|AB|\cdot|CD|$$

E se pode traduzir, no seguinte teorema:

Teorema 1

A altura $\overline{CD}$ relativa à hipotenusa de um triângulo rectângulo é meio proporcional entre os segmentos que nela determina.



Que também se pode traduzir, matematicamente:

$$\frac{|AD|}{|CD|}=\frac{|CD|}{|DB|} \Leftrightarrow |CD|^2=|AD|\cdot|DB|$$

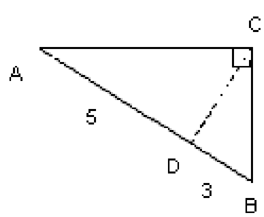
Exemplo 5

Dado o triângulo rectângulo [ABC] e rectângulo em A, com $|AD| = 5$ unidades e $|DB| = 3$ unidades. Calcular a altura do triângulo relativa à hipotenusa.
Segundo a figura, no 1º passo.

Para resolver este caso, seguiremos os passos:

1º Passo:

Representar o esboço com os dados disponíveis.



2º Passo:

Descobrir a relação métrica, que pode nos facilitar solucionar o problema.

Isto é, encontrar a altura pretendida.

$$\frac{|AD|}{|DC|}=\frac{|DC|}{|DB|}$$

$|AD| = 5$ unidades, $|DB| = 3$ unidades e $|DC|$ é altura do triângulo.

$$\frac{|AD|}{|DC|}=\frac{|DC|}{|DB|} \Rightarrow |DC|\bullet|DC|=|AD|\bullet|DB|$$

$$\Rightarrow |DC|^2=|AD|\bullet|DB|$$

Substitui se os dados fornecidos.

$$\Rightarrow |DC|^2=5\bullet 3$$

$$\Rightarrow |DC|^2=15$$

$$\Rightarrow |DC|=\sqrt{15}$$

$$|DC|\approx 3,9$$

Resposta: A altura do triângulo relativa à hipotenusa é aproximadamente 3,9.

Teorema 2

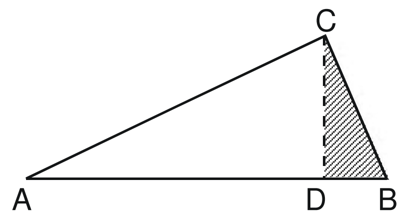
Num triângulo rectângulo.

Um cateto é meio proporcional entre a hipotenusa e a sua projecção ortogonal sobre ela.

O que se pode traduzir, matematicamente:

$$\frac{|AC|}{|AB|}=\frac{|AB|}{|AD|}\Leftrightarrow|AB|^2=|AC|\bullet|AD|.$$

Segundo ilustra a figura.



Como determinar a medida de $\overline{AB}$, sabendo que $\overline{AC}=40$ cm e $\overline{AD}=32$ cm. Assim teremos:

$$|AB|^2=|AC|\cdot|AD|\Rightarrow|AB|^2=40cm\cdot 32cm$$

$$\Rightarrow|AB|^2=1280cm^1$$

$$\Rightarrow|AB|=\sqrt{1280cm^2}$$

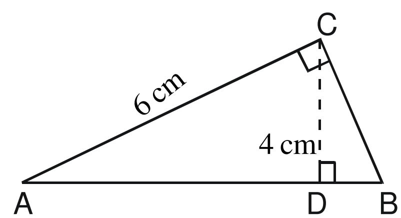
$$\Rightarrow|AB|\approx 36cm$$

Exemplo 6

Como determinar a medida da hipotenusa de um triângulo rectângulo em que um dos catetos mede 6 cm e a altura relativa a $\overline{AB}$ mede 4 cm.

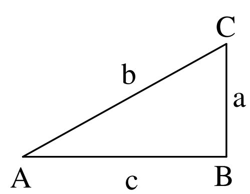
1º Passo:

Para tal, primeiro temos que fazer o esboço, assim sendo teremos:



Para resolver este problema, devemos recordar o Teorema de Pitágoras:

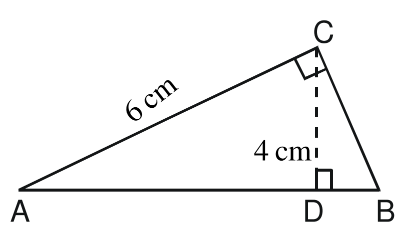
Teorema de Pitágoras: Num triângulo rectângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.



Que se traduz:

$$b^2 = c^2 + a^2$$

Como se pode notar, temos um outro triângulo [DBC], onde a hipotenusa mede 6 cm e um dos catetos 4 cm. E pelo Teorema de Pitágoras:



$|AC| = 6$ cm - hipotenusa; $|DC| = 4$ cm – um dos catetos e $|AD|$ - um dos catetos, o procurado.

$$|AC|^2 = |DC|^2 + |AD|^2$$

$$|6|^2 = |4|^2 + |AD|^2$$

$$36 = 16 + |AD|^2$$

$$|DB|^2 = 36 - 16$$

$$|DB|^2 = 20$$

$$|DB| = \sqrt{20}$$

$$|DB| \approx 4{,}5 \text{ cm}$$

2º Passo:

Pelo teorema:

A altura relativa à hipotenusa de um triângulo rectângulo é meio proporcional entre os segmentos que nela determina.

Que se traduz pela expressão:

$$\frac{|AD|}{|CD|} = \frac{|CD|}{|DB|} \Rightarrow |AD| \cdot |DB| = |CD| \cdot |CD| \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo, teremos:}}$$

$$|AD| \cdot 4{,}5 = 4 \cdot 4$$

$$|AD| = \frac{16}{4{,}5}$$

$$|AD| = 3{,}6 \text{ cm}$$

3º Passo:

Como sabemos que: $|AB| = |AD| + |DB|$

E $|AD| = 3{,}6$ cm e por outro $|DB| = 4{,}5$cm

Logo: $|AB| = |AD| + |DB|$

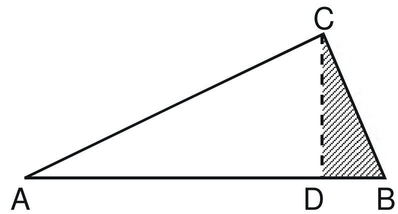
$$|AB| = 3{,}6 \text{ cm} + 4{,}5 \text{ cm}$$

$$|AB| = 8{,}1 \text{ cm}$$

Resposta: A hipotenusa mede 8,1 cm.

Teorema 3

Num triângulo rectângulo.
A altura relativa à hipotenusa é o quarto proporcional entre a hipotenusa e os dois catetos.



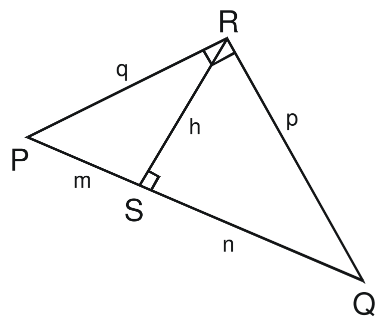
O que se pode traduzir, matematicamente:

$$\frac{|AC|}{|BC|}=\frac{|AB|}{|DB|}$$

Caro aluno, depois de ter seguido atentamente as definições e os exemplos procure resolver a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Na figura ao lado, $[RS]$ é a altura relativa à hipotenusa $[PQ]$ do triângulo rectângulo $[PQR]$. Sendo m = 8 cm e n = 18 cm. Marque com um ✓ as afirmações verdadeiras.



a) h mede 12 cm. ✓

b) h mede $\sqrt{12\,cm^2}$

c) p mede $\sqrt{468}\,cm^2$

d) p mede $468cm$

e) h mede $\sqrt{208}\,cm^2$

f) q mede $208\,cm$

2. Dado o triângulo rectângulo $[ABC]$ de hipotenusa ***a***, cateto ***b*** e ***c***, marque com um ✓, a medida em falta.

✓

a) ***b*** = 20 e ***c*** = 21 o lado ***a*** mede 29 . ☐

b) ***b*** = 20 e ***c*** = 21 o lado ***a*** mede 30. ☐

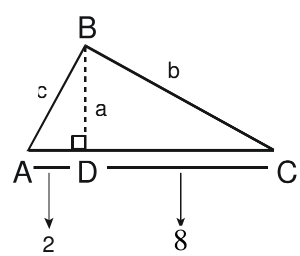
c) ***a*** = 17 e ***b*** = 15 o lado ***c*** mede 8 . ☐

d) ***a*** = 17 e ***b*** = 15 o lado ***c*** mede 9. ☐

e) ***b*** = 7 e ***c*** = 24 o lado ***a*** mede 20. ☐

f) ***b*** = 7 e ***c*** = 24 o lado ***a*** mede 25. ☐

3. Considere a figura a seguir e marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.



V/F

a) No triângulo, ***a*** mede 4. ☐

b) No triângulo, ***a*** mede 5. ☐

c) No triângulo, ***c*** mede $\approx 4,5$. ☐

d) No triângulo, ***c*** mede 4 . ☐

e) No triângulo, ***b*** mede 8. ☐

f) No triângulo, ***b*** mede ≈ 9 . ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. c); e)

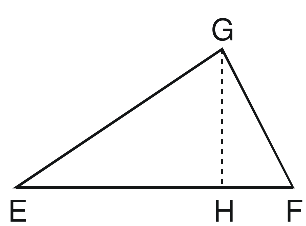
2. a); c); f)

3. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** F; **f)** V

Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a Chave de Correcção que lhe apresentamos, resolve os exercícios que se seguem.

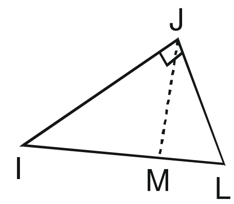
EXERCÍCIOS

1. Complete as expressões de modo que sejam verdadeiras.



a) $\dfrac{|EH|}{\_\_} = \dfrac{|GH|}{\_\_\_}$

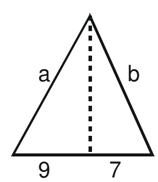
b) $\dfrac{|EH|}{|GH|} = \dfrac{\_\_\_}{\_\_\_}$



c) $\dfrac{|IL|}{\_\_} = \dfrac{\_\_\_}{|IM|}$

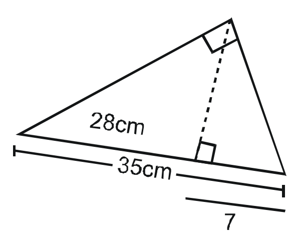
d) $\dfrac{|IL|}{\_\_} = \dfrac{|IJ|}{|IM|}$

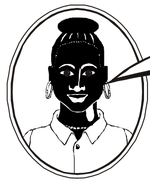
2. Dado o triângulo rectângulo que se segue, marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas.



	V/F
a) O lado ***a*** mede 11.	☐
b) O lado ***a*** mede 12.	☐
c) O lado ***b*** mede 10,6.	☐
d) O lado ***b*** mede 13.	☐

3. Determine a área de um triângulo rectângulo, como apresenta a figura a seguir.





Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios sugeridos, compare as suas respostas com a Chave de Correcção que lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\dfrac{|EH|}{|\boldsymbol{GH}|}=\dfrac{|GH|}{|\boldsymbol{HF}|}$.

b) $\dfrac{|EH|}{|GH|}=\dfrac{|\boldsymbol{GH}|}{|\boldsymbol{HF}|}$

c) $\dfrac{|IL|}{|\boldsymbol{IJ}|}=\dfrac{|\boldsymbol{IJ}|}{|IM|}$

d) $\dfrac{|IL|}{|\boldsymbol{JL}|}=\dfrac{|IJ|}{|IM|}$

2. a) F; **b)** V; **c)** V; **d)** F;

3. Neste caso, primeiro:

Temos que calcular a altura do triângulo em relação à hipotenusa.

Que é meio proporcional entre os segmentos que estão entre

28 e (35 – 28 = 7).

Assim teremos:

$$\frac{28}{h} = \frac{h}{7} \Rightarrow h^2 = 28 \bullet 7$$

$$\Rightarrow h^2 = 196$$

$$h = 14$$

Segundo:

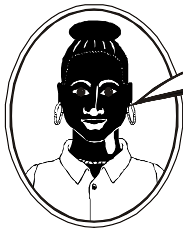
Determinar a área do triângulo. Como sabemos que $A\Delta = \dfrac{b \bullet h}{2}$

Dados:
***b* = 35 cm e *h* = 14 cm.**

$$A\Delta = \frac{35\,cm \bullet 1\cancel{4}^{7}\ cm}{\cancel{2}}$$

$$A\Delta = 245cm^2$$

Resposta: A área do triângulo é igual $245cm^2$.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver pelo menos três exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo -
-se da actividade sexual.

3 Demonstração do Teorema de Pitágoras

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Demonstrar o Teorem de Pitágoras, pela semelhança de triângulos.

Material necessário de apoio

- Módulo 6, 8ª classe.
- Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 3ª lição do Módulo 7! Esperamos que tenha compreendido o suficiente a última lição sobre as relações métricas em triângulos rectângulos.

Fazemos votos que você redobre mais esforços para o mais breve poder terminar o seu estudo desta lição.

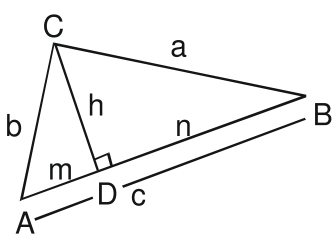
Nesta lição terá a oportunidade de conhecer a outra demonstração do Teorema de Pitágoras , usando a semelhança de triângulos. E vai poder aplicar o mesmo teorema na resolução de problemas concretos.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, está recordado sobre a demosntração do Teorema de Pitágoras aprendida no Módulo 6 da 8ª classe, sob forma de árvore.

Demonstração do Teorema de Pitágoras

Considrermos o triângulo $[ABC]$ abaixo:



$\frac{m}{b}=\frac{b}{c}\Rightarrow$ ← Pela relação métrica.

$b^2=m\cdot c$ ← Lembre-se que: O produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

$\frac{n}{a}=\frac{a}{c}\Rightarrow$ ← Pela relação métrica.

$a^2=n\cdot c$

Por outro lado sabemos que qualquer cateto de um triângulo rectângulo é meio proporcional entre a hipotenusa e a sua projecção ortogonal sobre ela.

Fazendo a igualdade das duas relações métricas teremos:

$b^2=m\cdot c$ e $a^2=n\cdot c$

$b^2+a^2=m\cdot c+n\cdot c$

$\underbrace{a^2+b^2}_{Ordenando} = \underbrace{c(m+n)}_{evidenciando\,o\,\mathbf{c}}$ e como sabemos que: $c = m + n$.

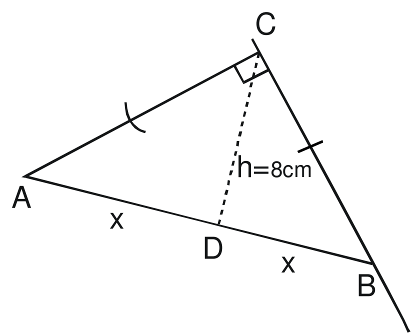
Assim ficamos com: $b^2+a^2=c^2$ e chegamos ao Teorema de Pitágoras.
A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

O mesmo que:
O quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos.

Exemplo 1

Determinemos a medida da hipotenusa e área de um triângulo rectângulo isósceles que tem de altura 8 cm.

1º passo: Fazer o esboço do triângulo.



2º passo: Fazer o levantamento dos dados.

h (altura) = $\overline{DC}$ = 8 cm; $\overline{AC}$ = ? (um dos catetos); $\overline{BC}$ = ? (outro cateto) e AB = ? (hipotenusa).
Como se pode ver temos falta de três elementos.
No entanto sabemos que se trata de um triângulo isósceles, e a altura divide a hipotenusa em dois segmentos iguais.

3º passo: Recorrer a uma das relações métricas já conhecidas.

$$\frac{x}{8}=\frac{8}{x} \Rightarrow x^2=8^2$$

$$\Rightarrow x^2=64$$

$$\Rightarrow x=\sqrt{64}$$

$$\Rightarrow x=8$$

4º passo: Já dissemos que a altura divide a hipotenusa em dois segmentos iguais. Assim a hipotenusa será duas vezes os segmentos iguais $(2 \bullet x)$. Deste modo teremos.

Resposta: A hipotenusa mede 2 x 8 cm = 16 cm.

5º passo: Sabemos que existe um outro pedido, que é calcular a área do triângulo.

A área do triângulo é dada pela fórmula:

$A\Delta = \frac{b \bullet h}{2}$; para isso precisamos dos seguintes dados: $\boldsymbol{b}$ = 16 cm e $\boldsymbol{h}$ = 8 cm.

Em seguida substituimos na fórmula.

$$A\Delta = \frac{b \bullet h}{2} \Rightarrow A\Delta = \frac{16\,cm \bullet \cancel{8}^{4}\;cm}{\cancel{2}^{1}}$$

$$\Rightarrow A\Delta = 64cm^2$$

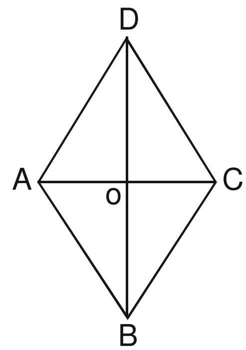
Resposta: O triângulo tem de área $64cm^2$.

Caro aluno, de certeza que acompanhou atentamente o exemplo anterior! Caso não tenha compreendido a explicação volte a rever procurando resolver os exercícios dos exemplos.

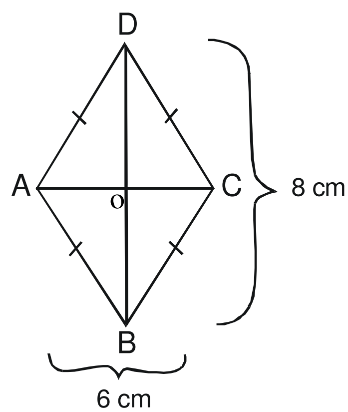
Exemplo 2

Determinemos a medida do lado de um losango cujas diagonais medem 6 cm e 8 cm.

1º passo: Do mesmo modo iremos, esboçar o losango em primeiro lugar.



2º passo: Sabemos que as diagonais num losango cortam-se ao **meio perpendicularmente**, formando quatro triângulos congruentes. Como se recorda sobre os critérios de congruência de triângulos, no Módulo 6 da 9ª classe. Sendo assim os triângulos são rectângulos. Como ilustra a figura.



3º passo: Deste modo consideremos um dos triângulos, neste caso o ΔBCO.

Dados:

$BO = \frac{BD}{2} \Rightarrow \frac{8\,cm}{2} = 4$ cm; $OC = \frac{AC}{2}$ =3 cm e $BC = ?$

4º passo: Pelo Teorema de Pitágoras, teremos:

$$|BC|^2 = |BO|^2 + |OC|^2$$

$$|BC|^2 = |4\,cm|^2 + |3\,cm|^2$$

Substituindo os dados, teremos.

$$|BC|^2 = 16\,cm^2 + 9\,cm^2$$

$$|BC|^2 = 25\,cm^2$$

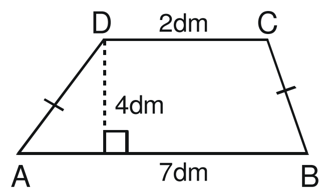
$$BC = \sqrt{25\,cm^2}$$

$$BC = 5\,cm$$

Resposta: A medida do lado do losango é de 5 cm.

ACTIVIDADE

1. Considere o trapézio isósceles com 7 dm e 2 dm de comprimento e altura de 4 dm. Marque um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. E justifique a sua escolha.



a) O seu perímetro será igual a 18,4 dm.

b) O seu perímetro será igual a 19 dm.

c) A sua área será $20\,dm^2$.

d) A sua área será $18\,dm^2$.

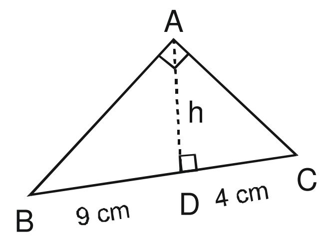
2. Seja o comprimento e a área de um rectângulo de 16 cm e $80\,cm^2$, respectivamente. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira e verifique a sua escolha.

a) A diagonal do rectângulo mede 15 cm.

b) A diagonal do rectângulo mede 16,8 cm.

c) A diagonal do rectângulo mede 18 cm.

3. Dado o triângulo rectângulo.



a) Calcule a altura.

b) Calcule a sua área.

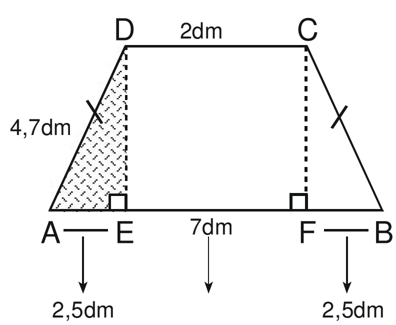
c) Calcule o perímetro.

Depois de ter acompanhado atentamente e procurado resolver sozinho a actividade sugerida, compare as suas respostas com as que apresentamos na Chave de Correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

1º passo: Fazer o esboço.



2º passo: Como o pedido é a determinação do perímetro e área do trapézio, nisto os elementos de que nos disposmos não são suficientes.

Faltam as medidas dos lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$. Mas sabemos que $\overline{AD} = \overline{BC}$, porque se trata de um trapézio isósceles.

Então:

$$\overline{AE} = \frac{\overline{AB} - \overline{EF}}{2} \Rightarrow \overline{AE} = \frac{7-2}{2}$$

$$\Rightarrow \overline{AE} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \overline{AE} = 2,5$$

Também se sabe que:
$\overline{DC} = \overline{EF}$

3º passo: Consideremos o triângulo ΔAED.

Dados:

$\overline{AE} = 2,5\,dm$

$\overline{ED} = 4dm$

$\overline{AD} = ?$

$\overline{AD}$ corresponde ao lado em falta do trapézio, e que é igual a $\overline{CB}$

4º passo: Pelo Teorema de Pitágoras, vamos determinar **.**

$$|AD|^2 = |AE|^2 + |ED|^2$$

$$|AD|^2 = |2,5\,dm|^2 + |4\,dm|^2$$

$$|AD|^2 = 6,25\,dm^2 + 16\,dm^2$$

$$|AD|^2 = 22,25\,dm^2$$

$$|AD| = \sqrt{22,25\,dm^2}$$

$$|AD| \approx 4,7\,dm$$

5º passo: Calcular o perímetro do trapézio.

E é dado pela fórmula:

P▱= $2\overline{AD}+\overline{AB}+\overline{DC}$

Substituindo os dados fica:

P▱= $2\bullet 4{,}7\,dm+7\,dm+2\,dm$

P▱= $9{,}4\,dm+9\,dm$

P▱= $18{,}4\,dm$

Dados:

$\overline{CB}=\overline{AD}\approx 4{,}7\,dm$

$\overline{AB}=7\,dm$

$\overline{DC}=2\,dm$

Assim provamos a nossa escolha da resposta.
Por isso: O perímetro é igual a 18,4 dm.

d)

1º passo: Escrevemos a fórmula para a área do trapézio que é:

$$\text{AT}=\frac{(B+b)}{2}\bullet h$$

Substituindo os dados fica:

$$\text{AT}=\frac{(7\,dm+2\,dm)}{\cancel{2}^{1}}\bullet\cancel{4}^{2}\,dm$$

$$\text{AT}=9\,dm\bullet 2\,dm$$

$$\text{AT}=18\,dm^2$$

Dados:

$B=\overline{AB}=7\,dm$

$b=\overline{DC}=2\,dm$

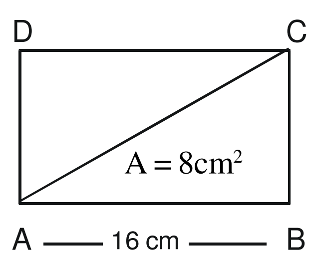
$h=\overline{ED}=4\,dm$

Deste modo justificamos que a nossa escolha é válida.

Por isso: A área será $18\,dm^2$.

2. b)

1º passo: Esboço do rectângulo.



2º passo: Levantamento dos dados do rectângulo.

Dados: $A_{\square} = 80\,cm^2$

$c = 16\,cm$

$l = ?$

$|AC| =$ diagonal = ?

Com estes dados ainda não é possível calcular a medida da diagonal. Temos que conhecer a medida da largura.

3º passo: Expressar a fórmula da área do rectângulo.

$A_{\square} = c \bullet l$

$80\,cm^2 = 16\,cm \bullet l$ ← Substituir os dados

$16\,cm \bullet l = 80\,cm^2$

$l = \dfrac{80\,cm^{\cancel{2}}}{16\,\cancel{cm}}$

$l = 5\,cm$

4º passo: Agora conhecemos a medida da largura, deste modo podemos calcular a medida da diagonal.

Pelo Teorema de Pitágoras, já é possível calcular a medida da diagonal.

Escrever a fórmula:

Dados:

$\overline{AB} = 16\,cm$

$\overline{BC} = 5\,cm$

$\overline{AC} = ?$

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$ ← Substituir os dados

$|AC|^2 = |16\,cm|^2 + |5\,cm|^2$

$|AC|^2 = 256\,cm^2 + 25\,cm^2$

$|AC|^2 = 281\,cm^2$

$|AC| = \sqrt{281\,cm^2}$

$|AC| = 16,8\,cm$

Por isso: A diagonal do rectângulo é $|AC|$ e mede 16,8 cm.

3. a) Para calcular a altura vamos usar a relação:

$$\frac{|BD|}{|DA|}=\frac{|DA|}{|DC|}$$

Dados:

$\overline{BD}=9\,cm$

$\overline{DC}=4\,cm$

$\overline{DA}=?$

$$\frac{9\,cm}{|DA|}=\frac{|DA|}{4\,cm} \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados}}$$

$$|DA|^2=9\,cm\bullet 4\,cm$$

$$|DA|^2=36\,cm^2$$

$$|DA|=\sqrt{36\,cm^2}$$

$$|DA|=6\,cm$$

Resposta: A altura do triângulo mede 6 cm.

b) Para o cálculo da área do triângulo, seguiremos os passos a seguir.

1º passo: Vamos recordar a fórmula da área de um triângulo.

Dados:

$b=\overline{BC}=13\,cm$

$h=\overline{DA}=6\,cm$

$A\Delta=?$

$$A\Delta=\frac{b\bullet h}{2}$$

$$A\Delta=\frac{13\,cm\bullet 6\,cm}{2} \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados}}$$

$$A\Delta=\frac{13\,cm\bullet \cancel{6}^{3}\,cm}{\cancel{2}^{1}}$$

$$A\Delta=13\,cm\bullet 3\,cm$$

$$A\Delta=39\,cm^2$$

Resposta: A área do triângulo é de $39\,cm^2$.

c) Para calcular o perímetro, primeiro vamos anunciar a fórmula:

$$P_{\Delta}=\overline{BC}+\overline{CA}+\overline{BA}$$

Como se pode ver, temos duas incógnitas, assim
Sendo não é possível resolver o nosso problema,
Antes de obter os valores em falta.

1º passo: Consisideremos o triângulo $[DCA]$ e determina-se o lado $[AC]$ que é igual a diagonal.

Dados:

$b = \overline{BC} = 13\,cm$

$\overline{CA} = ?$

$\overline{BA} = ?$

$$|AC|^2 = |DC|^2 + |DA|^2$$

$$|AC|^2 = |4\,cm|^2 + |6\,cm|^2$$

Substituindo os dados

$$|AC|^2 = 16\,cm^2 + 36\,cm^2$$

$$|AC|^2 = 52\,cm^2$$

$$|AC| = \sqrt{52\,cm^2}$$

$$|AC| \approx 7\,cm$$

Dados:

$\overline{DC} = 4\,cm$

$\overline{DA} = 6\,cm$

$\overline{AC} = ?$ - hipotenusa

2º passo: Como ainda falta uma medida de um dos catetos $\overline{BA}$, não se pode calcular o perímetro do triângulo, é necessário determinar essa medida.

Assim, consideremos: o triângulo $[ABC]$ determinemos a medida de $[BA]$. Pelo Teorema de Pitágoras, vamos calcular o cateto em falta.

$$|BC|^2 = |AC|^2 + |BA|^2$$

Substituindo os dados

$$|13\,cm|^2 = |7\,cm|^2 + |BA|^2$$

$$169\,cm^2 = 49\,cm^2 + |BA|^2$$

$$|BA|^2 = 169\,cm^2 - 49\,cm^2$$

$$|BA|^2 = 120\,cm^2$$

$$|BA| = \sqrt{120\,cm^2}$$

$$|BA| \approx 11\,cm$$

Dados:

$\overline{BC} = 13\,cm$

$\overline{AC} = 7\,cm$

$\overline{BA} = ?$ - cateto

3º passo: Calcular o perímetro do triângulo, porque já temos todos os dados; teremos.

$P_{\triangle} = \overline{BC} + \overline{CA} + \overline{BA}$

$P_{\triangle} = 13\,cm + 7\,cm + 11\,cm$

$P_{\triangle} = 31\,cm$

Dados:

$\overline{BC} = 13\,cm$

$\overline{CA} = 7\,cm$

$\overline{BA} = 11\,cm$

Resposta: O triângulo tem de perímetro 31 cm.

EXERCÍCIOS

1. Dado um losango, com a diagonal maior 80 cm de comprimento e a menor com 18 cm. Marque um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas em relação a área e o perímetro do lasango.

V/F

a) O losango tem de área $1440\,cm^2$. ☐

b) O losango tem de área $720\,cm^2$. ☐

c) O losango tem de perímetro $160\,cm$. ☐

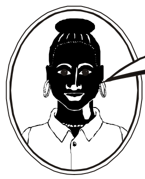
d) O losango tem de perímetro $164\,cm$. ☐

2. Determine o valor das expressões. E diz se são pitágóricos os números designados pelas expressões.

a) $a^2 - b^2, 2ab, a^2 + b^2$.

b) $2n, n^2 - 1, n^2 + 1$

3. Num triângulo rectângulo, a altura referente à hipotenusa mede 6 cm e a projecção de um dos catetos sobre a hipotenusa mede 4 cm. Quanto mede a hipotenusa?



Caro aluno, agora acompanhe como se resolvem estes exercícios comparando com a Chave de Correcção a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) F; **b)**V; **c)** V; **d)**F

2. a) $a^2-b^2, 2ab, a^2+b^2 \Rightarrow \left(a^2+b^2\right)^2=\left(a^2-b^2\right)^2+\left(2ab\right)^2$

Porque, se considerarmos:
a = 2 e b = 3, ou quisquer outros números teremos uma igualdade verdadeira.

$$\left(a^2+b^2\right)^2=\left(a^2-b^2\right)^2+\left(2ab\right)^2 \Rightarrow \left(2^2+3^2\right)^2=\left(2^2-3^2\right)^2+\left(2\cdot 2\cdot 3\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(4+9\right)^2=\left(4-9\right)^2+\left(12\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(13\right)^2=\left(-5\right)^2+\left(12\right)^2$$

$$\Rightarrow 169=25+144$$

$$\Rightarrow 169=169$$

Porque, se considerarmos:
n = 2 , ou quilquer outro número teremos uma igualdade verdadeira.

Caro aluno, experimente com outros números.

b) $2n, n^2-1, n^2+1 \Rightarrow \left(n^2+1\right)^2 = \left(n^2-1\right)^2 + \left(2n\right)^2$

$$\Rightarrow \left(2^2+1\right)^2 = \left(2^2-1\right)^2 + \left(2 \bullet 2\right)^2$$

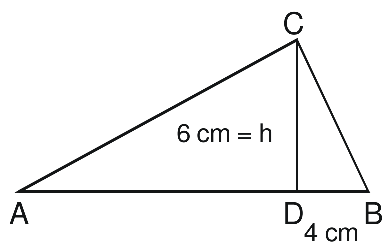
$$\Rightarrow (5)^2 = (3)^2 + (4)^2$$

$$\Rightarrow 25 = 9 + 16$$

$$\Rightarrow 25 = 25$$

Os números designados pelas expressões são pitagóricos, porque são verdadeiras e correspondem ao teorema de Pitágoras.

3. Para tal temos que esboçar, o triângulo referido e teremos, como se segue.



Daqui vamos usar uma das relações métricas, estudadas na lição anterior. Assim teremos: **Dados:** $|DB| = 4\,cm$; $|DC| = 6\,cm$ e $|AD| = ?$

$$\frac{|AD|}{|CD|} = \frac{|CD|}{|DB|}$$

$$\Rightarrow \frac{|AD|}{6\,cm} = \frac{6\,cm}{4\,cm} \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados}}$$

$$\Rightarrow 36\,cm^2 = |AD| \bullet 4\,cm$$

$$\Rightarrow |AD| = \frac{36\,cm^2}{4\,cm}$$

$$\Rightarrow |AD| = \frac{36\,cm^{\cancel{2}}}{4\,\cancel{cm}}$$

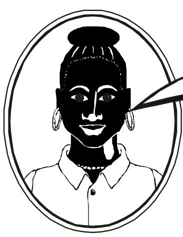
$$\Rightarrow |AD| = 9\,cm$$

Mas como a nossa preocupação é a determinação da hipotenusa.
A hipotenusa é $\overline{AB}$. E $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB}$. Deste modo teremos:

$\overline{AB} = 9\,cm + 4\,cm$

$\overline{AB} = 13\,cm$

Resposta: A hipotenusa mede 13 cm.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

4

Exercícios de Aplicação - Relações Métricas e Teorema de Pitágoras

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Realizar exercícios práticos aplicando as relações métricas.
- Aplicar o Teorema de Pitágoras na resolução de problemas.

Material necessário de apoio

- Módulo 6, 8ª classe.
- Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao seu estudo da 4ª lição do Módulo 7! Esperamos que tenha comprendido o suficiente as última lições sobre as relações métricas e o Teorema de Pitágoras.

Fazemos votos que você redobre mais esforços para o mais breve poder terminar o seu estudo desta lição, e que tem em vista a .

Nesta lição terá a oportunidade de aplicar as relações métricas e o Teorema de Pitágoras como forma de consolidação dos seus conhecimentos na determinação dos lados de um triângulo na resolução de problemas concretos e práticos, através da resolução de exercícios.

Por outro lado vai rever a relação existente entre os lados num triângulo.

EXERCÍCIOS

1. Marque com ✓ as afimações verdadeiras. E justique a sua escolha.

a) O valor de a, na figura A é igual a 10.

b) O valor de *a*, na figura A é igual a 12.

c) O valor de *b*, na figura A é igual a 10,6.

d) O valor de *b*, na figura A é igual a 13.

e) O valor de *h*, na figura B é igual a 8.

f) O valor de *h*, na figura B é igual a 6,5.

g) O valor de *a*, na figura B é igual a 2,7.

h) O valor de *a*, na figura B é igual a 4.

2. Qual é a medida da hipotenusa de um triângulo rectângulo em que um dos catetos mede 6 cm e a sua projecção ortogonal sobre a hipotenusa mede 4 cm.

3. A hipotenusa de um triângulo rectângulo mede 10 m e a projecção de um dos catetos sobre a mesma mede 6,4 m. Calcula a medida do outro cateto.

4. Considere o triânguloABC, rectângulo em B, em que um dos caetos mede 18 dm e o outro cateto mede $\frac{4}{3}$ do outro. Marque com ✓ apenas a medida certa da hipotenusa. E justifique a sua resposta.

✓

a) A hipotenusa mede 25 dm. ☐

b) A hipotenusa mede 30 dm. ☐

c) A hipotenusa mede 35 dm. ☐

d) A hipotenusa mede 20dm. ☐

Caro aluno, depois de ter resolvidos os exercícios propostos, compare as suas respostas com a Chave de Correcção que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

Porque: Pela relação métrica: $\frac{|AC|}{|AB|}=\frac{|AB|}{|AD|}$ ← Substituindo teremos:

Termos: $\frac{9}{a}=\frac{a}{9+7} \Rightarrow a \bullet a=9(9+7)$

$\Rightarrow a^2=9 \bullet 16$

$\Rightarrow a^2=144$

$\Rightarrow a=\sqrt{144}$

$a=12$

Logo encontramos o valor de a = 12.

c)

Para o valor de **b**; seguiremos o mesmo procedimento que na alínea anterior.

Usamos a mesma realção:

$\frac{|AC|}{|AB|}=\frac{|AB|}{|AD|}$ ← Substituindo os valores teremos:

Assim fica:

$\frac{7}{b}=\frac{b}{9+7} \Rightarrow b^2=7 \bullet (9+7)$

$\Rightarrow b^2=7 \bullet 16$

$\Rightarrow b=\sqrt{112}$

$\Rightarrow b=10,6$

h)

Porque: Pelo mesmo Teorema (relação métrica) anterior das duas alíneas, teremos:

$$\frac{|AC|}{|AB|}=\frac{|AB|}{|AD|} \Rightarrow \frac{a}{7}=\frac{7}{18}$$

$$\Rightarrow 49=18a$$

$$\Rightarrow 18a=49$$

$$\Rightarrow a=\frac{49}{18}$$

$$a=2,7$$

É preciso ter atênção que é necessário determinar o valor de a, só depois é que podemos procurar o valor de *h*.

Porque: Já que conhecemos o valor *a*, que é a medida do triângulo menor. Daqui podemos calcular a medida de *h*, que é altura do triângulo.

Assim pelo Teorema de Pitágoras teremos

$$7^2=2,7^2+h^2$$

$$h^2=49-7,29$$

$$h^2=41,71$$

$$h=\sqrt{41,71}$$

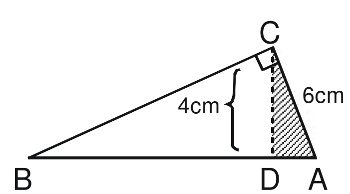
$$h=6,5$$

2. Qual é a medida da hipotenusa de um triângulo rectângulo em que um dos catetos mede 6 cm e a sua projecção ortogonal sobre a hipotenusa mede 4 cm.

Para a resolução deste problema seguiremos os passos que seguem.

1º passo:

Esboço do problema.



Deste esboço obtemos o triângulo $[ABC]$, e temos os seguintes dados:

$\overline{DC} = 4\,cm$

$\overline{BC} = 6\,cm$

$\overline{AB} = ?$ **-** E é a nossa preocupação é conhecer esta medida.

2º passo:

Seja ΔDBC.
Vamos levantar os dados deste.

Dados:

$\overline{DC} = 4\,cm$ - um dos catetos.

$\overline{BC} = 6\,cm$ - hipotenusa.

$\overline{DB} = ?$

Pelo Teorema de Pitágoras vamos determinar $\overline{DB}$.

Fórmula:

$|BC|^2 = |DC|^2 + |DB|^2$ ← Substituindo os dados.

$|6\,cm|^2 = |4\,cm|^2 + |DB|^2$

$36\,cm^2 = 16\,cm^2 + |DB|^2$

$|DB|^2 = 36\,cm^2 - 16\,cm^2$

$|DB|^2 = 20\,cm^2$

$|DB| = \sqrt{20\,cm^2}$

$|DB| \approx 4,5$

3º passo:

Como $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB}$ e já conhecemos $\overline{DB}$ e falta conhecer $\overline{AD}$, para tal iremos usar a relação:

$$\frac{|AD|}{|CD|} = \frac{|CD|}{|DB|}$$

Dados:

$\overline{DB} = 4,5\,cm$

$\overline{CD} = 4\,cm$

$\overline{AD} = ?$

Substtuindo os dados teremos.

$$\frac{|AD|}{|CD|} = \frac{|CD|}{|DB|} = \frac{|AD|}{|4\,cm|} = \frac{|4cm|}{|4,5\,cm|}$$

$$\Rightarrow 16\,cm^2 = |AD| \bullet 4,5\,cm$$

$$\Rightarrow |AD| = \frac{16\,cm^{\cancel{2}}}{4,5\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow |AD| \approx 3,6\,cm$$

Assim o lado $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB}$, e ficamos com

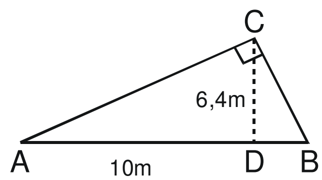
$\overline{AB} = 3,5\,cm + 4,5\,cm \Rightarrow \overline{AB} = 8\,cm$.

Resposta: A hipotenusa mede aproximadamente 8 cm.

3. Para resolver este problema, teremos que seguir os seguintes passos.

1º passo:

Esboço do problema.



2º passo: Consideremos o triângulo ABC, e como não nos é possível conhecer o lado lado $\overline{AC}$; assim iremos considerar o ΔABC.

Dados:

$|AB| = 10\,m$

$|DC| = 6,4\,m$

$|AC| = ?$

Assim pelo Teorema de Pitágoras, fica:

$$|AC|^2 = |AD|^2 + |DC|^2$$

$$|AC|^2 = |10\,m|^2 + |6,4\,m|^2$$

$$|AC|^2 = 100\,m^2 + 40,96\,m^2$$

$$|AC|^2 = 59,04\,m^2$$

$$|AC| \approx 7,7\,m$$

Resposta: $\overline{AC}$ mede 7,7 m. Mas mesmo assim ainda não estamos em altura para determinar a medida da hipotenusa; sendo assim temos que usar uma relação métrica.

3º passo:

$$\frac{|AD|}{|CD|} = \frac{|CD|}{|DB|} \Rightarrow \frac{|10\,m|}{|6,4\,m|} = \frac{|6,4\,m|}{|DB|} \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os valores existentes teremos.}}$$

$$\Rightarrow |DB| \cdot 10\,m = 40,96\,m^2$$

$$\Rightarrow |DB| = \frac{40,96\,m^{\cancel{2}}}{10\,\cancel{m}}$$

$$\Rightarrow |DB| = 4,096\,m$$

4º passo:

Conhecido o valor de $\overline{DB}$, já é possaível conhecer o valor de $\overline{AB}$, porque $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB}$, assim sendo teremos:

$$\overline{AB} = 10\,m + 4,096\,m \Rightarrow \overline{AB} = 14,096\,m$$

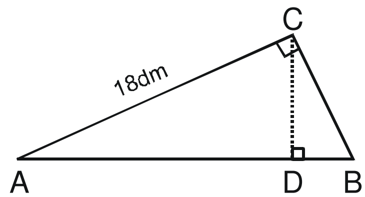
Resposta: O valor da hipotenusa é aproximadamente a 14 *m*.

4. b)

Justificando a resposta teremos.

1º passo:

Esboçar o triângulo representativo do problema em questão.



2º passo:

Fazer o levantamento dos dados.

Dados:

$\overline{AC} = 18\,dm$

$\overline{BC} = \frac{4}{3}\,de\,\overline{AC} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{4}{3} \bullet 18\,dm \Rightarrow \overline{BC} = \frac{4}{\cancel{3}} \bullet 1\cancel{8}^{6}\,dm \Rightarrow \overline{BC} = 24\,dm$

$\overline{AB} = ?$

3º passo:

Anunciar a fórmula – Teorema de Pitágoras que nos ajudará a resolver o problema:

$|AB|^2 = |AC|^2 + |AB|^2$

$|AB|^2 = |18\,dm|^2 + |24\,dm|^2$

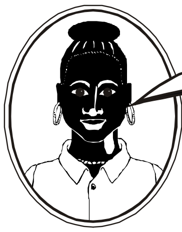
$|AB|^2 = 324\,dm^2 + 576\,dm^2$

$|AB|^2 = 900\,dm^2$

$|AB| = \sqrt{900\,dm^2}$

$|AB| = 30\,dm$

Resposta: A hipotenusa do triângulo mede 30 dm.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo --se da actividade sexual.

5 Teorema de Pitágoras - Consolidação

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar as relações métricas.
- Aplicar o teorema de pitágoras na resolução de exercícios e problemas concretos.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

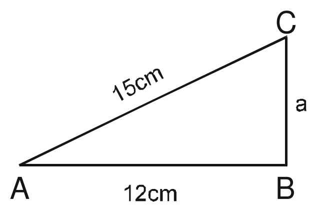
Caro aluno, mais uma vez vamos praticar a resolução de exercícios e problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras e relações métricas em triângulos rectângulos; para isso camecemos por acompanhar alguns exemplos.

Exemplo 1

A hipotenusa e um cateto de um triângulo rectângulo têm de comprimento 15 cm e 12 cm, respectivamente. Quanto mede o outro cateto?

Resolução:

1º Passo – Desenhar o triângulo rectângulo do problema.



2º Passo – Enunciar o Teorema de Pitágoras:

$c^2 = a^2 + b^2$ o que corresponde: $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

3º Passo – Substituir os dados na equação e resolver .

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$|15\,cm|^2 = |12\,cm|^2 + |BC|^2$$

$$|12\,cm|^2 + |BC|^2 = |15\,cm|^2$$

$$|BC|^2 = |15\,cm|^2 - |12\,cm|^2$$

$$|BC|^2 = 225\,cm^2 - 144\,cm^2$$

$$|BC|^2 = 81\,cm^2$$

$$|BC| = \pm\sqrt{81\,cm^2}$$

$$|BC| = 9\,cm$$

Dados:

$|AB| = 15\,cm$

$|AB| = 12\,cm$

$|BC| = b = ?$

Resposta: O outro cateto mede 9 cm.

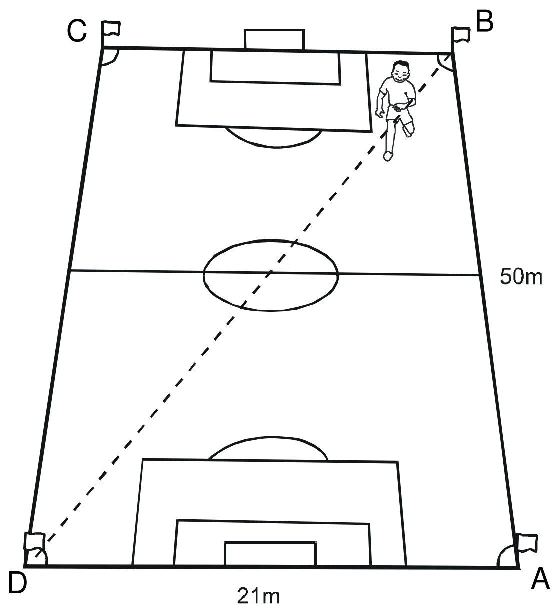
Tome nota: Este tipo de problemas admitem duas soluções, uma resposta positiva e outra negativa (+9 cm e -9cm), mas porque não existem medidas negativas assim a resposta válida é o valor positivo, assim o cateto mede 9 cm.

Exemplo 2

Um atleta atravessou correndo seguindo uma diagonal de um campo de futebol, com a forma rectangular com as seguintes medidas 50m por 21m. Quantos metros o atleta percorreu?

Resolução:

1º Passo: Esboçar a figura que ilustra o problema.



2º Passo:

Fazer o levantamento dos dados:

Comprimento do campo = $\overline{AB} = 50\,m$

Largura do campo = $\overline{DA} = 21m$

Diagonal do campo = $\overline{DB} = ?$

2º Passo:

Apresentar o Teorema de Pitágoras.

Teorema: $h^2 = C_1{}^2 + C_2{}^2$

Sendo:

c_1 – $\overline{AB}$ - Cateto_1

h – $\overline{AC}$ - Hipotenusa

c_2 – $\overline{BC}$ - Cateto_2

3º Passo:

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$ – Substituir os valores dos catetos.

$$|AC|^2 = |50m|^2 + |21m|^2$$

$$|AC|^2 = 2500\text{m}^2 + 441\text{m}^2$$

$$|AC|^2 = 2941\ \text{m}^2$$

$$|AC| = \sqrt{2941\text{m}^2}$$

$$|AC| \approx 54\ \text{m}$$

Resposta: O atleta percorreu aproximadamente 54 metros.

Caro aluno, depois de teres acompanhado os exemplos acima, agora procure resolver os exercícios que seguem.

EXERCÍCIOS

1. Considere um quadrado de diagonal igual a 12 cm. Marque com um ✓, apenas a medida do lado do quadrado. E justifique a sua escolha.

✓

a) O lado do quadrado mede 8. ☐

b) O lado do quadrado mede 8,5. ☐

c) O lado do quadrado mede 9. ☐

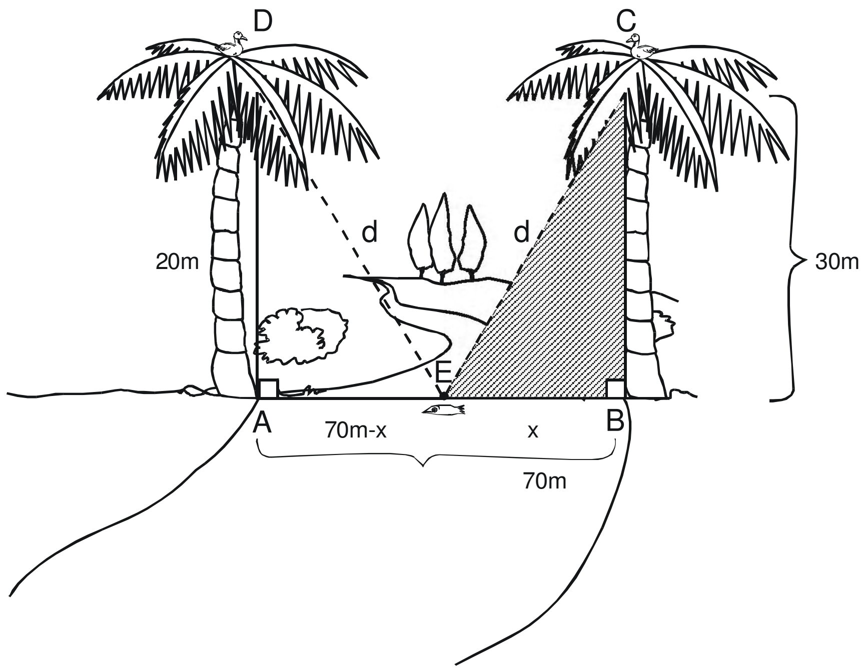
d) O lado do quadrado mede 8,2. ☐

2. Determine as medidas dos catetos dum triângulo rectângulo. Sabendo que os catetos medem 6m e 8m e que é selhamente ao outro cuja a hipotenusa mede 30m.

3. Determine a área de um triângulo isósceles de base 24m e perímetro 50m.

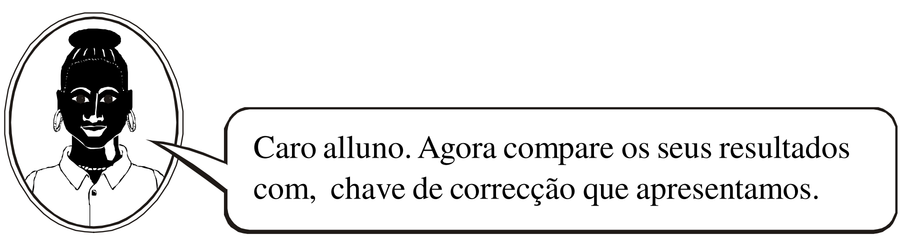
4. Nas mrgens de um rio crescem, frente a frente, duas palmeiras, uma com 20m, e outra com 30m.

Estão poisados dois passáros no cimo das palmeiras, que ao verem o peixe á superfície do rio, se atiram a ele voando, á mesma velocidade, até chocarem os três, peixe e os dois pássaros. Sendo a distância entre as palmeiras de 70m. A que distância da palmeira maior estava o peixe?



5. Com ajuda do seu colega meça a altura da árvore mais alta do seu quintal.

Respeitando os conhecimentos estudados no capitulo sobre a semelhança de triângulos, relações métricas e o Teorema de Pitágoras.

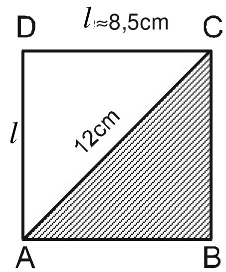


CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

O lado do quadrado, de diagonal de 12 cm, mede aproximadamente 8,5 cm.

Porque:



Como sabemos o quadrado tem todos lados iguais.

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$

Sendo assim, consideremos o ΔABC .

1º passo:

Fazer o levantamento de dados:

$\overline{AC} = 12\,cm$

$\overline{AB} = \overline{BC} = ?$

2º passo:

Enunciar o Teorema de Pitágoras.

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$ ⟵ Substituir os dados.

$|12\,cm|^2 = |AB|^2 + |AB|^2$

$2 \bullet |AB|^2 = |12\,cm|^2$

$$|AB|^2 = \frac{|12\,cm|^2}{2}$$

$$|AB|^2 = \frac{144\,cm^2}{2}$$

$|AB|^2 = 72\,cm^2$

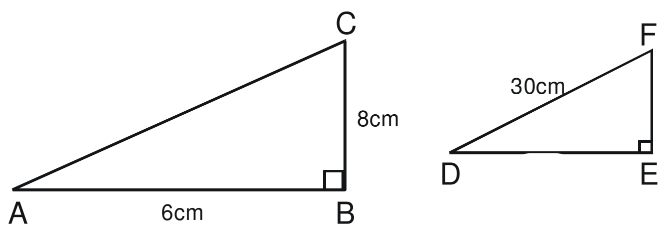
$|AB| = \sqrt{72\,cm^2}$

$|AB| \approx 8{,}5$

Como se pode concluir o lado do quadrado mede 8,5 cm.

2. Para determinar as medidas dos catetos dum triângulo rectângulo. Sabendo que os catetos medem 6m e 8m e que é selhamente ao outro cuja a hipotenusa mede 30m segue se os passos:

1º passo: Esboçar o problema.



2º passo: Pensar na estratégia de resolução.

Para resolver este problema temos que pensar na semelhança de triângulo; um dos critérios da semelhança de triângulos que estudou na 8ª classe no Módulo 6, foi critério LLL "Se dois triângulos têm, de um para o outro, os lados proporcionais então, são semelhantes".

Deste modo temos que determinar a medida da hipotenusa em falta do triângulo com os catetos com as dimensões 6m e 8m, de modo a estabelecer as relações proporcionais entre os lados semelhantes. Assim sendo temos que usar o Teorema de Pitágoras, para ΔABC, de maneira a encontrar a medida de $\overline{AC}$.

Dados:

$\overline{AB} = 6\,m$

$\overline{BC} = 8\,m$

$\overline{AC} = ?$

3º passo: Escreve-se a fórmula do Teorema de Pitágoras, para calcular a hipotenusa.

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$|AC|^2 = |6\,m|^2 + |8\,m|^2$ ← Substitui se os dados.

$|AC|^2 = 36\,m^2 + 64\,m^2$

$|AC|^2 = 100\,m^2$

$|AC| = \sqrt{100\,m^2}$

$|AC| = 10\,m$

no $\Delta[ABC]$

4º passo: Estabelecer a relação de semelhança dos triângulos ΔABC e ΔDEF , assim teremos:

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} \Rightarrow \frac{6\,m}{|DE|} = \frac{10\,m}{30\,m}$$

$$\Rightarrow |DE| \bullet 10\,m = 6\,m \bullet 30\,m$$

$$\Rightarrow |DE| \bullet 10\,m = 6\,m \bullet 30\,m$$

$$\Rightarrow |DE| \bullet 10\,m = 180\,m^2$$

$$\Rightarrow |DE| = \frac{180\,m^{\cancel{2}}}{10\,\cancel{m}}$$

$$|DE| = 18\,m$$

Resposta: O cateto $\overline{DE}$ do $\Delta[DEF]$ mede 18 metros.

4º passo: Determinar a medida do segundo cateto. Para tal vamos usar o Teorema de Pitágoras.

Dados:

$|DE| = 18\,m$

$|DF| = 30\,m$

$[EF] = ?$

Teorema de Pitágoras

$|DF|^2 = |DE|^2 + |EF|^2$

$|30\,m|^2 = |18\,m|^2 + |EF|^2$

$|EF|^2 = |30\,m|^2 - |18\,m|^2$

$|EF|^2 = 900\,m^2 - 324\,m^2$

$|EF|^2 = 576\,m^2$

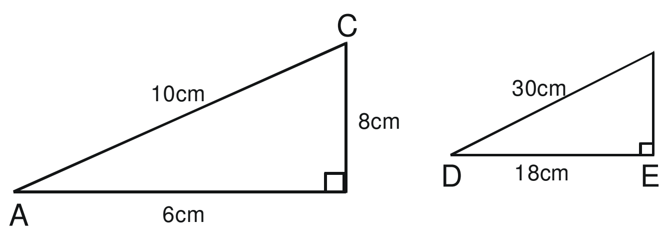
$|EF| = \sqrt{576\,m^2}$

$|EF| = 24\,m$

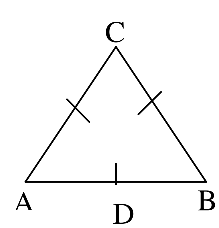
Resposta: O outro cateto do $\Delta[DEF]$ mede 24 m.

As medidas do triângulo cuja hipotenusa mede 30m; tem como medidas dos catetos, Cateto 1 = 18m e cateto 2 = 24m. Como ilustra a figura.

3. Para determinar a área de um triângulo isósceles de base 24m e perímetro 50m, seguem se os passos.



1º passo: Esboçar o triângulo.



2º passo: Fazer o levantamento dos dados.

$|AB| = 24\,cm$

$P\Delta = 50\,cm$

$A\Delta = ?$

Como podemos ver os dados não são suficinetes para a determinação da área do triângulo.

Mas como temos o valor do perímetro, vamos considerar essa fórmula:
Por outro lado devemos recordar, que se trata de um triângulo isósceles (tem dois lados iguais).

$P\Delta = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC}$ Assim: $\overline{AC} = \overline{BC}$

Por outro lado devemos recordar, que se trata de um triângulo isósceles (tem dois lados iguais).

Substituindo os dados desponíveis, teremos:

$50\,cm = 24\,cm + \overline{AC} + \overline{AC}$

$50\,cm = 24\,cm + 2 \bullet \overline{AC}$

$2 \bullet \overline{AC} = 50\,cm - 24\,cm$

$2 \bullet \overline{AC} = 26\,cm$

$\overline{AC} = \dfrac{26\,cm}{2}$

$\overline{AC} = 13\,cm$ - É o valor da medida de cada um dos outros dois lados.

3º passo: Anunciemos a área do triângulo, que é a nossa preocupação.

$A\Delta = \dfrac{b \bullet h}{2}$

Dados:

$b = \overline{AB} = 24\,cm$

$h = \overline{DC} = ?$

E como, ainda falta nos um elemento, a altura do triângulo [ABC].

4º passo: Determinação da altura do triângulo.

Consideremos o triângulo [ADC], para calcular $\overline{DC}$.

Dados:

$\overline{AD} = \dfrac{\overline{AB}}{2}$, porque $\overline{AD} = \overline{DB}$

$\overline{AD} = \dfrac{24\,cm}{2}$

$\overline{AD} = 12\,cm$

Por outro lado, sabemos que $\overline{DC}$ é altura do ΔABC e é cateto do ΔADC.

4º passo: Calcular a altura $\overline{DC}$. Pelo Teorema de Pitágoras.
Dados:

$\overline{AC} = 13\,cm$

$\overline{AD} = 12\,cm$

$\overline{DC} = ?$

Escrevemos a fórmula e substituimos.

$$|AC|^2 = |AD|^2 + |DC|^2$$

$$|13\,cm|^2 = |12\,cm|^2 + |DC|^2$$

$$|DC|^2 = 169\,cm^2 + 144\,cm^2$$

$$|DC|^2 = 25\,cm^2$$

$$|DC| = \sqrt{25\,cm^2}$$

$$|DC| = 5\,cm$$

4º passo: Calcular a área do triângulo.

Dada a fórmula: $A\Delta = \dfrac{b \bullet h}{2}$

$$A\Delta = \frac{\cancel{24}^{12}\,cm \bullet 5\,cm}{\cancel{2}^{1}}$$

$$A\Delta = 12\,cm \bullet 5\,cm$$

$$A\Delta = 60\,cm^2$$

Resposta: A área do triângulo é igual a 60 m^2, tendo em conta que a altura é igual a 5cm.

4. Para resolver este problema, devemos pensar que os pássaros viram o peixe ao mesmo tempo, e usaram a mesma velocidade para poderem apanhar o peixe, e chegaram ao mesmo tempo e percorreram a mesma distância. Vamos seguir os passos para a resolução:

1º passo: Dados.

Consideremos x a distância do peixe à palmeira mais alta, assim teremos:

$\overline{AD} = 20\,m$

$\overline{AB} = 70\,m$

$\overline{BC} = 30\,m$

$\overline{DE} = ?$ - Distância da palmeira mais alta ao peixe.

Chamemos x a distânticia $\overline{EB}$.

2º passo: Consideremos o triângulo $[\mathrm{EBC}]$ – Onde está poisado o pássaro na palmeira menos alta.

Pelo Teorema de Pitágoras: $|EC|^2 = |EB|^2 + |BC|^2$

$$|EC|^2 = |EB|^2 + |30\,m|^2$$

Pelo mesmo raciocínio, consideremos o triângulo $[\mathrm{AED}]$ – Onde está ppoisado o pássaro na palmeira mais alta.

$|ED|^2 = |EA|^2 + |AD|^2$

Assim teremos:

$|ED|^2 = |20|^2 + |70 - x|^2$

3º passo: Fazendo uma igualdade das duas equações teremos:

$$|x|^2 + |30|^2 = |20|^2 + |70 - x|^2 \Rightarrow |x|^2 + |30|^2 = |20|^2 + |70 - x|^2$$

$$\Rightarrow |x|^2 + |30|^2 = |20|^2 + |70 - x|^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 900 = 400 + 4900 - 140x + x^2$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2} + 900 = 400 + 4900 - 140x + \cancel{x^2}$$

$$\Rightarrow 900 = 400 + 4900 - 140x$$

$$\Rightarrow 900 = 5300 - 140x$$

$$\Rightarrow 140x = 5300 - 900$$

$$\Rightarrow 140x = 4400$$

$$\Rightarrow x = \frac{440\cancel{0}}{14\cancel{0}}$$

$$\Rightarrow x = 31,4$$

Caro aluno, por outro lado sabemos que

$\overline{AE} = 70m - x$ em

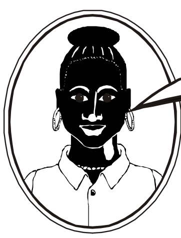
$\overline{AE} = 70m - 31,4m$.

$\overline{AE} = 38,6m$.

Resposta: O peixe estava a 38,6m da palmeira mais alta.

5. A resposta para esta questão é facultativa, porque depende de cada situação, que o caro aluno poderá encontrar na sua zona.

Caro aluno como pode ter notado, é possível conhecer distâncias de pontos inacessíveis. Usando os conhecimentos sobre a semelhança de triângulos, relações métricas ou do Teorema de Pitágoras.



Caro aluno, se bem que acertou tudo; óptimo, está de parabéns! Caso contrário volte a fazer a lição até melhorar os seus conhecimentos sobre o Teorema de Pitágoras.

Se não conseguiu acertar algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Marque com um ✓os números que podem ser medidas dos dados de um triângulo rectângulo. E justifique a sua opção.

a) 3; 6; 6

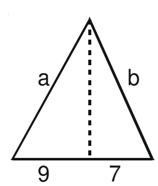
b) 16; 30; 34

c) 10; 24; 25

d) 6; 8; 10

2. Determine a medida de um dos catetos de um triângulo rectângulo em que o outro cateto mede 4cm e a hipotenisa 6 cm.

3. Dado o triângulo rectângulo que se segue, marque um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas.



V/F

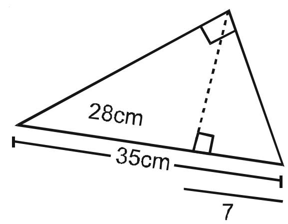
a) O lado ***a*** mede 11.

b) O lado ***a*** mede 12.

c) O lado ***b*** mede 10,6.

d) O lado ***b*** mede 13.

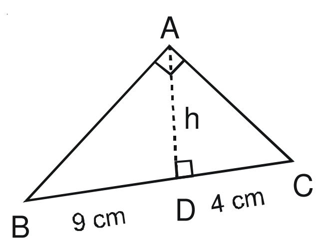
4. Dado o triângulo rectângulo.



a) Calcule a altura.

b) Calcule a área.

5. Determine a altura, área e o perímetro de um triângulo rectângulo, como apresenta a figura a seguir. Sabendo que $\overline{BD} = 9cm$ e $\overline{DC} = 4cm$.



6. Determine a área de um triângulo isósceles de base 24m e perímetro 50m.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. Os números que correspondem às medidas de triângulos rectângulos são:

b) 16; 30; 34
d) 6; 8; 10

Porque:
b) 16; 30; 34
Pelo teorema de pitágoras teremos:

$h^2 = c_1^2 + c_2^2$

$34^2 = 30^2 + 16^2$

$1156 = 1156 \leftarrow$

A igualdade mostra que os números satisfazem o teorema de pitágoras.

d) 6; 8; 10
Pelo teorema de pitágoras teremos

A igualdade mostra que os números satisfazem o teorema de pitágoras.

$h^2 = c_1^2 + c_2^2$

$10^2 = 8^2 + 6^2$

$100 = 64 + 36$

$100 = 100 \leftarrow$

A igualdade mostra que os números satisfazem o teorema de pitágoras.

2. Para tal, primeiro temos que fazer o esboço. Depois determinar a medida de cateto seguindo a explicação que se segue.

Para resolver este problema, devemos recorrer ao Teorema de Pitágoras:

Teorema de Pitágoras:
Num triângulo rectângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.
Que se traduz:

$$b^2 = c^2 + a^2$$

Como se pode notar, a hipotenusa mede 6 cm e um dos catetos 4 cm. E pelo Teorema de Pitágoras:

$$b^2 = c^2 + a^2$$

$$(6cm)^2 = (4cm)^2 + a^2 \longleftarrow \boxed{\text{Substituimos os dados, na fórmula.}}$$

$$36cm^2 = 16cm^2 + a^2$$

$$a^2 = 36cm^2 - 16cm^2$$

$$a^2 = 20cm^2$$

$$a = \sqrt{20cm^2}$$

$$a \approx 4{,}5cm$$

Resposta: O outro cateto mede aproximadamente 4,5 cm

3. **a)** F; **b)**V; **c)** V; **d)** F

4. **1º passo:**

Temos que calcular a altura do triângulo em relação à hipotenusa.

Já que a área do triângulo é dada pela fórmula: $A\Delta = \dfrac{b \bullet h}{2}$; Desta fórmula apenas temos a medida da base (***b***) e não temos a medida da altura (***h***).

A altura podemos encontrar, usando uma das relações métricas; porque sabemos que é meio proporcional entre os segmentos que estão entre a altura 28 e (35 – 28 = 7).

Assim teremos:

$$\frac{28cm}{h}=\frac{h}{7cm} \Rightarrow h^2=28cm \bullet 7cm$$

$$\Rightarrow h^2=196cm^2$$

$$\Rightarrow h=\sqrt{196cm^2}$$

$$h=14cm$$

Resposta: O triângulo tem de altura 14 cm.

Segundo:

Determinar a área do triângulo. Como sabemos que
Dados:
b = 35 cm e h = 14 cm.

$$A\Delta=\frac{35\,cm \bullet 1\cancel{4}^{7}\,cm}{\cancel{2}}$$

$$A\Delta=245cm^2$$

Resposta: A área do triângulo é igual $245cm^2$.

5. Para calcular altura vamos usar a relação:

$$\frac{|BD|}{|DA|}=\frac{|DA|}{|DC|}$$

Dados:
$\overline{BD}=9\,cm$
$\overline{DC}=4\,cm$
$\overline{DA}=?$

$$\frac{9\,cm}{|DA|}=\frac{|DA|}{4\,cm}$$

Substituir os dados

$$|DA|^2=9\,cm \bullet 4\,cm$$

$$|DA|^2=36\,cm^2$$

$$|DA|=\sqrt{36\,cm^2}$$

$$|DA|=6\,cm$$

Resposta: A altura do triângulo mede 6 cm.

Para o cálculo da área do triângulo.

Dados:

$b = \overline{BC} = 13\,cm$

$h = \overline{DA} = 6\,cm$

$A\Delta = ?$

1º passo: Vamos recordar a fórmula.

$$A\Delta = \frac{b \bullet h}{2}$$

$$A\Delta = \frac{13\,cm \bullet 6\,cm}{2} \longleftarrow \boxed{\text{Substituir os dados}}$$

$$A\Delta = \frac{13\,cm \bullet \cancel{6}^{3}\,cm}{\cancel{2}^{1}}$$

$$A\Delta = 13\,cm \bullet 3\,cm$$

$$A\Delta = 39\,cm^2$$

Resposta: A área do triângulo é de $39\,cm^2$.

Para calcular o perímetro, primeiro vamos anunciar a fórmula:

$$P_{\triangle} = \overline{BC} + \overline{CA} + \overline{BA}$$

Como se pode ver, temos duas incógnitas, assim sendo não é possível resolver o nosso problema, antes de obter os valores em falta.

Dados:

$b = \overline{BC} = 13\,cm$

$\overline{CA} = ?$

$\overline{BA} = ?$

2º passo: Consisideremos: $A\Delta = DCA$.
Pelo Teorema de Pitágoras, teremos:

$$|AC|^2 = |DC|^2 + |DA|^2$$

$$|AC|^2 = |4\,cm|^2 + |6\,cm|^2 \longleftarrow \boxed{\text{Substituir os dados}}$$

$$|AC|^2 = 16\,cm^2 + 36\,cm^2$$

$$|AC|^2 = 52\,cm^2$$

$$|AC| = \sqrt{52\,cm^2}$$

$$|AC| \approx 7\,cm$$

Dados:

$\overline{DC} = 4\,cm$

$\overline{DA} = 6\,cm$

$\overline{AC} = ?$ - hipotenusa

3º passo: Como ainda falta uma medida de um dos catetos $\overline{BA}$, não se pode calcular o perímetro
do triângulo, é necessário determinar essa medida.

Assim, consideremos: $A\Delta = ABC$.
Pelo Teorema de Pitágoras, vamos calcular o cateto em falta.

$|BC|^2 = |AC|^2 + |BA|^2$

$|13\,cm|^2 = |7\,cm|^2 + |BA|^2 \longleftarrow$ $\boxed{\text{Substituir os dados}}$

$169\,cm^2 = 49\,cm^2 + |BA|^2$

$|BA|^2 = 169\,cm^2 - 49\,cm^2$

$|BA|^2 = 120\,cm^2$

$|BA| = \sqrt{120\,cm^2}$

$|BA| \approx 11\,cm$

Dados:

$\overline{BC} = 13\,cm$

$\overline{AC} = 7\,cm$

$\overline{BA} = ?$ - cateto

4º passo: Calcular o perímetro do triângulo, porque já temos todos os dados.

$P_\Delta = \overline{BC} + \overline{CA} + \overline{BA}$

$P_\Delta = 13\,cm + 7\,cm + 11\,cm$

$P_\Delta = 31\,cm$

Dados:

$\overline{BC} = 13\,cm$

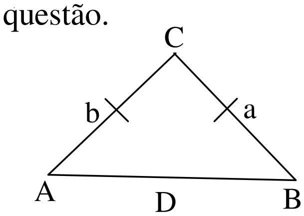
$\overline{CA} = 7\,cm$

$\overline{BA} = 11\,cm$

Resposta: O triângulo tem de perímetro 31 cm.

6. Para determinar a área do triângulo isósceles de base 24 m e perímero 50 m; seguem-se os passos:

1º passo: Esboço do problema em questão.



2º passo: Determinar a medida em falta no triângulo (altura), visto que para a determinação da área dum triângulo precisamos da base e altura. Assim para a determinação da altura temos que nos servir da fórmula de perímetro do triângulo.

$P\Delta = 50$ m

$P\Delta = a + b + c$

$50m = 24m + 2b$

$24m + 2b = 50m$

$2b = 50m - 24m$

$2b = 26m$

$b = \frac{26m}{2}$

$b = 13m$ a = b = 13 m

Susbstituindo os dados

Dados:

$\overline{AB}$ = c = 24 m

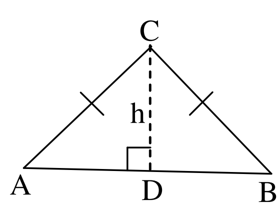
a = b = ?

$P\Delta$ = 50 m

Deste modo encontramos a medida de um dos lados do triângulo e ainda falta a altura. A partir deste elemento podemos determinar a altura.

3º passo: Determinar a altura do triângulo. Para tal fazemos um outro esboço para facilitar a compreensão da nova situação.

Consideremos o triângulo $[ADC]$



Dados:

$\overline{AC} = a = 13m$

$\overline{AD} = 12m$

$\overline{DC} = h = ?$

$\overline{AD} = \frac{\overline{AB}}{2}$

$\overline{AD} = \frac{24m}{2}$

$\overline{AD} = 12m$

Para determarmos a h (altura) do triângulo, temos que usar o Teorema de Pitágoras visto que o triângulo $[ADC]$ é rectângulo em D.

$$|AC|^2 = |AD|^2 + |DC|^2$$

$$|DC|^2 = |AC|^2 + |AD|^2$$

Substituindo os dados.

$$|DC|^2 = (13m)^2 + (12m)^2$$

$$|DC|^2 = 169m^2 + 144m^2$$

$$|DC|^2 = 25m^2$$

$$|DC| = \sqrt{25m^2}$$

$$|DC| = 5cm$$

4º passo: Determinar a área do triângulo.

$$A\Delta = \frac{b \bullet h}{2}$$

$$A\Delta = \frac{24m \bullet 5m}{2}$$

$$A\Delta = 12m \bullet 5m$$

$$A\Delta = 60m^2$$

Dados:
b = 24 m
h = 5 m
$A\Delta$ = ?

Caro aluno, lembre-se que:
$\overline{AB} = b - base$

Resposta: O triângulo tem de área $60m^2$.

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual**, vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente, estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois “Vénus” era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a “deusa do amor”.

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos;
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus;
- Ardor ao urinar;
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis;
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais;
- Ardor ao urinar.

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 8

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)
1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 8

Elaborado por:
Alfredo Agostinho Gomes
Carlos Xavier Nhanguatava

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo do Módulo 8 de Matemática para a 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado o Módulo 7 que na sua generalidade, estudou o teorema de pitágoras, que especificamente, aprendeu definir as relações métricas no triângulo, demonstrou o teorema de pitágoras, pela semelhança de triângulos e finalmente realizou exercícios de aplicação do teorema. Neste Módulo 8 vai estudar, posição relativa de duas circunferências. Devendo ser capaz de identificar a posição relativa entre uma circunferência e uma recta, as circunferências interiores e exteriores, as circunferências tangentes, concêntricas e secantes.
Por outro lado vai aplicar estes conhecimentos na exercitação.

Resolver problemas simples, calculando as posições das circunferências, medidas da corda, do diâmetro e identificar posições relativas entre uma recta e uma circunferência. E no final do Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar-se para a realização do teste do fim do Módulo.

Bem-vindo de novo, caro aluno! Como sabe, eu sou a Sra. Madalena e vou acompanhá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

1 Posição Relativa entre uma Circunferência e uma Recta

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar a posição relativa entre uma circunferência e uma recta.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

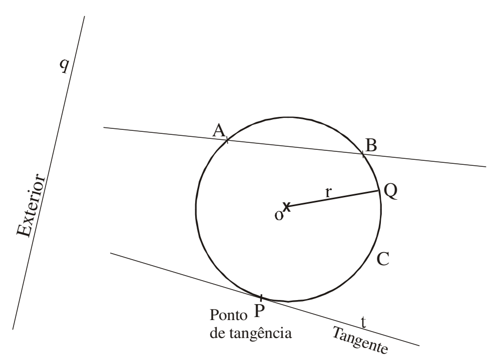
INTRODUÇÃO

Bem vindo ao oitavo módulo, que vamos estudar a posição relativa da circunferência e da recta. Nesta lição, vai desenhar muitas circunferências, logo é necessário o domínio do uso do compasso para ter maior perfeição e percepção dos exercícios que irá executar. Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender as circunferências.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades de uso de compasso para desenhar a circunferência, deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**, pois a ferramenta fundamental para esta lição, bem como para as lições seguintes deste Módulo é desenhar com perfeição as circunferências.

Posição Relativa de Uma Circunferência e uma Recta

Primeiro vamos começar por recordar a definição da circunferência, que é: O conjunto dos pontos do plano situados à mesma distância, **r**, de um ponto fixo **O** (centro da circunferência).



Dada a figura acima que já é do nosso domínio a partir das classes anteriores.

Reparando na figura, podemos dizer que uma recta pode ser:

1. Tangente à circunferência: $t \cap c = \{P\}$ (lê-se, recta **t** intersecção com a circunferência **c,** igual ao ponto **P**).

   Chama-se **tangente à circunferência**, ao ponto de intersecção entre a recta tangente e a circunferência.

2. Secante à circunferência: $s \cap c = \{A, B\}$ (lê-se recta **s** intersecção com a circunferência **c,** igual aos pontos **A e B).**

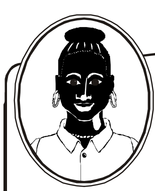
   Chama-se **secante à circunferência** a uma recta que corta uma circunferência em dois pontos quaisquer.

3. Recta exterior à circunferência: $q \cap c = \varnothing$ (lê-se recta **q** intersecção com a circunferência **c,** igual ao **conjunto vazio**, pois nenhum ponto da recrta **q,** pertence a circunferência **c**).

   Chama-se **recta exterior à circunferência** dada, a uma recta que não tem nenhum ponto comum com a circunferência.

De seguida, vamos estabelecer relações que existem, para cada uma destas rectas, entre a sua distância ao centro e o raio da circunferência.

Para começar vamos reforçar os nossos conhecimentos básicos para melhor compreender a lição.

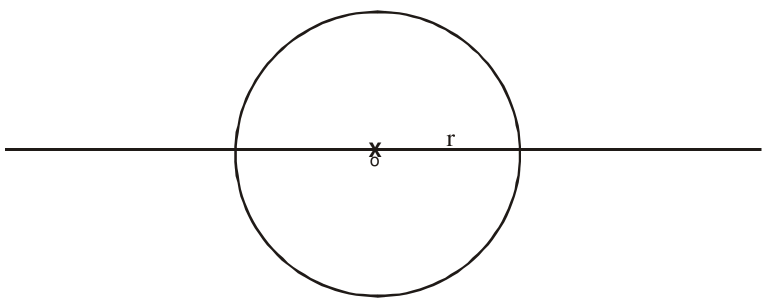


Bissetriz é a linha que divide o ângulo em duas partes iguais;
Mediatriz é a linha que divide o segmento em duas partes iguais;
Corda é o segmento que une dois pontos quaisquer da circunferência;

Raio é o segmento que une um ponto qualquer da circunferência e o centro;
Centro da circunferência é o ponto equidistante para qualquer ponto da circunferência.
Arco de uma circunferência é uma parte da circunferência limitada por dois pontos.

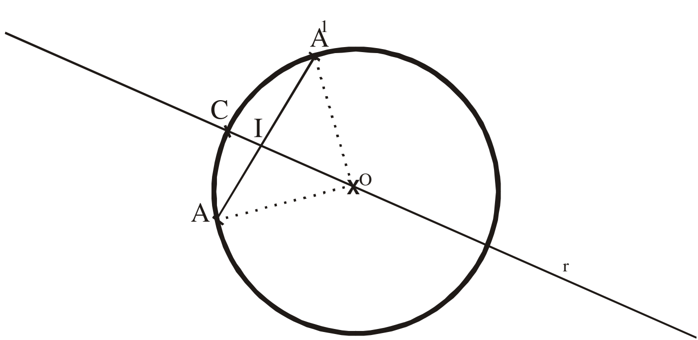
TEOREMA 1

Toda a recta que passa pelo centro de uma circunferência é eixo de simetria dessa circunferência.



Demonstração:

De seguida vamos demonstrar o teorema 1. Para começar vamos–nos remeter a figura anterior (fig.1) e vamos considerar o seguinte:
Na figura1 está representada uma circunferência de centro **O,** pelo qual passa a recta **r.**



Na figura 2, seja $\left[AA'\right]$ uma corda da circunferência perpendicular a $[OC]$ (raio);
Da circunferência, com os pontos A e A' obtemos os triângulos $[OAI]$ e $[OA'I]$, em relação aos quais se verifica as seguintes condições:

1. São triângulos rectângulos, rectângulo em **I**;
2. $[OA] \cong \left[OA'\right]$, são raios da mesma circunferência;
3. $[OI]$ é o lado comum para os dois triângulos rectângulos;

Conclusão:

Podemos concluir que os triângulos $[OAI]$ e $[OA'I]$ são congruentes, e simbolicamente escreve-se: $[OAI] \cong [OA'I]$.

Perante o que acabamos de demonstrar , podemos afirmar que o ponto A´ é imagem de ponto A considerando como eixo de simetria a recta **r.**
Este teorema permite-nos tirar outras conclusões.

Repare que $\measuredangle AOC \cong \measuredangle COA'$ porque se opõem a lados geometricamente iguais de triângulos geometricamente iguais.

Mas, $\measuredangle AOC \cong \measuredangle COA'$ **significa** $[OC]$é a bissetriz do $\measuredangle AOA'$ podemos dizer, então, que:

1. Numa circunferência , toda recta que passa pelo centro divide ao meio, ver figura 2:
2. As cordas que lhe são perpendiculares;
3. Os ângulos ao centro correspondem a essas cordas;
4. Os arcos limitados por essas cordas.

Depois de ter analizado com cuidado, a figura 2, vamos resumir o seguinte:

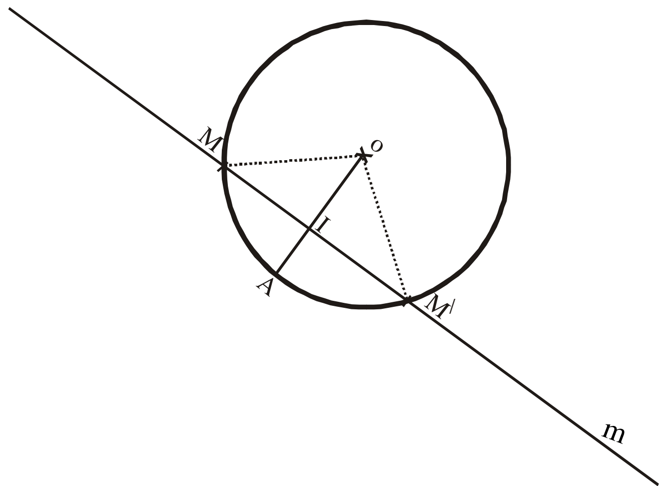
1. Numa circunferência, toda a recta que une o centro com o meio de uma corda ou o meio do arco que ela subtende, é perpendicular à corda.

2. Toda a recta perpendicular ao meio de uma corda, passa pelo centro da circunferência

Agora vamos efectuar actividade como forma de consolidar os conhecimentos adquiridos.

ACTIVIDADE

1. Dada a figura, marque com um ✓, apenas as afirmações correctas:



a) Os pontos A, I e M´ pertencem à circunferência de centro **O** ✓ ☐

b) Os pontos A, M, M´ pertencem à circunferência de centro **O** ☐

c) A recta **m** é mediatriz do segmento $[OA]$. ☐

d) $\overline{OM} = \overline{MA}$. ☐

e) $\overline{OA}$ è bissetriz do $\measuredangle MOM'$. ☐

f) O quadrilátero $[OMAM']$ é trapézio rectângulo. ☐

g) O perimetro da circunferência é igual a duas vezes a corda que passa pelo centro da circunferência. ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b); c); e)

d) porque a recta $\overline{OA}$ passa pelo centro da circunferência e é perpendicular à corda $\overline{MM'}$, logo , tem que a dividir ao meio.

e) $\overline{OA}$ é bissetriz do $\measuredangle MOM'$ porque $\measuredangle MOA \cong \measuredangle AOM'$(são arcos ao centro que correspondem a arcos iguais, $\overline{OM} = \overline{MA}$.

f) Não é corecta porque: $\overline{OM} = \overline{MA}$ e $\overline{OM'} = \overline{M'A}$ porque M e M´ são pontos da mediatriz de $[OA]$. Mas como já sabemos que $\overline{OM} = \overline{M'A}$.

Sendo assim, concluimos que $\overline{OM} = \overline{OM'} = \overline{MA} = \overline{M'A}$.

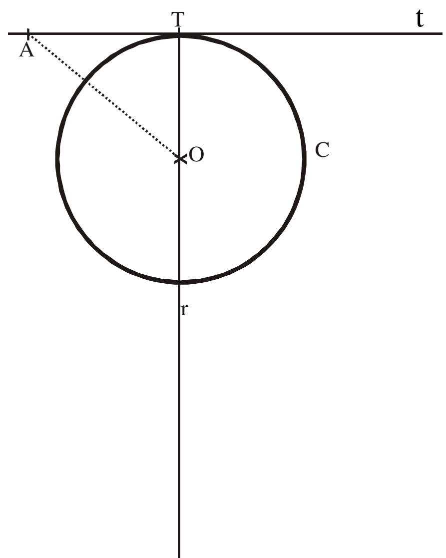
O quadrilátero $[OMAM']$ tem os lados geometricamentes iguais; pois, num losango (as suas diagonais são perpendiculares).

g) Não é corecta porque: não existe nenhuma relação entre o dobro do diâmetro e a circunferência.

Caro aluno , espero que tenha conseguido realizar esta actividade com sucesso. Caso contrário é melhor voltar a ler com atenção a lição.
De seguida vamos analisar o segundo teotrema:

TEOREMA 2

Toda a tangente a uma circunferência é perpendicular à recta que passa pelo centro e pelo ponto de tangência.



Interpretação da figura:

Na figura a recta **t** é tangente à circunferência, de centro **O**, no ponto **T**. Marquemos um ponto **A** sobre a recta **t** e tracemos o segmento $\overline{OA}$.

Demonstração:

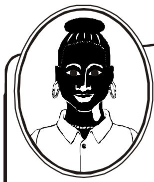
Tese: $t \perp r$ que quer dizer; recta **s** perpendicular a recta **r**

Hipótese: $s \cap c(o, r) = \{T\}\ e\ C, T \in t$ Que quer dizer, recta **r** intersecção com a circunferência **c,r** resulta ponto de tangência **T** e encontramos, a circunferência **C**, a tangência **T** que pertencem a recta **r.**

Demonstração:

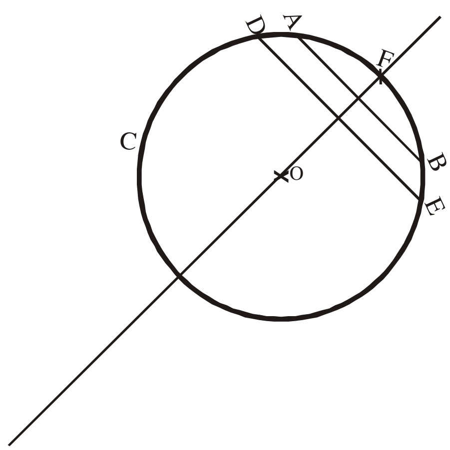
$\overline{CA} \succ \overline{CT}$ porque o ponto **A** é exterior a circunferência. $[CT]$ é o menor segmento traçado de C para r, porque T é o único ponto de r que pertence à circunferência.

Então, por definição de distância de um ponto a uma recta, concluimos que:
$[AT] \perp r$ ou, $t \perp r$ **como pretendiamos demonstrar.**



TEOREMA 3

Numa circunferência os arcos compreendido entre duas cordas paralelas são iguais.



Interpretação da figura:

Na circunferência **C,** $[AB]$ e $[DE]$ são duas cordas paralelas, isto é, $[AB]$ // $[DE]$, então os arcos $\overset{\frown}{AD}$ e $\overset{\frown}{BE}$ são iguais, isto é, $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BE}$.

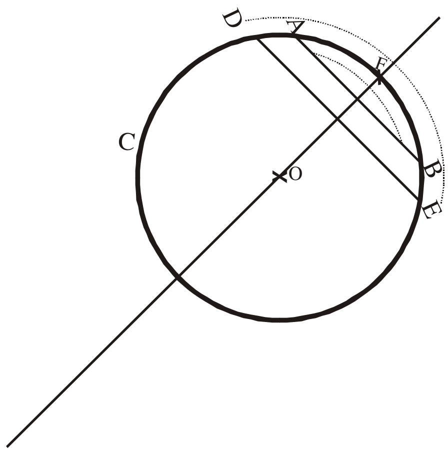
Demonstração:

Tese: $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BE}$

Hipótese: circunferência **C,** $[AB]$// $[DE]$ e $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BE}$

Demonstração:

Pelo centro **O** da circunferência tracemos uma recta perpendicular a .
Esta recta divide os arcos e ao meio, pelo teorema anterior.

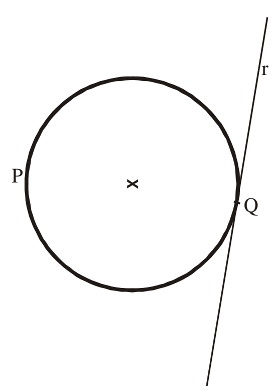


Conforme mostra a figura acima.

Então, $\overset{\frown}{AF} = \overset{\frown}{FB}\ e\ \overset{\frown}{DF} = \overset{\frown}{FE}$ de onde podemos concluir que $\overset{\frown}{DF} - \overset{\frown}{AF} = \overset{\frown}{FE} - \overset{\frown}{FB}$ ou seja $\overset{\frown}{AD}$ **=** $\overset{\frown}{BE}$ **como pretendiamos demonstrar.**

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ a afirmação corecta.



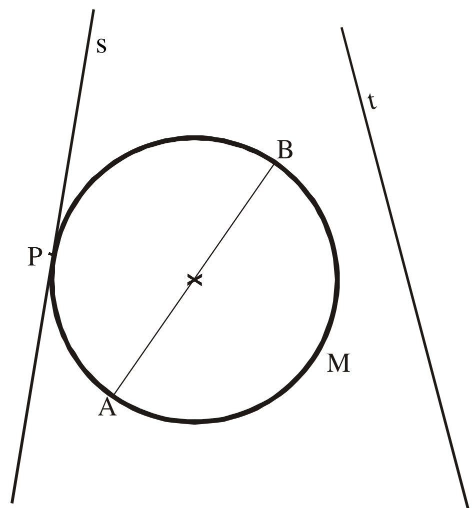
✓

a) A recta **r** é uma corda da circunferência **p;** ☐

b) A recta **r** é raio da circunferência **P;** ☐

c) A recta **r** é tangente da circunferência **P;** ☐

d) A recta **r** é arco $\widehat{Qr}$ **;** ☐



2. Marque com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas.

✓

a) A recta **t** é uma recta exterior à circunferência **M;** ☐

b) A recta **s** é corda da circunferêncua **M**; ☐

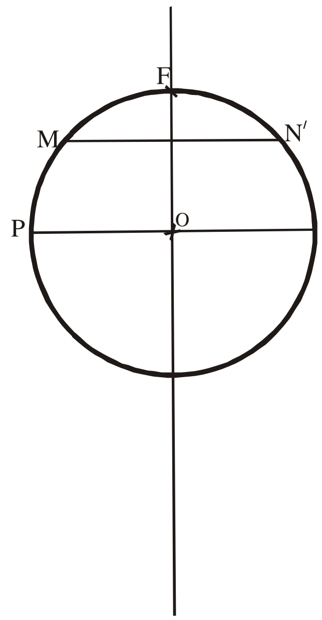
c) O segmento $\overline{AB}$ é corda da circunferência **M**; ☐

d) O ponto **P** é o centro da circunferência **M**; ☐

e) O ponto **P** é o ponto de tangência da circunferência **M** e a recta **s**; ☐

f) O arco $\widehat{AB} = \widehat{AP}$ ☐

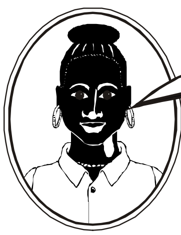
3. Marque com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas.



	V/F
a) Da figura, $[MN'] = [PP']$**;**	☐
b) Da figura, $[PM] = [P'N']$**;**	☐
c) $[PP']$ é uma corda igual ao diâmetro;	☐
d) Da figura, $[MN'] // [PP']$**;**	☐
e) Da figura, $[MN'] = [PP']$**;**	☐
f) O arco $\widehat{PF}$ tem o mesmo comprimento que o arco $\widehat{FN'}$**;**	☐
g) Da figura, $\overline{MN'} \perp \overline{PP'}$**;**	☐
h) Da figura $\overline{MN'}$ *e* $\overline{PF} \perp F$	☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **c)**;
2. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F.
3. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** V; **e)** F; **f)** F; **g)** F; **h)** F.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

2

Posição Relativa de duas Circunferências Interiores e Exteriores

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar as circunferências interiores e exteriores.

Material necessário de apoio

- Régua, esquadro, lápis, borracha e compasso.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

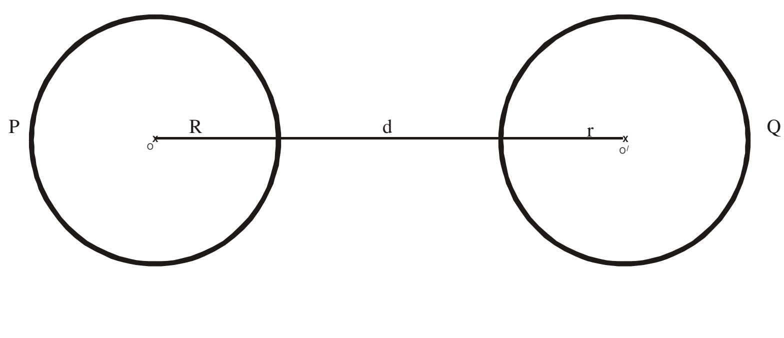
Para esta lição vamos pôr em prática o uso de compasso na construção de circunferências interiores e exteriores. Mais uma vez vamos rever os conceitos de corda, raio, diâmetro, tangente e secante.

Caro aluno, no caso de persistir a dúvida do uso de compasso deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA, pois a ferramenta fundamental para esta lição, bem como para as lições seguintes deste Módulo é saber usar compasso convenientimente, para além do domínio de conceitos básicos já referidos na lição 1.

Posição relativa de duas circunferências

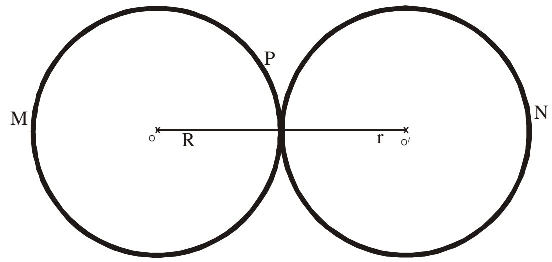
Para começar o estudo desta lição deve primeiro rever a lição anterior, mais concretamente definir:

Raio, corda, circulo, circunferência, tangente, ponto de tangência.
De seguida, vamos considerar duas circunferência **P** e **Q** de centro **O** e **O´**, de raio **R** e **r**:



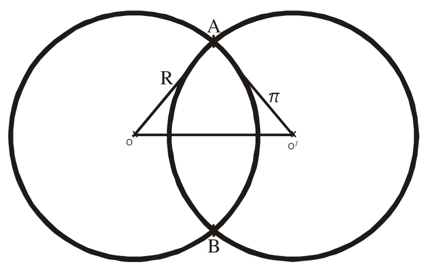
A circunferência **P** encontra-se a uma distância **d** da circunferência **Q,** portanto, as duas circunferências não tem nehum ponto comum, dizem-se **circunferências exteriores à aquelas em que uma delas se encontra totalmente no exterior da outra.**

A relação entre as circunferências é $d \succ R + r$, o que quer dizer, distância d (distância entre os centros das circunferências **P** e **Q**), maior que a soma de raio **R** e **r.**



A circunferência **M** encontra-se a uma distância **d = 0** da circunferência **N,** portanto, as duas circunferências tem um ponto comum, ponto de tangência, dizem-se **circunferências tangentes exteriores à aquelas em que uma delas se encontra no exterior da outra, tendo ambas um ponto comum.**

A relação entre as circunferências é $d = R + r$, o que quer dizer, distância d (distância entre os centros das circunferências **M** e **N**), igual à soma de raio **R** e **r.**



$d<R+\pi$

As circunferências **K** e **L** intersectam-se nos pontos **A** e **B**. Segundo a propriedade de construção de triângulos, que diz que a soma de dois lados de um triângulo deve ser sempre maior que o terceiro lado, logo teremos: $\Delta OAO'$, $|OO'| \prec |OA| + |AO'|$, logo, diz se que a distância **d**, $|OO'|$, é menor que a soma dos raios **R** e **r**, ou seja $d \prec R + r$. Dizem-se **circunferências secantes à aquelas que se intersectam em dois pontos distintos.**

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ a condição válida para circunferências exteriores.

a) $d \prec R + r$

b) $d = R + r$

c) $d \succ R + r$

d) $d = R - r$

2. Marque com um ✓ a condição válida para circunferências tangentes exteriores.

a) $d \prec R + r$

b) $d = R + r$

c) $d \succ R + r$

d) $d = R - r$

3. Marque com um ✓ a condição válida para circunferências secantes.

a) $d \prec R + r$

b) $d = R + r$

c) $d \succ R + r$

d) $d = R - r$

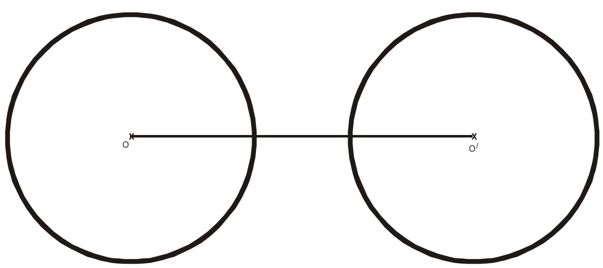
Depois de realizar a actividade, verifique se a chave sugerida confere com os resultados que obteve. Caso contrário, aconselhamos a voltar a fazer a lição.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **c)** $d \succ R + r$
2. **b)** $d = R + r$
3. **a)** $d \prec R + r$

Caro aluno, depois de ter resolvido a actividade sugerida com sucesso procure resolver os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS



1. Dada a figura, marque com um ✓ a alternativa correcta.

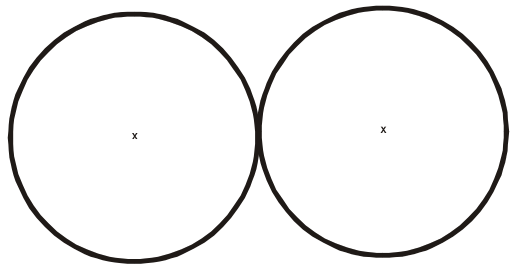
   a) As circunferência dadas são exteriores.

   b) As circunfências dadas são secantes.

   c) As circunferências dadas são tangentes exteriores.

   d) Todas respostas acima são correctas.

2. Dada a figura, marque com um ✓ alternativa correcta.

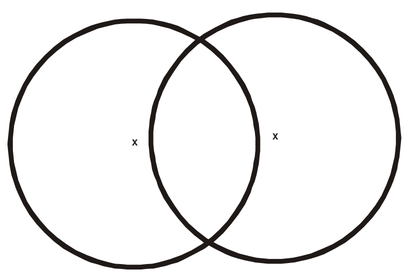


a) As circunferência dadas são exteriores.

b) As circunfeências dadas são secantes.

c) As circunferências dadas são tangentes exteriores.

d) Todas respostas acima são correctas.



3. Dada a figura, marque com um ✓ alternativa correcta.

a) As circunferência dadas são exteriores.

b) As circunfeências dadas são secantes.

c) As circunferências dadas são tangentes exteriores.

d) Todas respostas acima são correctas.

4. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas:

a) Se duas circunferências de raio **R** e **r** são exteriores, a distância **d** entre os centros é tal que $d \prec R + r$. ☑

b) Duas circunferências tangentes podem intersectar-se exactamente em dois pontos. ☐

c) Duas circunferências secantes podem intersectar-se num único ponto. ☐

d) Duas circunferências podem ser exteriores e secantes simultâneamente. ☐

6. Segundo a propriedade de construção de triângulos, que diz que a soma de dois lados de um triângulo deve ser sempre maior que o terceiro lado ou seja, $d \prec R + r$. Verifique se se intersectam duas circunferência cuja a distância entre os seus centros é 6cm e os raios são:

a) 5cm e 1cm

b) 6cm e 2cm

c) 1cm e 1cm

d) 8cm e 3cm

e) 3cm e 3cm

f) $2\sqrt{2}\ cm\ e\ 7\sqrt{2}\ cm$

g) 100cm e 6cm

h) 5,5cm e 7,7cm

7. Em circunferências tangentes exteriores a distância **d** entre os centros é igual à soma dos raios $d = R + r$

a) 7cm – 2cm = 5cm

b) 6cm - 3,5cm = 2,5cm

c) 4,2cm - 1,9cm = 2,3cm

d) 6,1cm – 4,3cm = 1,8 cm

e) 5,3cm - 2,8 cm = 2,5 cm

f) 7,8 cm – 3,7cm = 4,1cm

8. Constroi com o teu compasso duas circunferências tangentes exteriores de raios 2cm e 3cm. Explica como procedeu.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) As circunferência dadas são exteriores

2.

a) As circunferências dadas são tangentes exteriores

3.

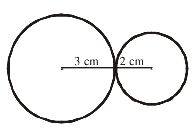
b) As circunfeências dadas são secantes

4. **a)** F; **b)** F; **c)** F; **d)** F

6. **a)** F; **b)** V; **c)** F; **d)** V; **e)** F; **f)** V; **g)** F; **h)** V

7.

8.



Para construir uma circunferência, temos que elaborar um plano de construção.

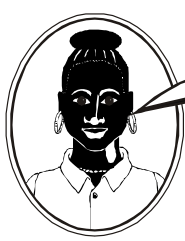
Sugestão 1:

1. medir a abertura do compasso de raio 3cm
2. marcar um ponto **o** definido como centro da circunferência
3. Sem alterar a abertura correspondente a 3cm, faz se girar o compasso em torno do (eixo centro) **o,** até completar a circunferência. Assim se obtem a circunferência de 3cm

Sugestão 2:

1. medir a abertura do compasso de raio 2cm.
2. medir a partir do ponto de tangência, até alcançar os 2cm, e este será o centro da circunferência.
3. finalmente unir as duas circunferências

Nota: Um outro plano de construção diferente deste é também aceite desde que seja conducente a figura desejada.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

3 Circunferências Interiores

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar circunferências interiores.
- Idenfificar circunferências tangentes interiores.

Material necessário de apoio

- Módulo 7 da 8ª classe.
- Compasso, Régua, esquadro, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

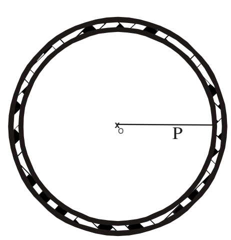
INTRODUÇÃO

Para esta lição, identificar e construir circunferências interiores e tangentes interiores. Do mesmo modo que a lição anterior, vamos praticar o uso de material de geometria (compasso, esquadro, régua, etc) para a construção de circunferências.

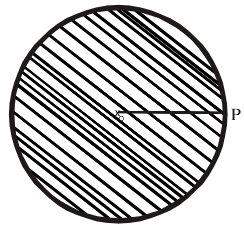
Caro aluno, para melhor compreender esta lição vai ter que seguir os passos propostos, de modo que identifique e desenhe as circunferências.

FAZENDO REVISÕES...

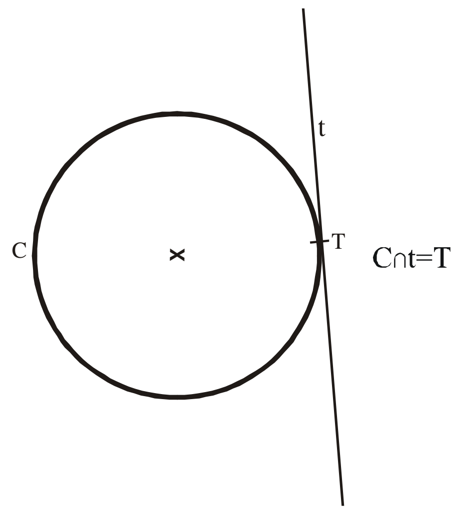
Recorde-se que:



Uma circunferência é um conjunto de pontos situados todos à mesma distância de um ponto fixo que se chama **centro.** Na figura , temos o centro **O** e o **raio** $\overline{OP}$.

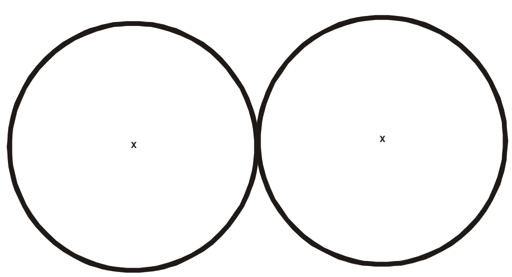


Chamamos circulo ao conjunto de pontos constituidos pela circunferência e pelo seu interior.

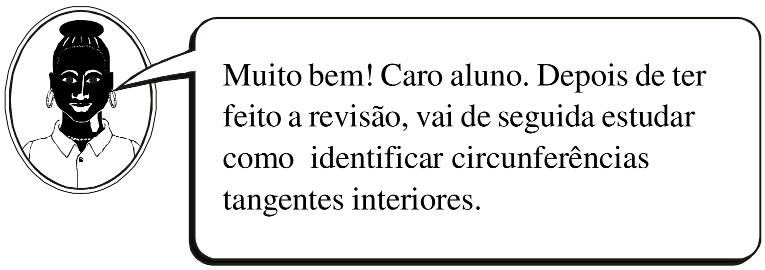


Chama-se recta tangente a circunferência, à recta que intersecta a circunferência num único ponto, que se chama **ponto de tangência.** Na figura, a recta **t** é a recta tangente e o ponto T é o ponto de intersecção entre a circunferência e a recta , **O ponto de tangência.**

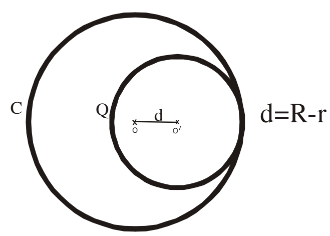
Chama-se **ponto de tangência,** ao único ponto de intersecção entre a circunferência e a recta tangente.



Chama-se circunferências tangentes exteriores, à aquelas circunferências que uma delas se encontra no exterior da outra, tendo ambas um único ponto comum, o **ponto de tangência.**



1. Circunferências tangentes interiores



Caro aluno, observe que na figura proposta está representada duas circunferências **C** e **Q**, uma no interior da outra e são de tamanhos diferentes, sendo:

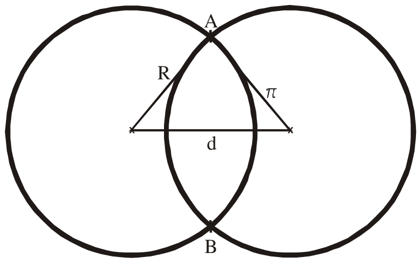
R o raio da circunferência maior, **r** raio da circunferência menor.
A distância **d,** distância entre os dois centros, determina-se pela equação
d = R – r.

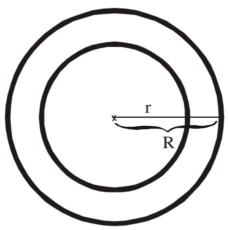
Definição: Chama-se circunferências tangentes interiores à aquelas circunferências em que a circunferência de raio menor encontra-se no interior da circunferência de raio maior e ambas tem um ponto comum, o ponto de tangência.

De seguida, vamos realizar a actividade que se segue.

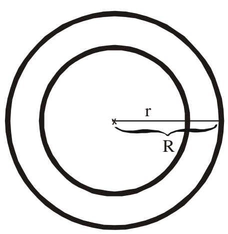
ACTIVIDADE

1. Assinale com ✓ as circunferências secantes.





d<R-r



d<R-r

2. Indique com **V** as afirmações correctas e com um **F** as falsas.

V/F

a) As circunferências tangentes tem um ponto comum.

b) O ponto de tangência é sempre um ponto que se encontra no interior da outra circunferência.

c) Nas circunferências tangentes interiores, a distâncias entre os seus raios é calculada pela diferência entre o raio maior e o raio menor, ou seja **d = R – r.**

d) Circunferências exteriores são aquelas em que uma delas se encontra toatmente no interior.

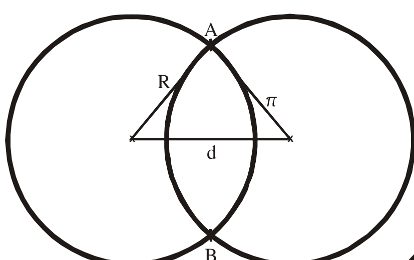
e) Circunferências exteriores são aquelas em que uma delas se encontra toatmente no exterior.

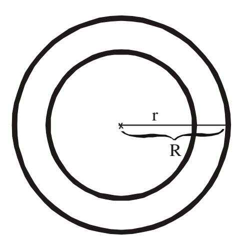
f) Dizer circunferência tangente interior é o mesmo que dizer circunferência secante.

g) Dizer circunferência tangente interior não é o mesmo que dizer circunferência secante.

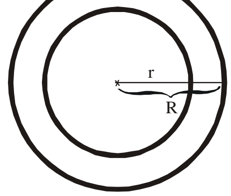
CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

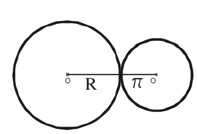




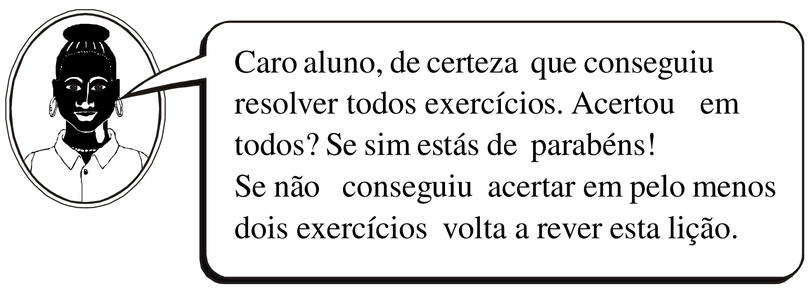
$d<R-r$



$d<R-r$



2. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F; **g)** V;



AS dts

O que são as DTS?

As DTS são **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual**, vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente, estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos;
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus;
- Ardor ao urinar;
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis;
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais;
- Ardor ao urinar.

4 Circunferências Concêntricas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar circunferências concêntricas.

Material necessário de apoio

- Compasso, esquadro,borracha e lápis.

Tempo necessário para completar a lição:

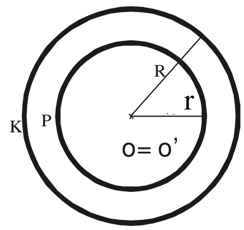
60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, depois de ter estudado a construção e identificação de circunferências interiores e tangentes, agora vamos estudar circunferências concêntricas. ou seja ,circunferências que têm o mesmo centro. para tal, necessitamos de ter mais uma vez o domínio do uso do compasso para traçar circunferências.

Agora, vamos ter que considerar o exemplo que se segue:

1. Circunferências concêntricas



Caro aluno, observe que na figura proposta está representada duas circunferências **K** e **P**, uma no interior da outra e são de tamanhos diferentes, sendo:

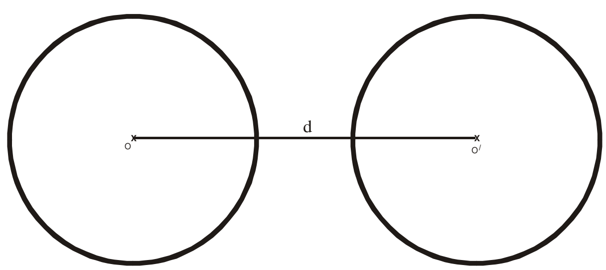
R o raio da circunferência maior, r da menor.
O centro **O** coincide com o centro **O´** e diz-se que **O= O´.**

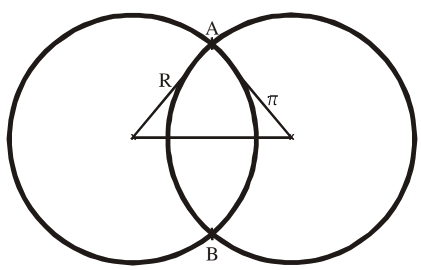
Definição: Chama-se circunferências concêntricas à aquelas circunferências em que a circunferência de raio menor encontra-se no interior da circunferência de raio maior e ambas têm o mesmo centro.

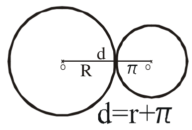
De seguida, vamos efectuar as actividades que se segue.

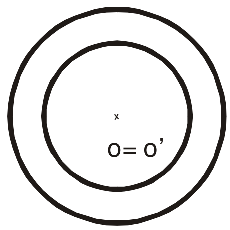
ACTIVIDADE

1. Assinale com ✓ as circunferências concêntricas.







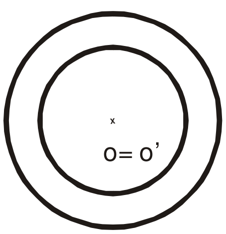


2. Indique com **V** as afirmações correctas e com um **F** as falsas.

	V/F
a) As circunferências concêntricas tem pelo menos um ponto comum.	☐
b) Nas circunfeências concêntricas, o centro é sempre comum para as duas circunferência.	☐
c) Dizer circunferências tangentes interiores é o mesmo que dizer circunferências concêntricas.	☐
d) Circunferências concêntricas são aquelas em que uma delas se encontra totamente no interior , mesmo que não tenham o mesmo centro.	☐
e) Circunferências exteriores são aquelas em que uma delas se encontra toatmente no interior da outra.	☐
f) Dizer circunferência tangente interior é o mesmo que dizer circunferência concêntrica.	☐
g) Dizer circunferência concêntrica não é o mesmo que dizer circunferência tangente interior.	☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.



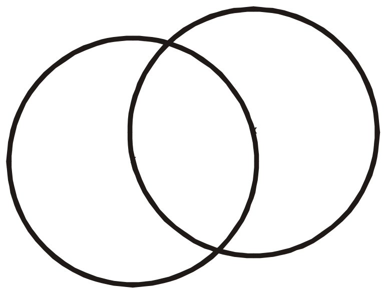
2. **a)** F; **b)** V; **c)** F; **d)** F; **e)** F; **f)** F; **g)** F

Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. está de parabéns! De seguida vai ter que fazer exercícios acerca de circunferências tangentes interiores e concêntricas.

EXERCÍCIOS

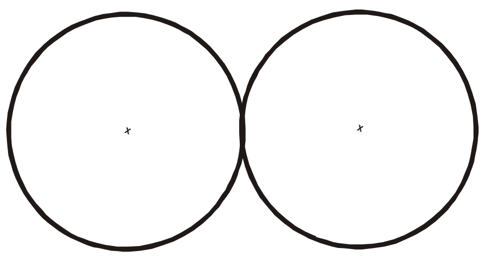
1. Faça a correspondência, através de uma seta:

A-



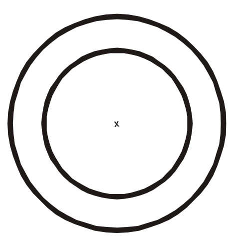
a) Circunferências concêntricas

B-



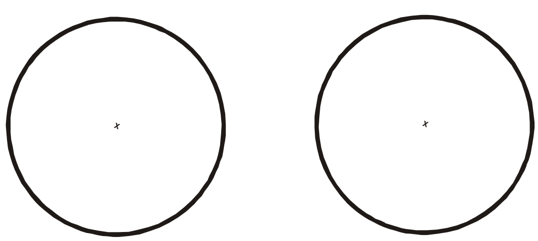
b) Circunferências exteriores

C-



c) Circunferências secantes

D-



d) Circunferências tangentes exteriores

2. Marque com um ✓ a distância entre os dois centros **O** e **O´**, de duas circunferências tangentes interiores, sabendo que o raio maior é igual a 7cm e o raio menor é igual a 4cm.

a) 5cm ☐
b) 3cm ☐
c) 4cm ☐
d) nenhuma acima. ☐

3. Verifique desenhando circunferências se intersecar-se-ão duas circunferêmcias se a distância entre os seus centros forem iguais a 5cm e os raios respectivamente iguais a:

a) 1 cm e 3 cm
b) 4 cm e 4 cm
c) 2 cm e 7 cm
d) 1 cm e 4 cm
e) 2 cm e 2 cm
f) 8 cm e 4 cm
g) 3 cm e 5 cm
h) 2 cm e 4 cm

CHAVE DE CORRECÇÃO

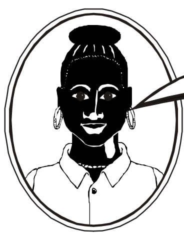
1. A. c)
B. d)
C. a)
D. b)

1. sugestão: para resolver este exercício: Temos que ter em conta que

d = R – r, logo;

b)

3. Para este exercício , deve usar o material recomendado para realizar esta lição, tais como compasso, régua, boracha e o módulo 7 da 8ª classe.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar todos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolva novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

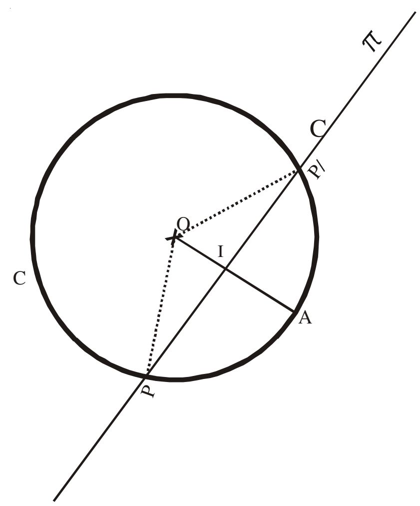
Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Dada a figura, marque com um ✓, apenas as afirmações correctas:



✓

a) Os pontos A, I e P´ pertencem à circunferência de centro **O** ☐

b) Os pontos A, P, P´ pertencem à circunferência de centro **O** ☐

c) A recta **r** é mediatriz do segmento $[OA]$. ☐

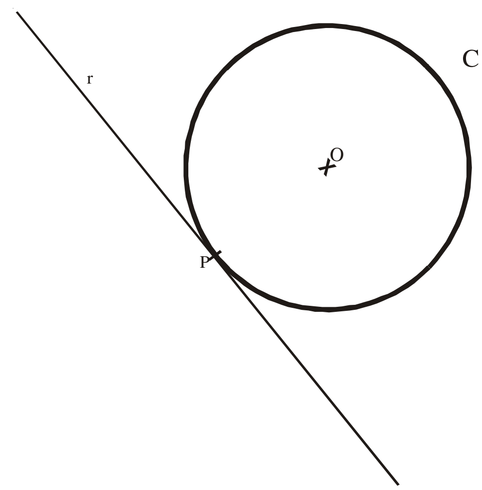
d) $\overline{OP} = \overline{PA}$. ☐

e) $\overline{OA}$ è bissetriz do $\measuredangle POP'$. ☐

f) O quadrilátero $[OPAP']$ é um losângo. ☐

g) O perímetro da circunferência é igual a quatro vezes o raio. ☐

2. Marque com um ✓ a afirmação corecta.

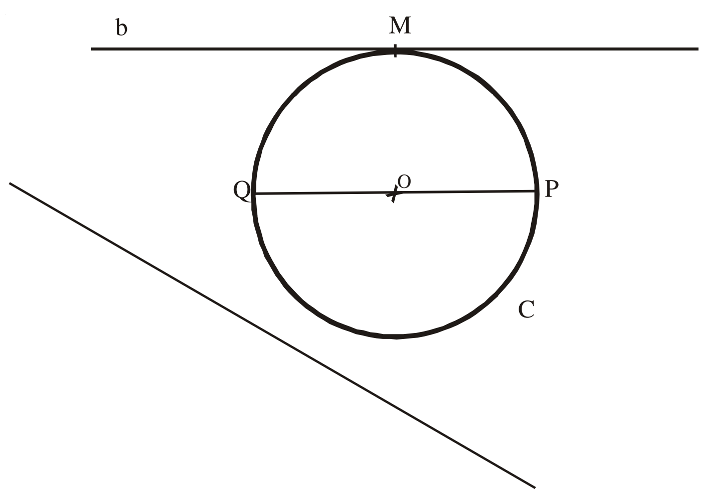


a) A recta **r** é uma corda da circunferência **C;** ✓ ☐

b) A recta **r** é raio da circunferência **C;** ☐

c) A recta **r** é tangente da circunferência **C;** ☐

3. Marque com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas.



a) A recta **a** é uma recta exterior à circunferência **C;** ☐

b) A recta **b** é corda da circunferêncua **C**; ☐

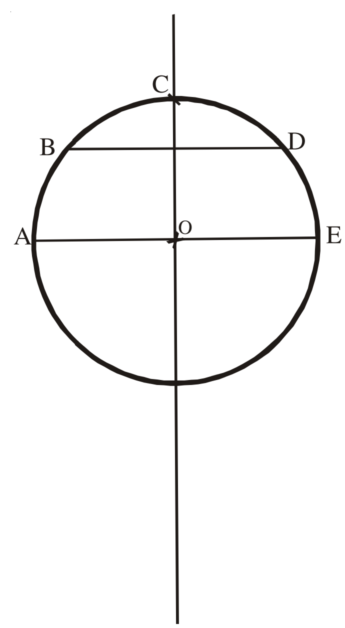
c) O segmento $\overline{PQ}$ é corda da circunferência **C**; ☐

d) O ponto **M** é o centro da circunferência **C**; ☐

e) O ponto **M** é o ponto de tangência da circunferência **C**e a recta **b**; ☐

f) O arco $\widehat{QP} = \widehat{PM}$ ☐

4. Marque com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas.



a) Da figura, $[AB]=[DE]$;

b) Da figura, $[AE]=[BD]$;

c) $[AE]$ é uma corda igual ao diâmetro;

d) Da figura, $[AE]\,//\,[BD]$;

e) Da figura, $[OC] = [OE]$;

f) O arco $\widehat{AB}$ tem o mesmo comprimento com o arco $\widehat{DE}$;

g) Da figura, $\overline{BD} \perp \overline{OC}$;

h) Da figura $\overline{AE}$ e $\overline{BD} \perp \overline{OC}$

5. Marque com um ✓ a condição válida para circunferências exteriores.

a) $d \prec R + r$

b) $d = R + r$

c) $d \succ R + r$

d) $d = R - r$

6. Marque com um ✓ a condição válida para circunferências tangentes exteriores.

a) $d \prec R + r$

b) $d = R + r$

c) $d \succ R + r$

d) $d = R - r$

7. Marque com um ✓ a condição válida para circunferências secantes.

a) $d \prec R + r$

b) $d = R + r$

c) $d \succ R + r$

d) $d = R - r$

8. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas:

a) Se duas circunferências de raio **R** e **r** são exteriores, a distância **d** entre os centros é tal que $d \prec R + r$.

b) Duas circunferências tangentes podem intersectar-se exactamente em dois pontos.

c) Duas circunferências secantes podem intersectar-se num único ponto chamado ponto de tangência.

d) Duas circunferências podem ser exteriores e secantes simultâneamente.

9. Segundo a propriedade de construção de triângulos, que diz que a soma de dois lados de um triângulo deve ser sempre maior que o terceiro lado ou seja, $d \prec R + r$. Verifique se se intersectam duas circunferência cuja a distãncia entre os seus centros é 6cm e os raios são:

a) 5cm e 1cm

b) 6cm e 2cm

e) 3cm e 3cm

d) $2\sqrt{2}\ cm\ e\ 7\sqrt{2}\ cm$

10. Verifique desenhando circunferências se intersecar-se-ão duas circunferêmcias se a distância entre os seus centros forem iguais a 6cm e os raios respectivamente iguais a:

3 cm e 3 cm

45cm e 4 cm

2cm e 7 cm

1 cm e 4 cm

2 cm e 2 cm

7 cm e 4 cm

4 cm e 5 cm

2 cm e 9 cm

CHAVE DE CORRECÇÃO

Outros blogs que possam te ajudar:

AgroPrcuariamz.blogspot.com

- Encontre aqui trabalhos da disciplina de agropecuaria.

Contabilidademz.blogspot.com

- Encontre aqui trabalhos relacionados a gestao de recursos humanos e contabilidade.

Ippmz.blogspot.com

- Encotre aqui trabalhos relaconados com a disciplina de psicologia e pedagogia

MozAprende.blogspot.com

- Encfontre aqui diversos manuais, livros, exames e trabalhos feitos gratuitos.

MozPdF.blogspot.com

- Encontre aqui diverso livros da literatura mocambicanae livros estudantis.

Obrigado!

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 9

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 9

Elaborado por:
Carlos Xavier Nhanguatava
Alfredo Agostinho Gomes

ÍNDICE

		Pág.
	INTRODUÇÃO ---	I
Lição 0 1:	Identificação da Relação entre os Segmentos Determinados pela intercessão de duas Secantes $\|AB\|e\|CD\|$ no interior da Circunferência --	1
Lição 02:	Posição Relativa de Circunfer6encia a Recta ---------------------	15
Lição 03:	Identificação da Relação entre os Segmentos Determinados pela Intercessão de duas Secantes $\|AB\|e\|CD\|$ no exterior duma Circunferência --	25
Lição 04:	Identificação da Relação entre os Segmentos Determinados pela Intercessão de duas Secantes $\|AB\|e\|CD\|$ no exterior duma Circunferência – (Consolidação) ------------------------------	41
Lição 05:	Aplicações dos Teoremas das Cordas, das Secantes e da Secante -----	55
Lição 06:	Teoremas das Cordas, das Secantes e da Secante – Consolidação ----	69
	TESTE DE PREPARAÇÃO ------------------------------------	79

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

PROGRAMA DE ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA

MENSAGEM DO MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

Estimada aluna,
Estimado aluno,

Sejam todos bem vindos ao primeiro programa de Ensino Secundário através da metodologia de Ensino à Distância.

É com muito prazer que o Ministério da Educação e Cultura coloca nas suas mãos os materiais de aprendizagem especialmente concebidos e preparados para que você, e muitos outros jovens moçambicanos, possam prosseguir os vossos estudos ao nível secundário do Sistema Nacional de Educação, seguindo uma metodologia denominada por "Ensino à Distância".

Com estes materiais, pretendemos que você seja capaz de adquirir conhecimentos e habilidades que lhe permitam concluir, com sucesso, o Ensino Secundário do 1º Ciclo, que, compreende a 8ª, 9ª e 10ª classes. Com o 1º Ciclo do Ensino Secundário você pode melhor contribuir para a melhoria da sua vida, da sua família, da sua comunidade e do país.

O módulo escrito que tem nas mãos, constitui a sua principal fonte de aprendizagem e que "substitui" o professor que você sempre teve lá na escola. Por outras palavras, estes módulos foram concebidos de modo a poder estudar e aprender sozinho obecendo ao seu próprio rítmo de aprendizagem.

Contudo, apesar de que num sistema de Ensino à Distância a maior parte do estudo é realizado individualmente, o Ministério da Educação e Cultura criou Centros de Apoio e Aprendizagem (CAA) onde, você e os seus colegas, se deverão encontrar com os tutores, para o esclarecimento de dúvidas, discussões sobre a matéria aprendida, realização de trabalhos em grupo e de experiências

laboratoriais, bem como a avaliação do seu desempenho. Estes tutores são facilitadores da sua aprendizagem e não são professores para lhe ensinar os conteúdos de aprendizagem.

Para permitir a realização de todas as actividades referidas anteriormente, os Centros de Apoio e Aprendizagem estão equipados com material de apoio ao seu estudo: livros, manuais, enciclopédias, vídeo, áudio e outros meios que colocamos à sua disposição para consulta e consolidação da sua aprendizagem.

Cara aluna,
Caro aluno,

Estudar à distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de ensino aprendizagem, estimulando em si a necessidade de dedicação, organização, muita disciplina, criatividade e, sobretudo determinação nos seus estudos.

O programa em que está a tomar parte, enquadra-se nas acções de expansão do acesso à educação desenvolvido pelo Ministério da Educação e Cultura, de modo a permitir o alargamento das oportunidades educativas a dezenas de milhares de alunos, garantindo-lhes assim oportunidades de emprego e enquadramento sócio-cultural, no âmbito da luta contra pobreza absoluta no país.

Pretendemos com este programa reduzir os índices de analfabetismo entre a população, sobretudo no seio das mulheres e, da rapariga em particular, promovendo o equlíbrio do género na educação e assegurar o desenvolvimento da Nossa Pátria.

Por isso, é nossa esperança que você se empenhe com responsabilidade para que possa efectivamente aprender e poder contribuir para um Moçambique Sempre Melhor!

Boa Sorte.

AIRES BONIFACIO ALI
MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo do Módulo 9 de Matemática da 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado todos os Módulos anteriores da Matemática da 9ª classe, e ter terminado com sucesso.

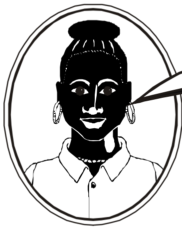
Na 8ª classe módulo 4, estudou na sua generalidade conteúdos que, abrangeram o estudo dos conceitos de circunferência e círculo; centro, raio, corda, diâmetro, arco e semi-circunferência. Determinação da amplitude de ângulos e arcos. Identificação das rectas secantes, tangentes e recta exterior; identificação de ângulos central e inscrito numa circunferência, ângulo inscrito sobre o diâmetro e a relação entre ângulo inscrito e ângulo central.

Com efeito recomendamos que faça uma revisão do Módulo 4 da 8ª Classe, sobre círculos e circunferências, conhecimentos esses que servirão de base para o aprofundamento do seu estudo deste capítulo.

Neste Módulo terá a oportunidade de estudar relações métricas no círculo. Identificar a relação entre os segmentos determinados pela intersecção de duas secantes no interior duma circunferência; a relação entre as cordas de uma circunferência; a relação entre os segmentos determinados pela intersecção de duas secantes no exterior duma circunferência. A relação entre os segmentos determinados pela intercessão de duas secantes na tangente.

E resolver exercícios práticos aplicando as relações métricas, aplicar os Teorema das cordas, das secantes e da tangente na resolução de problemas concretos.

E no final deste Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.



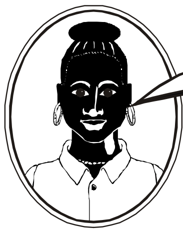
Bem-vindo de novo, caro aluno! Como sabe, eu sou a Sra. Madalena e vou acompanhá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

Como está estruturada esta disciplina?

O seu estudo da disciplina de Matemática é formado por **15 Módulos**, cada um contendo vários temas de estudo. Por sua vez, cada Módulo está dividido em lições. Este **nóno Módulo** está dividido em **6 lições**. Esperamos que goste da sua apresentação!

Como vai ser feita a avaliação?

Como este é o nono módulo você vai ser submetido a um teste porém, primeiro deverá resolver o **Teste de Preparação**.   Este Teste corresponde a uma auto-avaliação. Por isso você corrige as respostas com a ajuda da Sra. Madalena. Só depois de resolver e corrigir essa auto-avaliação é que você estará preparado para fazer o Teste de Fim de Módulo com sucesso.

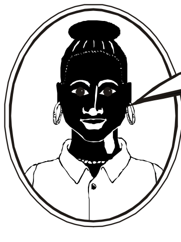


Claro que a função principal do Teste de Preparação, como o próprio nome diz, é ajudá-lo a preparar-se para o Teste de Fim de Módulo, que terá de fazer no **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem - **CAA** para obter a sua classificação oficial.
Não se assuste! Se conseguir resolver o Teste de Preparação sem dificuldade, conseguirá também resolver o Teste de Fim de Módulo com sucesso!

Assim que completar o Teste de Fim de Módulo, o Tutor, no **CAA,** dar-lhe-á o Módulo seguinte para você continuar com o seu estudo. Se tiver algumas questões sobre o processo de avaliação, leia o Guia do Aluno que recebeu, quando se matriculou, ou dirija-se ao **CAA** e exponha as suas questões ao Tutor.

Como estão organizadas as lições?

No início de cada lição vai encontrar os **Objectivos de Aprendizagem**, que lhe vão indicar o que vai aprender nessa lição. Vai, também, encontrar uma recomendação para o tempo que vai precisar para completar a lição, bem como uma descrição do material de apoio necessário.



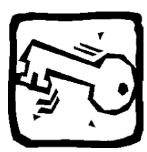
Aqui estou eu outra vez… para recomendar que leia esta secção com atenção, pois irá ajudá-lo a preparar-se para o seu estudo e a não se esquecer de nada!

Geralmente, você vai precisar de mais ou menos uma hora para completar cada lição. Como vê, não é muito tempo!

No final de cada lição, vai encontrar alguns exercícios de auto-avaliação. Estes exercícios vão ajudá-lo a decidir, se vai avançar para a lição seguinte ou se vai estudar a mesma lição com mais atenção. Quem faz o controle da aprendizagem é você mesmo.

Quando vir esta figura já sabe que lhe vamos pedir para fazer alguns **exercícios** - pegue no seu lápis e borracha e mãos à obra!

A **Chave de Correcção** encontra-se logo de seguida, para-lhe dar acesso fácil à correcção das questões.



Ao longo das lições, vai reparar que lhe vamos pedir que faça algumas **Actividades**. Estas actividades servem para praticar conceitos aprendidos.

Conceitos importantes, definições, conclusões, isto é, informações importantes no seu estudo e nas quais se vai basear a sua avaliação, são apresentadas desta forma, também com a ajuda da Sra. Madalena!

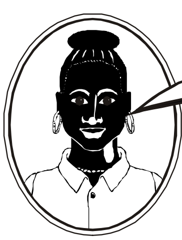
Conforme acontece na sala de aula, por vezes você vai precisar de **tomar nota** de dados importantes ou relacionados com a matéria apresentada. Esta figura chama-lhe atenção para essa necessidade.

E claro que é sempre bom fazer **revisões** da matéria aprendida em anos anteriores ou até em lições anteriores. É uma boa maneira de manter presentes certos conhecimentos.

O que é o CAA?

O **CAA** - **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem foi criado especialmente para si, para o apoiar no seu estudo através do Ensino à Distância.

No **CAA** vai encontrar um Tutor que o poderá ajudar no seu estudo, a tirar dúvidas, a explicar conceitos que não esteja a perceber muito bem e a realizar o seu trabalho. O **CAA** está equipado com o mínimo de materiais de apoio necessários para completar o seu estudo. Visite o **CAA** sempre que tenha uma oportunidade. Lá poderá encontrar colegas de estudo que, como você, estão também a estudar à distância e com quem poderá trocar impressões. Esperamos que goste de visitar o **CAA**!



E com isto acabamos esta introdução. Esperamos que este Módulo 9 de Matemática seja interessante para si! Se achar o seu estudo aborrecido, não se deixe desmotivar: procure estudar com um colega ou visite o **CAA** e converse com o seu Tutor.

Bom estudo!

1 Identificação da Relação entre os Segmentos Determinados pela Intersecção de duas Secantes $|AB|$ e $|CD|$ no Interior da Circunferência

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar a relação entre os segmentos determinados pela intersecção de duas secantes $|AB|$ e $|CD|$ no interior duma circunderência.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

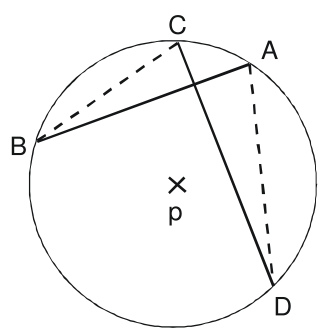
INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 1ª lição do nono módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar as relações métricas no círculo.
Nesta lição, terá oportunidade de estudar os teorema das cordas, das secantes e da tangente. Vai resolver problemas ligados com a determinação das medidas de cordas e secantes.

Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender as circunferências.
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

TEOREMA DAS CORDAS

Se duas cordas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ de uma circunferência se intersectam num ponto P, então o produto dos segmentos $\overline{AP}$ e $\overline{PB}$ determinados sobre uma corda, é igual ao produto dos segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{PD}$ determinados sobre a outra corda.



Hipótese

Os segmentos de rectas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são secantes à circunferência.

Tese: $\overline{AP} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$

Demonstração:

Consideremos o ponto P no interior da circunferência.

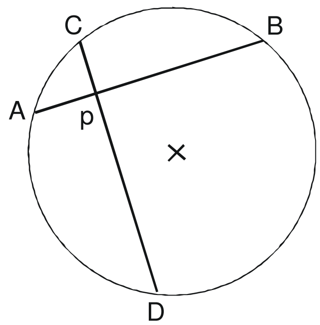
1. Seja o ΔPCB e ΔPAD são semelhantes porque o $\sphericalangle C \cong \sphericalangle A$ e $\sphericalangle B \cong \sphericalangle D$ e porque são ângulos inscritos que se opõem ao mesmo arco, respectivamente.

2. $\frac{|PA|}{|PC|} = \frac{|PD|}{|PB|} \Leftrightarrow |PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| \longleftarrow$ Pela regra três simples: O produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

c.q.d.

Exemplo

1. As cordas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ intersectam-se no interior de um círculo num ponto P, como mostra a figura. Marque com um ✓apenas a afirmação verdadeira. Justifique a sua opção.



a) $\overline{PD}$ mede 5 cm se $\overline{PA}$ = 3 cm, PB = 12 cm e $\overline{PC}$ = 9 cm.

b) $\overline{PD}$ mede 4 cm se $\overline{PA}$ = 3 cm, PB = 12 cm e $\overline{PC}$ = 9 cm.

c) $\overline{PD}$ mede 6 cm se $\overline{PA}$ = 3 cm, PB = 12 cm e $\overline{PC}$ = 9 cm.

d) $\overline{PD}$ mede 3 cm se $\overline{PA}$ = 3 cm, PB = 12 cm e $\overline{PC}$ = 9 cm.

CHAVE DE CORRECÇÃO

Para esta questão temos como resposta a alínea **b)**.

Porque: Pela relação $\frac{|PA|}{|PC|}=\frac{|PD|}{|PB|}$.

Dados

PA = 3 cm,

PB = 12 cm

PC = 9 cm.

PD=?

$$\frac{3cm}{9cm}=\frac{|PD|}{12cm}$$

Substituindo os dados.

$$\Leftrightarrow |PD|=\frac{3cm \bullet 12cm}{9cm}$$

$$\Leftrightarrow |PD|=\frac{36cm^2}{9\cancel{cm}}$$

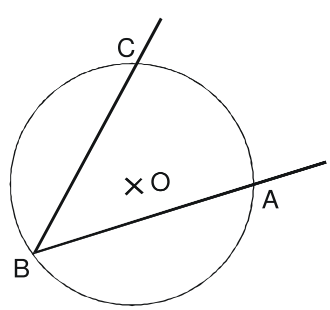
$$\Leftrightarrow |PD|=4cm$$

Para esta questão temos como resposta a alínea **b)**.

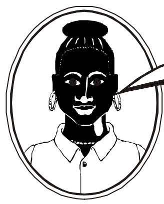
$|PD|$ mede 4 cm se $|PA|$ = 3 cm, PB = 12 cm e PC = 9 cm.

TOME NOTA...

O arco em que o ângulo está inscrito é o arco CBA e chama-se **arco capaz** do ângulo CBA. O arco AC está compreendido entre os lados do ângulo e chama-se arco **associado ou correspondente ao ângulo** inscrito.



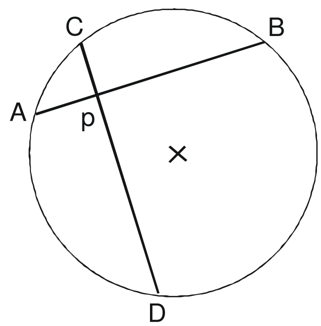
Por outro lado o ângulo inscrito numa circunferência é aquele que o seu vértice se encontra sobre a circunferência e cada um dos seus lados contém uma corda (como se pode ver na figura acima).



Caro aluno, depois de ter acompanhado atentamente o exemplo apresentado realize a actividade que segue como forma de interiorizar os seus conhecimentos.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras e justifique as suas opções. Em relação aos comprimentos dos segmento $\overline{PC}$ e $\overline{AB}$. Tome em consideração a figura que se segue.



✓

a) Se $\overline{PA}=15cm$, $\overline{PB}=5cm$ e $\overline{PD}=6cm$ é porque $\overline{PC}=12cm$ ☐

b) Se $\overline{PA}=15cm$, $\overline{PB}=5cm$ e $\overline{PD}=6cm$ é porque $\overline{PC}=12,5cm$ ☐

c) Se $\overline{PA}=15cm$, $\overline{PB}=5cm$ e $\overline{PD}=6cm$ é porque $\overline{PC}=11,5cm$ ☐

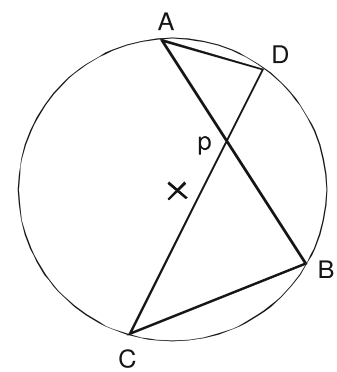
d) Se $\overline{PA}=4cm$, $\overline{PC}=5cm$ e $\overline{PD}=8cm$ é porque $\overline{AB}=14cm$ ☐

e) Se $\overline{PA}=4cm$, $\overline{PC}=5cm$ e $\overline{PD}=8cm$ é porque $\overline{AB}=13cm$ ☐

f) Se $\overline{PA}=12cm$, $\overline{PC}=8cm$ e $\overline{CD}=8cm$ é porque $\overline{AB}=20cm$ ☐

g) Se $\overline{PA}=12cm$, $\overline{PC}=8cm$ e $\overline{CD}=8cm$ é porque $\overline{AB}=24cm$ ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. E justifique as verdadeiras. Em relação a demonstração do teorema das cordas.



✓

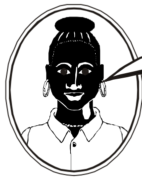
a) Os triângulos $[CBP]$ e $[PDA]$ são semelhantes porque tem os três ângulos iguais. ☐

b) Os triângulos $[CBP]$ e $[PDA]$ não são semelhantes porque não tem os três ângulos iguais. ☐

c) Os ângulos CBP e PDA são iguais porque são verticalmente opostos. ☐

d) Os ângulos CBP e PDA não são iguais porque não são verticalmente opostos. ☐

e) Os ângulos A e C são iguais porque são ângulos inscritos numa mesma circunferência com o mesmo araco capaz. ☐



Caro aluno, depois de ter realizado toda actividade compare as suas respostas com a Chave de Correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

Porque: Pelo teorema das cordas temos que $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$.

$15cm \cdot 5cm = \overline{PC} \cdot 6cm$ ← Substituindo os dados.

$$\overline{PC} = \frac{15cm \cdot 5\cancel{cm}}{6\cancel{cm}}$$

$$\overline{PC} = \frac{75cm}{6}$$

$$\overline{PC} = 12{,}5cm$$

Resposta: Se $\overline{PA} = 15cm$, $\overline{PB} = 5cm$ e $\overline{PD} = 6cm$ é porque $\overline{PC} = 12{,}5cm$.

d)

Porque: Para determinar $\overline{AB}$, importa determinar a medida de $\overline{PB}$; como se sabe que $\overline{AB} = \overline{PA} + \overline{PB}$ e $\overline{PA}$ já é dado.
E pelo teorema das cordas temos:

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$$

$$4cm \cdot \overline{PB} = 5cm \cdot 8cm$$

$$\overline{PB} = \frac{5cm \cdot 8\cancel{cm}}{4\cancel{cm}}$$

$\overline{PA} = 4cm$

$\overline{PB} = 10cm$

Logo: $\overline{AB} = \overline{PA} + \overline{PB}$

$\overline{AB} = 4\ cm + 10\ cm$

$\overline{AB} = 14\ cm$

Dados

$\overline{PA} = 4cm$

$\overline{PB} = 10cm$

Resposta: Se $\overline{PA} = 4cm$, $\overline{PC} = 5cm$ e $\overline{PD} = 8cm$ é porque $\overline{AB} = 14cm$.

g)

Porque: Como $\overline{AB}=\overline{PA}+\overline{PB}$, temos que determinar a medida de $\overline{PB}$.

Para isso usamos o teorema das cordas e teremos.

$$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{CD}$$

$$12\,cm\bullet\overline{PB}=8\,cm\bullet 18\,cm \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados.}}$$

$$\overline{PB}=\frac{8\,cm\bullet 18\,\cancel{cm}}{12\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{PB}=\frac{144\,cm}{12}$$

$$\overline{PB}=12\,cm$$

Dados

$\overline{PA}=12\,cm$

$\overline{PC}=8\,cm$

$\overline{CD}=18\,cm$

$\overline{PB}=?$

Finalmente, substitui-se os valaores de $\overline{PA}\,e\,\overline{PB}$ em $\overline{AB}=\overline{PA}+\overline{PB}$,

ficando: $\overline{AB}=12\,cm+12\,cm$

$\overline{AB}=24\,cm$

Resposta: Se $\overline{\text{PA}}=12\,cm$, $\overline{\text{PC}}=8\,cm$ e $\overline{\text{CD}}=8\,cm$ é porque $\overline{\text{AB}}=24\,cm$

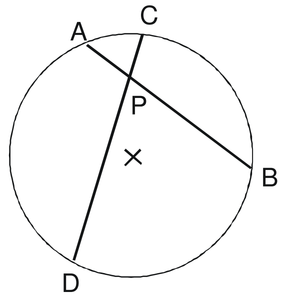
2. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V

Agora vamos efectuar os exercícios que se seguem como forma de consolidar os conhecimentos adquiridos.

EXERCÍCIOS

1. Considerando a figura a baixo e se
$|PA| = 8\,cm$; $|PB| = 12\,cm$ e $|PA| = 6\,cm$

E se $|PA| = 4\,cm$, $|AB| = 12\,cm$ e $|PD| = 10\,cm$.
Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. Em relação as medidas $\overline{PD}$ e $\overline{CD}$. Segundo a figura ilustra. E justifique as suas opções.



a) $|PD|$ mede 10 cm. ✓☐

b) $|PD|$ mede 16 cm. ☐

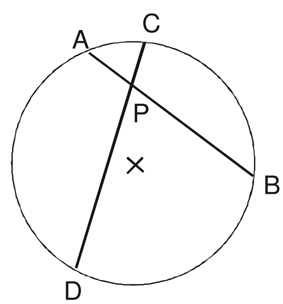
c) $|PD|$ mede 6 cm. ☐

d) $|PD|$ mede 13,2 cm. ☐

e) $|PD|$ mede 13 cm. ☐

f) $|PD|$ mede 23 cm. ☐

2. Considere a figura que se segue; marque com um ✓ apenas a resposta certa. Sabendo que $|AB| = 11\,cm$; $|PA| = 2\,cm$; $|PD| = 2 \cdot |PC|$. E justifique a sua resposta.

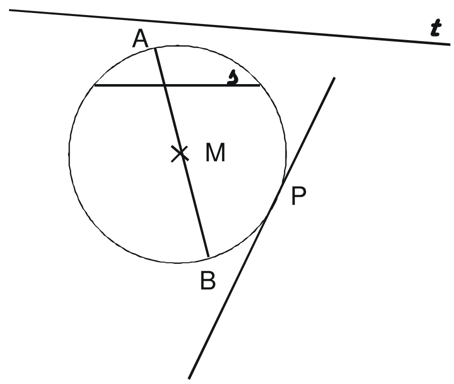


a) $|CD|$ mede 10 cm. ✓ ☐

b) $|CD|$ mede 3 cm. ☐

a) $|CD|$ mede 9 cm. ☐

3. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as afirmações falsas. Tome em cosideração a figura que se segue.



a) A recta **t** é uma recta exterior à circunferência **M**. ✓ ☐

b) A recta **s** é corda da circunferêncua **M**. ☐

c) O segmento $\overline{AB}$ é corda da circunferência **M**. ☐

d) O ponto **P** é o centro da circunferência **M**. ☐

e) O ponto **P** é o ponto de tangência da circunferência **M**. ☐

f) O arco $\widehat{AB} = \widehat{AP}$. ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

b)

Porque: Pela fórmula da relacão métrica em círculos teremos:

$\overline{AP} \bullet \overline{PB} = \overline{CP} \bullet \overline{PD}$

$8cm \bullet 12cm = 6cm \bullet \overline{PD}$ ← Substituindo os dados temos.

$\overline{PD} = \dfrac{8cm \bullet 12cm}{6cm}$

$\overline{PD} = \dfrac{96cm^2}{6\cancel{cm}}$

$\overline{PD} = 16cm$

d)

Porque: Primeiro temos que determinar a medida de $\overline{PC}$, porque $\overline{CD} = \overline{CP} + \overline{PD}$. Daqui temos que determinar $\overline{PC}$ a partir da fórmula $\overline{AP} \bullet \overline{PB} = \overline{CP} \bullet \overline{PD}$.

$4cm \bullet 8cm = \overline{CP} \bullet 10cm$ ← Substituindo os dados temos.

Dados:

$\overline{AP} = 4cm$

$\overline{PB} = 8cm$

$\overline{CP} = 10cm$

$\overline{CP} = \dfrac{4cm \bullet 8cm}{10cm}$

$\overline{CP} = \dfrac{32cm^2}{10\cancel{cm}}$

$\overline{CP} = 3,2cm$

Em seguida determinamos a medida exigida no enunciado que é $\overline{CD}$,

a partir da fómula: $\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{PD}$.

E porque já temos os dados:

$\overline{CD}=3,2\,cm+10\,cm$ ← Substituindo os dados temos.

$\overline{CD}=13,2\,cm$

Dados:

$\overline{CP}=3,2\,cm$

$\overline{PD}=10\,cm$

$\overline{CD}=?$

2. b) $|CD|$ mede 3 cm.

Primeiro é necessário determinar a medida de $\overline{PB}$, como sabemos que $\overline{AB}=\overline{AP}+\overline{PB}$. E pelos dados sabemos que:

Daqui determinamos a medida $\overline{PB}$.

$11\,cm=2\,cm+\overline{PB}$ ← Substituindo os dados temos.

$\overline{PB}=11\,cm-2$

$\overline{PB}=9\,cm$

Dados:

$\overline{AB}=11\,cm$

$\overline{AP}=2\,cm$

$\overline{PB}=?$

Assim vamos determinar a medida de $|PC|$, para nos facilitar a determinação de $|CD|$. Assim sendo teremos, que: $\overline{AP}\bullet\overline{PB}=\overline{CP}\bullet\overline{DP}$.

$2\,cm\bullet 9\,cm=\overline{CP}\bullet 2\bullet|PC|$

$18\,cm^2=\overline{CP}\bullet 2\bullet|CP|$

$18\,cm^2=2\bullet|CP|^2$

$|CP|^2=\dfrac{18\,cm^2}{2}$

$|CP|^2=9\,cm^2$

$|CP|=3\,cm$

Dados:

$\overline{AP}=2\,cm$

$\overline{PB}=9\,cm$

$\overline{DP}=2\bullet|PC|$

$|PC|=?$

Depois determinar a medida de $\overline{DP}$, e como sabe-se que $\overline{DP} = 2 \bullet \overline{PC}$.

$\overline{DP} = 2 \bullet 3cm$ ← Substituindo os dados temos.

$\overline{DP} = 6cm$

Finalmente, determina-se a medida de $\overline{CD}$, e como se sabe que

$\overline{CD} = \overline{DP} + \overline{PC}$

$\overline{CD} = 6cm + 3cm$ ← Substituindo os dados temos.

$\overline{CD} = 9cm$

3. **a)**V; **b)**V; **c)**V; **d)**V; **e)**V; **f)** F

Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

2 Posição Relativa de Circunferência a Recta

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar a posição relativa entre uma circunferência e uma recta.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 2ª lição do nono módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a relação métrica no círculo, teorema das secantes.

Vai resolver problemas ligados com a determinação das medidas de secantes.

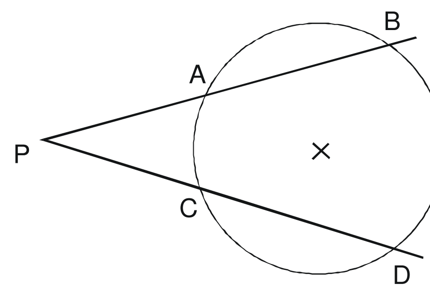
Caro aluno, em casos de algumas dúvidas pode consultar o módulo 4 da 8ª classe. Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria sobre circunferências, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender as circunferências.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

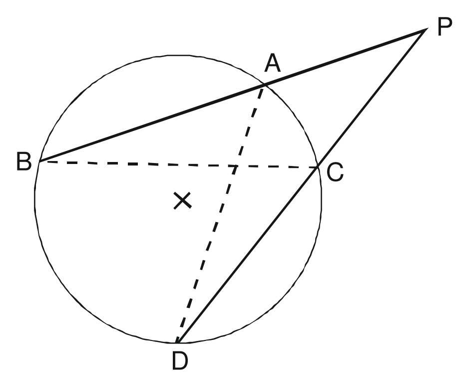
TEOREMA DAS SECANTES

Se as secantes traçadas a partir de um ponto P intersectam uma circunferência nos pontos A, B, C e D, respectivamente, então é válida a relação.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$



Consideremos o ponto P está no exterior da circunferência, segundo ilustra a figura a seguir.



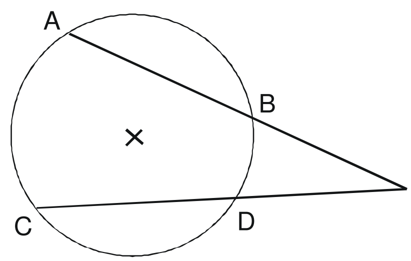
1. Seja o $\Delta BPC \sim \Delta DPA$, porque o ângulo P é comum e $\measuredangle B \cong \measuredangle D$ por serem ângulos inscritos opostos ao mesmo arco.

2. $\dfrac{|PA|}{|PC|} = \dfrac{|PD|}{|PB|} \Leftrightarrow |PA| \bullet |PB| = |PC| \bullet |PD|$ ← Pela regra três simples: O produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

   c.q.d.

Exemplo

1. As cordas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ intersectam-se no interior de um círculo num ponto P, como mostra a figura. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação as medidas de $\overline{PD}$ e $\overline{PC}$. Justifique a sua opção.



a) Se $\overline{PA}=18\,cm$, $\overline{PB}=10\,cm$ e $\overline{PC}=15\,cm$; $\overline{PD}$ é igual a 12 cm. ☑

b) Se $\overline{PA}=18\,cm$, $\overline{PB}=10\,cm$ e $\overline{PC}=15\,cm$; $\overline{PD}$ é igual a 10 cm. ☐

c) Se $\overline{PA}=20\,cm$, $\overline{PB}=9\,cm$ e $\overline{PD}=6\,cm$; $\overline{PC}$ é igual a 30 cm. ☐

d) Se $\overline{PA}=20\,cm$, $\overline{PB}=9\,cm$ e $\overline{PD}=6\,cm$; $\overline{PC}$ é igual a 20 cm. ☐

TOME NOTA...

Ângulos complementares são aqueles em que a sua soma é igual a 90º.

Ângulos suplementares são aqueles em que a sua soma é igual a 180º.

CHAVE DE CORRECÇÃO

Temos como resposta a alínea **a**).

Porque: Pela relação $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$.

$18\,cm\cdot 10\,cm=15\,cm\cdot\overline{PD}$ ← Substituindo os dados.

$$\overline{PD}=\frac{18\,cm\cdot 10\,cm}{15\,cm}$$

Dados

PA = 18 cm,

PB = 10 cm

PC = 15 cm.

PD=?

$$\overline{PD}=\frac{180\,cm^2}{15\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{PD}=12\,cm$$

Também temos como resposta, a alínea **c)**.
Porque pela relação seguinte teremos:

$$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}$$

$$20\,cm\bullet 9\,cm=\overline{PC}\bullet 6\,cm$$

Substituindo os dados.

$$\overline{PC}=\frac{20\,cm\bullet 9\,cm}{6\,cm}$$

$$\overline{PC}=\frac{180\,cm^2}{6\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{PC}=30\,cm$$

Dados

PA = 20 cm,

PB = 9 cm

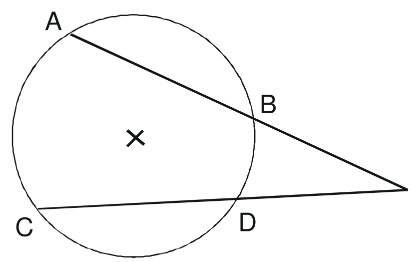
PD = 6 cm.

PC=?

Caro aluno, depois de ter acompanhado atentamente a explicação e o exemplo resolve a actividade que se segue como forma de fixar os conteúdos.

ACTIVIDADE

1. Marque com um V as afirmações verdadeiras e um F as falsas. Em relação as medidas de $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. Segundo mostra a figura. E justifique as verdadeiras.



a) Se $\overline{PA}=24cm$, $\overline{PC}=30cm$, $\overline{PD}=6cm$, então $\overline{AB}=15,5cm$. ☐

b) Se $\overline{PA}=24cm$, $\overline{PC}=30cm$, $\overline{PD}=6cm$, então $\overline{AB}=16,5cm$. ☐

c) Se $\overline{PA}=24cm$, $\overline{PC}=30cm$, $\overline{PD}=6cm$, então $\overline{AB}=17cm$. ☐

d) Se $\overline{PC}=18cm$, $\overline{PA}=27cm$, $\overline{PB}=10cm$, então $\overline{CD}=3cm$. ☐

e) Se $\overline{PC}=18cm$, $\overline{PA}=27cm$, $\overline{PB}=10cm$, então $\overline{CD}=9cm$. ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

a) F.

b) V.

Porque:

Para determinar a medida de $\overline{AB}$, basta determinar a medida de $\overline{PB}$, isto porque $\overline{PA} = \overline{PB} + \overline{AB}$. E pela relação $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$.

Teremos: $24cm \bullet \overline{PB} = 30cm \bullet 6cm$ ← Substituindo os dados.

$$\overline{PB} = \frac{30\,cm \bullet 6\,cm}{24\,cm}$$

$$\overline{PB} = \frac{180\,cm^2}{24\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{PB} = 7{,}5\,cm$$

E como sabemos que: $\overline{AB} = \overline{PA} - \overline{PB}$.

$$\overline{AB} = 24\,cm - 7{,}5\,cm$$

$$\overline{AB} = 16{,}5\,cm$$

c) F.
d) V.
Porque:

Primeiro temos que determinar a medida de $\overline{PD}$. E para isso usaremos a relação:

$$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$$

$$27\,cm \bullet 10\,cm = 18\,cm \bullet \overline{PD} \leftarrow$$

Substituindo os dados.

$$\overline{PD} = \frac{27\,cm \bullet 10\,cm}{18\,cm}$$

$$\overline{PD} = \frac{270\,cm^2}{18\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{PD} = 15\,cm$$

Finalmente determinamos a medida de $\overline{CD}$, e como sabemos que:

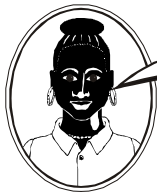
$$\overline{CD} = \overline{PC} - \overline{PD}.$$

$$\overline{CD} = 18\,cm - 15\,cm \leftarrow$$

Assim substituindo os dados, teremos.

$$\overline{CD} = 3\,cm$$

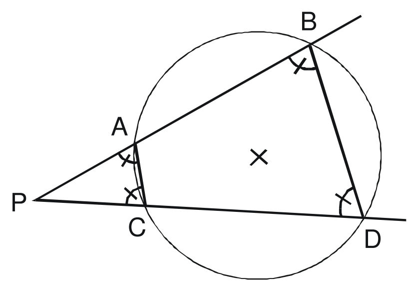
e) F.



Caro aluno, depois de ter realizado a actividade de fixação resolve os exercícios que se seguem, como forma de interiorizar e consolidar cada vez mais os seus conhecimentos.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. Tome em consideração a figura a seguir, onde se uniram os pontos A a C e B a D.



a) Os triângulos $[PAC]$ e $[PBD]$ são semelhantes porque têm em P um ângulo comum. ✓ ☐

b) Os triângulos $[PAC]$ e $[PBD]$ são semelhantes porque têm em B um ângulo comum. ☐

c) Os ângulos $\sphericalangle CDB$ e $\sphericalangle CAB$ suplementares por a sua soma é igual a 180º. ☐

d) Os ângulos $\sphericalangle CDB$ e $\sphericalangle CAB$ suplementares por a sua soma é igual a 90º. ☐

e) O ângulo $\sphericalangle CDB$ é igual ao ângulo $\sphericalangle CAP$ por serem ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência. ☐

f) O ângulo $\sphericalangle CDB$ é igual ao ângulo $\sphericalangle CAP$ por serem ângulos verticalmente opostos de um quadrilátero.

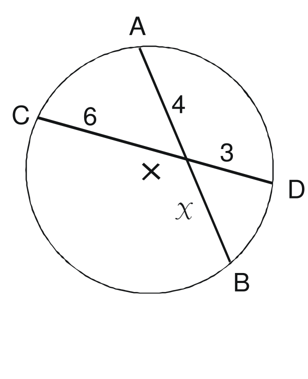
g) Os ângulos $\sphericalangle DBA$ e $\sphericalangle ACB$ são iguais porque são ângulos suplementares, por serem ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência.

h) Os ângulos $\sphericalangle DBA$ e $\sphericalangle ACB$ são iguais porque são ângulos complementares, por serem ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência.

i) Os triângulos $[PAC]$ e $[PBD]$ são semelhantes por isso $\frac{\overline{PA}}{\overline{PD}}=\frac{\overline{PC}}{\overline{PB}}$ e $\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}$.

j) Os triângulos $[PAC]$ e $[PBD]$ são semelhantes por isso $\frac{\overline{PA}}{\overline{PA}}=\frac{\overline{PC}}{\overline{PB}}$ e $\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}$.

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. Tome em consideração a figura que se segue.



a) Na figura E, x mede 4,5 cm.

b) Na figura E, x mede 5 cm.

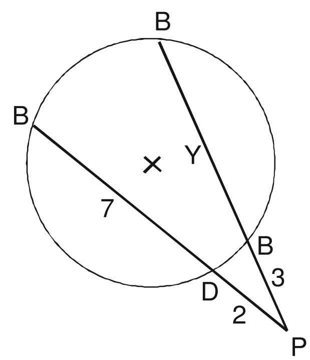
c) Na figura E, $\overline{AB}$ mede 8,5 cm.

d) Na figura E, $\overline{AB}$ mede 9 cm.

e) Na figura E, $\overline{CD}$ mede 9 cm.

f) Na figura E, $\overline{CD}$ mede 10 cm.

3. Marque com um ✓apenas as afirmações verdadeiras. Tome em consideração a figura que se segue.



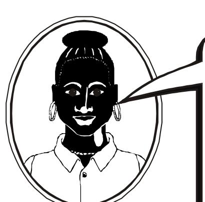
a) Na figura F, y mede 3 cm.

b) Na figura F, y mede 6 cm.

c) Na figura F, $\overline{CP}$ mede 8 cm.

d) Na figura F, $\overline{CP}$ mede 9 cm.

e) Na figura F, $\overline{AP}$ mede 6 cm.



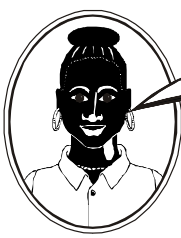
Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios propostos compare as suas respostas com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F; **g)** V; **h)** F; **i)** V; **j)** F

2. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

3. a); d); e)



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

3

Identificação da Relação entre os Segmentos Determinados pela Intersecção de duas Secantes $|AB|$ e $|CD|$ no exterior duma Circunferência

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar a relação entre os segmentos determinados pela intersecção de duas secantes no exterior duma circunferência.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 3ª lição do nono módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a relação métrica no círculo, teorema da secante e da tangente.

Nesta lição, terá oportunidade de estudar o teorema da secante e da tangente. Vai resolver problemas ligados com a determinação das medidas de secante e da tangente.

Caro aluno, em casos de algumas dúvidas pode consultar o módulo 4 da 8ª classe.

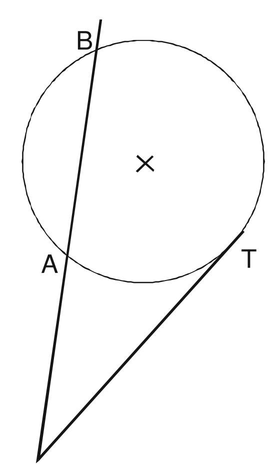
Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender as circunferências.
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**.

TEOREMA DA SECANTE E DA TANGENTE

Dada uma circunferência, e se do ponto P se traçar uma recta tangente em T e uma secante que intersecta nos pontos A e B, então cumpre-se a relação:

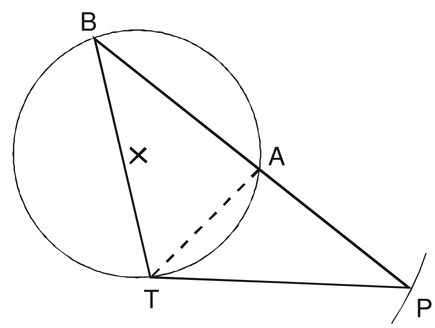
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \bullet \overline{PB}$$

Que se traduz:
O quadrado do segmento da tangente, tirada de um ponto para uma circunferência é igual á potência do ponto em relação á circunferência.



TEOREMA

Se tirarmos uma tangente e uma secante a uma circunfência por um ponto exterior, o segmento da tangente é meio proporcional entre os segmento da secante, definidos pelo ponto e os pontos de interseção da secante com a circunferência.



Hipótese

A recta $\overline{PT}$ é tangente e a recta $\overline{PB}$ é secante.

Tese

$$\frac{|PA|}{|PT|}=\frac{|PT|}{|PB|}$$

Demonstração

1° - $\measuredangle P$ é comum aos triângulos $[PTA]$ e $[PBT]$.

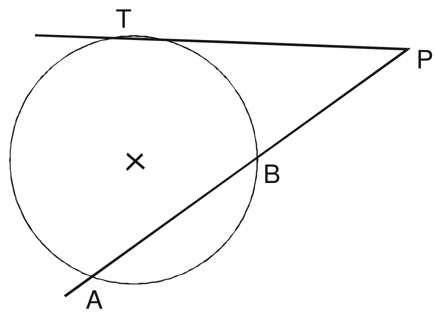
2° - $\measuredangle B \cong \measuredangle ATB$ visto que $\sphericalangle B = \frac{1}{2}\widehat{AT}$ e $A\hat{T}P = \frac{1}{2}\widehat{AT}$, ângulos inscritos e de mesmo segmento.

Logo:

$$\frac{|PA|}{|PT|}=\frac{|PT|}{|PB|} \text{ c.q.d}$$

Exemplo

1. Consideremos a figura que se segue, onde $\overline{AB}$ intersecta uma tangente á circunferência no ponto P fora do círculo. Como determinar a medida de $\overline{PT}$, sabendo que $\overline{PA}=18\,cm$, $\overline{PB}=10\,cm$ e $\overline{PC}=15\,cm$.



Procedimento

Para a determinação da medida de $\overline{PT}$, iremos usar a relação que se segue.

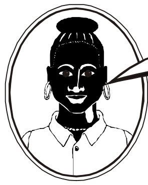
$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$

$18\,cm\bullet 8\,cm=\overline{PT}^2$ ← Substituindo os dados.

$144\,cm^2=\overline{PT}^2$

$\overline{PT}=\sqrt{144\,cm^2}$

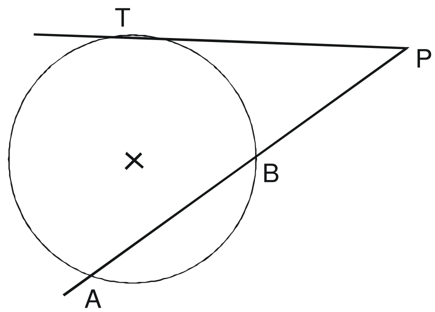
$\overline{PT}=12\,cm$



Caro aluno, depois de ter acompanhado atentamente a explicação e o exemplo realize a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras em relação a medida da corda e tangente. Tome em consideração a figura que se segue. E justifique a sua opção.



✓

a) Se $\overline{PA}=25\,cm$, $\overline{PB}=12\,cm$ então $\overline{PT}=10\sqrt{2}\,cm$ ☐

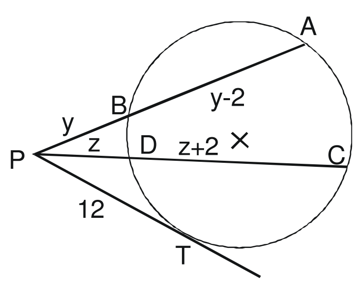
b) Se $\overline{PA}=25\,cm$, $\overline{PB}=12\,cm$ então $\overline{PT}=10\sqrt{3}\,cm$ ☐

c) Se $\overline{PT}=8\,cm$, $\overline{PA}=16\,cm$ então $\overline{AB}=12\,cm$ ☐

d) Se $\overline{PT}=8\,cm$, $\overline{PA}=16\,cm$ então $\overline{AB}=10\,cm$ ☐

e) Se $\overline{PT}=6\,cm$, $\overline{PA}=9\,cm$ então $\overline{AB}=5\,cm$ ☐

2. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras e justifique a sua opção. Em relação á equação ou igualdade que exprime aos valores de y e z. Tome em consideração a figura que se segue.



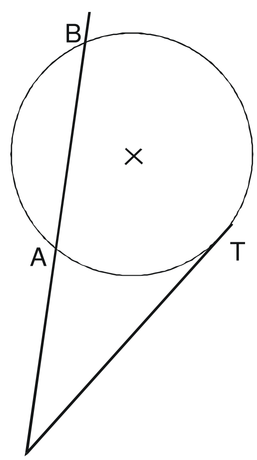
a) A equação que exprime o valor de y é $(y-1)\,y=72$ ✓

b) A equação que exprime o valor de y é $(y-1)\,y=12^2$

c) A equação que exprime o valor de z é $(2z+2)\,z=12^2$

d) A equação que exprime o valor de z é $(2z+2)\,z=72$

3. Considere a figura que se segue e os dados, determine a medida dos segmentos.



a) $\overline{PT}$, se $|PA|=4\,cm$ e $|AB|=5\,cm$. ✓

b) $\overline{PT}$, se $|PA|=\frac{1}{3}|AB|$ e $|PB|=8\,cm$.

c) $\overline{AB}$, se $|PT|=18\,cm$ e $|PA|=\frac{4}{9}|PB|$.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

b)

Porque:

Se $\overline{PA}=25\,cm$, $\overline{PB}=12\,cm$ então $\overline{PT}=10\sqrt{3}\,cm$

$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$

$25\,cm\bullet 12\,cm=\overline{PT}^2$

$\overline{PT}^2=300\,cm^2$

$\overline{PT}=\sqrt{300\,cm^2}$

$\overline{PT}=\sqrt{3\bullet 100\,cm^2}$

$\overline{PT}=10\sqrt{3}\,cm$

c)

Porque:

Se $\overline{PT}=8\,cm$, $\overline{PA}=16\,cm$ então $\overline{AB}=12\,cm$

$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$

$16\,cm\bullet\overline{PB}=(8cm)^2$

$16\,cm\bullet\overline{PB}=64\,cm^2$

$\overline{PB}=\dfrac{64\,cm^2}{16\,cm}$

$\overline{PB}=4\,cm$

Em seguida determinar a medida de $\overline{AB}$, e como já sabemos que

$\overline{AB}=\overline{PA}-\overline{PB}$.

$\overline{AB}=16\,cm-4\,cm$ ← Substituindo os dados.

$\overline{AB}=12\,cm$

e)

Porque:

Primeiro temos que determinar o valor de $\overline{PB}$, pela relação.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$

$9\,cm \bullet \overline{PB} = (6\,cm)^2$ ← Substituindo os dados.

$\overline{PB} = \dfrac{36\,cm^2}{9\,\cancel{cm}}$

$\overline{PB} = 4\,cm$

Finalmente podemos determinar a medida de $\overline{AB}$, porque como sabemos que $\overline{AB} = \overline{PA} - \overline{PB}$

$\overline{AB} = 9\,cm - 4\,cm$ ← Substituindo os dados.

$\overline{AB} = 5\,cm$

2.

a)

A equação que exprime o valor de y é $(y-1)\,y = 72$

Dados

$\overline{PA} = 2y - 2$

$\overline{PT} = 12\,cm$

$\overline{PB} = y$

Caro aluno, **preste atenção**:

$\overline{PA} = \overline{PB} + \overline{BA}$

$\overline{PA} = y + (y - 2)$

$\overline{PA} = 2y - 2$

Porque:

Substituindo os dados.

Pela relação $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$

$(2y-2) \bullet y = 12^2$

$(y-1) \bullet y = 72$

Por outro lado temos que: $(2y-2) \bullet y = 12^2 \Leftrightarrow \dfrac{(2y-2) \bullet y}{2} = \dfrac{144}{2}$,

dividindo ambos membros por 2, fica $(y-1) \bullet y = 72$. Daí a resposta válida seja esta.

c)

A equação que exprime o valor de z é $(2z+2)z=12^2$

Porque:

Dados

$\overline{PC}=2z+2$

$\overline{PD}=z$

$\overline{PT}=12$

Pela relação $\overline{PC}\bullet\overline{PD}=\overline{PT}^2$, teremos.

$(2z+2)\bullet z=12^2 \leftarrow$ Substituindo os dados.

Por um lado temos que: $\overline{PC}=z+(z+2) \Leftrightarrow \overline{PC}=2z+2$

3.

a) $\overline{PT}$, se $|PA|=4\,cm$ e $|AB|=5\,cm$.

Dados

$\overline{PA}=4\,cm$

$\overline{AB}=5\,cm$

$\overline{PB}=?$

$\overline{PT}=?$

Primeiro escrevemos a fórmula, do teorema da secante e da tangente. $\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2\bullet\overline{PT}$

Mas para a determinação de $\overline{PT}$, temos que determinar em Primeiro lugar a medida de $\overline{PB}$. E como sabemos que

Primeiro lugar a medida de $\overline{PB}$. E como sabemos que

$\overline{PB}=\overline{PA}+\overline{AB}$. Então teremos pela substituição.

$\overline{PB}=4\,cm+5\,cm$

$\overline{PB}=9\,cm$.

Finalmente pela fórmula $\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$, determinamos a medida de $\overline{PT}$.

$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$

$4\,cm\bullet 9\,cm=\overline{PT}^2$

$36\,cm^2=\overline{PT}^2$

$\overline{PT}=\sqrt{36\,cm^2}$

$\overline{PT}=6\,cm$

b) $\overline{PT}$, se $|PA|=\frac{1}{3}|AB|$ e $|PB|=8cm$.

Caro aluno, como já é nos dada a figura vamos estabelecer a relação que nos permite encontrar o valor de $\overline{PT}$. Mas para isso temos que determinar primeiro a medida de $\overline{AB}$, de modo a facilitar-nos encontrar a medida
de $\overline{PA}$ e daí a medida de $\overline{PT}$.

Dados:

$\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$

$\overline{PB}=8cm$

$\overline{AB}=?$

$\overline{PT}=?$

Assim sabemos pela figura que:

$\overline{AB}=\overline{PB}-\overline{PA}$

$\overline{AB}=8cm+\frac{1}{3}\overline{AB} \leftarrow$ Substituindo os dados.

$24cm=3\overline{AB}+\overline{AB} \leftarrow$ Pelo m.m.c

$4\overline{AB}=24cm$

$\overline{AB}=6cm$

Então:

$\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB} \Leftrightarrow \overline{PA}=\frac{1}{3}6cm$

$\Leftrightarrow \overline{PA}=2cm$

Finalmente, determinamos a medida de $\overline{PT}$.
Pela fórmula do teorema da secante e tangente temos.

$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$

$2cm\bullet 8cm=\overline{PT}^2 \leftarrow$ Substituindo os dados.

$16cm^2=\overline{PT}^2$

$\overline{PT}=\sqrt{16cm^2}$

$\overline{PT}=4cm$

c) $\overline{AB}$, se $|PT| = 18\,cm$ e $|PA| = \frac{4}{9}|PB|$.

Caro aluno, para a determinação de $\overline{AB}$, segundo os dados fornecidos; seguem-se os passos.

Dados:

$\overline{PT} = 18\,cm$

$\overline{PA} = \frac{4}{9}\overline{PB}$

$\overline{AB} = ?$

$\overline{PB} = ?$

1º - escreve-se a fórmula do teorema da secante e tangente.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$

2º - substituem-se os dados.

$\frac{4}{9}\overline{PB} \bullet \overline{PB} = (18\,cm)^2$

$4\overline{PB}^2 = 2916\,cm^2$

$\overline{PB}^2 = \frac{2916\,cm^2}{4}$

$\overline{PB}^2 = 729cm^2$

$\overline{PB} = \sqrt{729cm^2}$

$\overline{PB} = 27\,cm$

3º - determinar a medida de $\overline{AB}$ e como sabemos que $\overline{AB} = \overline{PB} - \overline{PA}$.

Substituindo os dados temos: $\overline{AB} = 27\,cm - 12\,cm$

$\overline{AB} = 15\,cm$

4º - Último passo, com todos os dados completos determina-se a medida $\overline{PA}$.

$\overline{PA} = \frac{4}{9}\overline{PB}$

$\overline{PA} = \frac{4}{9} \bullet 27\,cm$

$\overline{PA} = \frac{108}{9}\,cm$

$\overline{PA} = 12\,cm$

Recorde-se que:

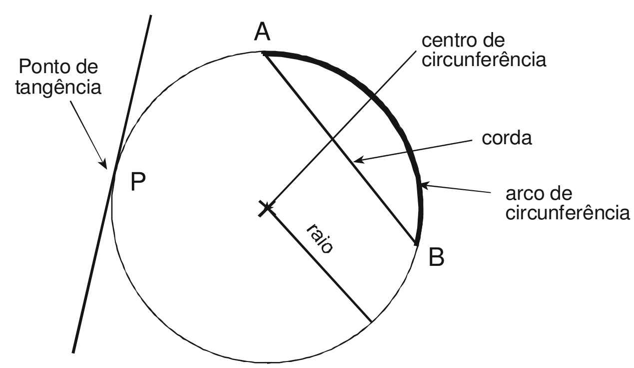
Corda é o segmento que une dois pontos quaisquer da circunferência;

Raio é o segmento que une um ponto qualquer da circunferência e o centro;

Centro da circunferência é o ponto equidistante para qualquer ponto da circunferência.

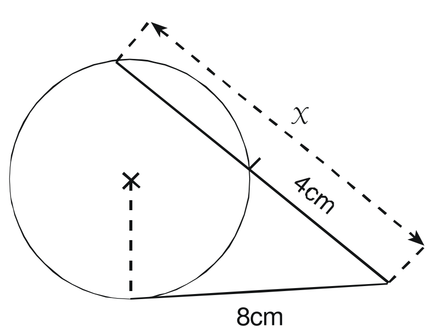
Arco de uma circunferência é uma parte da circunferência limitada por dois pontos.

Ponto de tangência é o único ponto de intersecção entre a circunferência e a recta tangente (ver o ponto **P**).



EXERCÍCIOS

1. Dada a figura que se segue. Marque com um ✓ apenas a resposta verdadeira e justifique a sua escolha. Em relação a medida do x.

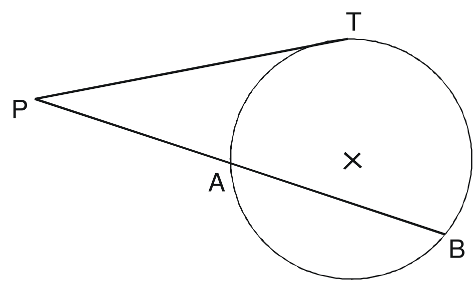


a) *x* mede 10 cm.

b) *x* mede 16 cm.

c) *x* mede 15 cm.

2. Considere a figura que se segue e determine as medidas dos segmentos.



a) Se $\overline{PA}=\frac{2}{3}\overline{PT}$ e $\overline{PB}=\overline{PT}+6\,cm$, quanto mede $\overline{PT}$?

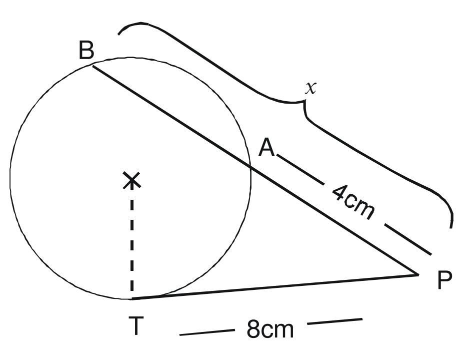
b) Se $\overline{PT}=\frac{4}{3}\overline{PB}$ e $\overline{PT}=8\,cm$, quanto mede $\overline{PA}$?

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

b) *x* mede 16 cm.

Para facilitar a interpretação do problema é necessário fazer um novo esboço, para facilitar a formulação da relação do teorema da secante e da tangente. Assim pode ter uma figura como a que se segue.



Dados:

$\overline{AP}=4\,cm$

$\overline{PT}=8\,cm$

$\overline{PB}=?$

Fazer o levantamento dos dados. E é preciso tomar atenção que

$x = \overline{PB}$.

Depois escrever a fórmula, como se segue. $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$, e substitui-se com os dados.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$

$4\,cm \bullet \overline{PB} = (8\,cm)^2$

$4\,cm \bullet \overline{PB} = 64\,cm^2$

$\overline{PB} = \dfrac{64\,cm^{\cancel{2}}}{4\,\cancel{cm}}$

$\overline{PB} = 16\,cm$

Porque: $x = \overline{PB}$ então x = 16 cm.

a) Se $\overline{PA} = \dfrac{2}{3}\overline{PT}$ e $\overline{PB} = \overline{PT} + 6\,cm$, $\overline{PT}$ mede 12 cm.

Com o auxílio do esboço escreve-se a fórmula do teorema.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$

$\dfrac{2}{3}\overline{PT} \bullet \left(\overline{PT} + 6\,cm\right) = \overline{PT}^2$ ← Substituindo os dados.

$\underset{(1)}{\dfrac{2}{3}}\overline{PT}^2 + \underset{(1)}{\dfrac{12\overline{PT}}{3}} = \underset{(3)}{\dfrac{\overline{PT}^2}{1}}$

$12\overline{PT} = 3\overline{PT}^2 - 2\overline{PT}^2$

$12\overline{PT} = \overline{PT}^2$

$12 = \dfrac{\overline{PT}^{\cancel{2}}}{\cancel{\overline{PT}}}$

$\overline{PT} = 12\,cm$

Dados:

$\overline{PA} = \dfrac{2}{3}\overline{PT}$

$\overline{PB} = \overline{PT} + 6\,cm$ $\overline{PT} = ?$

b) Se $\overline{PT}=\frac{4}{3}\overline{PB}$ e $\overline{PT}=8\,cm$, então $\overline{PA}$ mede

A partir do esboço pode-se escrever a relação dos Teoremas das secantes e tangentes. $\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$.

Mas antes é preciso tomar atenção que $\overline{PT}=\frac{4}{3}\overline{PB}$ e

$\overline{PT}=8\,cm$ e logo $8\,cm=\frac{4}{3}\overline{PB}$, calculando esta equação, obteremos que $\overline{PB}=6\,cm$.

Então podemos substituir na fórmula de modo a encontrar a medida de $\overline{PA}$.

Assim: $\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$

$$\overline{PA}\bullet 6\,cm=(8\,cm)^2$$

$$\overline{PA}=\frac{64\,cm^2}{6\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{PA}\approx 10{,}7\,cm$$

Dados:

$\overline{PT}=\frac{4}{3}\overline{PB}$

$\overline{PT}=8\,cm$

$\overline{PA}=?$

Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

4 Identificação da Relação entre os Segmentos Determinados pela Intersecção de duas Secantes $|AB|$ e $|CD|$ no exterior duma Circunferência- (consolidação)

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar a relação entre os segmentos determinados pela intersecão de duas secantes no exterior da circunferência

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 4ª lição do nono módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a relação métrica no círculo, teorema das secantes.

Nesta lição, terá oportunidade de estudar o teorema das cordas, secantes, secante da tangente. Vai resolver problemas ligados com a determinação das medidas dos segmentos.

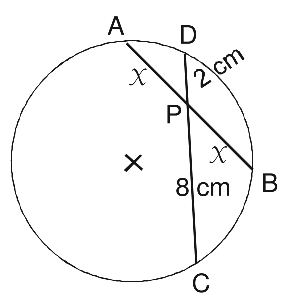
Caro aluno, em caso de algumas dúvidas pode consultar o módulo 4 da 8ª classe.

Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender as circunferências.
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Exemplo 1

Consideremos a figura que se segue:

como determinar o valor de x.



Para tal temos que usar a relação do teorema das cordas, que se traduz:

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$. Assim sendo substituindo os dados na fórmula teremos:

$x \bullet x = 8cm \bullet 2cm$ ← Substituindo os dados

$x^2 = 16cm^2$

$x = \sqrt{16cm^2}$

$x = 4cm$

Dados:

$\overline{PA} = x$

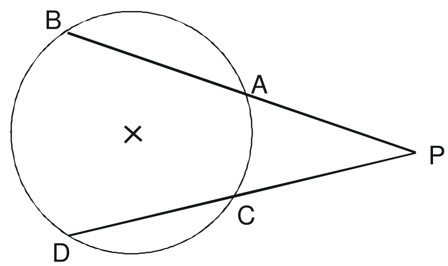
$\overline{PB} = x$

$\overline{PC} = 8cm$

$\overline{PD} = 2cm$

Exemplo 2

Seja a figura a seguir, como determinar o valor de *y*. Sabendo que $\overline{PB}=12cm$, $\overline{AB}=10cm$ e $\overline{PC}=3cm$.



Para determinar a medida de y, é preciso tomar em consideração que $y=\overline{DC}$. Depois é necessário saber que $\overline{PA}=\overline{PB}-\overline{AB}$; e pelos dados sabemos que $\overline{PB}=12cm$ e $\overline{AB}=10cm$. Assim sendo podemos determinar a medida de $\overline{PA}$.

$\overline{PA}=\overline{PB}-\overline{AB}$

$\overline{PA}=12cm-10cm$

$\overline{PA}=2cm$

O passo seguinte é a determinação da medida do $\overline{PD}$; visto que $\overline{DC}=\overline{PD}-\overline{PC}$. Daí que temos que usar o teorema das secantes:

$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}$

$2cm\bullet 12cm=3cm\bullet\overline{PD}$ ← Substituindo os dados.

$24cm=3cm\bullet\overline{PD}$

$$\overline{PD}=\frac{24cm^2}{3\cancel{cm}}$$

$\overline{PD}=8cm$

Dados:

$\overline{PA}=2cm$

$\overline{PB}=12cm$

$\overline{PC}=3cm$

$\overline{PD}=?$

Já conhecida a medida de $\overline{PD}$, facilmente pode deterimar a medida de $\overline{DC}$; e porque também sabemos que $\overline{DC}=\overline{PD}-\overline{PC}$.

$\overline{DC}=8cm-3cm$

$\overline{DC}=5cm$

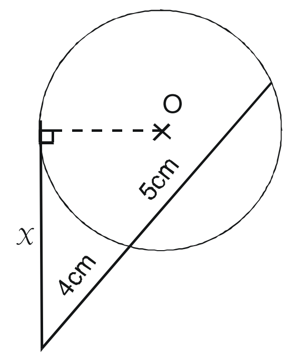
Dados:

$\overline{PD}=8cm$

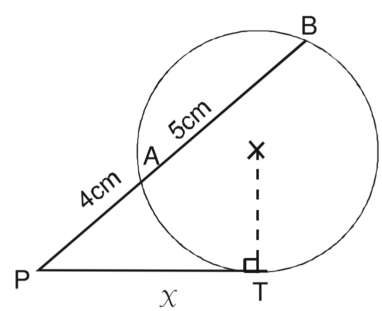
$\overline{PC}=3cm$

Exemplo 3

Consideremos a figura que se segue, os dados nela constantes. Como determinar o valor de *x*.



Para a medida de *x*, é necessário refazer a figura de modo a facilitar a sua interpretação e estabelecimento da relação com o teorema da secante e tangente.
Deste modo temos a figura que se segue.



Assim podemos estabelecer a relação do teorema, que é: $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$.

Caro aluno, é necessário tomar atenção que $\overline{PB} = \overline{PA} + \overline{AB}$, o que implica que $\overline{PB} = 4\,cm + 5\,cm$, o que equivale a $\overline{PB} = 9\,cm$. Por outro lado é necessário saber que $x = \overline{PT}$.

Assim sendo, e pela fórmula $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$. Podemos determinar a medida de $x = \overline{PT}$.

$$4\,cm \bullet 9\,cm = \overline{PT}^2$$

$$36\,cm^2 = \overline{PT}^2$$

$$\overline{PT} = \sqrt{36\,cm^2}$$

$$\overline{PT} = 6\,cm$$

Resposta: $x = \overline{PT}$ = 6 cm.

Dados:

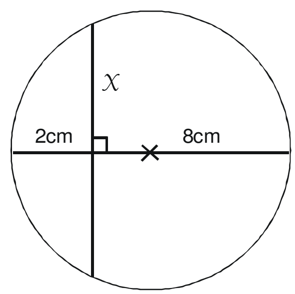
$\overline{PA} = 4\,cm$

$\overline{AB} = 5\,cm$

$\overline{PB} = 9\,cm$

ACTIVIDADE

1. Consideremos a figura que se segue, marque com um ✓apenas a afirmação verdadeiras. E justifique a sua opção. Em relação ao teorema das cordas.

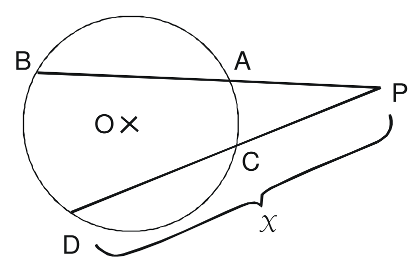


a) O segmento x mede 6 cm. ✓

b) O segmento x mede 4 cm.

c) O segmento x mede 8 cm.

2. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira, sabendo que $\overline{DP} = x$, $\overline{PB} = 14\,cm$, $\overline{AP} = 5\,cm$ e $\overline{CP} = 7\,cm$. Para isso tome em consideração a figura que se segue. Em relação ao teorema das secantes. E justifique a sua opção.

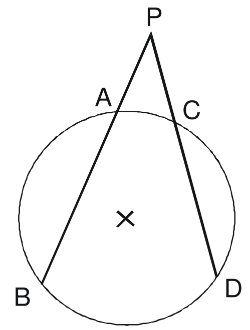


a) A medida de x é igual 8 cm. ✓

b) A medida de x é igual 11 cm.

c) A medida de x é igual 10 cm.

3. Considere a figura abaixo e os dados fornecidos e determine.



a) A medida de $\overline{PD}$, se $\overline{PA}=\frac{2}{3}\overline{PC}$ e $\overline{PB}=6m$.

b) A medida de $\overline{PB}$, se $\overline{PA}=\frac{1}{2}\overline{PD}$ e $\overline{PC}=4m$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

b) O segmento x mede 4 cm.

Porque:

Levantamento dos dados.

Dados:

$\overline{PA}=x$

$\overline{PB}=x$

$\overline{PC}=2\,cm$

$\overline{PD}=8\,cm$

Pela relação que se estabelece pelo teorema das cordas, que se traduz:

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$

$x \bullet x = 2\,cm \bullet 8\,cm$ ← Substituindo os dados.

$x^2 = 16\,cm^2$

$x = \sqrt{16\,cm^2}$

$x = 4\,cm$

Deste modo, caro aluno chegamos a solução da sua escolha.

2.

c) A medida de x é igual 10 cm.

$\overline{DP} = x$, $\overline{PB} = 14\,cm$, $\overline{AP} = 5\,cm$ e $\overline{CP} = 7\,cm$.

Pelos dados pode-se formular a relação:

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$

$5\,cm \bullet 14\,cm = 7\,cm \bullet \overline{PD}$

$70\,cm = 7\,cm \bullet \overline{PD}$

$\overline{PD} = \dfrac{70\,cm^2}{7\,\cancel{cm}}$

$\overline{PD} = 10\,cm$

Porque $\overline{DP} = x$, logo é igual 10 cm.

3.

a) Sabendo que medida de $\overline{PD}$, se $\overline{PA} = \frac{2}{3}\overline{PC}$ e $\overline{PB} = 6m$.

Então porque que já conhecemos a relação do teorema das secantes que é definida pela fórmula.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$

$\frac{2}{3}\overline{PC} \bullet 6m = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$ ← Substituindo os dados.

$\overline{PD} = \dfrac{\frac{2}{3}\cancel{\overline{PC}} \bullet 6m}{\cancel{\overline{PC}}}$

Dados:

$\overline{PA} = \frac{2}{3}\overline{PC}$

$\overline{PB} = 6m$

$\overline{PD} = ?$

$$\overline{PD} = \frac{2}{3} \bullet 6m$$

$$\overline{PD} = \frac{12m}{3}$$

$$\overline{PD} = 4m$$

Resposta: 4 m.

b) Considerando as medidas fornecidas $\overline{PA} = \frac{1}{2}\overline{PD}$ e $\overline{PC} = 4m$.

Para a determinação da medida de $\overline{PB}$, teremos.

Pela fórmula do teorema da secante teremos.

$$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$$

$$\frac{1}{2}\overline{PD} \bullet \overline{PB} = 4m \bullet \overline{PD} \leftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados.}}$$

$$\overline{PB} = \frac{4m \bullet \cancel{\overline{PD}}}{\frac{1}{2}\cancel{\overline{PD}}}$$

$$\overline{PB} = 4m \bullet 2$$

$$\overline{PB} = 8m$$

Resposta: 8 m.

Dados:

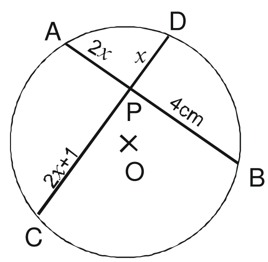
$$\overline{PA} = \frac{1}{2}\overline{PD}$$

$$\overline{PC} = 4m$$

$$\overline{PB} = ?$$

EXERCÍCIOS

1. Dada a figura, marque com um ✓, apenas as afirmações correctas. Em relação ao valor do x e da medida da corda $\overline{AB}$. E justifique a sua opção.



✓

a) x mede 3,5 cm. ☐

b) x mede 3 cm. ☐

c) x mede 4,5 cm. ☐

d) $\overline{AB}$ mede 2 cm. ☐

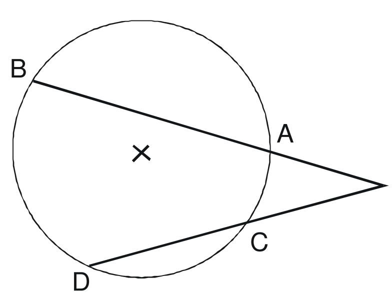
e) $\overline{AB}$ mede 5 cm. ☐

f) $\overline{AB}$ mede 11 cm. ☐

g) $\overline{AB}$ mede 6 cm ☐

2. Dada a figura que segue marque com um **V** as afirmações verdadeiras e justifique-as, e um **F** as falsas em relação às medidas dos segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{PB}$.

Sabendo que $\overline{PB} = 12\,cm$, $\overline{AB} = 10\,cm$ e $\overline{PC} = 3\,cm$



a) A medida de $\overline{CD}$ é de 3 cm. ✓

b) A medida de $\overline{CD}$ é de 5 cm.

c) A medida de $\overline{CD}$ é de 6 cm.

3. Considerando a figura do exercício acima, marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira.

a) A medida de $\overline{PB}$ é de 9 cm. ✓

b) A medida de $\overline{PB}$ é de 3 cm.

c) A medida de $\overline{PB}$ é de 6 cm.

4. Determine o valor de *x* considerando a figura que se segue.

Considerando que $\overline{PA} = 8\,cm$, $\overline{AB} = 10\,cm$. Tome atenção que $x = \overline{PT}$.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\overline{AB}$ mede 3,5 cm.

Porque a partir da figura, pode se estabelecer a relação do teorema das cordas.

Dados:

$\overline{PA}=2x$

$\overline{PB}=4\,cm$

$\overline{PC}=2x+1$

$\overline{PD}=x$

$$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}$$

$$2x\bullet 4\,cm=(2x+1)\bullet x$$

Substituindo os dados.

$$4\,cm=\frac{(2x+1)\bullet \cancel{x}}{2\cancel{x}}$$

$$8\,cm=2x+1$$

$$2x=7\,cm$$

$$x=\frac{7\,cm}{2}$$

$$x=3{,}5\,cm$$

f) x mede 11 cm.

Já determinado o valor de x, facilmente se pode determinar a medida de $\overline{AB}$. Sendo assim sabemos que $\overline{AB}=\overline{AP}+\overline{PB}$.

Então: $\overline{AB}=2x+4\,cm$

Substituindo os dados.

x = 3,5 cm

$$\overline{AB}=2\bullet 3{,}5\,cm+4\,cm$$

$$\overline{AB}=7\,cm+4\,cm$$

$$\overline{AB}=11\,cm$$

2. **a)** F

b) V

Porque: Pela relação das cordas $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$. Mas antes de determinar a medida de $\overline{AP}$, para isso sabemos que $\overline{PB} = \overline{AB} + \overline{AP}$

$12cm = 10cm + \overline{AP}$ ← Substituindo os dados.

$\overline{AP} = 12cm - 10cm$

$\overline{AP} = 2cm$

Dados:

$\overline{PB} = 12cm$

$\overline{AB} = 10cm$

$\overline{AP} = ?$

Daqui se pode determinar a amedida $\overline{PD}$, usando a relação já expressa anteriormente, e que a seguir voltamos a apresentar,

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$

$2cm \bullet 12cm = 3cm \bullet \overline{PD}$ ← Substituindo os dados.

$\overline{PD} = \dfrac{24cm^2}{3\cancel{cm}}$

$\overline{PD} = 8cm$

Dados:

$\overline{PB} = 12cm$

$\overline{PA} = 2cm$

$\overline{PC} = 3cm$

$\overline{PD} = ?$

E daqui finalmente determinar a medida de $\overline{CD}$, seguindo a relação que expressa o segemento pretendido. $\overline{CD} = \overline{PD} - \overline{PC}$.

$\overline{CD} = 8cm - 3cm$

$\overline{CD} = 5cm$

c) F

3. **a)** A medida de $\overline{PB}$ é de 9 cm.

Porque seguindo a relação $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$, teremos pela substituição.

$\dfrac{2}{3}\overline{PD} \bullet \overline{PB} = 6cm \bullet \overline{PD}$

$\overline{PB} = \dfrac{6cm \bullet \cancel{\overline{PD}}}{\dfrac{2}{3}\cancel{\overline{PD}}}$

$\overline{PB} = 6cm \bullet \dfrac{3}{2}$

$\overline{PB} = 9cm$

Dados:

$\overline{PA} = \dfrac{2\overline{PD}}{3}$ $\overline{PC} = 6cm$

$\overline{PB} = ?$

4. Para resolver este problema é necessário interpretar o esboço da figura, e fazer o lenvantemento dos dados. Como a seguir se apresenta.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$

$8\,cm \bullet 10\,cm = \overline{PT}^2$ ← Substituindo os dados.

$80\,cm^2 = \overline{PT}^2$

$\overline{PT} = \sqrt{80\,cm^2}$

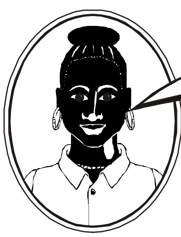
$\overline{PT} \approx 8,9$

Dados:

$\overline{PA} = 8\,cm$

$\overline{AB} = 10\,cm$

$\overline{PT} = x = ?$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.

Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual**, vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente, estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos;
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus;
- Ardor ao urinar;
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis;
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais;
- Ardor ao urinar.

5 Aplicações dos Teoremas das Cordas, das Secantes e da Secante

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar e identificar a posição relativa entre uma circunferência e uma recta.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 5ª lição do nono módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a relação métrica no círculo, teorema das secantes e da secante.

Nesta lição, terá oportunidade de estudar o teorema das cordas, secantes, secante e da tangente. Vai resolver problemas ligados com a determinação das medidas dos segmentos.

Caro aluno, em caso de algumas dúvidas pode consultar o módulo 4 da 8ª classe.

Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender as circunferências.
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

TEOREMA 1

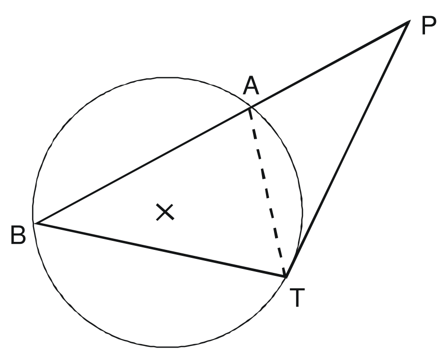
Se tirarmos uma tangente e uma secante a uma circunferência por um ponto exterior, o segmento da tangente, é meio proporcional entre os segmentos da secante, defenidos pelo ponto e os pontos de intersecção da secante com a circunferência.

Hipótese

A recta $\overline{PT}$ é tangente e a recta $\overline{PB}$ é secante á cirvunferência.

Tese:

$$\frac{|PA|}{|PT|}=\frac{|PT|}{|PB|}$$



Demonstração

1º - $\measuredangle$P é comum aos triângulos $[PTA]$ e $[PBT]$.

2º - $\measuredangle B \cong \measuredangle ATP$ visto que $\hat{B}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AT}$ e $A\hat{T}P=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AT}$, ângulos inscritos e de um segmento, respectivamente.
Logo, $\triangle PTA \sim \triangle PBT$

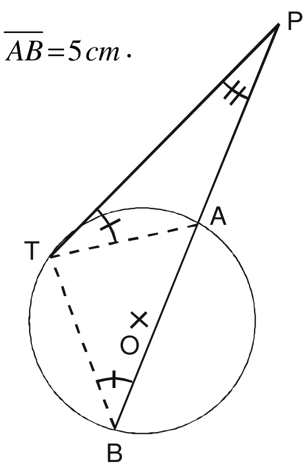
3º $\frac{|PA|}{|PT|}=\frac{|PT|}{|PB|}$, c.q.d.

Como consequência, teremos: O quadrado do segmento da tangente, tirada de um ponto para uma circunferência é igual á potência do ponto em relação á circunferência, isto. $|PT|^2 = |PA| \bullet |PB|$

Com efeito $|PT|^2 = |PA| \bullet |PB|$ e, como $|PA| \bullet |PB|$ é a potência do ponto P em relação à circunferência o, assim fica justificada a consequência do teorema.

Exemplo 1

Consideremos a figura que se segue como determinar a medida do segmento $\overline{PT}$ e $\overline{PB}$. Sabendo que $\overline{PA} = 4\,cm$, $\overline{AB} = 5\,cm$.



Para tal, seguiremos os passos.

1º - Estabelecer a relação do teorema da tangente.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$

2º - Substituimos os dados na expressão.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2 \Rightarrow 4\,cm \bullet 9\,cm = \overline{PT}^2$

$\Rightarrow 36\,cm^2 = \overline{PT}^2$

$\Rightarrow \overline{PT}^2 = 36\,cm^2$

$\Rightarrow \overline{PT} = \sqrt{36\,cm^2}$

$\Rightarrow \overline{PT} = 6\,cm$

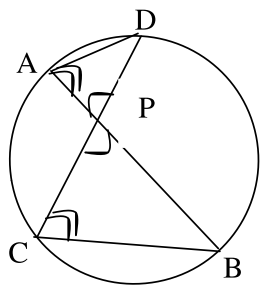
E como se sabe que $\overline{PB} = \overline{PA} + \overline{AB}$.

$\overline{PB} = 4\,cm + 5\,cm \longleftarrow$ Substituindo os dados.

$\overline{PB} = 9\,cm$

TEOREMA 2

Consideremos a figura que se segue.



Unindo os pontos A e D, B e C; obtemos a imagem como o da figura acima. Assim os triângulos $[CBP]$ e $[PDA]$ são semelhantes porque tem os três ângulos iguais. E de facto os ângulos $C\hat{P}B$ e $A\hat{P}D$ são iguais porque são ângulos verticalmente opostos. E os ângulos $\hat{A}$ e $\hat{C}$ também são iguais porque são ângulos inscritos com o mesmo arco capaz $\overset{\frown}{DAB}$ ou $\overset{\frown}{DCB}$. Quanto aos ângulos $\hat{B}$ e $\hat{D}$ são também iguais.

Daqui se conclui que os dois triângulos são semelhantes. E pode se estabelecer a seguinte proporção:

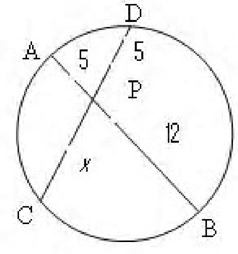
$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PC}}=\frac{\overline{PD}}{\overline{PB}}.$$

E pela regra de proporções (regra três simples), teremos:

$$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}$$

Exemplo 2

Consideremos a figura que se segue. Como determinar o valor do y.



Para a determinação do valor de y, temos que seguir os passos a baixo.

1º passo – Estabelecemos a relação do teorema das cordas.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$

2º passo – Levantamento dos dados: $\overline{PA} = 5$, $\overline{PB} = 12$, $\overline{PC} = x$ e $\overline{PD} = 5$

3º passo – Substituir os dados na fórmula.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$

$5 \bullet 12 = x \bullet 5$

$x = \dfrac{5 \bullet 12}{5}$

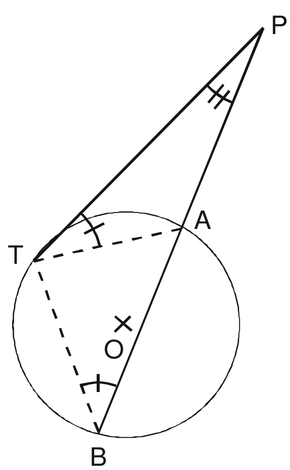
$x = \dfrac{60}{5}$

$x = 12$

Resposta: O segmento x mede 12 unidades.

ACTIVIDADE

1. Consideremos a figura que se segue. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação as medidas dos segmentos $\overline{PT}$ e $\overline{AB}$. E justifique as suas opções.



a) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{AB}$ mede 6 cm. ✓☐

b) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{AB}$ mede 8 cm. ☐

c) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{PT}$ mede 5 cm. ☐

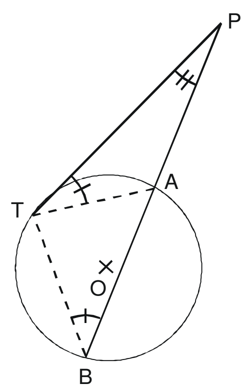
d) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{PT}$ mede 5 cm. ☐

e) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{PA}$ mede 2 cm. ☐

f) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{PA}$ mede 4 cm. ☐

g) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{PT}$ mede 4 cm. ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. E justifique as verdadeiras.



V/F

a) Se $\overline{PT}=18\,cm$ e $\overline{PA}=\frac{4}{9}cm$, então $\overline{PB}=27\,cm$. ☐

b) Se $\overline{PT}=18\,cm$ e $\overline{PA}=\frac{4}{9}cm$, então $\overline{PB}=20\,cm$. ☐

c) Se $\overline{PT}=18\,cm$ e $\overline{PA}=\frac{4}{9}cm$, então $\overline{PA}$ mede *25 cm*. ☐

d) Se $\overline{PT}=18\,cm$ e $\overline{PA}=\frac{4}{9}cm$, então $\overline{PA}$ mede *15 cm*. ☐

e) Se $\overline{PT}=18\,cm$ e $\overline{PA}=\frac{4}{9}cm$, então $\overline{AB}$ mede *15 cm*. ☐

f) Se $\overline{PT}=18\,cm$ e $\overline{PA}=\frac{4}{9}cm$, então $\overline{AB}$ mede *10 cm*. ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{AB}$ mede 6 cm.

Como sabemos que: $\overline{AB}=\overline{PB}-\overline{PA}$

$$\overline{AB}=8\,cm-\frac{1}{3}\overline{AB}$$

$$\underset{(3)}{\frac{8\,cm}{1}}=\underset{(1)}{-\frac{1}{3}}\overline{AB}+\underset{(3)}{\frac{\overline{AB}}{1}}$$

$$24\,cm=\overline{AB}+3\overline{AB}$$

$$4\overline{AB}=24\,cm$$

$$\overline{AB}=\frac{24\,cm}{4}$$

$$\overline{AB}=6\,cm$$

Dados:

$\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$

$\overline{PB}=8\,cm$

$\overline{AB}=?$

e)

Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{PA}$ mede 2 cm.

Para a determinação do valor de $\overline{PA}$, basta substituir na expressão

$\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ o valor de $\overline{AB}$. Assim teremos:

$$\overline{PA}=\frac{1}{3}\bullet 6\,cm$$

$$\overline{PA}=\frac{6\,cm}{3}$$

$$\overline{PA}=2\,cm$$

g) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{PT}$ mede 4 cm.

E finalmente para o valor de $\overline{PT}$, usaremos a fórmula:

$$2\,cm \bullet 8\,cm = \overline{PT}^2$$

$$16\,cm^2 = \overline{PT}^2$$

$$\overline{PT} = \sqrt{16\,cm^2}$$

$$\overline{PT} = 4\,cm$$

2. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** F; **f)** F

a) Se $\overline{PT}=18\,cm$ e $\overline{PA}=\frac{4}{9}cm$, então $\overline{PB}=27\,cm$.

Pela fórmula $\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$, teremos:

$$\frac{4}{9}\overline{PB}\bullet\overline{PB}=(18\,cm)^2$$

$$\frac{4}{9}\overline{PB}^2=(18\,cm)^2$$

$$\frac{4}{9}\overline{PB}^2=324\,cm^2$$

$$4\overline{PB}^2=2916\,cm^2$$

$$\overline{PB}^2=\frac{2916\,cm^2}{4}$$

$$\overline{PB}^2=729\,cm^2$$

$$\overline{PB}=\sqrt{729\,cm^2}$$

$$\overline{PB}=27\,cm$$

Dados:

$\overline{PT}=18\,cm$

$\overline{PA}=\frac{4}{9}\overline{PB}$

$\overline{PB}=?$

c) Se $\overline{PT}=18\,cm$ e $\overline{PA}=\frac{4}{9}cm$, então $\overline{PA}$ mede 12 *cm*.

Como sabemos que $\overline{PA}=\frac{4}{9}\overline{PB}$, basta substituirmos o valor de $\overline{PB}$; sendo assim teremos:

$$\overline{PA}=\frac{4}{9}\overline{PB}$$

$$\overline{PA}=\frac{4}{\cancel{9}^{1}}\bullet\cancel{27}^{3}\,cm$$

$$\overline{PA}=4\bullet 3\,cm$$

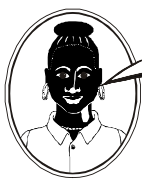
$$\overline{PA}=12\,cm$$

e) Se $\overline{PT}=18\,cm$ e $\overline{PA}=\frac{4}{9}cm$, então $\overline{AB}$ mede *15 cm.*

Para o valor de $\overline{AB}$, precisamos de substituir apenas na expressão: $\overline{AB}=\overline{PB}-\overline{PA}$.

$\overline{AB}=27\,cm-12\,cm \leftarrow$ Substituindo os dados.

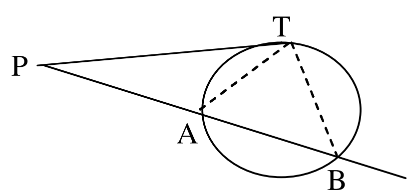
$\overline{AB}=15\,cm$



Caro aluno, agora efectue os exercícios que se seguem como forma de consolidar os conhecimentos adquiridos.

EXERCÍCIOS

1. Dada a figura que se segue, marque com um ✓, apenas a afirmação correcta, em relação as medidas de $\overline{PT}$. E justifique as suas opções.

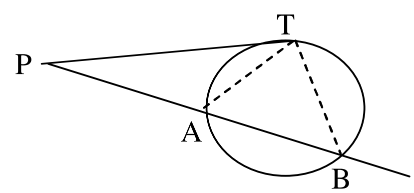


a) Se $\overline{PA}=\frac{2}{3}\overline{PT}$ e $\overline{PB}=\overline{PT}+6\,cm$, então $\overline{PT}$ mede 10 cm. ☐ ✓

b) Se $\overline{PA}=\frac{2}{3}\overline{PT}$ e $\overline{PB}=\overline{PT}+6\,cm$, então $\overline{PT}$ mede 12 cm. ☐

c) Se $\overline{PA}=\frac{2}{3}\overline{PT}$ e $\overline{PB}=\overline{PT}+6\,cm$, então $\overline{PT}$ mede 8 cm. ☐

2. Dada a figura a baixo. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F** as afirmações falsas. Em relação ás medidas dos segmentos e justifique as suas opções.



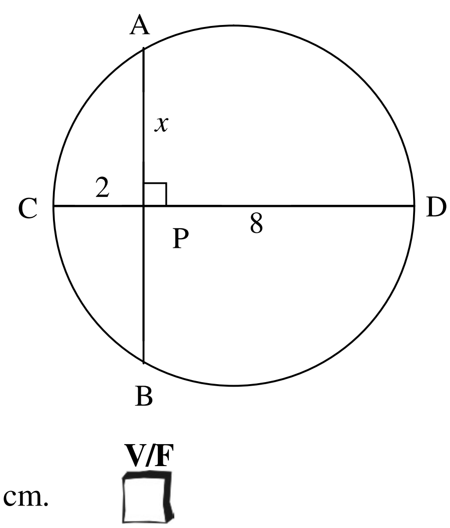
V/F

a) Na figura acima, se $\overline{PA} = \frac{3}{4}\overline{PB}$ e $\overline{PT} = 8cm$, $\overline{PA}$ mede 6 cm. ☐

b) Na figura acima, se $\overline{PA} = \frac{3}{4}\overline{PB}$ e $\overline{PT} = 8cm$, $\overline{PA}$ mede 6 cm. ☐

c) Na figura acima, se $\overline{PA} = \frac{3}{4}\overline{PB}$ e $\overline{PT} = 8cm$, $\overline{PA}$ mede 6 cm. ☐

3. Dada a figura que se segue, $\overline{CD}$ é diâmetro; marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as afirmações falsas. E justifique a sua opção. Tomando em consideração a figura que se segue.



V/F

a) x mede 6 cm. ☐

b) x mede 5 cm. ☐

c) x mede 4 cm. ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b) Se $\overline{PA}=\frac{2}{3}\overline{PT}$ e $\overline{PB}=\overline{PT}+cm$, então $\overline{PT}$ mede 12 cm.

Porque:

Pela fórmula: $\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$

$$\frac{2}{3}\overline{PT}\bullet\left(\overline{PT}+6\,cm\right)=\overline{PT}^2$$

$$\underset{(1)}{\frac{2}{3}}\overline{PT}^2+\underset{(1)}{\frac{12\,\overline{PT}\,cm}{3}}=\underset{(3)}{\frac{\overline{PT}^2}{1}}$$

$$12\overline{PT}\,cm=3\overline{PT}^2-\overline{PT}^2$$

$$12\overline{PT}\,cm=\overline{PT}^2$$

$$12\,cm=\frac{\overline{PT}^2}{\overline{PT}}$$

$$\overline{PT}=12\,cm$$

Dados:

$\overline{PA}=\frac{2}{3}\overline{PT}$

$\overline{PB}=\overline{PT}+6\,cm$

$\overline{PT}=?$

2.

a) Na figura acima, se $\overline{PA}=\frac{3}{4}\overline{PB}$ e $\overline{PT}=8\,cm$, $\overline{PA}$ mede 6 cm.

1º passo: Temos que reescrever a expressão $\overline{PA}=\frac{3}{4}\overline{PB}$ em ordem a $\overline{PB}$, de forma a obter a variável $\overline{PA}$; assim teremos:

$$\overline{PA}=\frac{3}{4}\overline{PB}\;\Leftrightarrow\;\overline{PB}=\overline{PA}\frac{4}{3}$$

Dados

$\overline{PA}=\frac{3}{4}\overline{PB}$

$\overline{PT}=8\,cm$

$\overline{PA}=?$

2º passo: Escrever a fórmula que estabelece a relação a secante e a tangente numa circunferência.

$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PT}}=\frac{\overline{PT}}{\overline{PB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{PA}}{8\,cm}=\frac{8\,cm}{\overline{PA}\frac{4}{3}}$$

Substituindo os dados.

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}\overline{PA}^2=64\,cm^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}\overline{PA}=\sqrt{64\,cm^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}\overline{PA}=8\,cm$$

$$\Leftrightarrow 4\overline{PA}=24\,cm$$

$$\Leftrightarrow \overline{PA}=\frac{24\,cm}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{PA}=6\,cm$$

b) F

c) F

3. **a)** F; **b)** F; **c)** V

Porque:

Pela relação a seguir $\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}$.

$$x\bullet x=2\,cm\bullet 8\,cm$$

Substituindo os dados.

$$x^2=16\,cm^2$$

$$x=\sqrt{16\,cm^2}$$

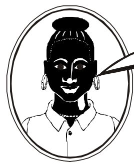
$$x=4\,cm$$

Dados:

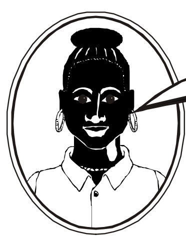
$\overline{PC}=2\,cm$

$\overline{PD}=8\,cm$

$\overline{PA}=\overline{PB}=x=?$



Caro aluno, lembre-se que uma corda perpendicular ao diâmetro divide-a em duas partes iguais.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

6 Teoremas das Cordas, das Secantes e da Secante - Consolidação

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar a relação entre os segmentos determinados pela intersecção de duas secantes $|AB|$ e $|CD|$ no interior e exterior duma circunferência; na resolução de problemas;
- Aplicar a relação entre os segmentos determinados pela intersecção de duas secantes e na tangente duma circunferência, na resolução de problemas concretos;
- Aplicar a relação entre as cordas de uma circunferência, a resolução de situações concretas;
- Aplicar o teorema das cordas e das secantes;

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 6ª lição do nono módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai consolidar o estudar das relações métrica no círculo, teorema das secantes.

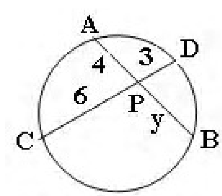
Nesta lição, terá oportunidade de interiorizar o estudo dos teoremas das cordas, secantes e secante da tangente. Vai resolver problemas ligados com a determinação das medidas dos segmentos.

Caro aluno, em caso de algumas dúvidas pode consultar o módulo 4 da 8ª classe.

Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender as circunferências.
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Exemplo 1

Consideremos a figura a seguir, como determinar a medida de y?

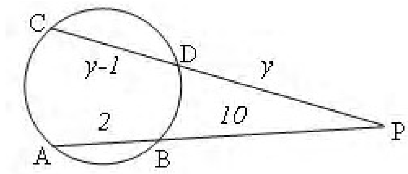


Para a determinação do valor do y, temos que escrever a relação que nos ajuda. $\overline{AP} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$

$$4 \bullet y = 6 \bullet 3$$
$$4 \bullet y = 18$$
$$y = \frac{18}{4}$$
$$y = 4,5$$

Exemplo 2

Dada a figura que se segue. Como escrever a equação que exprime o valor da variável *y*.



Para tal temos que escrever a relação, definida pelo teorema das secantes.

$$\frac{|PA|}{|PC|}=\frac{|PD|}{|PB|} \Leftrightarrow \overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}$$

Em seguida faz-se o levantamento dos dados:

Dados:

$\overline{PD}=y$

$\overline{PC}=2y-1$

$\overline{PA}=12$

$\overline{PB}=10$

Depois substituir na expressão, que define o Teorema das secantes.

$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}$

$12\bullet 10=(2y-1)\bullet y$

$120=2y^2-y$

$2y^2-y=120$

Finalmente, pode-se dizer que a equação que exprime o valor do y é:

$2y^2-y=120$

Exemplo 3

Consideremos a figura, abaixo onde a corda AB intersecta uma tangente á circunferência num ponto P, fora círculo. Como determinar a medida $\overline{AB}$, sabendo que $\overline{PT}=8cm$ e $\overline{PA}=16cm$.

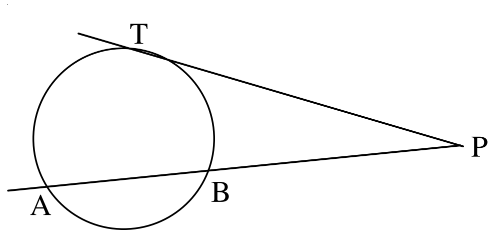
Dados:

$\overline{PT}=8cm$

$\overline{PA}=16cm$

$\overline{AB}=?$

$\overline{PB}=?$



Primeiro temos que fazer o levantamento dos dados, e nota-se que os dados disponíveis não não suficientes. Então temos que determinar em primeiro lugar a medida de $\overline{PB}$. Para depois determinar a medida do segmento desejado.

Em seguida escrever-se a fórmula, definida pelo Teorema da secante e da tangente.

Assim temos: $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$

Em seguida substitui-se os dados, na fórmula.

$$16\,cm \bullet \overline{PB} = (8\,cm)^2$$

$$16\,cm \bullet \overline{PB} = 64\,cm^2$$

$$\overline{PB} = \frac{64\,cm^{\cancel{2}}}{16\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{PB} = 4\,cm$$

Porque já temos a medida de $\overline{PB}$, então pode-se calcular a medida de $\overline{AB}$.

$$\overline{AB} = 16\,cm - 4\,cm \leftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados.}}$$

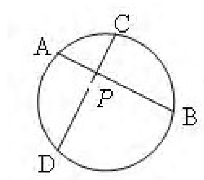
$$\overline{AB} = 12\,cm$$

Agora efectue os exercícios como forma de interiorizar os conhecimentos adquiridos, nesta e nas lições anteriores.

Agora efectue os exercícios que seguem como forma de interiorizar os conhecimentos adquiridos, nesta e nas lições anteriores.

EXERCÍCIOS

1. Considere a figura que se segue, e marque com um ✓, apena a afirmação correcta. Sabendo que $\overline{AB} = 11m$, $\overline{PA} = 2m$ e $\overline{PD} = 2\overline{PC}$. E justifique a sua opção.

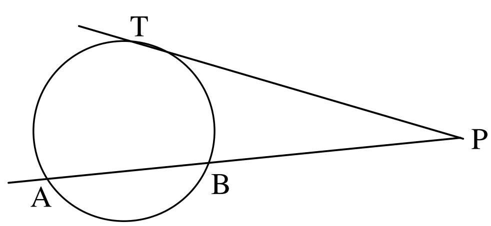


a) O segmento $\overline{CD}$ mede 6.

b) O segmento $\overline{CD}$ mede 9.

c) O segmento $\overline{CD}$ mede .

2. Dada a figura que se segue. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. Sabendo que $\overline{PT} = 6\,cm$ e $\overline{PA} = 9\,cm$. E justifique as suas opções.



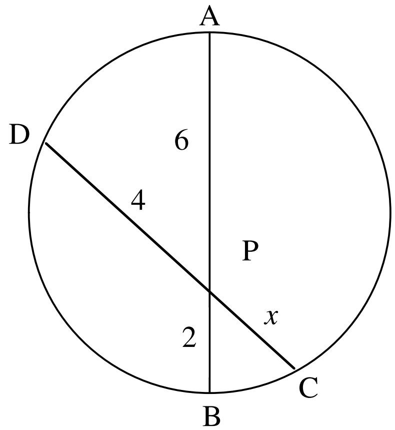
a) $\overline{AB}$ mede 4 cm.

b) $\overline{PB}$ mede 4 cm.

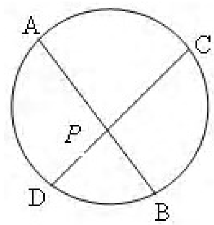
c) $\overline{AB}$ mede 5 cm.

d) $\overline{PB}$ mede 6 cm.

3. Dada a figura que se segue, determine a medida de *x*.



4. Considere a figura que se segue**,** sabendo que $\overline{PA} = 2x$, $\overline{PB} = 4\,cm$, $\overline{PC} = 2x+1$ e $\overline{PD} = x$. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras, mostrando os cálculos.



a) $\overline{PD}$ mede ______**.**

b) $\overline{PC}$ mede ______**.**

c) $\overline{PA}$ mede ______**.**

d) $\overline{AB}$ mede ______**.**

a) $\overline{DC}$ mede ______**.**

Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios, procure comparar os seus resultados com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b) O segmento $\overline{CD}$ mede 9.

Primeiro temos que fazer o levantamento dos dados.

E como faltam mais dados, e os dados de que nos dispomos apenas facilitam nos a medida de $\overline{PB}$. Assim sendo

teremos: $\overline{PB} = \overline{AB} - \overline{AP}$

$\overline{PB} = 11m - 2m$

$\overline{PB} = 9m$

Dados:

$\overline{AB} = 11m$

$\overline{PA} = 2m$

$\overline{PD} = 2\overline{PC}$

$\overline{PB} = ?$

$\overline{PC} = ?$

Daqui, pode-se determinar a medida do segmento $\overline{PC}$, usando o teorema das cordas. $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$. Porque $\overline{PB} = 9m$, então podemos usar esta fórmula.

$2m \bullet 9m = \overline{PC} \bullet 2\overline{PC}$

$18 = 2\overline{PC}^2$

$2\overline{PC}^2 = 18$

$\overline{PC}^2 = \dfrac{18}{2}$

$\overline{PC}^2 = 9$

$\overline{PC} = \sqrt{9}$

$\overline{PC} = 3$ m

Então significa que $\overline{PD} = 2\overline{PC}$, logo: $\overline{PD} = 2 \bullet 3$

$\overline{PD} = 6$ m

Finalmente, pode-se determinar amedida de $\overline{CD}$. Então:

$\overline{CD} = \overline{DP} + \overline{PC}$

$\overline{CD} = 3m + 6m$

$\overline{CD} = 9m$

2. b) $\overline{PB}$ mede 4 cm.

Porque: Pelo teorema da secante e da tangente teremos.

$$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$$

$$9\,cm\bullet\overline{PB}=(6\,cm)^2$$

$$\overline{PB}=\frac{(36\,cm)^2}{9\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{PB}=4\,cm$$

$\overline{AB}$ mede 5 cm.

Dados:

$\overline{PA}=9\,cm$

$\overline{PT}=6\,cm$

$\overline{AB}=?$

$\overline{PB}=?$

c) E porque já conhecemos a medida de $\overline{PB}$, podemos determinar a medida de $\overline{AB}$, e $\overline{PA}=\overline{AB}+\overline{PB}$

$$\overline{AB}=\overline{PA}-\overline{PB}$$

$$\overline{AB}=9\,cm-4\,cm$$

$$\overline{AB}=5\,cm$$

3. Para a determinação da medida de *x*, é necessário em primeiro lugar estabelecer a relação de proporção: $\frac{\overline{PA}}{\overline{PC}}=\frac{\overline{PD}}{\overline{PB}}$; que também se traduz em: $\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}$. Assim sendo, substituindo os dados nesta expressão teremos:

$$4\bullet x=6\bullet 2$$

$$4\bullet x=12$$

$$x=\frac{12}{4}$$

$$x=3$$

Resposta: *x* mede 3 unidades.

Dados:

$\overline{PA}=6$

$\overline{PB}=2$

$\overline{PD}=4$

$\overline{PC}=x$

a) $\overline{PD}$ mede **3,5 cm.**

Porque para resolver esta questão temos que aplicar o teorema das cordas.

$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PC}}=\frac{\overline{PD}}{\overline{PB}}\Leftrightarrow\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}\longleftarrow\boxed{\text{Pela regra das proporções.}}$$

$\Leftrightarrow \ 2x \bullet 4 = (2x+1) \bullet x$ ← Pela regra das proporções.

$\Leftrightarrow \ 4 = \dfrac{(2x+1) \bullet \cancel{x}}{2\cancel{x}}$

$\Leftrightarrow \ 8 = 2x + 1$

$\Leftrightarrow \ 2x = 8 - 1$

$\Leftrightarrow \ 2x = 7$

$\Leftrightarrow \ x = \dfrac{7}{2}$

$x = 3{,}5\,cm$

Resposta: E como sabemos que , logo mede 3,5 cm.

b) $\overline{PC}$ mede **8 cm.**

Como $\overline{PC} = 2x+1$, e porque já conhecemos que $x = 3{,}5\,cm$. Então substitui-se na expressão: $\overline{PC} = 2 \bullet 3{,}5 + 1$

$\overline{PC} = 7 + 1$

$\overline{PC} = 8$ cm

c) $\overline{PA}$ mede **7 cm.**

Porque, como sabemos que $\overline{PA} = 2x$, substitui-se o valor de *x*.

$\overline{PA} = 2 \bullet 3{,}5\,cm$

$\overline{PA} = 7\,cm$

d) $\overline{AB}$ mede **11 cm.**

Como se sabe que $\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{PB}$.

$\overline{AB} = 2x + 4\,cm$

$\overline{AB} = 2 \bullet 3{,}5\,cm + 4\,cm$ ← Substituindo o valor de *x*.

$\overline{AB} = 7\,cm + 4\,cm$

$\overline{AB} = 11\,cm$

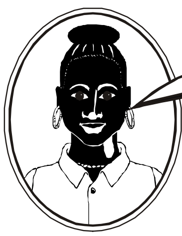
a) $\overline{DC}$ mede **11,5 cm.**

Sabe-se que $\overline{DC} = \overline{PD} + \overline{PC}$

$$\overline{DC} = x + 2x + 1$$

$$\overline{DC} = 3,5 + 2 \bullet 3,5 + 1 \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo o valor de } x.}$$

$$\overline{DC} = 11,5\,cm$$

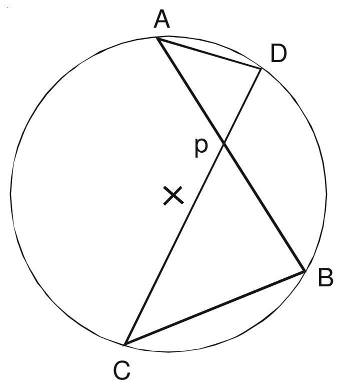


Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras e justifique as suas opções. Em relação aos comprimentos dos segmento $\overline{PC}$ e $\overline{AB}$. Tome em consideração a figura que se segue.



a) Se $\overline{PA}=15\,cm$, $\overline{PB}=5\,cm$ e $\overline{PD}=6\,cm$ é porque $\overline{PC}=12\,cm$. ☑

b) Se $\overline{PA}=15\,cm$, $\overline{PB}=5\,cm$ e $\overline{PD}=6\,cm$ é porque $\overline{PC}=12{,}5\,cm$. ☐

c) Se $\overline{PA}=15\,cm$, $\overline{PB}=5\,cm$ e $\overline{PD}=6\,cm$ é porque $\overline{PC}=11{,}5\,cm$. ☐

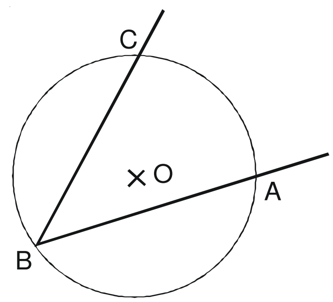
d) Se $\overline{PA}=4\,cm$, $\overline{PC}=5\,cm$ e $\overline{PD}=8\,cm$ é porque $\overline{AB}=14\,cm$. ☐

e) Se $\overline{PA}=4\,cm$, $\overline{PC}=5\,cm$ e $\overline{PD}=8\,cm$ é porque $\overline{AB}=13\,cm$. ☐

f) Se $\overline{PA}=12\,cm$, $\overline{PC}=8\,cm$ e $\overline{CD}=8\,cm$ é porque $\overline{AB}=20\,cm$. ☐

g) Se $\overline{PA}=12\,cm$, $\overline{PC}=8\,cm$ e $\overline{CD}=8\,cm$ é porque $\overline{AB}=24\,cm$. ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. E justifique as verdadeiras. Em relação a demonstração do teorema das cordas.



a) Os triângulos $[CBP]$ e $[PDA]$ são semelhantes porque tem os três ângulos iguais. ✓ ☐

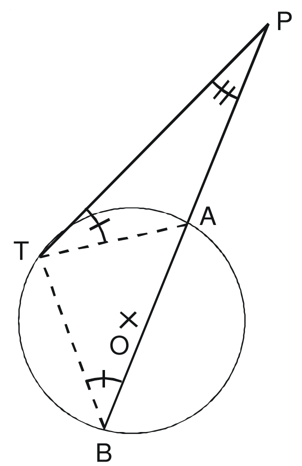
b) Os triângulos $[CBP]$ e $[PDA]$ não são semelhantes porque não tem os três ângulos iguais. ☐

c) Os ângulos CBP e PDA são iguais porque são verticalmente opostos. ☐

d) Os ângulos CBP e PDA não são iguais porque não são verticalmente opostos. ☐

e) Os ângulos A e C são iguais porque são ângulos inscritos numa mesma circunferência com o mesmo araco capaz ☐

3. Consideremos a figura que se segue. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação as medidas dos segmentos $\overline{PT}$ e $\overline{AB}$. E justifique as suas opções.



a) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8cm$, então $\overline{AB}$ mede 6 cm. ✓

b) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8cm$, então $\overline{AB}$ mede 8 cm.

c) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8cm$, então $\overline{PT}$ mede 5 cm.

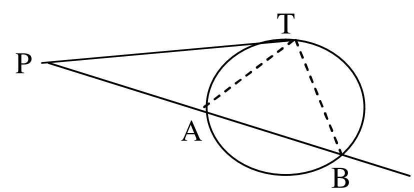
d) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8cm$, então $\overline{PT}$ mede 5 cm.

e) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8cm$, então $\overline{PA}$ mede 2 cm.

f) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8cm$, então $\overline{PA}$ mede 4 cm.

g) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8cm$, então $\overline{PT}$ mede 4 cm.

4. Dada a figura que se segue, marque com um ✓, apenas a afirmação correcta, em relação as medidas de $\overline{PT}$. E justifique as suas opções.



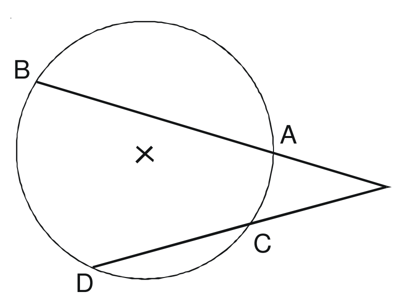
a) Se $\overline{PA}=\frac{2}{3}\overline{PT}$ e $\overline{PB}=\overline{PT}+6cm$, então $\overline{PT}$ mede 10 cm. ✓

b) Se $\overline{PA}=\frac{2}{3}\overline{PT}$ e $\overline{PB}=\overline{PT}+6cm$, então $\overline{PT}$ mede 12 cm.

c) Se $\overline{PA}=\frac{2}{3}\overline{PT}$ e $\overline{PB}=\overline{PT}+6cm$, então $\overline{PT}$ mede 8 cm.

5. Dada a figura que segue marque com um **V** as afirmações verdadeiras e justifique-as, e um **F** as falsas em relação às medidas dos segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{PB}$.

Sabendo que $\overline{PB}=12cm$, $\overline{AB}=10cm$ e $\overline{PC}=3cm$



a) A medida de $\overline{CD}$ é de 3 cm. ☐

b) A medida de $\overline{CD}$ é de 5 cm. ☐

c) A medida de $\overline{CD}$ é de 6 cm. ☐

6. Determine o valor de x considerando a figura que se segue. Considerando que $\overline{PA} = 8\,cm$, $\overline{AB} = 10\,cm$. Tome atenção que $x = \overline{PT}$.

Caro aluno, depois de ter realizado todo o teste de preparação actividade compare as suas respostas com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b)

Porque: Pelo teorema das cordas temos que $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$

$15\,cm \bullet 5\,cm = \overline{PC} \bullet 6\,cm$ ← Substituindo os dados.

$$\overline{PC} = \frac{15\,cm \bullet 5\,\cancel{cm}}{6\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{PC} = \frac{75\,cm}{6}$$

$$\overline{PC} = 12{,}5\,cm$$

Resposta: Se $\overline{\mathrm{PA}} = 15\,cm$, $\overline{\mathrm{PB}} = 5\,cm$ e $\overline{\mathrm{PD}} = 6\,cm$ é porque $\overline{\mathrm{PC}} = 12{,}5\,cm$.

d) Porque: Para determinar $\overline{\mathrm{AB}}$, importa determinar a medida de $\overline{\mathrm{PB}}$; como se sabe que $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{PA}} + \overline{\mathrm{PB}}$ e $\overline{\mathrm{PA}}$ já é dado.
E pelo teorema das cordas temos:

$$\overline{\mathrm{PA}} \bullet \overline{\mathrm{PB}} = \overline{\mathrm{PC}} \bullet \overline{\mathrm{PD}}$$

$$4\,cm \bullet \overline{\mathrm{PB}} = 5\,cm \bullet 8\,cm$$

$$\overline{\mathrm{PB}} = \frac{5\,cm \bullet 8\,\cancel{cm}}{4\,\cancel{cm}}$$

$$\overline{\mathrm{PB}} = \frac{40\,cm}{4}$$

$$\overline{\mathrm{PB}} = 10\,cm$$

Logo: $\overline{AB} = \overline{PA} + \overline{PB}$

$\overline{AB} = 4\ cm + 10\ cm$

$\overline{AB} = 14\ cm$

Dados

$\overline{PA} = 4\,cm$

$\overline{PB} = 10\,cm$

Resposta: Se $\overline{PA} = 4\,cm$, $\overline{PC} = 5\,cm$ e $\overline{PD} = 8\,cm$ é porque $\overline{AB} = 14\,cm$.

g) Porque: Como $\overline{AB} = \overline{PA} + \overline{PB}$, temos que determinar a medida de $\overline{PB}$.

Para isso usamos o teorema das cordas teremos.

$\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{CD}$

$12\,cm \bullet \overline{PB} = 8\,cm \bullet 18\,cm$ ← Substituindo os dados.

$\overline{PB} = \dfrac{8\,cm \bullet 18\,\cancel{cm}}{12\,\cancel{cm}}$

$\overline{PB} = \dfrac{144\,cm}{12}$

$\overline{PB} = 12\,cm$

Dados

$\overline{PA} = 12\,cm$

$\overline{PC} = 8\,cm$

$\overline{CD} = 18\,cm$

$\overline{PB} = ?$

Finalmente, substitui-se os valores de $\overline{PA}\,e\,\overline{PB}$ em $\overline{AB} = \overline{PA} + \overline{PB}$, ficando: $\overline{AB} = 12\,cm + 12\,cm$

$\overline{AB} = 24\,cm$

Resposta: Se $\overline{PA} = 12\,cm$, $\overline{PC} = 8\,cm$ e $\overline{CD} = 8\,cm$ é porque $\overline{AB} = 24\,cm$

2. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V

3. **a)** Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{AB}$ mede 6 cm.

Como sabemos que: $\overline{AB}=\overline{PB}-\overline{PA}$

Dados:

$\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$

$\overline{PB}=8\,cm$

$\overline{AB}=?$

$$\overline{AB}=8\,cm-\frac{1}{3}\overline{AB}$$

$$\frac{8\,cm}{\underset{(3)}{1}}=-\frac{1}{\underset{(1)}{3}}\overline{AB}+\frac{\overline{AB}}{\underset{(3)}{1}}$$

$$24\,cm=\overline{AB}+3\overline{AB}$$

$$4\overline{AB}=24\,cm$$

$$\overline{AB}=\frac{24\,cm}{4}$$

$$\overline{AB}=6\,cm$$

e) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{PA}$ mede 2 cm.

Para a determinação do valor de $\overline{PA}$, basta substituir na expressão $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ o valor de $\overline{AB}$. Assim teremos:

$$\overline{PA}=\frac{1}{3}\cdot 6\,cm$$

$$\overline{PA}=\frac{6\,cm}{3}$$

$$\overline{PA}=2\,cm$$

g) Se $\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{AB}$ e $\overline{PB}=8\,cm$, então $\overline{PT}$ mede 4 cm.

E finalmente para o valor de $\overline{PT}$, usaremos a fórmula: $2\,cm\cdot 8\,cm=\overline{PT}^2$

$$16\,cm^2 = \overline{PT}^2$$

$$\overline{PT} = \sqrt{16\,cm^2}$$

$$\overline{PT} = 4\,cm$$

4. b) Se $\overline{PA} = \frac{2}{3}\overline{PT}$ e $\overline{PB} = \overline{PT} + cm$, então $\overline{PT}$ mede 12 cm.

Porque:

Dados:

$\overline{PA} = \frac{2}{3}\overline{PT}$

$\overline{PB} = \overline{PT} + 6\,cm$ $\overline{PT} = ?$

Pela fórmula: $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PT}^2$

$$\frac{2}{3}\overline{PT} \bullet \left(\overline{PT} + 6\,cm\right) = \overline{PT}^2$$

$$\underset{(1)}{\frac{2}{3}}\overline{PT}^2 + \underset{(1)}{\frac{12\,\overline{PT}\,cm}{3}} = \underset{(3)}{\frac{\overline{PT}^2}{1}}$$

$$12\overline{PT}\,cm = 3\overline{PT}^2 - \overline{PT}^2$$

$$12\overline{PT}\,cm = \overline{PT}^2$$

$$12\,cm = \frac{\overline{PT}^2}{\overline{PT}}$$

$$\overline{PT} = 12\,cm$$

5. a) F

b) V

Porque: Pela relação das cordas $\overline{PA} \bullet \overline{PB} = \overline{PC} \bullet \overline{PD}$. Mas antes que determinar a medida de $\overline{AP}$, para isso sabemos que

$$\overline{PB} = \overline{AB} + \overline{AP}$$

$$12\,cm = 10\,cm + \overline{AP} \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados.}}$$

$$\overline{AP} = 12\,cm - 10\,cm$$

$$\overline{AP} = 2\,cm$$

Dados:

$\overline{PB} = 12\,cm$

$\overline{AB} = 10\,cm$

$\overline{AP} = ?$

Daqui se pode determinar a amedida $\overline{PD}$, usando a relação já expressa anteriormente, e que a seguir voltamos a apresentar,

$$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PC}\bullet\overline{PD}$$

$$2cm\bullet 12cm=3cm\bullet\overline{PD} \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados.}}$$

$$\overline{PD}=\frac{24cm^2}{3\cancel{cm}}$$

$$\overline{PD}=8cm$$

Dados:

$\overline{PB}=12cm$

$\overline{PA}=2cm$

$\overline{PC}=3cm$

$\overline{PD}=?$

E daqui finalmente determinar a medida de $\overline{CD}$, seguindo a relação que expressa o segemento pretendido.

$\overline{CD}=\overline{PD}-\overline{PC}$.

$$\overline{CD}=8cm-3cm$$

$$\overline{CD}=5cm$$

c) F

6. Para resolver este problema é necessário interpretar o esboço da figura, e fazer o lenvantemento dos dados. Como a seguir se apresenta.

$$\overline{PA}\bullet\overline{PB}=\overline{PT}^2$$

$$8cm\bullet 10cm=\overline{PT}^2 \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados.}}$$

$$80cm^2=\overline{PT}^2$$

$$\overline{PT}=\sqrt{80cm^2}$$

$$\overline{PT}\approx 8,9$$

Dados:

$\overline{PA}=8cm$

$\overline{AB}=10cm$ $\overline{PT}=x=?$

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)
1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 10

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)
1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 10

Elaborado por:
Carlos Xavier Nhanguatava
Alfredo Agostinho Gomes

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo do Módulo 10 de Matemática da 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado todos os Módulos anteriores da Matemática da 9ª classe, e ter terminado com sucesso.

Neste Módulo terá a oportunidade de estudar a trigonometria, definir as razões trigonométricas a partir do triângulo rectângulo, relacionar as razões trigonométricas de ângulos complementares, relacionar as razões trigonométricas, deduzir as razões trigonométricas de ângulos especiais, usar as tabelas trigonométricas, determinar medidas de um triângulo rectângulo a partir de das razões trigonométricas (resolução de triângulos), resolver problemas relacionados com triângulos. Determinar razões trigonométricas a partir do conhecimento de uma delas e por aplicação de algumas propriedades; determinar o valor de seno, cosseno, tangente e cotagente de um ângulo por consulta de tabelas.

Resolver exercícios práticos aplicando razões trigonométricas, resolução de triângulos rectângulos á resolução de problemas.

Trigonometria

Etimologicamente, trigonometria provém duma palavra grega em que "Tri" significa três, "gono" significa lado e a "metria" à medida é fundamentalmente a ciência que trata das medidas dos triângulos. A sua necessidade é imposta pelo cálculo de distância e ângulos inacessíveis sobre o terreno e na abóboda celeste.

No final deste Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.

Por outro lado, encontrará alguns exercícios que exigem a utilização de tabelas de razões trigonométricas. Para isso não se espante porque tem em anexo no fim do módulo.

1 Razões Trigonométricas, Seno e Cosseno de um Ângulo Agudo

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Definir as razões trigonométricas a partir do triângulo rectângulo;
- Definir as razões trigonométricas dum ângulo agudo seno e cosseno definidas num triângulo rectângulo.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis, transferidor e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 1ª lição do décimo módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a relação métrica no círculo.
Nesta lição, terá oportunidade de estudar as razões trigonométricas de um ângulo agudo definidas num triângulo rectângulo.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**, para tirar as suas dúvidas.

Caro aluno, saibas que a Trigonometria é a ciência que trata das medidas dos triângulos.

Neste capítulo, irá estudar as relações entre os lados e os ângulos de um triângulo de um triângulo, substituindo os ângulos por certas relações entre os lados às quais daremos o nome de **razões trigonométricas**. Após este estudo será capaz de determinar a altuta por exemplo de uma torre, um edifício, sem que seja necessário escalar (subir). É necessário que comece por recordar o que estudou na 8ª classe sobre semelhança de triângulos. Assim:

1º - Para dois triângulos serem semelhantes desde que tenham dois ângulos geometricamente iguais.

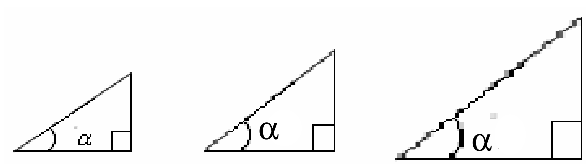
2º - Para dois triângulos serem semelhantes desde que tenham que tenham um ângulo geometricamente igual e os lados que o formam directamente proporcionais.

3º - Para dois triângulos serem semelhantes desde que tenham os lados respectivamente proporcionais.

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS SENO E COSSENO DE UM ÂNGULO AGUDO

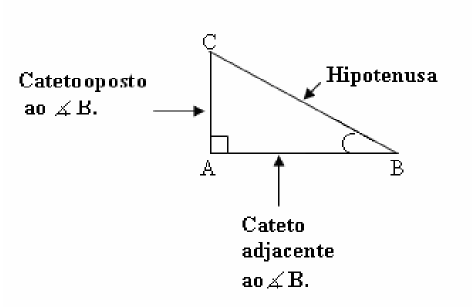
Definição

Todos triângulos rectângulos que tenham um ângulo agudo α em comum são semelhantes.



As razões de lados correspondentes de todos os triângulos rectângulos assim constituidos são iguais.

Consideremos o triângulo $[ABC]$, rectângulo em A.



- Num triângulo $[ABC]$, rectângulo em A, o ângulo B é caracterizado pelo quociente $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$. E a este quociente chama-se **seno do ∡B** (seno do ângulo B); que também se pode designar simplesmente **sen B**.

- Do mesmo modo, o **B** é caracterizado pelo quociente , chamado **coseno do B**, também notado por **cos B**.

Caro aluno tome nota: Cosseno significa "seno do complementar".

Conclusão

Num triângulo $[ABC]$, rectângulo em A, $senB = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$ e $cosB = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$.

Deste modo pode se afirmar que:

Seno de um ângulo agudo é razão entre o comprimento do cateto oposto do mesmo ângulo e o comprimento da hipotenusa.

Coseno de um ângulo agudo é a razão entre o comprimento do cateto adjacente do mesmo ângulo e o comprimento da hipotenusa.

$$senB = \frac{cateto\ oposto\ a\ B}{hipotenusa}$$

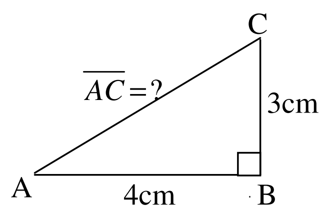
$$cosB = \frac{cateto\ adjacente\ a\ B}{hipotenusa}$$

Exemplo 1

1. Consideremos, um triângulo rectângulo de catetos 3 e 4 cm. Como determinar o seno do maior dos ângulos agudos.

Procedimento.

Primeiro temos que fazer o esboço do triângulo e levantamento dos dados.



Dados:

$\overline{AB}=4\,cm$

$\overline{BC}=3\,cm$

$\overline{AC}=?$

Anunciar a relação da razão trigonométrica – seno.

Caro aluno, é necessário prestar atenção:

O maior ângulo agudo é oposto ao cateto maior (o cateto que mede 4 cm).

$$senC=\frac{cat.oposto}{hipotenusa} \Rightarrow senC=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

E como não temos a medida da hipotenusa, é necessário determinar esta medida em primeiro lugar. Para isso, temos que usar o teorema de Pitágoras.

Do triângulo $[ABC]$, teremos: O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

$$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$$

$$\overline{AC}^2=(4\,cm)^2+(3\,cm)^2$$

$$\overline{AC}^2=16\,cm^2+9\,cm^2$$

$$\overline{AC}^2=25\,cm^2$$

$$\overline{AC}=\sqrt{25\,cm^2}$$

$$\overline{AC}=5\,cm$$

Agora, porque já conhecemos o valor de $\overline{AC}$, podemos determina senC.

$$senC = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Rightarrow senC = \frac{4\cancel{cm}}{5\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow senC = 0,8$$

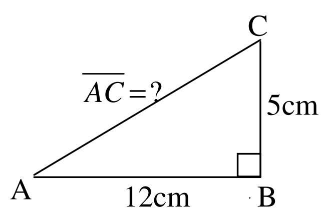
Resposta: O seno do maior ângulo agudo é 0,8.

Exemplo 2

Consideremos o triângulo rectângulo $[ABC]$ a baixo, de catetos medindo 5 e 12 cm respectivamente. Como determinar o cosseno do menor dos ângulos agudos.

Procedimento.

Primeiro temos que fazer o esboço do triângulo e levantamento dos dados.



Dados:

$\overline{AB} = 12\,cm$

$\overline{BC} = 5\,cm$

$\overline{AC} = ?$

Anunciar a relação da razão trigonométrica – cosseno.

Caro aluno, é necessário prestar atenção:

O menor ângulo agudo é oposto ao menor lado (o cateto que mede 5 cm), e adjacente ao maior cateto (que mede 12).

$$\boldsymbol{cos}\, A = \frac{cat.adjacente}{hipotenusa} \Rightarrow CosA = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

E como não temos a medida da hipotenusa, é necessário determinar esta medida em primeiro lugar, tal como se fez no exemplo anterior. Para isso, temos que usar o teorema de Pitágoras.

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{AC}^2 = (12\,cm)^2 + (5\,cm)^2$$

$$\overline{AC}^2 = 144\,cm^2 + 25\,cm^2$$

$$\overline{AC}^2 = 169\,cm^2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{169\,cm^2}$$

$$\overline{AC} = 13\,cm$$

Agora, porque já conhecemos o valor de $\overline{AC}$, podemos determina senC.

$$cos\,A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Rightarrow cos\,A = \frac{12\,\cancel{cm}}{13\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow cos\,A = \frac{12}{13}$$

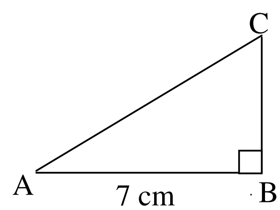
Resposta: O cosseno do menor ângulo agudo é $\frac{12}{13}$.

Exemplo 3

Consideremos um triângulo rectângulo, em que um cateto mede 7 cm de comprimento e o cosseno do ângulo adjacente a esse cateto igual a $\frac{1}{2}$. Como determinar as outras medidas do triângulo em falta (um cateto e hipotenusa)

Procedimento

Para resolver esta questão, comecemos por fazer o esboço do triângulo.



Dados:

$$\cos A = \frac{1}{2}$$

$$\overline{AB} = 7\,cm$$

$$\overline{AC} = ?$$

Daqui substitui-se na razão de cosseno. E como já sabemos que:

$$\cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{7\,cm}{\overline{AC}}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 14\,cm$$

Pela regra: O produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

E corresponde a hipotenusa. Agora apenas falta nos a medida do cateto ; esta medida podemos determinar usando o Teorema de Pitágoras.

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

$$(14\,cm)^2 = (7\,cm)^2 + \overline{BC}^2$$

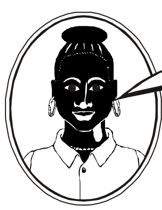
$$\overline{BC}^2 = 196\,cm^2 - 49\,cm^2$$

$$\overline{BC}^2 = 147\,cm^2$$

$$\overline{BC} = \sqrt{147\,cm^2}$$

$$\overline{BC} \approx 12\,cm$$

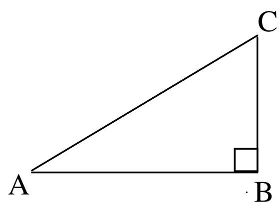
Assim determinamos todas as medidas em falta.



Caro aluno, depois de ter acompanhado atentamente os exemplos apresentados realize a actividade que segue como de interiorizar os seu conhecimentos.

ACTIVIDADE

1. Considere a figura que se segue. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. Em relação aos elementos de um triângulo rectângulo.



a) O cateto oposto ao ângulo B é $\overline{AC}$. ✓ ☐

b) O cateto oposto ao ângulo B não existe. ☐

c) O cateto oposto ao ângulo C é $\overline{AB}$. ☐

d) O cateto oposto ao ângulo C é $\overline{CB}$. ☐

e) O cateto oposto ao ângulo A é $\overline{AB}$. ☐

f) O cateto oposto ao ângulo C é $\overline{CB}$. ☐

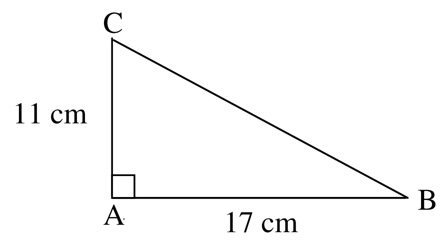
g) O ângulo oposto ao lado $\overline{AB}$ é $\measuredangle C$. ☐

h) O ângulo oposto ao lado $\overline{AB}$ é $\measuredangle B$. ☐

i) O cateto adjacente ao ângulo A é $\overline{AB}$. ☐

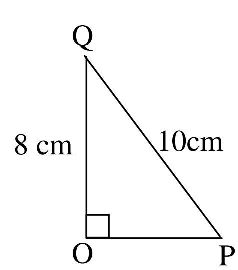
j) O cateto adjacente ao ângulo A é $\overline{BC}$. ☐

1. Dado o triângulo que se segue. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e justifique-as. E um **F** as falsas. Em relação ao valor dos senos dos ângulos dados.



	V/F
a) O seno do ângulo C é 0,7.	☐
b) O seno do ângulo C é 0,85.	☐
c) O seno do ângulo B é 0,55.	☐
d) O seno do ângulo B é 0,45.	☐
e) O cosseno do ângulo C é 0,55.	☐
f) O cosseno do ângulo C é 0,35.	☐
g) O cosseno do ângulo B é 0,85.	☐

3. Considere a figura que se segue. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. E justifique as suas opções. Em relação ao seno e cosseno dos ângulos dados.



a) O seno do maior ângulo agudo é 0,8.

b) O seno do maior ângulo agudo é 0,7.

c) O seno do menor ângulo agudo é 0,6.

d) O seno do menor ângulo agudo é 6.

e) O cosseno do maior ângulo agudo é 0,6.

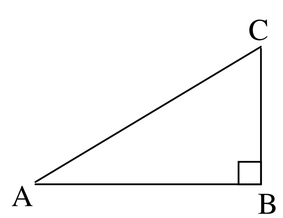
f) O cosseno do maior ângulo agudo é ,45.

g) O cosseno do menor ângulo agudo é 9.

h) O cosseno do menor ângulo agudo é 0,8.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b) ✓ **c)** ✓ **f)** ✓ **g)** ✓ **i)** ✓



b) O cateto oposto ao ângulo B não existe.

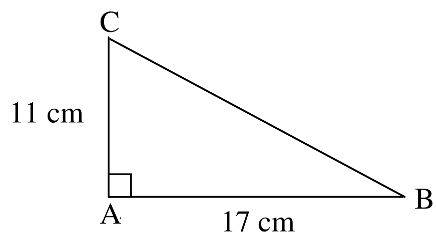
c) O cateto oposto ao ângulo C é $\overline{AB}$.

f) O cateto oposto ao ângulo C é $\overline{CB}$.

g) O ângulo oposto ao lado $\overline{AB}$ é $\measuredangle C$.

i) O cateto adjacente ao ângulo A é .

2. a) F; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F; **g)** V



b) O seno do ângulo C é 0,85.

c) O seno do ângulo B é 0,55.

e) O cosseno do ângulo C é 0,55.

g) O cosseno do ângulo B é 0,85.

b) O seno do ângulo C é 0,85.

Para determinar o valor de seno e cosseno, dos ângulos B e C. Primeiro tem que se determinar o valor da hipotenusa, porque quer a relação para a determinação de seno assim como de coseno relaciona-se com a hipotenusa num triângulo rectângulo. Assim temos:
Pelo teorema de pitágoras.

$$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2$$

$$\overline{BC}^2 = (17\,cm)^2 + (11\,cm)^2$$

$$\overline{BC}^2 = 289\,cm^2 + 121\,cm^2$$

$$\overline{BC}^2 = 410\,cm^2$$

$$\overline{BC} = \sqrt{410\,cm^2}$$

$$\overline{BC} \approx 20\,cm$$

Dados:

$\overline{AB} = 17\,cm$

$\overline{AC} = 11\,cm$

$\overline{BC} = ?$

Em seguida.

$$sen\, C = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Rightarrow sen\, C = \frac{17\, \cancel{cm}}{20\, \cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow sen\, C = 0,85$$

c) O seno do ângulo B é 0,55.

$$sen\, B = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \Rightarrow sen\, B = \frac{11\, \cancel{cm}}{20\, \cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow sen\, B = 0,55$$

e) O cosseno do ângulo C é 0,55.

$$\cos C = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \Rightarrow \cos C = \frac{11\, \cancel{cm}}{20\, \cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \cos C = 0,55$$

g) O cosseno do ângulo B é 0,85.

$$\cos B = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Rightarrow \cos B = \frac{17\, \cancel{cm}}{20\, \cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \cos B = 0,85$$

3. a) ✓ **c)** ✓ **e)** ✓ **f)** ✓

a) O seno do maior ângulo agudo é 0,8. Porque, corresponde ao ângulo P, pela razão seno teremos: $sen\, P = \frac{\overline{OQ}}{\overline{PQ}} \Rightarrow sen\, P = \frac{8\, \cancel{cm}}{10\, \cancel{cm}}$

$$\Rightarrow sen\, P = 0,8\, cm$$

Dados:

$\overline{OQ} = 8\, cm$

$\overline{PQ} = 10\, cm$

$senP = ?$

c) O seno do menor ângulo agudo é 0,6. Porque, corresponde ao Q, pela razão seno teremos: $sen\, Q = \frac{\overline{OP}}{\overline{PQ}}$. Olhando para a figura, nota-se falta a medida do cateto oposto ao menor ângulo (Q). Deste modo temos que usar o teorema de Pitágoras para determinar a medida do cateto em falta.

$$\overline{PQ}^2 = \overline{OP}^2 + \overline{OP}^2$$

$$(10\,cm)^2 = \overline{OP}^2 + (8\,cm)^2$$

$$\overline{OP}^2 = 100\,cm^2 - 64\,cm^2$$

$$\overline{OP}^2 = 36\,cm^2$$

$$\overline{OP} = \sqrt{36\,cm^2} \Rightarrow \overline{OP} = 6\,cm$$

Dados:

$\overline{OQ} = 8\,cm$

$\overline{PQ} = 10\,cm$

$\overline{OP} = ?$

$senQ = ?$

Em seguida determina-se o seno de Q.

$$sen\,Q = \frac{\overline{OP}}{\overline{PQ}} \Rightarrow sen\,Q = \frac{6\,\cancel{cm}}{10\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow sen\,Q = 0,6\,cm$$

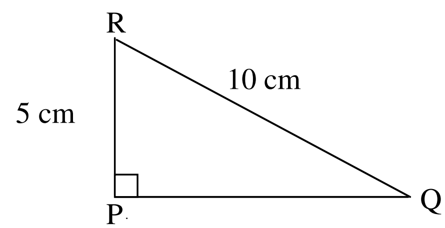
e) O cosseno do maior ângulo agudo é 0,6. Porque, corresponde ao ângulo P, pela razão seno teremos: $\cos P = \frac{\overline{OP}}{\overline{PQ}} \Rightarrow \cos P = \frac{6\,\cancel{cm}}{10\,\cancel{cm}}$

h) O cosseno do menor ângulo agudo é 0,8. Porque, corresponde ao ângulo Q, pela razão seno teremos: $\cos Q = \frac{\overline{OQ}}{\overline{PQ}} \Rightarrow \cos Q = \frac{8\,\cancel{cm}}{10\,\cancel{cm}}$

Caro aluno, depois de ter comparado as sua respostas com chave de correcção realize os exercícios que se seguem, como forma de aprofundar os seus conhecimentos.

EXERCÍCIOS

1. Considere o triângulo que segue. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras e justifique as suas opções. Em relação aos elementos do $\Delta[PQR]$



a) O lado $\overline{PQ}$ no triângulo $[PQR]$ mede aproximadamente 8,7 cm. ✓☐

b) O lado $\overline{PQ}$ no triângulo $[PQR]$ mede aproximadamente 10 cm. ☐

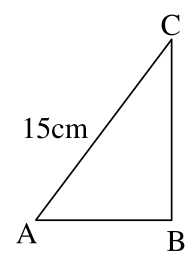
c) O seno do ângulo Q mede 0,5. ☐

d) O seno do ângulo Q mede 0,2. ☐

e) O cosseno do ângulo R mede 5. ☐

f) O cosseno do ângulo Q mede 0,5. ☐

1. Considere um triângulo rectângulo em que a hipotenusa mede 15 cm e o seno do ângulo C é $\frac{3}{5}$, como ilustra a figura. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, em relação ás medidas dos lados em falta. E justifique as suas opções.



a) O cateto $\overline{AB}$ mede 10 cm. ☑

b) O cateto $\overline{AB}$ mede 9 cm. ☐

c) O cateto $\overline{BC}$ mede 11 cm. ☐

d) O cateto $\overline{BC}$ mede 12 cm. ☐

Caro aluno, depois de ter realizado toda actividade compare as suas respostas com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) O lado $\overline{PQ}$ no triângulo $[PQR]$ mede aproximadamente 8,7 cm. Porque observando para a figura nota-se que existe uma medida em falta (cateto $\overline{PQ}$). Assim temos que usar o Teorema de Pitágoras.

$$\overline{QR}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{PR}^2$$

$$(10\,cm)^2 = \overline{PQ}^2 + (5\,cm)^2$$

$$\overline{PQ}^2 = 100\,cm^2 - 25\,cm^2$$

$$\overline{PQ}^2 = 75\,cm^2$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{75\,cm^2}$$

$$\overline{PQ} \approx 8,7\,cm$$

c) O seno do ângulo Q mede 0,5. Porque substituindo na razão seno teremos.

$$senQ = \frac{\overline{PR}}{\overline{QR}} \Rightarrow senQ = \frac{5\,\cancel{cm}}{10\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow senQ = 0,5$$

f) O cosseno do ângulo Q mede 0,5. Porque substituindo na razão cosseno teremos.

$$\cos R = \frac{\overline{PR}}{\overline{QR}} \Rightarrow senR = \frac{5\,\cancel{cm}}{10\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow senR = 0,5$$

2. **b)** e **d)** ✓

O cateto $\overline{AB}$ mede 9 cm. Porque substituindo na razão

b) seno teremos. $senC = \frac{\overline{AB}}{\overline{\hat{A}C}} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{\overline{AB}}{15\,cm}$

$$\Rightarrow 5\overline{AB} = 45$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \frac{45\,cm}{5}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = 9\,cm$$

Substituindo os dados.

Dados:

$\overline{AC} = 15\,cm$

$senC = \frac{3}{5}$

$\overline{BC} = ?$

$\overline{AB} = ?$

d) O cateto $\overline{BC}$ mede 12 cm. Pelo Teorema de Pitágoras teremos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

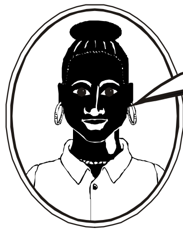
$$(15\,cm)^2 = (9\,cm)^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{BC}^2 = 225\,cm^2 - 81\,cm^2$$

$$\overline{BC}^2 = 144\,cm^2$$

$$\overline{BC} = \sqrt{144\,cm^2}$$

$$\overline{BC} = 12\,cm$$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo- -se da actividade sexual.

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual**, vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente, estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos;
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus;
- Ardor ao urinar;
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis;
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais;
- Ardor ao urinar.

2 Razões Trigonométricas, Seno e Cosseno de um Ângulo Agudo

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Definir as razões trigonométricas a partir do triângulo rectângulo;
- Definir as razões trigonométricas dum ângulo agudo tangente e cotangente definidas num triângulo rectângulo.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 2ª lição do décimo módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a razões trigométricas tagente cotangente.
Nesta lição, terá oportunidade de estudar as razões trigonométricas de um ângulo agudo definidas num triângulo rectângulo.

Caro aluno, saibas que a Trigonometria é a ciência que trata das medidas dos triângulos.

Neste capítulo, irá estudar as relações entre os lados e os ângulos de um triângulo de um triângulo, substituindo os ângulos por certas relações entre os lados às quais daremos o nome de **razões trigonométricas** (de ângulos agudos-tagente e cotagente). Após este estudo será capaz de determinar a altuta por exemplo de uma torre, um edifício, sem que seja necessário escalar (subir). É necessário que comece por recordar o que estudou na última lição sobre as razões trigonométricas seno e coseno.

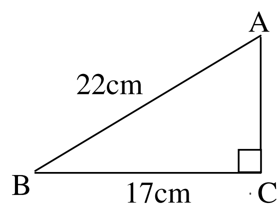
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Antes de iniciarmos esta lição começaremos por fazer uma breve revisão realizando alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, resolve os exercícios que se segguem, em relação ao seno e cosseno de ângulos agudos de um triângulo rectângulo.

1. **1.** Considere a figura que se segue. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, justifique-as. Em relação ao valor de um cateto, seno e cosseno.



a) O cateto $\overline{AC}$ mede 15 cm.

b) O cateto $\overline{AC}$ mede aproximadamente 14 cm.

c) O seno do $\sphericalangle$ B é 0,6363.

d) O seno do $\sphericalangle$ B é 0,5.

e) O seno do $\sphericalangle$ A é igual 0,8.

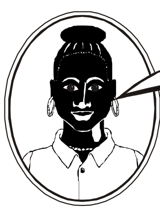
f) O seno do $\sphericalangle$ A é igual a 0,7727.

g) O cosseno do $\sphericalangle$ B é igual a 0,7727

h) O cosseno do $\sphericalangle$ B é igual a 0,6666.

i) O cosseno do $\sphericalangle$ A é igual a 0,6363.

j) O cosseno do $\sphericalangle$ A é igual a 0,045.



Caro aluno, depois de ter realizado os exercícios de revisão compare as suas respostas com a chave de correcção, que se segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

b) O cateto $\overline{AC}$ mede aproximadamente 14 cm. Pelo Teorema de Pitágoras teremos.

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$$

$$(22\,cm)^2 = (17\,cm)^2 + \overline{AC}^2$$

$$\overline{AC}^2 = 484\,cm^2 - 289\,cm^2$$

$$\overline{AC}^2 = 195\,cm^2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{195\,cm^2}$$

$$\overline{AC} \approx 14\,cm$$

Dados:

$\overline{AB} = cm$

$\overline{BC} = 17\,cm$

$\overline{AC} = ?$

c) O seno do $\measuredangle$ B é 0,6363. Pela relação de seno, fica.

$$sen\,B = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Rightarrow sen\,B = \frac{14\,\cancel{cm}}{22\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow sen\,B = 0,6363$$

f) O seno do $\measuredangle$ A é igual a 0,7727. Pela relação de seno, fica.

$$sen\,A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \cos B = \frac{17\,\cancel{cm}}{22\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \cos B = 0,7727$$

g) O cosseno do B é igual a 0,7727. Pela relação de cosseno, temos.

$$cos\,B = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow sen\,A = \frac{17\,\cancel{cm}}{22\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow sen\,A = 0,7727$$

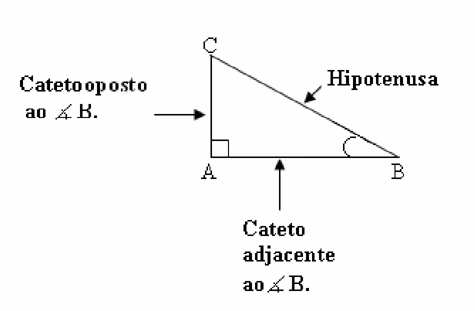
i) O cosseno do $\measuredangle$ A é igual a 0,6363. Pela relação de cosseno, temos.

$$\cos A = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \cos A = \frac{14\,\cancel{cm}}{22\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow cos\,A = 0,6363$$

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS TAGENTE E COTAGENTE DE UM ÂNGULO AGUDO

Consideremos o triângulo $[ABC]$, rectângulo em A.



- É possível caracterizar o ângulo B pelo quociente $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$, chamado **tangente do ∡B**, que pode ser notado por **tgB**.

  Tangente dum ângulo agudo, é a razão entre os comprimentos do cateto oposto ao ângulo e do cateto adjacente.

$$tgB = \frac{cateto\ oposto\ a\ B}{cateto\ adjacente\ a\ B}$$

- É ainda possível referir a razão trigonométrica inversa da tangente, isto é, a razão entre o cateto adjacente a B e o cateto oposto a B , à qual se dá o nome de cotangente do ∡ **B,** notada por **cotgB**.

  Cotangente dum ângulo agudo é a razão entre os comprimentos do cateto adjacente e do cateto oposto.

$$cotgB = \frac{cateto\ adjacente\ a\ B}{cateto\ oposto\ a\ B}$$

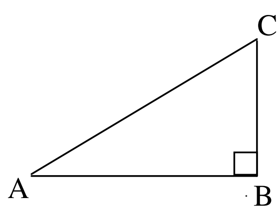
É ainda, de referir *a razão trigonométrica inversa da tangente*, isto é, a razão entre o cateto adjacente a B e o cateto oposto a B, à qual se dá o nome de cotangente do $\measuredangle B$, notada como cotgB.

Exemplo 1

Consideremos, um triângulo rectângulo $[ABC]$ com 10 cm de hipotenusa e um cateto 8 cm. Como determinar a tangente de cada um dos ângulos agudos do triângulo.

Procedimento.

Primeiro temos que fazer o esboço e o lavantamento dos dados.



Dados:

$\overline{AC}=10\,cm$

$\overline{AB}=8\,cm$

$\overline{BC}=?$

Em seguida é necessário determinar a medida do cateto $\overline{BC}$, isto para nos facilitar a determinação de cada um dos ângulos agudos do triângulo. Para isso usaremos o Teorema de Pitágoras.

$$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$$

$$(10\,cm)^2=(8\,cm)^2+\overline{BC}^2$$

$$\overline{BC}^2=(10\,cm)^2-(8\,cm)^2$$

$$\overline{BC}^2=100\,cm^2-64\,cm^2$$

$$\overline{BC}^2=36\,cm^2$$

$$\overline{BC}=\sqrt{36\,cm^2}$$

$$\overline{BC}=6\,cm$$

E pela relação da tangente, podemos determinar a **tgA**.

$$tgA=\frac{cateto\ oposto\ a\ B}{cateto\ adjacente\ a\ B}$$

$$tgA=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow tgA=\frac{6\,\cancel{cm}}{8\,\cancel{cm}}$$

Substituindo os dados.

$$\Rightarrow tgA=0,75$$

Dados:

$\overline{AC}=10\,cm$

$\overline{AB}=8\,cm$

$\overline{BC}=6\,cm$

Finalmente determina-se a tangente do ângulo C. Usa-se a mesma relação que no ângulo A.

$$tgC = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow tgC = \frac{8\cancel{cm}}{6\cancel{cm}} \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados.}}$$

$$\Rightarrow tgC \approx 1,33...$$

Deste modo determinamos a tangente dos ângulos agudos do triângulo rectângulo dado.

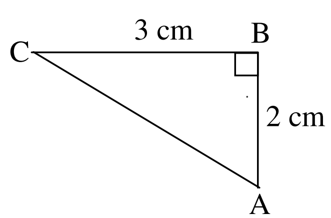
Caro aluno, agora procure acompanhar um outro exemplo, referente a determinação da cotagente.

Exemplo 2

Consideremos, um triângulo rectângulo $[ABC]$ com 7 e 2 cm cada um dos catetos. Como determinar a cotangente de cada um dos ângulos agudos do triângulo.

Procedimento.

Primeiro temos que fazer o esboço e o lavantamento dos dados.



Dados:

$\overline{AB} = 7\,cm$

$\overline{BC} = 3cm$

E pela razão cotangente, podemos determinar **cotgA**. E **cotgC**.

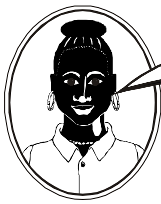
$$\cot gA = \frac{cateto\ adjacente\ a\ A}{cateto\ oposto\ a\ A}$$

$$\cot gA = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Rightarrow \cot gA = \frac{2\cancel{cm}}{3\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \cot gA = 0,66...$$

E finalmente, determinar a **cotgC**. Usando a mesma relação.

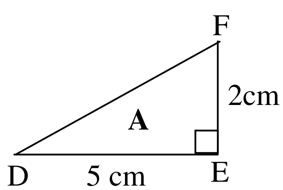
$$\cot gC = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \cot gC = \frac{3\cancel{cm}}{2\cancel{cm}}$$



Caro aluno, depois de ter acompanhado atentamente a explicação e o exemplo resolve a actividade que se segue como forma de fixar os conteúdos.

ACTIVIDADE

1. Considere a figura que se segue. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, justifique as suas opções. Em relação às tangentes dos ângulos agudos indicados.



a) Na figura A, a tangente do $\sphericalangle D$ é igual 0,5.

b) Na figura A, a tangente do $\sphericalangle D$ é igual $\frac{2}{5}$.

c) Na figura A, a tangente do $\sphericalangle F$ é igual 2,5.

d) Na figura A, a tangente do $\sphericalangle F$ é igual 5.

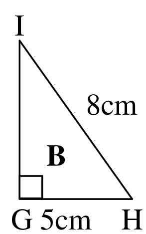
e) Na figura A, a cotangente do $\sphericalangle D$ é igual $\frac{5}{2}$.

f) Na figura A, a cotangente do $\sphericalangle D$ é igual $\frac{2}{5}$.

g) Na figura A, a cotangente do $\sphericalangle F$ é igual $\frac{2}{5}$.

h) Na figura A, a cotangente do $\sphericalangle F$ é igual 2.

2. Dada a figura B; determine a tangente e cotangente dos ângulos agudos do triângulo rectângulo.



Caro aluno, depois de ter realizado os exercícios de revisão compare as suas respostas com a chave de correcção, que se segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. Caro aluno é necessário prestar atenção que para esta questão não precisamos do valor da hipotenusa, assim os dados fornecidos são suficientes.

b) Na figura A, a tangente do $\sphericalangle$ D é igual $\frac{2}{5}$. Porque pela relação

tangente teremos: $tgD = \frac{cateto\ oposto\ a\ D}{cateto\ adjacente\ a\ D}$.

Dados:

$\overline{EF} = 2\,cm$

$\overline{DE} = 5\,cm$

$$tgD = \frac{\overline{EF}}{\overline{DE}}$$

$$tgD = \frac{2\,\cancel{cm}}{5\,\cancel{cm}}$$

$$tgD = \frac{2}{5}$$

c) Na figura A, a tangente do $\sphericalangle$ F é igual 2,5. Porque pela relação

tangente teremos: $tgF = \frac{\overline{DF}}{\overline{EF}}$

$$tgF = \frac{5\,\cancel{cm}}{2\,\cancel{cm}}$$

$$tgF = 2{,}5$$

e) Na figura A, a cotangente do $\sphericalangle$ D é igual $\frac{5}{2}$. Porque pela relação

cotangente teremos: $\cot gD = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}}$

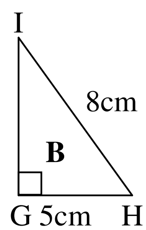
$$\cot gD = \frac{5\,\cancel{cm}}{2\,\cancel{cm}}$$

g) Na figura A, a cotangente do $\sphericalangle$ F é igual $\frac{2}{5}$. Porque pela relação

cotangente teremos: $\cot gF = \frac{\overline{EF}}{\overline{DE}}$

$$\cot gF = \frac{2\,\cancel{cm}}{5\,\cancel{cm}} \qquad \cot gF = \frac{2}{5}$$

2. Dada a figura B; determine a tangente e cotangente dos ângulos agudos do triângulo rectângulo.



Dados:

$\overline{GH} = 5\,cm$

$\overline{HI} = 8\,cm$

$\overline{GI} = ?$

Pelos dados nota-se que falta a medida de um cateto $\overline{GI}$; assim é necessário determinar a medida desse cateto.

Pelo Teorema de Pitágoras: $\overline{HI}^2 = \overline{GH}^2 + \overline{GI}^2 \Rightarrow (8\,cm)^2 = (5\,cm)^2 + \overline{GI}^2$

$$\Rightarrow \overline{GI}^2 = 64\,cm^2 - 25\,cm^2$$

$$\Rightarrow \overline{GI}^2 = 39\,cm^2$$

$$\Rightarrow \overline{GI} = \sqrt{39\,cm^2}$$

$$\Rightarrow \overline{GI} \approx 6\,cm$$

Para a determinação da tangente e cotangente do I.

Tangente:

$$tgI = \frac{\overline{GH}}{\overline{GI}} \Rightarrow tgI = \frac{5\,\cancel{cm}}{6\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow tgI = 0,83...$$

Cotangente:

$$cotI = \frac{\overline{GI}}{\overline{GH}} \Rightarrow cotI = \frac{6\,\cancel{cm}}{5\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow cotI = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow cotI = 1,2$$

Para a determinação da tangente e cotangente do $\measuredangle$ H.

Tangente:

$$tgH = \frac{\overline{GI}}{\overline{GH}} \Rightarrow tgH = \frac{6\,\cancel{cm}}{5\,\cancel{cm}}$$

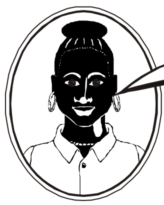
$$\Rightarrow tgH = 1,2$$

Cotangente:

$$cotH = \frac{\overline{GH}}{\overline{GI}} \Rightarrow cotH = \frac{5\,\cancel{cm}}{6\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow cotH = \frac{5}{6}$$

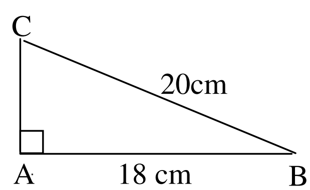
$$\Rightarrow cotH = 0,83...$$



Caro aluno, depois de ter realizado a actividade de fixação resolve os exercícios que se seguem, como forma de interiorizar e consolidar cada vez mais os seus conhecimentos.

EXERCÍCIOS

1. Dada a figura que se segue. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justifique-as e um **F** as falsas. Em relação a tangente e cotangente dos ângulos agudos no triângulo rectângulo.



V/F

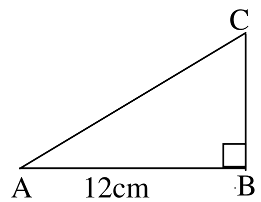
a) No triângulo $[ABC]$ a $tgB = 0,5$. ☐

b) No triângulo $[ABC]$ a $tgB = 0,483...$ ☐

c) No triângulo $[ABC]$ a $cotgB \approx 2,069$. ☐

d) No triângulo $[ABC]$ a $cotgB \approx 2,5$. ☐

2. Considere o triângulo rectângulo, como ilustra a figura a baixo. Onde um dos catetos mede 12 cm e a tangente do ângulo agudo adjacente este cateto é $\frac{2}{3}$. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras e justifique-as. Em relação as dimensões do triângulo.



$$tgA = \frac{2}{3}$$

a) O cateto $\overline{BC}$ mede 5 cm.

b) O cateto $\overline{BC}$ mede 8 cm.

c) A hipotenusa mede aproximadamente 14, 4 cm.

d) A hipotenusa mede 15 cm.

e) $cotA = 1,5$

f) $cotA = 5$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F

a) No triângulo $[ABC]$ a $tgB = 0,5$.

b) No triângulo $[ABC]$ a $tgB = 0,483...$

Para determinar-se a tangente do $\measuredangle$ B, é necessário conhecer a medida do cateto oposto a este ângulo. Assim pelo Teorema de Pitágoras, determina-se: $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$

Dados:

$\overline{BC} = 20\,cm$

$\overline{AB} = 18\,cm$

$\overline{AC} = ?$

$(20\,cm)^2 = (18\,cm)^2 + \overline{AC}^2$

$\overline{AC}^2 = (20\,cm)^2 - (18\,cm)^2$

$\overline{AC}^2 = 400\,cm^2 - 324\,cm^2$

$\overline{AC}^2 = 76\,cm^2$

$\overline{AC} = \sqrt{76\,cm^2}$

$\overline{AC} \approx 8,7\,cm$

Em seguida pela razão da tangente, tem-se:

$tgB = \dfrac{cat.opost.}{cat.adjac.}$

$tgB = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

$tgB = \dfrac{8,7\,\cancel{cm}}{18\,\cancel{cm}}$

$tgB = 0,483...$

c) No triângulo $[ABC]$ a $cotgB \approx 2,069$.

Pela relação cotangente, tem-se: $tgB = \dfrac{cat.adjac.}{cat.opost.}$

$tgB = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

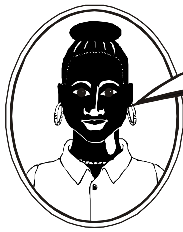
d) No triângulo a .

2. b) ✓ **c)** ✓ **e)** ✓

b) O cateto $\overline{BC}$ mede 8 cm.

c) A hipotenusa mede aproximadamente 14, 4 cm.

e) $cotA = 1,5$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

3 Razões Trigonométricas de Ângulos Complementares

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Relacionar razões trigonométricas de ângulos complementares;
- Relacionar ângulos agudos num triângulo rectângulo e as razões trigonométricas dos mesmos.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis, transferidor, borracha e módulo 4 9ª classe..

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 3ª lição do décimo módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a razões trigométricas tagente cotangente.
Nesta lição, terá oportunidade de estudar as razões trigonométricas de ângulos complementares e relacionar ângulos agudos num triângulo rectângulo com as razões trigonométricas dos mesmos.

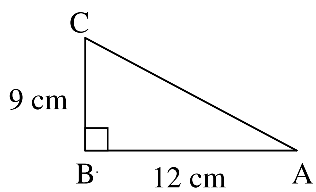
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Mas, antes de iniciarmos o estudo desta lição começaremos por fazer uma breve revisão realizando alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, resolve os exercícios que se seguem, em relação ao seno, cosseno, tangente e cotangente de ângulos agudos de um triângulo rectângulo.

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. Sabendo que o triângulo $[ABC]$ rectângulo em B, como ilustra a figura. Com as medidas $\overline{AB}=12\,cm$ e $\overline{BC}=9\,cm$.



a) $senA=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

b) $senA=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

c) $senC=\dfrac{\overline{BA}}{\overline{AC}}$

d) $senC=\dfrac{\overline{BA}}{\overline{BC}}$

e) $\cos A=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

f) $cosA=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

g) $cosC=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

h) $cosC=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

2. Considerando a figura do exercício anterior; Marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justifique as suas opções e um **F** as falsas. Em relação aos valores de seno e cosseno.

a) $senA=\frac{5}{4}$

b) $senA=\frac{3}{5}$

c) $senC=\frac{4}{5}$

d) $senC=\frac{4}{3}$

e) $cosC=\frac{5}{4}$

f) $cosA=\frac{3}{4}$

g) $cosC=\frac{3}{5}$

h) $\cos A=\frac{4}{5}$

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras. Tome em consideração a figura do primeiro exercício.

a) $tgA=\frac{\overline{\quad}}{\overline{AB}}$

b) $tgC=\frac{\overline{AC}}{\_\_}$

c) $cotgA=\frac{\overline{\quad}}{\overline{BC}}$

d) $\_\_\_=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

e) $\frac{3}{4}=\frac{9}{\_\_}$

f) $cotgA\frac{\_\_}{3}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $senA = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

c) $senC = \dfrac{\overline{BA}}{\overline{AC}}$

e) $\cos A = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

g) $cosC = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

2. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** F ; **f)** F; **g)** V; **h)** V

Caro aluno, antes de provar a veracidade das alíneas escolhidas, é necessário determinar a medida da hipotenusa. Assim temos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Rightarrow \overline{AC}^2 = (12\,cm)^2 + (9cm)^2 \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados.}}$$

$$\Rightarrow \overline{AC}^2 = 144\,cm^2 + 81\,cm^2$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{225\,cm^2}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 15\,cm$$

b) $senA = \dfrac{3}{5}$. Porque $senA = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Rightarrow senA = \dfrac{9\,c\cancel{m}}{15\,c\cancel{m}}$

$$\Rightarrow senA = \frac{\cancel{9}^{3}}{1\cancel{5}^{5}}$$

$$\Rightarrow senA = \frac{3}{5}$$

c) $senC=\frac{4}{5}$. Porque $senC=\frac{\overline{BA}}{\overline{AC}} \Rightarrow senC=\frac{12\cancel{cm}}{15\cancel{cm}}$

$\Rightarrow senC=\frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{15}^{5}}$

$\Rightarrow senC=\frac{4}{5}$

g) $cosC=\frac{3}{5}$. Porque $cosC=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Rightarrow cosC=\frac{9\cancel{cm}}{15\cancel{cm}}$

$\Rightarrow cosC=\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{15}^{5}}$

$\Rightarrow cosC=\frac{3}{5}$

h) $\cos A=\frac{4}{5}$.V Porque $cosA=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Rightarrow cosA=\frac{12\cancel{cm}}{15\cancel{cm}}$

$\Rightarrow cosA=\frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{15}^{5}}$

$\Rightarrow cosA=\frac{4}{5}$

3. Completando as afirmações teremos:

a) $tgA=\frac{\overline{\boldsymbol{BC}}}{\overline{AB}}$

b) $tgC=\frac{\overline{AC}}{\overline{\boldsymbol{BC}}}$

c) $cotgA=\frac{\overline{\boldsymbol{AB}}}{\overline{BC}}$

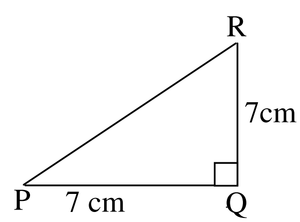
d) $cotgC=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

e) $\frac{3}{4} = \frac{9}{\mathbf{12}}$

f) $cotgA = \frac{\mathbf{4}}{3}$

Razões trigonométricas de ângulos complementares

Comecemos por considerar o triângulo rectângulo $[PQR]$, rectângulo em Q.



Determine-se $senP$ e $cosR$; tgR e co.
Para tal seguiremos os passos:
1º - Determinar a medida da hipotenusa:

$$\overline{PR}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{QR}^2$$

$$\overline{PR}^2 = (7\,cm)^2 + (6\,cm)^2 \longleftarrow \boxed{\text{Substituindo os dados.}}$$

$$\overline{PR}^2 = 49\,cm^2 + 36\,cm^2$$

$$\overline{PR}^2 = 85\,cm^2$$

$$\overline{PR} = \sqrt{85\,cm^2}$$

$$\overline{PR} = 9,2\,cm$$

2º - Determinar o valor de $senP$ e $cosR$.

$$senP=\frac{\overline{QR}}{\overline{PR}} \qquad \cos R=\frac{\overline{QR}}{\overline{PR}}$$

$$senP=\frac{6\cancel{cm}}{9,2\cancel{cm}} \qquad cosR=\frac{6\cancel{cm}}{9,2\cancel{cm}}$$

$$senP=0,6521 \qquad cosR=0,6521$$

3º - Determinar o valor de tgR e $cotgP$.

$$cotgR=\frac{\overline{PQ}}{\overline{QR}} \qquad cotgR=\frac{\overline{PQ}}{\overline{QR}}$$

$$cotgR=\frac{7\cancel{cm}}{6\cancel{cm}} \qquad cotgR=\frac{7\cancel{cm}}{6\cancel{cm}}$$

$$tgR=1,1666 \qquad cotgR=1,1666$$

Caro aluno, o que verifica em relação à $senP$ e $cosR$; tgR e $cotgP$?
Para responder a esta questão.

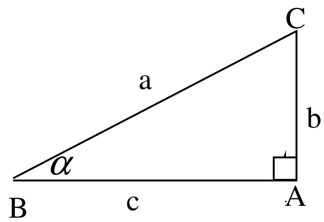
Pode-se dizer que $senP=cosR$ e $tgR=cogP$.
c a r o a l u n o , **tome nota:** Ao $\measuredangle P$ e $\measuredangle R$ - chamam-se complementares porque a sua soma é igual a 90º.

Resumindo:

Os ângulos agudos de um triângulo são ângulos complementares porque a sua soma é um ângulo recto (90º).

Por outro lado caro aluno deve saber que: nas razões trigonométricas tratam-se triângulos rectângulos, isto é, triângulos que têm um ângulo recto e isso implica que a soma dos outros dois ângulos é igual a 90º. Porque como deve estar lembrado, quando estudou triângulos verificou que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º - $\alpha+\beta+90^{\circ}=180^{\circ}$.

Caro aluno, preste atenção a explicação que se segue.



Consideremos o triângulo $[ABC]$ rectângulo em A, que se segue. Onde amplitude do $\measuredangle A$ está representado por α (alfa – do alfabeto grego); a amplitude do $\measuredangle C$ está representado por β (beta). E os comprimentos dos lados $[BC]$, $[AC]$ e $[AB]$; por letras a, b e c, respectivamente.

Assim teremos:

$sen\alpha = \frac{b}{a} = cos\beta \Leftrightarrow$ **O cosseno de um ângulo agudo é igual ao cosseno do seu complementar.**

$cos\alpha = \frac{c}{a} = sen\beta \Leftrightarrow$ **O seno de um ângulo agudo é igual ao coseno do seu complementar.**

$tg\alpha = \frac{b}{a} = cotg\beta \Leftrightarrow$ **A Tangengede um ânguloagudo é igual à cotagente do seu complementar.**

$cotg\alpha = \frac{c}{b} = tag\beta \Leftrightarrow$ **A Cotagente de um ângulo agudo é igual à tangente do seu complementar.**

Pode-se apresentar o esquema:

$sen\alpha = \frac{a}{b}$ $\qquad$ $sen\gamma = \frac{c}{b}$

$cos\alpha = \frac{c}{b}$ $\qquad$ $cos\gamma = \frac{a}{b}$

$tg\alpha = \frac{a}{c}$ $\qquad$ $tg\gamma = \frac{c}{a}$

$cotg\alpha = \frac{c}{a}$ $\qquad$ $cotg\gamma = \frac{a}{c}$

Os resultados mostram que:
$sen\alpha = cos\gamma$; $cos\alpha = sen\gamma$; $tg\alpha = cotg\gamma$ e $cotg\alpha = tg\gamma$

E isso volta confirmar na introdução de razões trigonómetricas de ângulos complementares.

E como sabemos que $\alpha + \beta = 90º$, logo $\beta = 90º - \alpha$, daqui conclui-se que:

$$sen\alpha = cos(90º - \alpha)$$

$$cos\alpha = sen(90º - \alpha)$$

$$tg\alpha = \cot g(90º - \alpha)$$

$$cotg\alpha = \mathrm{t}\,g(90º - \alpha)$$

Exemplo 1

Seno de 30º será: Determinado pela relação $sen\alpha = cos(90º - \alpha)$, assim teremos: $sen30º = cos(90º - 30º) = cos\,60º$.

Exemplo 2

Seno de 2º15´ será: Determinado pela relação $sen\alpha = cos(90º - \alpha)$, assim teremos: $cotg\,2º15' = tg\,(90º - 2º15') = tg\,(87º45')$
Porque:

$$\begin{array}{r} 89º\,60' \\ \cancel{90º} \\ -\ \ 2º15' \\ \hline 87º\,45' \end{array}$$

Caro aluno, como forma de fixar os conhecimentos adquidos resolve a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1.

a) $sen70° = \_\_\_\_\_\_\_$ **b)** cos _____ = _______53º

c) $tg15° = cotg\_\_\_\_$ **d)** cotg ____ = _______38º

e) $sen30°15'35'' = cos\_\_\_\_\_\_\_\_$ **f)** $cos\_\_\_\_\_\_\_ = sen18°15'36''$

g) $cot\_\_\_\_\_ = tg37°53'$ **h)** $tg45°36' = \_\_\_\_\_\_\_\_$

2. Determine o ângulo agudo β, sabendo que:

a) $sen84° = cos\beta$

c) $sen\beta = \cos 75°$

d) $tg\beta = cot45°$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $sen70° = $ ***cos* 20º** **b)** cos**27º** $=$ **sen53º**

c) $tg15° = cotg$**75º** **d)** ***cotg*52º** $=$ ***tg*38º**

e) $sen30°15'35'' = cos$**59º 44'25"** **f)** cos**71º 44'24"** $= sen18°15'36''$

g) cot**52º 59'27"** $= tg37°53'$ **h)** $tg45°36' = $ **cotg44º 59'24"**

2. **a)** $sen84° = cos\beta$. Porque: $sen\alpha = cos(90° - \alpha)$.

$$sen\alpha = cos(90° - 84°)$$

$$sen\alpha = cos\,6°$$

2. c) $sen\beta = \cos 75°$. Porque: $\cos 75° = sen(90° - \alpha)$.

$$\cos 75° = sen(90° - 75°)$$

$$\cos 75° = sen 15°$$

d) $tg\beta = cot 45°$. Porque: $cotg 45° = tg(90° - \beta)$

$$cotg 45° = tg(90° - 45°)$$

$$cotg 45° = tg 45°$$

Caro aluno, depois de ter realizado a actividade sugerida, resolve os exrcícios que se segue como forma de interiorizar os conhecimentos.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras e justifique as auas opções. Em relação aos ângulos complementares.

a) O complementar de um ângulo de 20º é um ângulo de 70º. ☑

b) O complementar de um ângulo de 20º é um ângulo de 90º. ☐

c) O complementar de um ângulo de 57º15' é um ângulo de 32º45'. ☐

d) O complementar de um ângulo de 57º15' é um ângulo de 57º15' ☐

2. Num triângulo rectângulo, sabe-se que $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{\sqrt{3}}{3}$ são respectivamente, seno, cosseno e tangente de um dos ângulos agudos. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justifique-as. E um **F** as falsas.

	V/F
a) O seno do outro ângulo agudo é $\frac{\sqrt{3}}{2}$.	☐
b) O seno do outro ângulo agudo é $\frac{1}{2}$.	☐
c) O cosseno do outro ângulo agudo é $\frac{1}{2}$.	☐
d) O seno do outro ângulo agudo é 2.	☐
e) A tangente do outro ângulo agudo é $\frac{3}{\sqrt{3}}$.	☐
f) A tangente do outro ângulo agudo é 3.	☐

3. Determine o valor de ***x***, sabendo que:

a) $sen 25º = cox$.

b) $senx = co55º$

c) $tgx = \cot g 45º$

d) $sen 36º12'18'' = cox$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)**

a) O complementar de um ângulo de 20º é um ângulo de 70º.
Porque são ângulos complementares, a sua soma é igual a um ângulo recto.

c) O complementar de um ângulo de 57º15' é um ângulo de 32º45'.
A mesma justificação que na alínea anterior é válda aqui.

$$\begin{array}{r} 1^\circ \\ 57^\circ 15' \\ +\underline{32^\circ 45'} \\ 90^\circ \cancel{60}' \end{array}$$

Caro aluno lembre que: 60' = 1º

2. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

a) O seno do outro ângulo agudo é $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Porque $sen\alpha = cos\beta$ e $sen\beta = cos\alpha$.

c) O cosseno do outro ângulo agudo é $\frac{1}{2}$. Porque $sen\beta = cos\alpha$ e $sen\alpha = cos\beta$.

e) A tangente do outro ângulo agudo é $\frac{3}{\sqrt{3}}$. Porque $tg\beta = cot\alpha$.

3.

a) $sen25° = cox$. Porque: $sen\alpha = cos(90° - \alpha)$

$$sen25° = cos(90° - 25°)$$

$$sen25° = cos\,65°$$

b) $senx = co55°$. Porque: $co\alpha = sen(90° - \alpha)$

$$co55° = sen(90° - 55°)$$

$$co55° = sen\,35°$$

c) $tgx = \cot g\,45°$. Porque: $cotg\alpha = tg\,(90° - \alpha)$

$$cotg\,45° = tg\,(90° - 45°)$$

$$cotg\,45° = tg\,45°$$

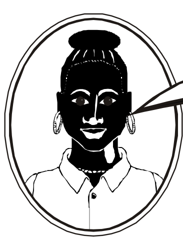
d) $sen36°12'18'' = cox$. Porque: $sen\alpha = cos(90° - \alpha)$

$$sen36°12'18'' = cos(90° - 36°12'18'')$$

$$sen36°12'18'' = cos53°\,47'42''$$

Caro aluno, lembre-se do cálculo:

$$\begin{array}{r} 89°\,59'60'' \\ \cancel{90}° \\ \underline{-36°12'18''} \\ 57°\,47'42'' \end{array}$$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!

Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.

Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

4 Uso de Tabelas Trigonométricas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Usar tabelas trigonométricas;
- Aplicar trigonométricas na resolução de problemas de trgonometria.

Material necessário de apoio

- Tabelas trgonométricas – seno, cosseno, tangente e cotangente.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 4ª lição do décimo módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai aprender a usar tabelas trigonométricas na consulta de valores de seno, cosseno, tangente e cotangente de um ângulo agudo; assim como dado o valor de seno, cosseno, tangente e cotangente e identificar o ângulo correspondente.

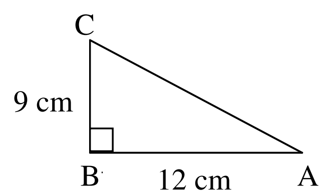
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Mas, antes de iniciarmos o estudo desta lição começaremos por fazer uma breve revisão realizando alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, resolve os exercícios que se seguem, em relação ao seno, cosseno, tangente e cotangente de ângulos agudos de um triângulo rectângulo.

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. Sabendo que o triângulo $[ABC]$ rectângulo em B, como ilustra a figura. Com as medidas $\overline{AB}=12\,cm$ e $\overline{BC}=9\,cm$.



a) $senA=\frac{3}{5}$

b) $senA=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

c) $senC=\frac{\overline{BA}}{\overline{AC}}$

d) $senC=\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}}$

e) $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

f) $cosA=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

g) $tgC=\frac{4}{3}$

h) $cosC=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

2. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.

a) $sen75^\circ=cos$____

b) $tg\,26^\circ15'=\cot g$_____

c) cos ____ = ____ 53º

d) cot g ___ = ____ 38º

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $senA = \frac{3}{5}$ ✓) $senC = \frac{\overline{BA}}{\overline{AC}}$ ✓) $\cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ ✓) $tgC = \frac{4}{3}$ ✓

2. **a)** $sen75° = cos\mathbf{15º}$

b) $tg26°15' = \cot g\,\mathbf{63º\,45'}$

c) $\cos \boldsymbol{37º} = \boldsymbol{sen}53°$

d) $\cot g\,\mathbf{52º} = \boldsymbol{tg}38°$

Uso de Tabelas Trigonométricas

Caro aluno, começaremos o estudo sobre tabelas trigonométricas a partir da questão do exemplo a seguir.

Exemplo 1

Como determinar seno de 2º18'.
Para tal temos que usar uma tabela como a que apresentamos um pequeno extracto, ou a tabela que se encontra no final deste Módulo, ou ainda a tabela de Matemática e Física que se encontra desponível no CAA.

Assim seguiremos os passos:

1º passo - Utilizemos as tabelas com subtítulo seno/cosseno.
2º passo - Procurar na linha de 2º (dois graus) na coluna de 18' (dezoito minutos).
3º passo - Lê-se o número :0401. E fazendo preceder este valor por "zero vírgula".
4º passo – Obtém-se o valor: $sen2°18' = 0{,}0401$. Como ilustram as setas no extracto da tabela a seguir.

SENO

sen	0'	6' 12' 18' 24'	30'	36' 42' 48' 54'	-	
0º	0,0000	0017 0035 0052 0070	0087	0105 0122 0140 0157	0175	89º
1º	0,0175	0192 0209 0227 0244	0262	0279 0297 0314 0332	0349	88º
2º	0,0349	0366 0384 **0401** 0419	0436	0454 0471 0488 0506	0523	87º
3º	0,0523	0541 0558 0576 0593	0610	0628 0645 0663 0680	0698	86º
4º	0,0698	0715 0732 0750 0767	0785	0802 **0819** 0837 0854	0872	85

Caro aluno, preste atenção:
A leitura dos valores do seno faz-se de cima para baixo, em relação aos graus, e da esquerda para direita em relação aos minutos.

Exemplo 2

Como determinar seno de 4º45'.
Para este caso usamos o mesmo procedimento que no exemplo anterior.
Seguindo os passos.

1º passo - Procurar na linha de 4º (dois graus) na coluna de 42' (quarenta e dois minutos – como não existe coluna 45'). Nas tabelas com subtítulo seno/cosseno.
2º passo - Lê-se o número :0819. E fazendo precederr este valor por "zero vírgula".
3º passo – Obtém-se o valor: $sen 4^{o}42' = 0{,}0819$ (sendo um valor aproximado). Como ilustram as setas no extracto da tabela a cima, 1º exemplo.

Exemplo 3

Tal como foi feito nos exemplos anteriores. Começaremos por apresentar uma questão.

Como determinar o valor do cosseno de 47º30' com auxílio da tabela trigonométrica. Para a determinação do valor do cosseno, tomamos como base a identidade: $sen\alpha = cos(90^o - \alpha)$. Por isso utiliza-se a mesma tabela que para os senos; servindo-se das indicações dos graus colocados do lado direito dos minutos, indicados por debaixo da tabela.

Como ilustra a tabela a seguir.

Assim para determinar cosseno de 47º30', seguem-se os passos:

1º passo - Utilizemos as tabelas com subtítulo seno/cosseno.
2º passo - Procurar na linha de 47º (quarenta e sete graus), de baixo para cima no lado direito na coluna de 30' (trinta minutos), na última fila.
3º passo - Lê-se o número :6756. E fazendo preceder este valor por "zero vírgula".
4º passo – Obtém-se o valor: $cos 47^o 30' = 0,6756$. Como ilustram as setas no extracto da tabela a seguir.

COSSENO

	,6428	6441 6455 6468 6481	6494	6508 6521 6534 6547	6561	49º
	,6561	6574 6587 6600 **6613**	6626	6639 6652 6665 6678	6691	48º
	,6691	6704 6717 6730 6743	**6756**	6769 6782 6794 6807	6820	47º
	,6820	6833 6845 6858 6871	6884	6896 6909 6921 6934	6947	46º
	,6947	6959 6972 6984 6997	7009	7022 7034 7046 7059	7071	45º
	-	54' 48' 42' 36'	30'	24' 18' 12' 6'	0'	cos

Exemplo 4

Caro aluno, consideremos $\cos x = 0,6613$. Como encontrar a medida do ângulo correspondente.
Com ajuda da tabela de cosseno.
1º - procura-se o número **6756.**
2º - No lado direito, descobre-se **6756** que está linha 48 e coluna 36, lido de baixo.
3º - Assim: $\cos x = 0,6613 \Rightarrow x = 48^o 36'$

Caro aluno, preste atenção:
A leitura dos valores do cosseno faz-se de baixo para cima, em relação aos graus, e da esquerda para direita em relação aos minutos.

Generalizando

Da definição de seno, cosseno, tangente e cotangente para os ânagulo de 0º e 90º, temos:

$\text{sen}0^\circ = 0 \quad \cos 0^\circ = 1 \quad \text{tg}0^\circ = 0 \quad \cot g 0^\circ = \infty$

$\text{sen}90^\circ = 1 \quad \cos 90^\circ = 0 \quad \text{t}g 90^\circ = \infty \quad \cot g 90^\circ = 0$

Caro aluno, tal como temos tabelas trigonométricas para seno e cosseno, também temos tabelas para tangente e cotangente. Que também se usam tal como em seno para a tangente e cosseno para cotangente; uma diferença é a parte inteira está indicada na própria tabela, continuando a leitura igual com a do seno e cosseno. Todas estas tabelas podem ser consultada no final deste Módulo.

Caro aluno, deve prestar atênção em todas estas tabelas foi considerada uma aproximação de quatro casas decimais; pelo que quando estiver a usar uma máquina calculadora deve se ter em mente esta aproximação.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. Use tabelas trigonométricas de seno, cosseno, tangente e cotangente; que consta no fim do Módulo.

a) sen20º = 0,3090 ☐

b) sen20º = 0,3420 ☐

c) sen50º18' = 0,7694 ☐

d) sen50º18' = 0,7738 ☐

e) cos13º = 0,8660 ☐

f) cos13º = 0,2250 ☐

g) cos35º 5' = 0,8181 ☐

2. Com ajuda de tabelas trigonométricas, complete a tabela que se segue.

	35º	**55º**
sen	0,5736	0,8192
cos		
tg		1,4281
cotg		0,7002

3. Com apoio da tabela de razões trigonométricas. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justifique-as e um **F** as falsas.

V/F

a) $sen75° - cos80° = 0,7923$

b) $sen75° - cos80° = 0,1736$

c) $tg42° \bullet cos42° = 0,60908774$

d) $tg42° \bullet cos42° = 0,66908724$

e) $sen37° + cos37° - tg37° = 0,6468$

f) $sen37° + cos37° - tg37° = 0,06468$

Caro aluno, depois de ter resolvido toda a actividade sugerida compare as suas resposta com a chave de correcção que se segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b); c); e); g)

2.

	35º	**55º**
sen	0,5736	0,8192
cos	**0,8192**	**0,5736**
tg	**0,7002**	1,4281
cotg	**1,4281**	0,7002

3. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F

a) $sen75º - cos80º = 0,7923$. Porque: $sen75º = 0,9659$ e $cos80º = 0,1736$

Assim: $0,9659 - 0,1736 = 0,7923$.

d) $tg42º \bullet cos42º = 0,66908724$. Porque: $tg42º = 0,9004$ e $cos42º = 0,7431$

Assim: $0,9004 \bullet 0,7431 = 0,66908724$.

e) $sen37° + cos37° - tg37° = 0,6468$. Porque: $sen37° = 0,6018$, $cos37° = 0,7986$ e $tg37° = 0,7536$

Assim: $0,6018 + 0,7986 - 0,7536 = 0,6468$.

Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção que lhe apresentamos. Resolve os exercícios que seguem como forma de interiorizar os seus conhecimentos.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. Use a tabela trigonométrica.

V/F

a) sen28º 18´= 0,4741. ☐

b) sen28º 18´= 0,8805. ☐

c) cos62 º 12´ = 0,4664. ☐

d) cos62 º 12´ = 0,8846. ☐

e) tg48 º 48´ = 0,8754. ☐

f) tg48 º 48´ = 1,1423. ☐

2. Com auxílio da tabela de razões trigonométrica. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. E justifique as suas opções.

✓

a) cos37º- sen80 º = 0,9848 ☐

b) cos37º- sen80 º = 0,1862 ☐

c) cotg33 – tg33 = 0,8906 ☐

d) cotg33 – tg33 = 1,54 ☐

e) $sen89° + sen1° - 2 \cdot cos45° = 0,3969$ ☐

f) $sen89° + sen1° - 2 \cdot cos45° = 0,7071$ ☐

3. Com auxílio da tabela de razões trigonométricas. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

	V/F
a) O ângulo agudo α, tal que $sen\alpha = 0,8988$; mede 64º.	☐
b) O ângulo agudo α, tal que $sen\alpha = 0,8988$; mede 74º.	☐
c) O ângulo agudo β, tal que $cos\beta = 0,8746$; mede 32º.	☐
d) O ângulo agudo β, tal que $cos\beta = 0,8746$; mede 29º.	☐
e) O ângulo agudo δ, tal que $cotg\delta = 0,3443$; mede 71º.	☐
f) O ângulo agudo δ, tal que $cotg\delta = 0,3443$; mede 60º.	☐

4. Considerando que cos(41º 30´) = 0,7489. Determine o ângulo cujo o seno é 0,7489.

Carlo aluno, depois de ter resolvido os exercícios propostos, compare as suas soluções a chave de correcção que se segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** F; **f)** V.

a) sen28º 18´= 0,4741 V.

b) sen28º 18´= 0,8805 F.

c) cos62 º 12´ = 0,4664 V

d) cos62 º 12´ = 0,8846 F.

e) tg48 º 48´ = 0,8754 F.

f) tg48 º 48´ = 1,1423 V.

2.

b) cos37º- sen80 º = 0,1862. Porque: cos37º = 0,7986 e sen80 º = 0,9848.

Assim temos: 0,7986 - 0,9848 = 0,1862.

c) cotg33º – tg33º = 0,8906. Porque: cotg33º = 1,54 e tg33º = 0,6494.

Assim temos: 1,54 - 0,6494= 0,8906.

e) $sen 89° + sen 1° - 2 \bullet cos 45° = 0,3969$. Porque: sen89 º = 0,9998; sen1º = 0,0175 e cos45º = 0,7071.

Assim teremos:

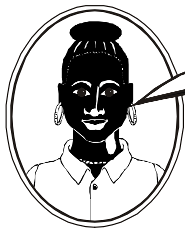
0,9998 + 0,0175 - 2 • 0,7071 = -0,3969 .

3. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F.

4. O ângulo cujo seno é 0,7489 será o seu complementar. Consultando na tabela temos, $sen x = 0,7489$.

O que significa que pelos cálculos: 90º - 41º 30´ = 48º 30´.

$$\begin{array}{r} 89° \; 60' \\ \cancel{90}° \\ \underline{-41°30'} \\ 48°30' \end{array}$$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

5 Relações entre Razões Trigonométricas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Relacionar razões trigonométricas de ângulos complementares;
- Relacionar ângulos agudos num triângulo rectângulo e as razões trigonométricas dos mesmos.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis, transferidor, borracha e módulo 4 9ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 5ª lição do décimo módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar as relações entre as razões trigométricas seno, cosseno, tangente e cotangente.

Nesta lição, terá oportunidade de estudar as relações de razões trigonométricas, relacionar ângulos agudos num triângulo rectângulo com as razões trigonométricas dos mesmos, e deduzir a fórmula fundamental da trigonometria.

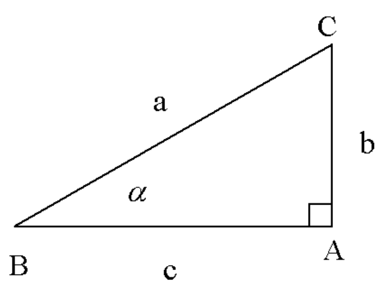
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Mas, antes de iniciarmos o estudo desta lição começaremos por fazer uma breve revisão realizando alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, resolve os exercícios que se seguem, em relação ao seno, cosseno, tangente e cotangente de ângulos agudos de um triângulo rectângulo.

1. Considere o triângulo $[ABC]$ rectângulo em B. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.



a) $sen\alpha = \dfrac{\overline{AC}}{\_\_\_}$

b) $\_\_\_ = \dfrac{\overline{BA}}{\overline{BC}}$

c) $tg\alpha = \dfrac{\_\_\_}{\overline{BA}}$

d) $\cot g\alpha = \dfrac{\overline{BA}}{\_\_\_}$

2. Considerando o triângulo $[ABC]$, do exercício acima e os lados $[AB]=c$, $[AC]=b$ e $[BC]=a$. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) $sen\alpha=\frac{b}{a}$ ✓ ☐

b) $sen\alpha=\frac{a}{c}$ ☐

c) $\cos\alpha=\frac{c}{a}$ ☐

d) $\cos\alpha=\frac{b}{c}$ ☐

e) $tg\alpha=\frac{b}{c}$ ☐

f) $tg\alpha=\frac{a}{c}$ ☐

g) $cotg\alpha=\frac{c}{a}$ ☐

h) $cotg\alpha=\frac{b}{c}$ ☐

Caro aluno, depois de ter realizado os exercícios de revisão confere as suas resposta com chave de correcção a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $sen\alpha = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{\mathbf{BC}}}$

b) $\cos\alpha = \dfrac{\overline{BA}}{\overline{BC}}$

c) $tg\alpha = \dfrac{\overline{\mathbf{AC}}}{\overline{BA}}$

d) $\cot g\alpha = \dfrac{\overline{BA}}{\overline{\mathbf{AC}}}$

2. **a)** $sen\alpha = \dfrac{b}{a}$ ✓

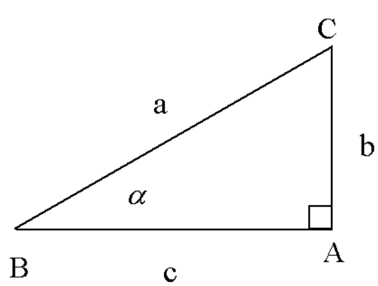
c) $\cos\alpha = \dfrac{c}{a}$ ✓

e) $tg\alpha = \dfrac{b}{c}$ ✓

g) $cotg\alpha = \dfrac{c}{a}$ ✓

Relações entre as razões trigonométricas

Caro aluno, consideremos mais uma vez o triângulo $[ABC]$, rectângulo em A, segundo ilustra a figura a seguir; a partir do qual deduziremos as relações entre as razões trigonométricas.



Como pode ter notado, caro aluno, na resolução dos exercícios de revisão que: $sen\alpha = \frac{b}{a}$ e $cos\alpha = \frac{c}{a}$.

E se divirmos $sen\alpha$ por $cos\alpha$, teremos: $\frac{sen\alpha}{cos\alpha}$.

E substituindo os valores de $sen\alpha$ e $cos\alpha$, ficamos com:

$$\frac{sen\alpha}{cos\alpha} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{b}{\cancel{a}} \bullet \frac{\cancel{a}}{c} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{c}} \longleftarrow \boxed{\text{Esta é a razão trigonométrica que representa } tg\alpha}$$

Daqui resulta que: O quociente entre o seno e o cosseno é a tangente. Que se traduz:

$$\boxed{tg\alpha = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha}}$$

E porque $\cot g\alpha = \frac{b}{c}$, pode-se concluir que:

$$\boxed{cotg\alpha = \frac{1}{tg\alpha}}$$

Ou, ainda

$$\boxed{cotg\alpha = \frac{\cos\alpha}{sen\alpha}}$$

E pelo Teorema de Pitágoras, em relação ao triângulo $[ABC]$. Teremos:

$$a^2 = b^2 + c^2 \longleftarrow \boxed{\text{Divindo ambos membros da equação por } a^2}$$

$$\frac{a^2}{a^2} = \frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2}$$

$$\left(\frac{\cancel{a}^1}{\cancel{a}^1}\right)^2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 \longleftarrow \boxed{\text{Aplicando as regras de pontenciação.}}$$

$$1 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2$$

$$1 = (sen\alpha)^2 + (cos\alpha)^2$$

E como sabemos que:

$sen\alpha = \frac{b}{a}$ e $cos\alpha = \frac{c}{a}$; vamos substituir $\frac{b}{c}$ e $\frac{c}{a}$, por $sen\alpha$ e $cos\alpha$ respectivamente.

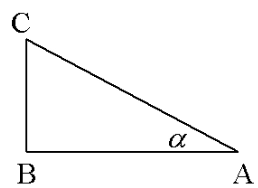
Duma forma mais simples, escreve-se:

$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \leftarrow$ A esta igualdade, equação chama-se: **Fórmula fundamental da trigonometria.**

Caro aluno, veja alguns exemplos da aplicação destas relações trigonométricas e a fórmula fundamental da trigonometria.

Exemplo 1

Consideremos o triângulo rectângulo, como ilustra a figura a seguir. Sendo α um ângulo agudo tal que $sen\alpha = \frac{3}{5}$. Como determinar as restantes razões trigonométricas do mesmo ângulo.



Para resolver esta questão temos que usar a fórmula fundamental da trigonometria.

1º - passo: Escrever a fórmula e substituir o dado fornecido.
Substituindo o dado fornecido, fica-se por determiner , o valor de $cos\alpha$

$$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + cos^2\alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow cos^2\alpha = 1 - \frac{9}{25}$$

Substituindo o dado fornecido, fica-se por determinar , o valor de $cos\alpha$

$$\Leftrightarrow cos^2\alpha = 1 - \frac{9}{25}$$

$$\Leftrightarrow cos^2\alpha = \frac{16}{25}$$

$$\Leftrightarrow cos\alpha = \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$\Leftrightarrow cos\alpha = \frac{4}{5}$$

2º - passo: Conhecidos os valores de $sen\alpha$ e $cos\alpha$, já se pode determinar as outras razões trigonométricas $tg\alpha$ e $\cot g\alpha$.

Assim: $tg\alpha = \dfrac{sen\alpha}{\cos\alpha} \Leftrightarrow tg\alpha = \dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}$ ⟵ Substituindo os dados.

$$\Leftrightarrow tg\alpha = \frac{3}{\cancel{5}} \bullet \frac{\cancel{5}}{4}$$

$$\Leftrightarrow tg\alpha = \frac{3}{4}$$

2º - passo: Finalmente pode-se determinar o valor da cotangente, porque temos já reunidos todos dados. Deste modo temos:

$\cot g\alpha = \dfrac{1}{tg\alpha} \Leftrightarrow \cot g\alpha = \dfrac{1}{\frac{3}{4}}$ ⟵ Substituindo os dados.

$$\Leftrightarrow \cot g\alpha = \frac{4}{3}$$

Resposta: $cos\alpha = \frac{4}{5}$, $tg\alpha = \frac{3}{4}$ e $\cot g\alpha = \frac{4}{3}$

Exemplo 2

Seja α um ângulo agudo de um triângulo agudo , talque $\cot g\alpha = \sqrt{3}$. Como determinar.

a) $cos^2\alpha + tg^2\alpha$.

b) $2sen\alpha - cos\alpha$.

Procedimento

a) 1º - passo: Pela relação de cotagente temos: $\cot\alpha = \frac{1}{tg\alpha}$. Deste modo temos:

$\sqrt{3} = \frac{1}{tg\alpha} \Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{1}{tg\alpha}$ ← Substituindo o valaor de $\cot\alpha$.

$\Leftrightarrow tg\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

2º - passo: Determinação do valor de cosseno; e para isso é necessário usar as seguintes relações: $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{sen\alpha}$ e $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Assim: Transformamos num sistema de duas equações. De certeza que, caro aluno está recordado como se determinam soluções num sistema de duas equações, matéria que estudou na 8ª classe Módulo 9 .
Assim teremos:

$$\begin{cases} \frac{\cos\alpha}{sen\alpha} = \sqrt{3} \\ sen^2\alpha + \cos^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\alpha = \sqrt{3}sen\alpha \\ sen^2\alpha + \cos^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ sen^2\alpha + \left(\sqrt{3}sen\alpha\right)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ sen^2\alpha + 3sen^2\alpha = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 4sen^2\alpha = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ sen^2\alpha = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ sen\alpha = \sqrt{\frac{1}{4}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ sen\alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ sen\alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Solução do sistema de equações:

$cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $sen\alpha = \frac{1}{2}$.

3º - passo: Daqui pode-se determinar o valor da expressão:

$cos^2\alpha + tg^2\alpha$ .Se o valor da $\cot g\alpha = \sqrt{3}$ é porque a tangente será $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Então: $cos^2\alpha + tg^2\alpha \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{13}{12}$$

b) Para resolver esta questão basta substituir os dados já disponíveis, assim temos:

$$2sen\alpha - cos\alpha \Leftrightarrow 2 \bullet \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{3}}{2}$$

Exemplo 3

Caro aluno, acompanhe mais um exemplo de situação onde deve-se usar relações entre razões trigonométricas.
Como determinar os valores de:

a) $sen\left(\alpha + 30^\circ\right) = cos25^\circ$.

b) $cotg46^\circ = tg\left(2\alpha\right)$

Procedimento

a) Caro aluno, como sabe o seno de um ângulo é igual ao cosseno do ângulo complementar; deste modo se pode dizer que os ângulos $\alpha + 30^\circ$ e 25° são complementares. O que quer dizer:

$$\left(\alpha + 30^\circ\right) + 25^\circ = 90^\circ \Leftrightarrow \alpha = 90^\circ - 30^\circ - 25^\circ$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 35^\circ$$

b) Como se viu anteriormente, a cotangente de um ângulo é igual à tangente do ângulo complementar. Por isso:

$$
\begin{aligned}
cotg\,46^\circ = tg\,(2\alpha) &\Leftrightarrow 46^\circ + 2\alpha = 90^\circ \\
&\Leftrightarrow 2\alpha = 90^\circ - 46^\circ \\
&\Leftrightarrow 2\alpha = 44^\circ \\
&\Leftrightarrow \alpha = 22^\circ
\end{aligned}
$$

ACTIVIDADE

1. Sendo β um ângulo agudo e $cos\beta = \frac{5}{13}$. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira e justifique a sua opção.

a) $sen\beta = \frac{13}{12}$ ☑

b) $sen\beta = \frac{12}{13}$ ☐

c) $tg\beta = \frac{12}{5}$ ☐

d) $tg\beta = \frac{5}{12}$ ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justifique as suas opções. E um **F** as falsas, em relação ao valor do cosseno dado seno e tangente de um ângulo agudo.

a) Sabendo que $sen\alpha = \frac{1}{4}$, então $cos\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$. ✓

b) Sabendo que $sen\alpha = \frac{1}{4}$, então $cos\alpha = \frac{16}{15}$.

c) Sabendo que $tg\alpha = \sqrt{3}$, então $cos\alpha = \frac{1}{4}$.

d) Sabendo que $tg\alpha = \sqrt{3}$, então $cos\alpha = \frac{1}{2}$.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b) $sen\beta = \frac{12}{13}$. Porque pela fórmula fundamental de trigonometria:

$$sen^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Rightarrow sen^2\beta + \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1$$

Substituindo o valor de $cos\beta = \frac{5}{13}$ na fórmula.

$$\Rightarrow sen^2\beta = 1 - \frac{25}{169}$$

$$\Rightarrow sen\beta = \sqrt{\frac{144}{169}}$$

$$\Rightarrow sen\beta = \frac{12}{13}$$

c) $tg\beta = \frac{12}{5}$. Porque sabemos que $tg\beta = \frac{sen\beta}{cos\beta}$. Assim substituindo nesta razão trigonométrica os valores de $cos\beta = \frac{5}{13}$ e $sen\beta = \frac{12}{13}$.

$$tg\beta = \frac{sen\beta}{cos\beta} \Rightarrow tg\beta = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}}$$

$$\Rightarrow tg\beta = \frac{12}{\cancel{13}} \cdot \frac{\cancel{13}}{5}$$

$$\Rightarrow tg\beta = \frac{12}{5}$$

2. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V

a) Sabendo que $sen\alpha = \frac{1}{4}$, então $cos\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Pela fórmula fundamental da trigonometria.

$$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^2 + cos^2\alpha = 1$$

Substituindo o dado.

$$\Rightarrow \frac{1}{16} + cos^2\alpha = 1$$

$$\Rightarrow cos^2\alpha = 1 - \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow cos\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

Dado

$sen\alpha = \frac{1}{4}$

d) Sabendo que $tg\alpha = \sqrt{3}$, então $cos\alpha = \frac{1}{2}$.

E pela razão da tangente teremos:

$$tg\alpha = \frac{sen\alpha}{cos\alpha} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{sen\alpha}{cos\alpha}$$

$$\Rightarrow sen\alpha = cos\alpha\sqrt{3}$$

Em seguida, pela fórmula fundamental de trigonometria, determinaremos o valor de $cos\alpha$.

$$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \left(cos\sqrt{3}\right)^2 \alpha + cos^2\alpha = 1$$

$$\Rightarrow 3cos^2\alpha + cos^2\alpha = 1$$

$$\Rightarrow 4cos^2\alpha = 1$$

$$\Rightarrow cos^2\alpha = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow cos\alpha = \frac{1}{2}$$

Caro aluno, depois de ter conferido as suas respostas com chave de correcção apresentada, como forma de consolidar os seus conhecimentos realize os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Sendo β um ângulo agudo e $\cos\beta = \frac{5}{13}$. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. E justifique as suas afirmações.

a) $sen\beta = \frac{13}{12}$ ✓ ☐

b) $sen\beta = \frac{12}{13}$. ☐

c) $tg\beta = \frac{12}{5}$ ☐

d) d) $tg\beta = \frac{12}{5}$ ☐

2. Sabendo que $sen30° = \frac{1}{2}$ e $cos30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. E justifique as suas opções.

a) $sen30° = 2cos60° - \frac{1}{2}sen60° = \frac{6-\sqrt{3}}{4}$ ☐ ✓

b) $sen30° = 2cos60° - \frac{1}{2}sen60° = \frac{4-\sqrt{3}}{6}$ ☐

c) $cos30° \bullet cos60° - sen^2 30° \bullet sen60° = \frac{8}{\sqrt{3}}$ ☐

d) $cos30° \bullet cos60° - sen^2 30° \bullet sen60° = \frac{\sqrt{3}}{8}$ ☐

3. Atendendo aos dados fornecidos, onde $\alpha, \beta, \gamma \, e \, \delta$ são ângulos agudos, preenche os espaços em branco na tabela que se segue.

	α	β	γ	δ
sen	$\frac{15}{17}$			
cos		$\frac{1}{2}$		
tg			1	
cotg				$\sqrt{3}$

E justifique por cálculos os valores de:

a) $tg\alpha$.

b) $sen\delta$.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b) e c)

b) $sen\beta = \frac{12}{13}$. Porque pela fórmula fundamental de trigonometria:

$$sen^2\beta + cos^2\beta = 1.$$

$$sen^2\beta + \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1 \Rightarrow sen^2\beta = 1 - \frac{25}{169}$$

$$\Rightarrow sen^2\beta = \frac{144}{169}$$

$$\Rightarrow sen\beta = \sqrt{\frac{144}{169}}$$

$$\Rightarrow sen\beta = \frac{12}{13}$$

c) $tg\beta = \frac{12}{5}$. Pela razão tangente teremos. $tg\beta = \frac{sen\alpha}{cos\alpha} \Rightarrow tg\beta = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}}$

$$\Rightarrow tg\beta = \frac{12}{5}$$

2. a) $sen30° = 2cos60° - \frac{1}{2}sen60° = \frac{6-\sqrt{3}}{4}$. Assim a expressão ficará, depois de substituir temos:

$$sen30° = 2cos60° - \frac{1}{2}sen60° \Rightarrow \frac{1}{2} + 2 \bullet \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{6-\sqrt{3}}{4}$$

d) $cos30^o \bullet cos60^o - sen^2 30^o \bullet sen60^o = \frac{\sqrt{3}}{8}$.✓ De igual modo como na alínea **a)** onde a afirmação é verdadeira, usa-se o mesmo procedimento.

$$cos30^o \bullet cos60^o - sen^2 30^o \bullet sen60^o \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \bullet \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \bullet \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{8}$$

3. Atendendo aos dados fornecidos, onde $\alpha, \beta, \gamma\, e\, \delta$ são âgulos agudos, preenche os espços em branco na tabela que se segue.

	α	β	γ	δ
sen	$\frac{15}{17}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
cos	$\frac{8}{17}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tg	$\frac{15}{8}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
cotg	$\frac{8}{15}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

E justifique por cálculos os valores de:

a) Para determinar o valor da $tg\alpha$, é necessário determinar o valor de $cos\alpha$, visto que é nos dado $\left(\frac{15}{17}\right)$ valor do $sen\alpha$. Assim pela fórmula fundamental da trigonometria temos:

$$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{15}{17}\right)^2 + cos^2\alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow cos^2\alpha = 1 - \frac{225}{289}$$

$$\Leftrightarrow cos^2\alpha = \frac{64}{289}$$

$$\Leftrightarrow cos\alpha = \sqrt{\frac{64}{289}}$$

$$\Leftrightarrow cos\alpha = \frac{8}{17}$$

E como se sabe que $tg\alpha = \frac{sen\alpha}{cos\alpha}$, e é nos dado na tabela o valor do seno, apenas basta substituir na razão $tg\alpha$.

$$tg\alpha = \frac{sen\alpha}{cos\alpha} \Leftrightarrow tg\alpha = \frac{\frac{15}{17}}{\frac{8}{17}}$$

$$\Leftrightarrow tg\alpha = \frac{15}{17} \bullet \frac{17}{8}$$

$$\Leftrightarrow tg\alpha = \frac{15}{8}$$

b) Para determinar o valor de $sen\delta$, temos que usar a razão cotg δ visto que $cotg\delta = \frac{\cos\delta}{sen\delta} \Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{cos\delta}{sen\delta}$

$$\Leftrightarrow cos\delta = \sqrt{3} \bullet sen\delta$$

E pela fórmula fundamental da trigonometria: $sen^2\delta + \cos^2\delta = 1$.
Daqui substitui, o valor do seno já calculado.

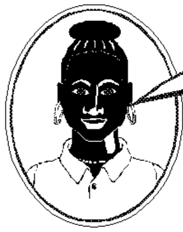
$$sen^2\delta + \left(\sqrt{3} \bullet sen\right)^2 \delta = 1 \Leftrightarrow sen^2\delta + 3sen^2\delta = 1$$

$$\Leftrightarrow 4sen^2\delta = 1$$

$$\Leftrightarrow sen^2\delta = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow sen\delta = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow sen\delta = \frac{1}{2}$$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em algum exercício volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Proteja-se da SIDA e ajude a criar um futuro saudável para si e para Moçambique.

6 Resolução de Rectângulos

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar elementos de um triângulo e determinar elementos em falta;
- Resolver problemas relacionados com triângulos recdtângulo.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis, transferidor e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da ª lição do décimo módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a relação métrica no círculo, teorema das secantes.

Nesta lição, terá oportunidade de estudar o teorema das cordas, secantes, secante da tangente. Vai resolver problemas ligados com a determinação das medidas dos segmentos.

Caro aluno, em caso de algumas dúvidas pode consultar o módulo 4 da 8ª classe.

Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender as circunferências.
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Resolução de triângulo

Definação

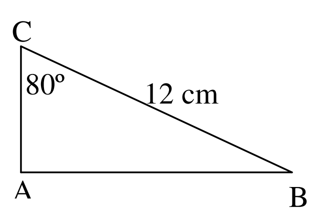
Chama-se resolução de triângulos à determinação de todos os elementos de um triângulo rerctângulo.

È necessário saber que a determinação dos elementos de um triângulo deve ser feita, exclusivamente , a patir dos dados e não utilizando os elementos determinados. Evitar-se à a reprodução de erros.

Por outro lado, num triângulo rectângulo, qualquer cateto é igual ao produto do outro cateto pela tangente do ângulo oposto ou pela cotangente do ângulo agudo adjacente ao primeiro.

Exemplo 1

Consideremos a figura que se segue.



Como determinrar os elementos em falta no triângulo.

Procedimento

1º- passo: Como sabemos que $\measuredangle B + \measuredangle C = 90º$; porque são ângulos complementares. Assim:

$\measuredangle B + 80º = 90º$

$\measuredangle B = 90º - 80º$

$\measuredangle B = 10º$

2º- passo: E pela relação seno, teremos: $senC = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$. Assim temos que consultar a tabela de seno, para o sen80º, sendo assim teremos que $sen80^{o} = 0,9848$.

E substituindo na fórmula $senC = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$, fica: $0,9848 \approx \frac{\overline{AB}}{12cm}$

$$\overline{AB} \approx 12 \bullet 0,9848$$

$$\overline{AB} \approx 11,8cm$$

3º- passo: E pela relação cosseno, teremos que determinar o valor do cateto $\overline{AC}$, assim sendo:

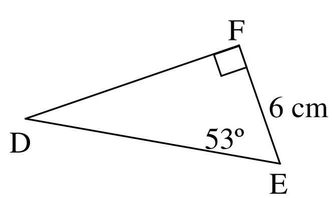
$$\cos C = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \Rightarrow \cos 80^{o} = \frac{\overline{AC}}{12cm}$$

$$\Rightarrow o,1736 = \frac{\overline{AC}}{12cm}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} \approx 12cm \bullet o,1736$$

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações vedadeiras e justifique-as. Considere a figura que se segue.



a) $\measuredangle D$ mede 37º. ✓

b) $\measuredangle D$ mede 53º.

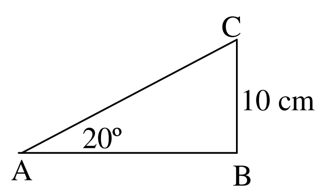
c) $\overline{DF}$ mede $\approx 9{,}97\,cm$.

d) $\overline{DF}$ mede $\approx 7{,}962\,cm$.

e) $\overline{DE}$ mede $\approx 9{,}97\,cm$.

f) $\overline{DE}$ mede $\approx 8{,}97\,cm$.

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e justifique-as. E um **F** as falsas. Em relação às medidas dos elementos do triângulo ilustrado.



V/F

a) $\overline{AB}$ mede 27,5 cm.

b) $\overline{AB}$ mede 30m.

c) $\measuredangle C$ mede 70º.

d) $\measuredangle D$ mede 20º.

e) $\overline{AC}$ mede aproximadamente 29,2 cm.

f) $\overline{AC}$ mede aproximadamente 45cm.

1. a) $\measuredangle D$ mede 37º. Porque o $\measuredangle D = 90º - 53º$

$$\measuredangle D = 37º$$

d) $\overline{DF}$ mede $\approx 7{,}962\,cm$. Porque $tg\measuredangle E = \dfrac{\overline{DF}}{\overline{EF}}$ ← Substituindo os dados teremos

$$tg\,53º = \frac{\overline{DF}}{6\,cm}$$ ← Consultando na tabela temos: $tg\,53º \approx 1{,}3270$

$$\overline{DF} \approx 6 \bullet 1{,}3270$$

$$\overline{DF} \approx 7{,}962\,cm$$

e) $\overline{DE}$ mede $\approx 9{,}97\,cm$.✓Porque $\cos E = \dfrac{\overline{EF}}{\overline{DE}}$

$$\cos 53º = \frac{6\,cm}{\overline{DE}}$$

$$\overline{DE} = \frac{6\,cm}{0{,}6018}$$

$$\overline{DE} = 9{,}97\,cm$$

2. a). V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

a) $\overline{AB}$ mede 27,5 cm. Porque $\hat{C} = 70º$

$$tg\,\hat{A} = \frac{\overline{BC}}{\overline{\hat{A}B}}$$

$$tg\,20º = \frac{10\,cm}{\overline{\hat{A}B}}$$

$$\overline{AB} = 27{,}5\,cm$$

$$\overline{AB} = \frac{10\,cm}{0{,}364}$$

c) $\measuredangle C$ mede 70º. Porque $\measuredangle A + \measuredangle C = 90º$

$$20º + \measuredangle C = 90º$$

$$\measuredangle C = 90º - 20º$$

$$\measuredangle C = 70º$$

e) $\overline{AC}$ mede aproximadamente 29,2 cm. Porque $sen\hat{A}=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$.

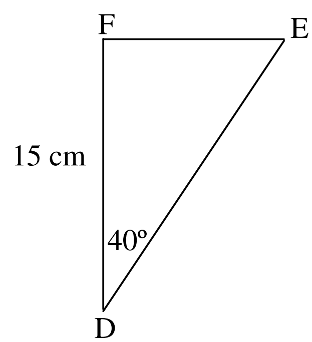
$$sen20^{\circ}=\frac{10cm}{\overline{AC}}$$

$$\overline{AC}=\frac{10cm}{0,342}$$

$$\overline{AC}=29,2cm$$

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, justifique-as. Em relação aos elementos do triângulo rectângulo em falta. Tome consideração a figura que se segue.



a) $\hat{E}=70^{\circ}$. ✓

b) $\hat{E}=45^{\circ}$.

c) $\overline{DE}$ mede 19,6 cm.

d) $\overline{DE}$ mede 20 cm.

e) $\overline{FE}$ mede 12,6 cm.

f) $\overline{DE}$ mede 15 cm.

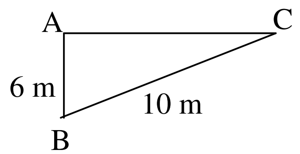
2. Considere um triângulo rectângulo, em que um ângulo mede 47º de amplitude e o cateto oposto 17 cm de comprimento. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justifique-as. E verdadeiras e um **F** as falsas.

	V/F
a) $\measuredangle C$ mede 43º.	☐
b) $\measuredangle C$ mede 50º.	☐
c) $\overline{AB}$ mede aproximadamente 15,9 cm.	☐
d) $\overline{AB}$ mede aproximadamente 20 cm.	☐
e) $\overline{AC}$ mede aproximadamente 23,2 cm.	☐
f) $\overline{AB}$ mede aproximadamente 16cm.	☐

3. Marque com um **V** as afimações verdadeiras, justifique-as. E um **F** as falsas. Considere um triângulo rectângulo em que um ângulo agudo mede 33º e 30 cm de hipotenusa.

	V/F
a) $\measuredangle C$ mede 57º.	☐
b) $\measuredangle C$ mede 60º.	☐
c) $\overline{BC}$ mede 45 cm.	☐
d) $\overline{BC}$ mede 30,5 cm.	☐
e) $\overline{AB}$ mede 25,2 cm.	☐
f) $\overline{AB}$ mede 30 cm.	☐

4. Marque com um ✓ apenas as afimações verdadeiras, justifique-as. Considere o triângulo $[ABC]$, rectângulo em A; segundo ilustra a figura. Onde $\overline{AB}=6m$ e $\overline{BC}=10m$.



a) $\overline{AC}$ mede 6 m.

b) $\overline{AC}$ mede 8 m.

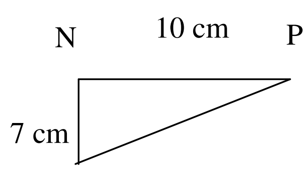
c) $\measuredangle B=53^{o}$.

d) $\measuredangle B=50^{o}$.

e) $\measuredangle C=53^{o}$.

f) $\measuredangle C=37^{o}$.

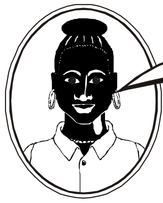
4. Considere o triângulo $[MNP]$, rectângulo em N, onde são conhecidos os dois comprimentos dos dois catetos. Sabe-se $\overline{MN}=7\,cm$ e $\overline{NP}=10\,cm$. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras.



a) Para a determinação da hipotenusa usa-se a fórmula:____________. Que se chama _____________. Assim $\overline{MP}\approx 10,34\,cm$.

b) O ângulo P mede _______.

c) O ângulo M mede _________.



Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios proposto compare as suas soluções com a chave de correcção a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\widehat{E}=70^{\circ}$. Porque são ângulos complementes. $\measuredangle A+\measuredangle C=90^{\circ}$

$$20^{\circ}+\measuredangle C=90^{\circ}$$

$$\measuredangle C=90^{\circ}-20^{\circ}$$

$$\measuredangle C=70^{\circ}$$

c) $\overline{DE}$ mede 19,6 cm. Porque $\cos\measuredangle D=\frac{\overline{DE}}{\overline{DE}}$

$$\cos 40^{\circ}=\frac{15\,cm}{\overline{DE}}$$

$$0,766=\frac{15\,cm}{\overline{DE}}$$

$$\overline{DE}=\frac{15\,cm}{0,766}$$

$$\overline{DE}=19,6\,cm$$

e) $\overline{FE}$ mede 12,6 cm. Porque $tg\measuredangle D=\frac{\overline{FE}}{\overline{DF}}$

$$tg\,40^{\circ}=\frac{\overline{FE}}{15\,cm}$$

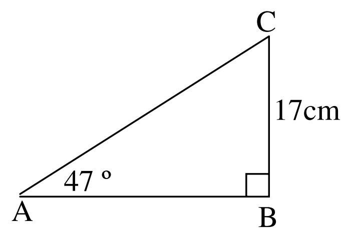
$$0,8391=\frac{\overline{FE}}{15\,cm}$$

$$\overline{FE}=15\,cm\bullet 0,8391$$

$$\overline{FE}=12,6\,cm$$

2. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

Primeiro vamos esboçar o triângulo.



a) $\measuredangle C$ mede 43º. Porque $\widehat{C} = 90º - 47º$.

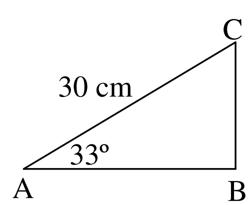
$$\widehat{C} = 43º$$

c) $\overline{AB}$ mede aproximadamente 15,9 cm. Porque pela razão tangente, teremos:

e) $\overline{AC}$ mede aproximadamente 23,2 cm.

3. a)V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F

Para resolver esta questão é necessário fazer em primeiro lugar o esboço do triângulo.



a) $\measuredangle C$ mede mede 57º. Porque $\measuredangle C = 90º - 33º$

$$\measuredangle C = 57º$$

d) $\overline{BC}$ mede 30,5 cm. Porque $sen\measuredangle A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

$$sen33^{\circ} = \frac{\overline{BC}}{30\,cm}$$

$$0,5446 = \frac{\overline{BC}}{30\,cm}$$

$$\overline{BC} = 30\,cm \bullet 0,5446$$

$$\overline{BC} = 30,5\,cm$$

e) $\overline{AB}$ mede 25,2 cm. Porque $\cos\measuredangle A = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

$$\cos 33^{\circ} = \frac{\overline{AB}}{30\,cm}$$

$$0,8387 \approx \frac{\overline{AB}}{30\,cm}$$

$$\overline{AB} \approx 30\,cm \bullet 0,8387$$

$$\overline{AB} \approx 25,2\,cm$$

4. **b)** 8 m, **c)** 53º, **f)** 37º.

b) $\overline{AC}$ mede 8 m. Porque pelo Teorema de Pitágoras teremos.

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2$$

$$\overline{AC}^2 = (10m)^2 - (6m)^2$$

$$\overline{AC}^2 = 100m^2 - 36m^2$$

$$\overline{AC}^2 = 64m^2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{64m^2}$$

$$\overline{AC} = 8\,m$$

Dados:

$\overline{AB} = 6\,m$

$\overline{BC} = 10\,m$

$\overline{AC} = ?$

c) $\measuredangle B = 53º$. Em seguida determina-se a medida do ângulo D. Através da relação cosseno; assim teremos: $\cos\measuredangle B = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$

$$\cos\measuredangle B = \frac{6\cancel{cm}}{10\cancel{cm}} \longleftarrow \boxed{\text{Pelos dados, teremos.}}$$

$$\cos\measuredangle B = 0,6$$

E consultando na tabela teremos: $0,602 \approx \cos 53º$

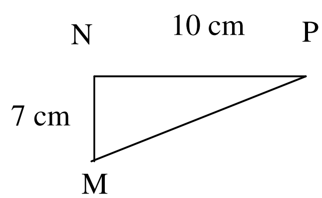
f) $\measuredangle C = 37º$ .E porque sabemos que $\measuredangle B$ e $\measuredangle C$, são complementares porque a sua soma ~e igual a ângulo recto. Então fica:

$\measuredangle C = 90º - \measuredangle B$

$\measuredangle C = 90º - 53º$

$\measuredangle C = 37º$

5. Considerando o triângulo $[MNP]$, rectângulo em N, com os dados: $\overline{MN} = 7\,cm$ e $\overline{NP} = 10\,cm$. Completando teremos:



a) Para a determinação da hipotenusa usa-se a fórmula:

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$. Que se chama **Teorema de Pitágoras**. Assim $\overline{MP} \approx 10,34\,cm$.

b) O ângulo P mede **35º.**

c) O ângulo M mede **55º.**

Resumo

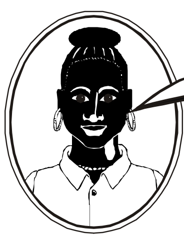
Resolver um triângulo rectângulo, consiste em: dados alguns dos seus elementos (comprimento dos lados e amplitude dos ângulos) determinar os restantes.

Assim podemos ter os casos:

1. Dadas as medidas dos comprimentos de dois lados de um triângulo rectângulo, determinar:

a) a medida do comprimento do terceiro lado;
b) as âmplitudes dos ângulos agudos.

2. Conhecidos um dos lados do triângulo e um ângulo agudo, detetrminar os restantes elementos.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolva novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

7

Razões Trigonométricas de Ângulos Especiais: 30º,45º e 60º

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar ângulos especiais em triângulos rectângulos;
- Deduzir as razões trigonométricas de ângulos especiais;
- Usar as razões trigonométricas de ângulos especiais na resolução de problemas.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis, transferidor e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 7ª lição do décimo módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a identificação de ângulos especiais (30º, 45º e 60º), a dedução dos ângulos especiais (30º, 45º e 60º) e resolver problemas aplicando ângulos especiais.

Nesta lição, terá oportunidade de rever o teorema de pitágoras, resolver problemas envolvendo ângulos especiais.

Caro aluno, em caso de algumas dúvidas pode consultar o módulo 7 da 9ª classe; sobre o teorema de Pitágoras, que poderá lhe ajudar a compreender algumas explicações e deduções.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Razões Trigonométricas de 45º

Caro aluno, para melhor entender as razões trigonométricar de 45º, vamos partir. Do exemplo que se segue.

Consideremos o quadrado $[ABCD]$, onde traçamos a diagonal $[BD]$e obtemos dois triângulos isósceles como ilustra a figura a baixo.

Como pode notar o triângulos $[ABD]$é rectângulo em A e isósceles.

Assim: Consideremos o triângulo $[ABD]$, representado por a, a medida dos catetos; aplicando o Teorema de Pitágoras determinamos a medida da hipotenusa.

Desse modo temos: $\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2$

$$h^2 = a^2 + a^2$$

$$h^2 = 2a^2$$

$$h = \sqrt{2a^2}$$

$$h = \pm\, a\sqrt{2}$$

$$h = a\sqrt{2}$$

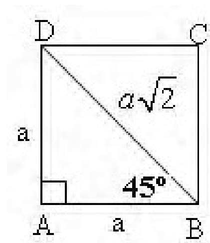
E por se tratar de comprimento, nunca temos um número negativo.

Dados:

$\overline{BD} = h = hipotenusa$

$\overline{AB} = \overline{AD} = a$

Deste modo podemos calcular as razões trigonométricas do ângulo de 45º.



Pela relação seno do ângulo B = 45º, teremos:

$$sen\measuredangle B = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$$

$$sen 45º = \frac{a}{a\sqrt{2}}$$ ← O mesmo que.

$$sen 45º = \frac{\cancel{a}}{\cancel{a}\sqrt{2}}$$

$$sen 45º = \frac{1}{\sqrt{2}}$$ ← Aqui temos que racionalizar os denominadores.

Caro alauno, uma pergunta se coloca: O que racionalizar denominadore? Respondendendo a esta pergunta, racionalizar denominador é tornar racional um número real, isto é, tornar um número ser do conjnto $\mathbb{Q}$, o que quer dizer tornar um número inteiro relativo.

Assim, neste caso temos que tornar racional o radical $\sqrt{2}$. Para isso multiplica-se o denominador e numerador por $\sqrt{2}$. Daí temos:

$$sen 45º = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \bullet \sqrt{2}}{\sqrt{2} \bullet \sqrt{2}}$$ ← Pelas regras de radiciação.

$$sen 45º = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$sen 45º = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

E para a razão trigonométrica tangente, teremos, e como é sabido que:

$$tg\measuredangle B = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$$

$$tg 45º = \frac{a}{a}$$ ← O mesmo que.

$$tg 45º = \frac{\cancel{a}^1}{\cancel{a}^1}$$

$$tg 45º = 1$$

Pelo mesmo procedimento, encontraremos a razão cotangente.

$$cotg\measuredangle B = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}$$

$$cotg\,45^{\circ} = \frac{a}{a} \longleftarrow \boxed{\text{O mesmo que.}}$$

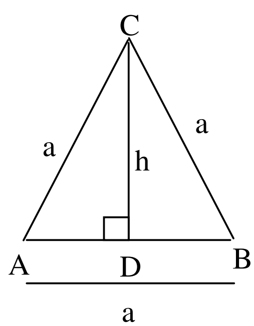
$$cotg\,45^{\circ} = \frac{\cancel{a}^{1}}{\cancel{a}^{1}}$$

$$cotg\,45^{\circ} = 1$$

Razões Trigonométricas de 30º e 60º

Para os casos de 30º e 60º. Consideremos a figura que se segue.

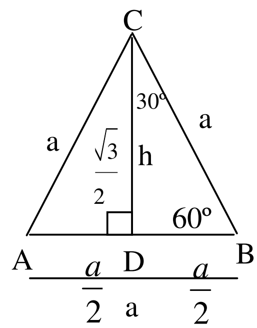
Partiremos do triângulo equilátero $\Delta\left[ABC\right]$, segundo mostra a figura a seguir.



Como sabemos num triângulo equilátero todos os lados são iguais. O que significa: $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC} = a$.

Considerendo o mesmo triângulo $\left[ABC\right]$, tracemos a altura do triângulo relativa ao lado $\left[AB\right]$, a qual divide o triângulo em dois triângulos rectângulos, $\left[ADC\right]$ e $\left[DBC\right]$.

Sendo **a** a medida de cada um dos lados do triângulo $\left[ABC\right]$ e aplicando o Teorema de Pitãgoras ao $\Delta\left[BCD\right]$, assim temos como na figura que segue:



$$\overline{BC}^2 = \overline{DB}^2 + \overline{DC}^2$$

$$a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$$

$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{4a^2}{4} - \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3a^2}{4}$$

Dados:

$$\overline{BC} = a$$

$$\overline{DC} = h$$

$$\overline{DB} = \frac{a}{2}$$

Caro aluno, deste modo podemos escrever as razões trigonométricas dos ângulos de 30º e 60º.

Exemplo 1

Para escrever a razão sen60º, a partir do triânagulo $[DBC]$ teremos:

$$sen\measuredangle B = \frac{\overline{DC}}{\overline{BC}}$$

$$sen60º = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a}$$

$$sen60º = \frac{\cancel{a}\sqrt{3}}{2} \bullet \frac{1}{\cancel{a}}$$

$$sen60º = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Dadaos:

$$\overline{DC} = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\overline{BC} = a$$

$$\measuredangle B = 60º$$

E para cos60º, seguiremos o processo semelhante ao do caso anterior do seno de 60º.

$$\cos\measuredangle B = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$$

Dados:

$\overline{BD} = \dfrac{a}{2}$

$\overline{BC} = a$

$\measuredangle B = 60º$

$$\cos 60º = \frac{\frac{a}{2}}{a}$$ ← Substituindo os dados.

$$\cos 60º = \frac{\cancel{a}}{2} \bullet \frac{1}{\cancel{a}}$$

$$\cos 60º = \frac{1}{2}$$

De igual modo teremos:

$$tg\measuredangle B = \frac{\overline{DC}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow tg\,60º = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}}$$

$$\Leftrightarrow tg\,60º = \frac{\cancel{a}\sqrt{3}}{\cancel{2}} \bullet \frac{\cancel{2}}{\cancel{a}}$$

$$\Leftrightarrow tg\,60º = \sqrt{3}$$

Assim como para cotangente do ângulo B. Que serão pela dedução:

$$cotg\measuredangle B = \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \Leftrightarrow cotg\,60º = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}$$ ← Substituindo os dados.

$$\Leftrightarrow cotg\,60º = \frac{\cancel{a}}{\cancel{2}} \bullet \frac{\cancel{2}}{\cancel{a}\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow cotg\,60º = \frac{1}{\sqrt{3}}$$ ← Pela racionalização do denominador teremos.

$$\Leftrightarrow cotg\,60º = \frac{1 \bullet \sqrt{3}}{\sqrt{3} \bullet \sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow cotg\,60º = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Caro aluno, tome nota

Como os ângulos de 30º e 60º são complementares, então:

$sen30º = \cos 60º = \frac{1}{2}$ $\cos 30º = sen60º = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$tg30º = \cot g60º = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\cot g30º = tg60º = \sqrt{3}$

Resumindo numa tabela, temos.

α	**30º**	**45º**	**60º**
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
cotg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Exemplo

Sabendo que $sen30º = \frac{1}{2}$ e $\cos 30º = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Como determinar o valor da expressão: $sen30º + 2\cos 60º - \frac{1}{2} sen60º$.

Para tal temos que substituir em cada valor do ângulo pelo respectivo valor, assim temos: $sen30º + 2\cos 60º - \frac{1}{2} sen60º \Leftrightarrow \frac{1}{2} + 2 \bullet \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \bullet \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{\underset{(2)}{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\underset{(1)}{4}} \Leftrightarrow \frac{6 - \sqrt{3}}{4}$$

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações vedadeiras e justitifique-as.

Sabe-se que $sen30º=\frac{1}{2}$ e $\cos 30º=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

a) $sen60º \bullet \cos 30º + sen30º \bullet \cos 60º = \frac{1}{2}$ ☑

b) $sen60º \bullet \cos 30º + sen30º \bullet \cos 60º = 1$ ☐

c) $\frac{\cos 60º}{sen30º} - \frac{sen60º}{\cos 30º} = 0$ ☐

d) $\frac{\cos 60º}{sen30º} - \frac{sen60º}{\cos 30º} = 2$ ☐

e) $\cos 30º \bullet \cos 60º - sen^2 30º \bullet sen60º = \sqrt{3}$ ☐

f) $\cos 30º \bullet \cos 60º - sen^2 30º \bullet sen60º = \frac{\sqrt{3}}{8}$ ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e justifique-as. E um **F** as falsas. Em relação às medidas dos elementos do triângulo ilustrado. Sabendo que $tg\,60º=\sqrt{3}$ e $cotg\,60º=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

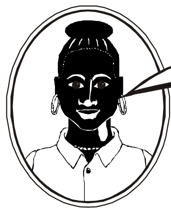
V/F

a) $tg\,60º \bullet \cot g\,60º - tg^2 30º = \frac{2}{3}$. ☐

b) $tg\,60º \bullet \cot g\,60º - tg^2 30º = \frac{3}{2}$. ☐

c) $\cot g\,30º + tg\,30º - \frac{tg\,60º \bullet \cot g\,30º}{3} = 4\sqrt{3}$. ☐

d) $\cot g\,30º + tg\,30º - \frac{tg\,60º \bullet \cot g\,30º}{3} = \frac{4\sqrt{3}-3}{3}$. ☐



Caro aluno, depois de ter realizado toda a acatividade proposta, compare as suas soluções com a chave de correcção que se segue, em casos de não ter conseguido em algum exercício; volte a reler o texto e resolver a mesma actividade.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b) $sen60º \bullet \cos 30º + sen30º \bullet \cos 60º = 1$. Porque substituindo com os valores de $sen30º = \frac{1}{2}$ e $\cos 30º = \frac{\sqrt{3}}{2}$, tem-se:

$$sen60º \bullet \cos 30º + sen30º \bullet \cos 60º \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \bullet \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \bullet \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{4} = \mathbf{1}$$

c) $\frac{\cos 60º}{sen30º} - \frac{sen60º}{\cos 30º} = 0$. Porque: $\frac{\cos 60º}{sen30º} - \frac{sen60º}{\cos 30º} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} - \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} : \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 1 - 1 = 0$$

f) $\cos 30° \bullet \cos 60° - sen^2 30° \bullet sen 60° = \frac{\sqrt{3}}{8}$ ✓Porque substituindo os dados temos:

$$\cos 30° \bullet \cos 60° - sen^2 30° \bullet sen 60° \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \bullet \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \bullet \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underset{(2)}{\frac{\sqrt{3}}{4}} - \underset{(1)}{\frac{\sqrt{3}}{8}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{3}}{8} - \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{8}$$

2. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V

a) $tg 60° \bullet \cot g 60° - tg^2 30° = \frac{2}{3}$. Porque substituindo os valores

$sen 30° = \frac{1}{2}$ e

$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Tem-se:

$$tg 60° \bullet \cot g 60° - tg^2 30° = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \sqrt{3} \bullet \frac{\sqrt{3}}{3} - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \underset{(3)}{\frac{3}{3}} - \underset{(1)}{\frac{3}{9}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{9} - \frac{3}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{6}^2}{\cancel{9}^3} = \frac{2}{3}$$

d) $\cot g30^\circ + tg30^\circ - \dfrac{tg60^\circ \bullet \cot g30^\circ}{3} = \dfrac{4\sqrt{3}-3}{3}$. Vdepois de substituir os valores

temos: $\cot g30^\circ + tg30^\circ - \dfrac{tg60^\circ \bullet \cot g30^\circ}{3} \Leftrightarrow \sqrt{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{3} - \dfrac{\sqrt{3} \bullet \sqrt{3}}{3}$

$$\Leftrightarrow \underset{(3)}{\frac{\sqrt{3}}{1}} + \underset{(1)}{\frac{\sqrt{3}}{3}} - \underset{(1)}{\frac{3}{3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4\sqrt{3}-3}{3}$$

Caro aluno, depois de ter conferido as suas soluções com a chave de correcção da actividade realize os exercícios que se seguem como forma de consolidar os seus conhecimentos.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e justifique-as. E um **F** as falsas. Em relação aos valores de cada expressão.

V/F

a) $tg30^\circ \bullet \cot g30^\circ - tg60^\circ \bullet \cot g60^\circ = 0$. ☐

b) $tg30^\circ \bullet \cot g30^\circ - tg60^\circ \bullet \cot g60^\circ = 1$. ☐

c) $\dfrac{\cot 60^\circ}{tg30^\circ} + \dfrac{tg60^\circ}{\cot g60^\circ} - \cot g^2 30^\circ = 2$ ☐

d) $\dfrac{\cot 60^\circ}{tg30^\circ} + \dfrac{tg60^\circ}{\cot g60^\circ} - \cot g^2 30^\circ = 1$. ☐

2. Calcule o valor de cada uma das expressões.

a) $\sqrt{18}sen45º + 0,5tg45º - \dfrac{\cos 60º}{\sqrt{3}}$

b) $\dfrac{\cos 60º + sen30º}{\cot g30º}$

c) $\cos^2 45º - 3sen30º + \dfrac{1}{2}\cot g45º$

3. Complete com sinal >, < ou = as seguintes expressões. E justifique as suas opções.

a) sen30º ____sen60º

b) cos60º ____cos30º

c) sen45º ____cos45º

d) tg30º _____cot60º

e) tg45º _____sen30º

f) cotg30º____cos30º

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)**V

a) $tg30º \bullet \cot g30º - tg60º \bullet \cot g60º = 0$. Porque depois de substituir os valores da tg60º e cotg60º; já conhecidos mentalmente ou consultanto no quadro fornecido na explicação dada no exemplo acima. Tem-se:

$$tg30^\circ \bullet \cot g30^\circ - tg60^\circ \bullet \cot g60^\circ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} \bullet \sqrt{3} - \sqrt{3} \bullet \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{3} - \frac{3}{3}$$

$$\Leftrightarrow 0$$

d) O mesmo procedimento que na alínea anterior.

$$\frac{\cot 60^\circ}{tg30^\circ} + \frac{tg60^\circ}{\cot g60^\circ} - \cot g^2 30^\circ \Leftrightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} - \left(\sqrt{3}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{\cancel{3}}}{\cancel{3}} \bullet \frac{\cancel{3}}{\sqrt{\cancel{3}}} + \sqrt{\cancel{3}} \bullet \frac{3}{\sqrt{\cancel{3}}} - 3$$

$$\Leftrightarrow 1 + 3 - 3$$

$$\Leftrightarrow 1$$

2. a) $\sqrt{18}sen45^\circ + 0,5tg45^\circ - \dfrac{\cos 60^\circ}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \sqrt{18} \bullet \dfrac{\sqrt{2}}{2} + 0,5 \bullet 1 - \dfrac{\frac{1}{2}}{\sqrt{3}}$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{36}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \bullet \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

b) $\dfrac{\cos 60^\circ + sen30^\circ}{\cot g30^\circ} \Leftrightarrow \dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ← Pela racionalização do denominador.

c) $\cos^2 45^\circ - 3sen30^\circ + \dfrac{1}{2}\cot g45^\circ \Leftrightarrow \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3\bullet\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\bullet\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow -\dfrac{2}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}-2}{2}$

3.

a) sen30º **<** sen60º. Porque consultando na tabela temos: sen30º = 0,5 e sen60º = 0,8660.

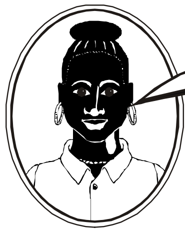
b) cos60º **<** cos30º. Porque na tabela temos: cos60º = 0,5 e cos30º = 0,8660.

c) sen45º = cos45º. Porque consultando na tabela temos: sen45º = 0,7071 e cos45º = 0,7071.

d) tg30º = cotg60º. Porque consultando na tabela temos: tg30º = 0,5774 e cotg60º = 0,5774.

e) tg45º > sen30º. Porque consultando na tabela temos: tg45º = 1 e sen30º = 0,5.

f) cotg30º > cos30º. Porque consultando na tabela temos: cotg30º = 1,7321 e cos30º = 0,8660.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- ➲ Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- ➲ Ambos querem ter relações sexuais?
- ➲ Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

A Cólera

A **cólera** é uma doença que provoca muita **diarreia, vómitos e dores de estômago**. Ela é causada por um micróbio chamado vibrião colérico. Esta doença ainda existe em Moçambique e é a causa de muitas mortes no nosso País.

Como se manifesta?

O **sinal mais importante** da cólera é uma **diarreia** onde as fezes se parecem com água de arroz. Esta diarreia é frequentemente acompanhada de dores de estômago e vómitos.

Pode-se apanhar cólera se:

- Beber água contaminada.
- Comer alimentos contaminados pela água ou pelas mãos sujas de doentes com cólera.
- Tiver contacto com moscas que podem transportar os vibriões coléricos apanhados nas fezes de pessoas doentes.
- Utilizar latrinas mal-conservadas.
- Não cumprir com as regras de higiene pessoal.

Como evitar a cólera?

- Tomar banho todos os dias com água limpa e sabão.
- Lavar a roupa com água e sabão e secá-la ao sol.
- Lavar as mãos antes de comer qualquer alimento.
- Lavar as mãos depois de usar a latrina.
- Lavar os alimentos antes de os preparar.
- Lavar as mãos depois de trocar a fralda do bébé.
- Lavar as mãos depois de pegar em lixo.
- Manter a casa sempre limpa e asseada todos os dias.
- Usar água limpa para beber, fervida ou tratada com lixívia ou javel.
- Não tomar banho nos charcos, nas valas de drenagem ou água dos esgotos.

8 Exercícios de Aplicação

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Usar razões trigonométricas de ângulos agudos;
- Usar razões trigonométricas de ângulos especiais para resolução de exercícios e problemas;
- Usar tabelas trigonométricas na resolução de problemas.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis, transferidor e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 8ª lição do décimo módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a usar as razões trigonométricas de ângulo agudos, especiais e tabelas trigonométricas.

Nesta lição, terá oportunidade de rever o teorema de pitágoras, resolver problemas envolvendo ângulos especiais.

Caro aluno, em caso de algumas dúvidas pode consultar o módulo 7 da 9ª classe; sobre o teorema de Pitágoras, que poderá lhe ajudar a compreender algumas explicações e deduções.

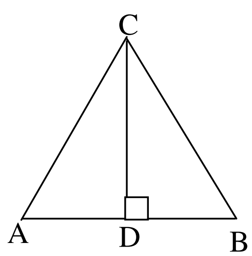
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, para melhor interiorização dos conhecimentos estudados neste módulo vai em primeiro lugar recordar algumas definições e fórmulas através da resolução de alguns exercícios como forma de rever os mesmo conhecimentos ; para depois realizar alguns exercícios como forma de consolidar os mesmos.

Exemplo 1

Seja o triângulo $[ABC]$ equilátero com 6 cm de lado e $\overline{CD}$ uma das alturas.Segundo ilustra a figura. Como determinar.



a) A medida do ângulo A.

b) A medida do lado $\overline{CD}$.

c) A medida do ângulo ACB.

- Respondendo à primeira questão teremos:

Porque no enunciado já se disse que se trata de um triângulo equilátero, e triângulo com esta classificação é porque tem todos os lados iguais.

Assim:

Vamos considerar o triângulo $[ADC]$.

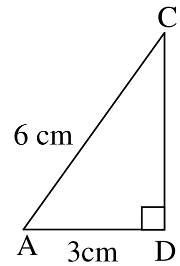
Esboçando a nova situação, temos:

Dados:

$$\overline{AD}=\frac{\overline{AB}}{2}=\frac{6cm}{2}=3cm$$

$$\overline{AC}=6cm$$

$$\measuredangle A= ?$$



E pelos dados de que nos dispomos, podemos usar a razão trigonométrica cosseno do ângulo A.

$$\cos A = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} \Rightarrow \cos A = \frac{3\cancel{cm}}{6\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \cos A = 0,5$$

Consultando na tabela, encontramos $\measuredangle A = 60^{\circ}$. E esta é a resposta á primeira questão.

Indo para a segunda pergunta, onde se: “A medida do lado $\overline{CD}$ não é conhecida“. Porque apenas conhecemos as medidas de $\overline{AD}$ e $\overline{AC}$. Usaremos o Teorema de Pitágoras.

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2$$

$$\overline{DC}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{AD}^2$$

$$\overline{DC}^2 = 36\,cm^2 - 9\,cm^2$$

$$\overline{DC}^2 = 27\,cm^2$$

$$\overline{DC} = \sqrt{27\,cm^2}$$

$$\overline{DC} \approx 5,2\,cm$$

Dados:

$\overline{AC} = 6\,cm$

$\overline{AD} = 3\,cm$

$\overline{DC} = ?$

Em relação á última questão, em relação à determinação da medida do ângulo ACB.

Primeiro temos que determinar a medida do ângulo ACD.

$\measuredangle A + \measuredangle ACD = 90^{\circ}$ - Porque são ângulos cpmplementares.

Então:

$$60^{\circ} + \measuredangle ACD = 90^{\circ}$$

$$\measuredangle ACD = 90^{\circ} - 60^{\circ}$$

$$\measuredangle ACD = 30^{\circ}$$

$\boxed{\text{Porque: } \measuredangle ACD = \measuredangle DCB}$

Logo: $\measuredangle ACB = 2\measuredangle ACD$

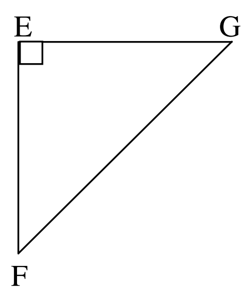
$\measuredangle ACB = 2 \bullet 30^{\circ}$

$\measuredangle ACB = 60^{\circ}$

Caro aluno, de certeza que lemborou-se de alguns procedimentos que se usam para a determinação de alguns elementos de triângulos rectângulos. Agora passe a resolver os exercícios que se seguem como forma de exercitação dos conhecimentos aquiridos nas lições anteriores.

EXERCÍCIOS

1. Considere o triângulo $[EFG]$ rectângulo e isósceles, sabe-se que $\overline{EG} = 1cm$. Conforme a figura a baixo. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras e justifique a sua opção.



a) $\overline{EF}$ mede 1 cm.

b) $\overline{EF}$ mede $\sqrt{2}$.

c) $\measuredangle EFG$ mede 60º.

d) $\measuredangle EFG$ mede 45º.

e) $\overline{FG}$ mede aproximadamente $1{,}4\,cm$.

f) $\overline{FG}$ mede aproximadamente 2 cm.

2. Sabendo que $cos\alpha = 0,6$. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justitfique-as. E um **F** as falsas.

V/F

a) $sen\alpha = 0,7$. ☐

b) $sen\alpha = 0,8$. ☐

c) $\alpha = 53º12´$. ☐

d) $\alpha = 36º48´$ ☐

3. Sabendo que $\cos\beta = \frac{\sqrt{6}}{5}$. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. E justifique as suas opções.

✓

a) $sen\beta = 0,88$. ☐

b) $sen\beta = 0,5$ ☐

c) $\beta = 61º42´$ ☐

d) $\beta = 41º42´$ ☐

e) $\overline{BC}$ mede aproximadamente 3,3 cm. ☐

f) $\overline{BC}$ mede aproximadamente 4,4 cm. ☐

4. Sabendo que $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $sen 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cot g 30^\circ = \sqrt{3}$, cotg45º = 1 e $sen 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justificando as suas opções. E um **F** as falsas. Em relação ao valor das expressões trigonométricas.

V/F

a) $\frac{\cos 60^\circ + sen 30^\circ}{\cot g 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. ☐

b) $\frac{\cos 60^\circ + sen 30^\circ}{\cot g 30^\circ} = \sqrt{3}$. ☐

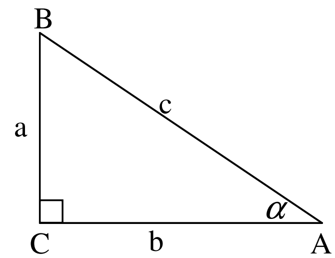
c) $\frac{2 \bullet sen 45^\circ}{3 \cos 60^\circ} = 2\sqrt{2}$. ☐

d) $\frac{2 \bullet sen 45^\circ}{3 \cos 60^\circ} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. ☐

e) $\cos^2 45^\circ - 3 sen 30^\circ + \frac{1}{2} \cot g 45^\circ = -\frac{1}{2}$. ☐

f) $\cos^2 45^\circ - 3 sen 30^\circ + \frac{1}{2} \cot g 45^\circ = \frac{1}{2}$. ☐

5. Considere a figura que se segue, tomando em conta que $tg\alpha = \frac{3}{4}$ e determine.

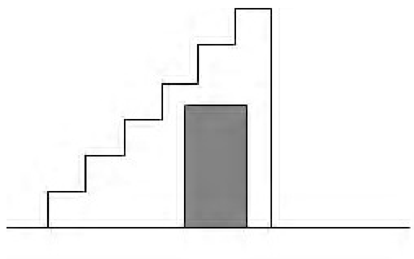


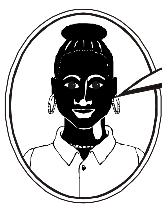
a) $sen\alpha$

b) $\cos\alpha$

c) $\cot g\alpha$

6. Num estádio de futebol pretende-se construir uma bancada lateral cuja inclinação com a horizontal seja de 30º, dados os limites do terreno disponível, e que tenha 20 metros de fundo, , como ilustra a figura. Determine a altura máxima da bancada.





Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios propostos compare as suas soluções com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) ✓ **d)** ✓ **e)** ✓

a) $\overline{EF}$ mede 1 cm. Porque no enunciado já se refere que se trata de um triângulo rectângulo **isósceles** (se é isósceles é porque tem dois lados iguais). Logo, porque $\overline{EG} = 1cm$ pelos dados. Então mede 1 e não pode ser , por se tratar de hipotenusa.

d) $\measuredangle EFG$ mede 45º. Porque já conhecemos as medidas dos catetos do triângulo. E pela razão trigonométrica tangente, pode se determinar a medida do ângulo EFG.

Assim temos:

$$tg\measuredangle EFG = \frac{\overline{EG}}{\overline{EF}} \Leftrightarrow tg\measuredangle EFG = \frac{1\cancel{cm}}{1\cancel{cm}}$$

$$\Leftrightarrow tg\measuredangle EFG = 1$$

Dados:

$\overline{EG} = \overline{EF} = 1cm$

$\measuredangle EFG = ?$

Consultando na tabela , coresponde a 45º.

Por outro lado como foi dito que se trata de um triângulo rectânagulo e isósceles; (se é isósceles é porque tem dois lados iguais e por consequência tem dois ângulos iguais; e porque é rectângulo logo, os ângulos iguais são os agudos).

Então os ângulos F e G, são complementares.

Assim: $\measuredangle F + \measuredangle G = 90º$ $\qquad \measuredangle F = \measuredangle G$

$$\measuredangle F + \measuredangle F = 90º$$

$$2\measuredangle F = 90º$$

$$\measuredangle F = \frac{90º}{2}$$

$$\measuredangle F = 45º$$

Logo: A resposta é $\measuredangle EFG$ mede 45º.

e) $\overline{FG}$ mede aproximadamente $1,4\,cm$. Porque pelo Teorema de Pitágoras, tem-se:

$$\overline{FG}^2 = \overline{EF}^2 + \overline{EG}^2$$

$$\overline{FG}^2 = (1cm)^2 + (1cm)^2$$

$$\overline{FG}^2 = 1cm^2 + 1cm^2$$

$$\overline{FG}^2 = 2\,cm^2$$

$$\overline{FG} = \sqrt{2}\,cm$$

$$\overline{FG} \approx 1,4\,cm$$

Dados:

$\overline{EG} = \overline{EF} = 1cm$

$\overline{FG} = ?$

Resposta: mede aproximadamente .

2. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F

b) $sen\alpha = 0,8$. Porque pela fórmula fundamental da trigonometria temos:

$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$sen^2\alpha + (0,6)^2 = 1$

$sen^2\alpha = 1 - 0,36$

$sen\alpha > 0$

$sen^2\alpha = 0,64$

$sen\alpha = \pm\sqrt{0,64}$

$sen\alpha = 0,8$

Dados:

$\cos\alpha = 0,6$

$sen\alpha = ?$

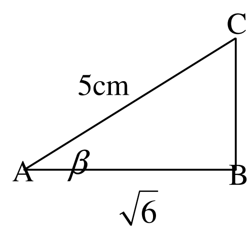
$sen\alpha > 0$ Porque é razão entre as medidas de dois lados.

Portantanto a nossa opção é verdadeira.

c) $\alpha = 53º12´$. V Porque consultando na tabela de seno, o valor de $sen\alpha = 0,8$, encotraremos que . Ou na tabela cosseno, o valor ; o ângulo correspondente mede .

3. a).✓ **c)** ✓ **f)** ✓

Caro aluno, preste atenção: Para facilidade da interpretação e resolução da questão, convém esboçar o triângulo em primeiro lugar. Deste modo:



a) $sen\beta = 0,88$.✓Caro aluno, para confirmar a veracidade desta afirmação deve resolver a alínea **f)**; isto é, determinar a medida do lado $\overline{BC}$. Assim, depois usando a razão trigonométrica $sen\beta$:

$$sen\beta = \frac{cat.opost.}{hipoten.} \Leftrightarrow sen\beta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow sen\beta = \frac{4,4\cancel{cm}}{5\cancel{cm}}$$

$$\Leftrightarrow sen\beta = 0,88$$

Dados:

$\overline{BC} = 4,4cm$

$\overline{AC} = 5cm$

$sen\beta = ?$

Como pode ver, caro aluno, provou deste modo a veracidade da sua escolha.

c) $\beta = 61^\circ 42'$. Consultando na tabela o valor de $sen\beta$, encontramos o valor a medida do ângulo escolhido.

f) $\overline{BC}$ mede aproximadamente 4,4 cm. ✓Porque pelo Teorema Pitágoras, temos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow (5cm)^2 = \left(\sqrt{6cm}\right)^2 + \overline{BC}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 25\,cm^2 - 6cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{19\,cm^2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} \approx 4,4\,cm$$

4. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F

a) $\dfrac{\cos 60^\circ + sen30^\circ}{\cot g30^\circ} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.Porque substituindo os valores das razões trigonométricas dadas, teremos:

$$\frac{\cos 60^\circ + sen30^\circ}{\cot g30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{2}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

d) $\dfrac{2 \bullet sen45^\circ}{3\cos 60^\circ} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. Da mesma maneira como na alínea anterior,

substituindo os dados: $\dfrac{2 \bullet sen45^\circ}{3\cos 60^\circ} = \dfrac{\cancel{2} \bullet \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}}{3 \bullet \frac{1}{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\frac{3}{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

e) $\cos^2 45^\circ - 3sen30^\circ + \frac{1}{2}\cot g45^\circ = -\frac{1}{2}$. Substituindo os dados fica:

$$\cos^2 45^\circ - 3sen30^\circ + \frac{1}{2}\cot g45^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3\bullet\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\bullet 1$$

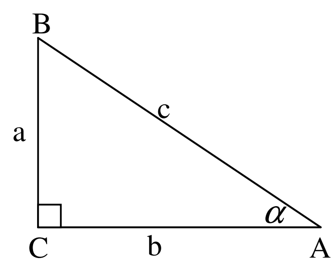
$$= \frac{2}{4} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{4}^2} - \frac{2}{2}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{2}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}$$

5. Considere a figura que se segue, tomando em conta que $tg\alpha = \frac{3}{4}$ e determine.



a) Para a resolução desta questão $sen\alpha$, temos que usar a relação trigonométrica tangente, deste modo temos: $tg\alpha = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha}$, e porque sabemos que $tg\alpha = \frac{3}{4}$. Vamos estabelecer uma igualdade:

$$\frac{3}{4} = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha} \Leftrightarrow 4sen\alpha = 3\cos\alpha$$

Pela regra três sismples.

$$\Leftrightarrow sen\alpha = \frac{3}{4}\cos\alpha$$

Pela lei fundamental da trigonometria, substituiremos a expressão acima:

$$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\cos\alpha\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{16}\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{9}{16}+1\right)\cos^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{25}{16}\cos^2\alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{16}{25}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = \pm\sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{4}{5}$$

Caro aluno, tome nota:

$-\frac{4}{5}$, não é solução.

Porque é um valor negativo.

Logo: $sen\alpha = \frac{3}{4}\cos\alpha \Leftrightarrow sen\alpha = \frac{3}{\cancel{4}} \bullet \frac{\cancel{4}}{5}$

$$\Leftrightarrow sen\alpha = \frac{3}{5}$$

b) Caro aluno, pensamos que notou que ao determinar o valor $sen\alpha$, teve que determinar em primeiro lugar o $\cos\alpha$. Daí que a questão já tem a solução que é: $\cos^2\alpha = \frac{4}{5}$.

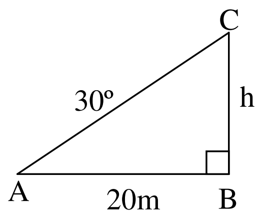
c) Para determinar o valor de $\cot g\alpha$, temos que recorrer a razão $\cot\alpha = \frac{1}{tg\alpha}$.

Substituindo pelo valor da tangente fica: $\cot\alpha = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$

Resposta: $\cot g\alpha = \frac{4}{3}$

6.

Para resolver este problema é necessário fazer o esboço, sendo assim temos:



Dados:

$\overline{AB} = 20m$

$\measuredangle A = 30º$

$\overline{BC} = h = ?$

Em seguida, vamos estabelecer a razão capaz de nos ajudar na determinação da altura máxima da bancada. Neste caso será a razão tangentedo ângulo A.

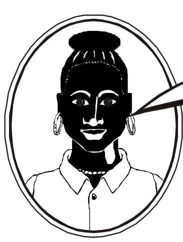
$$tg\measuredangle A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow tg30º = \frac{h}{20}$$ ← Substituindo os dados.

$$\Leftrightarrow 0,5754 = \frac{h}{20}$$ ← Consultando na tabela a tangente de 30º.

$$\Leftrightarrow h \approx 20m \bullet 0,5774$$

$$\Leftrightarrow h \approx 11,55m$$

Resposta: A altura máxima da bancada pode ser aproximadamente 11,55 metros.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual**, vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente, estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos;
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus;
- Ardor ao urinar;
- Feridas nos órgãos sexuais.

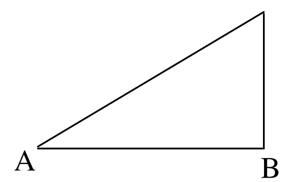
Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis;
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais;
- Ardor ao urinar.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Considere a figura que se segue. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. Em relação aos elementos de um triângulo rectângulo.



✓

a) O cateto oposto ao ângulo A é $\overline{AB}$. ☐

b) O cateto oposto ao ângulo C é $\overline{CB}$. ☐

c) O ângulo oposto ao lado $\overline{AB}$ é $\measuredangle C$. ☐

d) O ângulo oposto ao lado $\overline{AB}$ é $\measuredangle B$. ☐

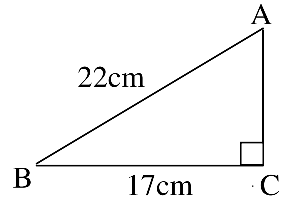
e) O cateto adjacente ao ângulo A é $\overline{AB}$. ☐

f) O cateto adjacente ao ângulo A é $\overline{BC}$. ☐

g) O cateto adjacente ao ângulo C é $\overline{BC}$. ☐

h) O cateto adjacente ao ângulo C é $\overline{AB}$. ☐

2. Considere a figura que se segue. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras, justifique-as. Em relação ao valor de um cateto, seno e cosseno.



✓

a) O cateto $\overline{AC}$ mede 15 cm. ☐

b) O cateto $\overline{AC}$ mede aproximadamente 14 cm. ☐

c) O seno do $\measuredangle$ B é 0,6363. ☐

d) O seno do $\measuredangle$ B é 0,5. ☐

e) O seno do $\measuredangle$ A é igual 0,8. ☐

f) O seno do $\measuredangle$ A é igual a 0,7727. ☐

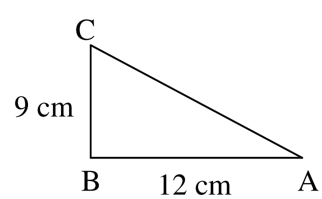
g) O cosseno do $\measuredangle$ B é igual a 0,7727 ☐

h) O cosseno do $\measuredangle$ B é igual a 0,6666. ☐

i) O cosseno do $\measuredangle$ A é igual a 0,6363. ☐

j) O cosseno do $\measuredangle$ A é igual a 0,045. ☐

3. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. Sabendo que o triângulo $[ABC]$ rectângulo em B, como ilustra a figura. Com as medidas $\overline{AB} = 12\,cm$ e $\overline{BC} = 9\,cm$.



a) $senA=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

b) $senA=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

c) $senC=\frac{\overline{BA}}{\overline{AC}}$

d) $senC=\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}}$

e) $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

f) $cosA=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

g) $cosC=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

h) $cosC=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

4. Com apoio da tabela das razões trigonométricas. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justifique-as e um **F** as falsas.

V/F

a) $sen75° - cos80° = 0,7923$

b) $sen75° - cos80° = 0,1736$

c) $tg42° \bullet cos42° = 0,60908774$

d) $tg42° \bullet cos42° = 0,66908724$

e) $sen37° + cos37° - tg37° = 0,6468$

f) $sen37° + cos37° - tg37° = 0,06468$

5. Considerando que cos(41º 30´) = 0,7489. Determine o ângulo cujo o seno é 0,7489.

6. Sendo β um ângulo agudo e $cos\beta = \frac{5}{13}$. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira e justifique a sua opção.

a) $sen\beta = \frac{13}{12}$ ✓☐

b) $sen\beta = \frac{12}{13}$ ☐

c) $tg\beta = \frac{12}{5}$ ☐

d) $tg\beta = \frac{5}{12}$ ☐

7. Considere um triângulo rectângulo, em que um ângulo mede 47º de amplitude e o cateto oposto 17 cm de comprimento. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justifique-as. E um **F** as falsas.

	V/F
a) $\measuredangle C$ mede 43º.	☐
b) $\measuredangle C$ mede 50º.	☐
c) $\overline{AB}$ mede aproximadamente 15,9 cm.	☐
d) $\overline{AB}$ mede aproximadamente 20 cm.	☐
e) $\overline{AC}$ mede aproximadamente 23,2 cm.	☐
f) $\overline{AB}$ mede aproximadamente 16cm.	☐

8. Complete a tabela que se sgue.

α		**45º**	**60º**
sen	$\frac{1}{2}$		
	$\frac{\sqrt{3}}{2}$		$\frac{1}{2}$
Tg		1	$\sqrt{3}$
	$\sqrt{3}$	1	

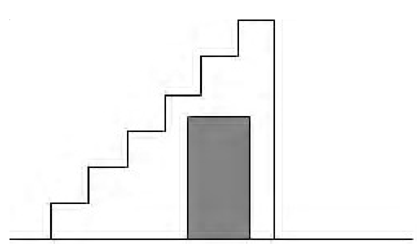
9. Calcule o valor de cada uma das expressões.

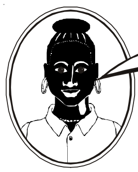
a) $\sqrt{18}sen45^{o}+0,5tg\,45^{o}-\dfrac{\cos 60^{o}}{\sqrt{3}}$

b) $\dfrac{\cos 60^{o}+sen30^{o}}{\cot g\,30^{o}}$

c) $\cos^{2}45^{o}-3sen30^{o}+\dfrac{1}{2}\cot g\,45^{o}$

10. Num estádio de futebol pretende-se construir uma bancada lateral cuja inclinação com a horizontal seja de 30º, dados os limites do terreno disponível, e que tenha 20 metros de fundo, como ilustra a figura. Determine a altura máxima da bancada.

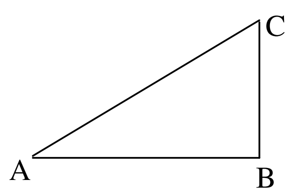




Caro aluno, depois de ter realizado toda actividade compare as suas respostas com a chave de correcção.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.



b) O cateto oposto ao ângulo C é $\overline{CB}$.

c) O ângulo oposto ao lado $\overline{AB}$ é $\measuredangle C$.

e) O cateto adjacente ao ângulo A é $\overline{AB}$.

g) O cateto adjacente ao ângulo C é $\overline{BC}$.

2.

b) O cateto $\overline{AC}$ mede aproximadamente 14 cm. Pelo Teorema de Pitágoras teremos.

Dados:

$\overline{AB} = cm$

$\overline{BC} = 17\,cm$

$\overline{AC} = ?$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$$

$$(22\,cm)^2 = (17\,cm)^2 + \overline{AC}^2$$

$$\overline{AC}^2 = 484\,cm^2 - 289\,cm^2$$

$$\overline{AC}^2 = 195\,cm^2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{195\,cm^2}$$

$$\overline{AC} \approx 14\,cm$$

c) O seno do $\measuredangle$ B é 0,6363. Pela relação de seno, fica.

$$sen\,B = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Rightarrow sen\,B = \frac{14\,\cancel{cm}}{22\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow sen\,B = 0,6363$$

f) O seno do $\measuredangle$ A é igual a 0,7727. Pela relação de seno, fica.

$$sen\,A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \cos B = \frac{17\,\cancel{cm}}{22\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow \cos B = 0,7727$$

g) O cosseno do $\measuredangle$ B é igual a 0,7727. Pela relação de cosseno, temos. $cos\,B = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow sen\,A = \frac{17\,\cancel{cm}}{22\,\cancel{cm}}$

$$\Rightarrow sen\,A = 0,7727$$

i) O cosseno do $\measuredangle$ A é igual a 0,6363. Pela relação de cosseno, temos.

$$\cos A = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \cos A = \frac{14\,\cancel{cm}}{22\,\cancel{cm}}$$

$$\Rightarrow cos\,A = 0,6363$$

3.

a) $senA = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

c) $senC = \frac{\overline{BA}}{\overline{AC}}$

e) $\cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

g) $cosC = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

4. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F

5. O ângulo cujo seno é 0,7489 será o seu complementar.
Consultando na tabela temos, $senx = 0,7489$

$x = 48°30'$ O que significa que pelos cálculos:
90º - 41º 30´ = 48º 30´.

$$\begin{array}{r} 89° \ 60' \\ \cancel{90}° \\ \underline{-41°30'} \\ 48°30' \end{array}$$

6. b) $sen\beta = \dfrac{12}{13}$. Porque pela fórmula fundamental de trigonometria:

$$sen^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Rightarrow sen^2\beta + \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1$$

Substituindo o valor de $cos\beta = \dfrac{5}{13}$ na formula.

$$\Rightarrow sen^2\beta = 1 - \frac{25}{169}$$

$$\Rightarrow sen\beta = \sqrt{\frac{144}{169}}$$

$$\Rightarrow sen\beta = \frac{12}{13}$$

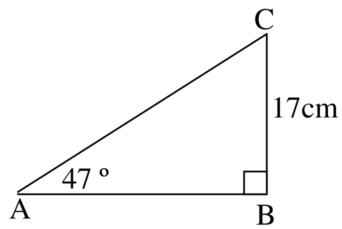
c) $tg\beta = \dfrac{12}{5}$. Porque sabemos que $tg\beta = \dfrac{sen\beta}{cos\beta}$. Assim substituindo nesta razão trigonométrica os valores de $cos\beta = \dfrac{5}{13}$ e $sen\beta = \dfrac{12}{13}$.

$$tg\beta = \frac{sen\beta}{cos\beta} \Rightarrow tg\beta = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}}$$

$$\Rightarrow tg\beta = \frac{12}{\cancel{13}} \cdot \frac{\cancel{13}}{5} \Rightarrow tg\beta = \frac{12}{5}$$

7. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

Primeiro vamos esboçar o triângulo.



a) $\measuredangle C$ mede 43º. Porque $\widehat{C} = 90º - 47º$.

$$\widehat{C} = 43º$$

c) $\overline{AB}$ mede aproximadamente 15,9 cm. Porque pela razão tangente, teremos:

e) $\overline{AC}$ mede aproximadamente 23,2 cm.

α	**30º**	**45º**	**60º**
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
cotg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

9. a) $\sqrt{18}sen45º+0,5tg45º-\frac{\cos 60º}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \sqrt{18}\bullet\frac{\sqrt{2}}{2}+0,5\bullet 1-\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{36}}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\bullet\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \frac{6}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \frac{7}{2}-\frac{1}{2\sqrt{3}}$

b) $\frac{\cos 60º+sen30º}{\cot g30º} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} \leftarrow$ $\boxed{\text{Pela racionalização do denominador.}}$

c) $\cos^2 45º-3sen30º+\frac{1}{2}\cot g45º \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-3\bullet\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\bullet\sqrt{3}$

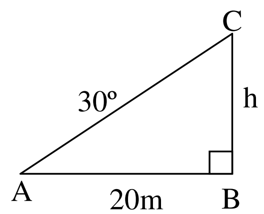
$\Leftrightarrow \frac{1}{2}-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow -\frac{2}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}-2}{2}$

10.

Para resolver este problema é necessário fazer o esboço, sendo assim temos:



Dados:

$\overline{AB} = 20\,m$

$\measuredangle A = 30^{\circ}$

$\overline{BC} = h = ?$

Em seguida, vamos estabelecer a razão trigonométrica capaz de nos ajudar na determinação da altura máxima da bancada. Neste caso será a razão tangente do ângulo A.

$$tg \measuredangle A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow tg\,30^{\circ} = \frac{h}{20}$$

Substituindo os dados.

$$\Leftrightarrow 0{,}5754 = \frac{h}{20}$$

Consultando na tabela a tangente de 30º.

$$\Leftrightarrow h \approx 20\,m \bullet 0{,}5774$$

$$\Leftrightarrow h \approx 11{,}55\,m$$

Resposta: A altura máxima da bancada pode ser aproximadamente 11,55 metros.

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 11

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)
1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 11

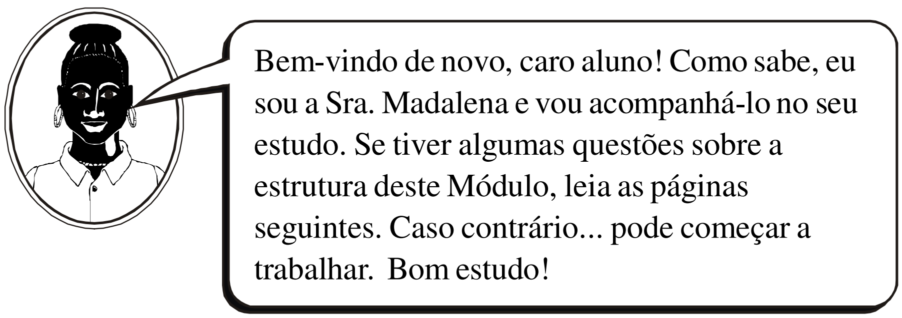
Elaborado por:
Alfredo Agostinho Gomes
Carlos Xavier Nhanguatava

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo do Módulo 11 de Matemática para a 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado o Módulo 10 que na sua generalidade, abrangiu a introdução do estudo da trigonometria, razões trigonométricas de ângulos especiais, definição de razões trigonométricas de um triângulo rectângulo, relacionar razões trigonométricas de ângulos complementares, resolução de triângulos e resolver exercícios relacionados com triângulos rectângulos. Neste Módulo 11 vai estudar, monómios, potência de monómios , monómios semelhantes, adição, subtração e multiplicação de monómios. Devendo ser capaz de identificar monómios, parte literal, e coeficiente. Indicar o grau do monómio, calcular a potência de um monómio, indicar monómios semelhantes e finalmente adicionar algebricamente e multiplicar os monómios.

Por outro lado aplicará regras de potenciação; de potências de expoente natural. E no final do Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.



1 Introdução ao Estudo de Monómios

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar um monómio
- Identificar o coeficiente e a parte literal dum monómio

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao módulo11do seu estudo da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha terminado o estudo do módulo anterior com sucesso. Como pode notar este é o décimo primeiro módulo de estudo da Matemática da 9ª classe. Fazemos votos que você redobre esforços para poder terminar o mais breve possível o estudo deste módulo.

Nesta lição, concretamente vamos introduzir o estudo de monómios. O nosso interesse é que ao terminar o estudo desta você seja capaz de identificar e caracterizar monómios, indicado as suas partes numérica (coeficiente) e literal.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, recorde se que uma potência é um produto de factores iguais. Neste caso , escrever b^2 é o mesmo que escrever $b\bullet b$.

Recordando as regras de potências, analize os seguintes exemplos:

Exemplo 1

Seja dado ab^2c^2 este produto é o mesmo que $a{\bullet}b^2{\bullet}c^2$ que por sua vez pode ser decomposto em factores, ou seja:

$$a{\bullet}b^2{\bullet}c^2 = a\bullet b\bullet b\bullet c\bullet c$$

Exemplo 2

Seja dado o segundo exemplo $\dfrac{a^3b^3c}{x^2y^2z^2}$ decompondo em factores

obtemos: $\dfrac{a^3b^2c}{x^2y^2z^2} = \dfrac{a\bullet a\bullet\ a\bullet\ b\bullet\ b\bullet c}{x\bullet\ x\bullet\ y\bullet\ y\bullet\ z\bullet z}$

Exemplo 3

Seja dado o terceiro exemplo $-\dfrac{3a^3b^2c}{4}$ decompondo em factores

obtemos: $-\dfrac{3a^3b^2c}{4} = -\dfrac{3\bullet a\bullet\ a\bullet a\bullet\ b\bullet c}{2{\bullet}2}$

Conclusão: Um produto de variáveis também pode ser escrito sem o sinal de multiplicação, ou seja:

$$a \bullet b^2 \bullet c^2 = ab^2c^2$$

$$\frac{a^3 \bullet b^2 \bullet c}{x^2 \bullet y^2 \bullet z^2} = \frac{a^3b^2c}{x^2y^2z^2}$$

$$-\frac{3 \bullet a^3 \bullet b^2 \bullet c}{4} = -\frac{3a^3b^2c}{4}$$

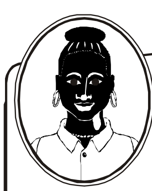
Caro aluno, de seguida terá de aprender o conceito de monómio que afinal de contas é um produto de factores como vimos nos exemplo acima.

1. Monómios

Caro aluno, observe com atenção as seguintes expressões:

$$-2;\ 2;\ -\frac{1}{4}a;\ 7ab;\ \frac{1}{5}xy^2;\ -\frac{5}{2}x^2p^2y^2$$

Elas são exemplos de monómios

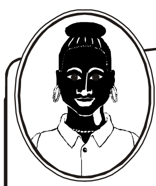


Chamamos monómio a um número ou ao produto de um número por uma ou mais variáveis.

Num monómio, distiguem-se duas partes, que são:

O Coeficiente e a **Parte literal.**

1.1. Coeficiente ou Parte Numérica de um Monómio



Chama-se **coeficiente ou parte numérica** de um monómio à parte do monómio representada por número.

TOME NOTA...

No monómio **-2**, o coeficiente é o **-2.** Este monómio não tem vaviáveis.

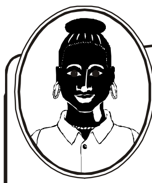
No monómio $-\frac{1}{4}a$ o coeficiente é o $-\frac{1}{4}$.

No monómio $-\frac{5}{2}x^2p^2y^2$ o coeficiente é $-\frac{5}{2}$.

No monómio ab^2c^2 o coeficiente é 1.

Depois de ter aprendido a identificação do coeficiente ou parte numérica de um monómio, passe ao estudo da identificação da parte literal do mesmo.

1.2. Parte Literal de um Monómio



Chanma-se **parte literal** de um monómio à parte do monómio representada por letras ou variáveis.

TOME NOTA...

No monómio **-2** a parte literal não existe pois este monómio não tem nenhuma letra ou variável.

No monómio ab^2c^2 a parte literal é ab^2c^2.

Depois de ter estudado a lição, de seguida, realize a seguinte actividade:

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas a proposição correspondente à definição de um monómio.

a) Chamamos monómio a um número ou ao produto de um número por uma ou mais variáveis. ✓☐

b) Chamamos monómio a apenas um número real sem variáveis ☐

c) Chamos monómio a apenas um produto de factores iguais. ☐

d) Nenhuma proposição acima é verdadeira. ☐

2. Marque com um ✓, o coeficiente do monómio $2p^3$.

a) p^3. ✓☐

b) a^3. ☐

c) 2. ☐

d) não existe. ☐

3. Marque com um ✓ a parte literal do monómio mnp^3.

a) mnp^3 ✓☐

b) p ☐

c) p^3 ☐

d) não existe ☐

Muito bem. Caro aluno. Agora compare a Chave de Correcção que lhe sugerimos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**
2. **c)**
3. **a)**

Agora, depois de ter comparado a chavs de actividade sugerida, resolva os exercícios que se seguem.

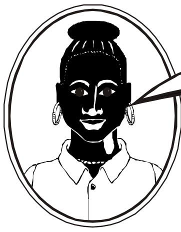
EXERCÍCIOS

Dado o quadro abaixo, preencha os espaços em branco:

Monómio	Coeficiente	Parte literal
$-2x$		
	2	x
$-\frac{3}{2}ab^3xy^3$		
	$-\frac{1}{2}$	xyz^2
$\frac{4}{5}pq^2r^3$		
25		Não existe
ab		ab
-100	-100	
$\frac{xyz^2}{2}$		
$-1,7mnp^5$		
$\frac{7}{142}x^7y^3z^2$		
$-0,009x^4z^3$		
$\frac{8}{5}$		
1		
$-2a^2b^3c^3d^2$		
d^{100}		
$-\frac{y^2}{b^2}$		

CHAVE DE CORRECÇÃO

Monómio	Coeficiente	Parte literal
$-2x$	-2	x
$2x$	2	x
$-\frac{3}{2}ab^3xy^3$	$-\frac{3}{2}$	ab^3xy^3
$-\frac{1}{2}xyz^2$	$-\frac{1}{2}$	xyz^2
$\frac{4}{5}pq^2r^3$	$\frac{4}{5}$	pq^2r^3
25	25	Não existe
ab	1	ab
-100	-100	Não existe
$\frac{xyz^2}{2}$	$\frac{1}{2}$	xyz^2
$-1,7mnp^5$	$-1,7$	mnp^5
$\frac{7}{142}x^7y^3z^2$	$\frac{7}{142}$	$x^7y^3z^2$
$-0,009x^4z^3$	$-0,009$	x^4z^3
$\frac{8}{5}$	$\frac{8}{5}$	Não existe
1	*1*	Não existe
$-2a^2b^3c^3d^2$	-2	$a^2b^3c^3d^2$
d^{100}	*1*	d^{100}
$-\frac{y^2}{b^2}$	*-1*	$\frac{y^2}{b^2}$



Caro aluno, de certeza que conseguiu preencher a tabela proposta. Acertou em todos espaços? Se sim, está de parabéns!
Se não acertou em alguns espaços volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois preencha novamente a tabela. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo - -se da actividade sexual.

2 Grau de um Monómio

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Caracterizar um monómio
- Determinar o grau do monómio

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, Esperamos que tenha terminado o estudo da lição 1 (um) com sucesso.

Como pode notar é a segunda lição do décimo primeiro módulo de estudo da Matemática da 9ª classe. Estude-a, redobre esforços para concluir o seu estudo o mais depressa possível.

Nesta lição vamos continuar com a introdução ao estudo de monómios.

Desta vez o nosso objectivo é que ao terminar o seu estudo seja capaz de caracterizar um monómio e de determinar o grau de um monómio.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, recorde-se que monómio é um número ou produto de um número por uma ou mais variáveis.

Exemplo 1

Seja dado $\frac{ab^2c^2}{5}$ neste monómio, o coeficiente fica $\frac{1}{5}$ e a parte literal é ab^2c^2.

Exemplo 2

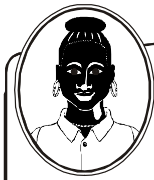
Seja dado o segundo exemplo $-3\frac{a^3b^2c}{x^2y^2z^2}$ neste monómio, o coeficiente fica -3 e a parte literal é $\frac{a^3b^2c}{x^2y^2z^2}$

Exemplo 3

Seja dado o terceiro exemplo $-\frac{3a^3b^2c}{4}$ neste monómio, o coeficiente fica $-\frac{3}{4}$ e a parte literal é a^3b^2c

Caro aluno, a seguir vamos ensiná-lo a determinar o grau de um monómio. Preste atenção aos exemplos que sugerimos.

Grau de monómio



Chama-se **Grau de um Monómio** a soma dos expoentes das variáveis que compõem a sua parte literal

Exemplo 1

Em $3ab^2$, o grau é **três** visto que:

- A variável a tem expoente **um(1)**;
- A variável b tem expoente **dois(2),** e 1+2= 3.

Exemplo 2

Na expressão $\frac{3}{7}a^5b^4c^3$, o grau é **doze** visto que**:**

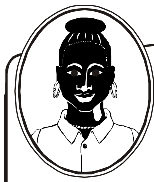
- A variável a tem expoente **cinco(5);**
- A variável b tem expoente **quatro(4);**
- A variável c tem expoente **três(3),** e 5+4+3= 12

Exemplo 3

5 o grau é **zero**, por que não tem a parte literal, pois é uma variável ou variáveis de expoente igual a zero.

y, o grau é **um** porque o y está elevado a um $\left(y^1\right)$.

Grau de um Monómio em Relação a uma Variável



Grau relativamente a uma variável ou letra é o expoente dessa letra ou variável.

Exemplo 4

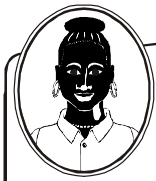
O monómio $3ab^2$ é do primeiro grau relativamente a variável **a** e do segundo grau relativamente a variável **b.**

O monómio $\frac{3}{7}a^5b^4c^3$ é do grau cinco relativamente a variável **a,** é do grau quatro relativamente a variável **b** é do grau 3 relativamente a variável **c.**

Visto os exemplos **1** a **4**, podemos observar o caso em que é constituido por apenas um número diferente de zero, e teremos:

Os monómios $2,\ 3^4,\ -\frac{3}{7},\ \frac{5}{6}, ...$

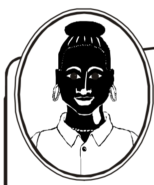
Estes monómios são apenas constituidos por números diferentes de zero, então os seus graus, serão sempre iguais a **zero,** pois se atribuirmos uma letra a multiplicar ao número 2 e elevarmos a zero, essa letra, desse monómio, obteremos como resultado 2, ou seja, $2 \bullet x^0 = 2 \bullet 1 = 2$ e pela observação acima, qualquer número elevado a zero é igual a 1.



$2 = 2 \cdot x^0$ o grau é **zero.**

$3^4 = 3^4 \cdot x^0$ o grau é **zero**

$-\frac{3}{7} = -\frac{3}{7} \cdot x^0$ o grau é **zero**

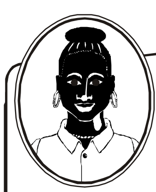


$\frac{5}{6} = \frac{5}{6} \cdot x^0$ o grau é **zero**

E finalmente vamos observar o caso em que o **grau é indeterminado**.

Ao número zero pode se atribuir qualquer grau, pois

$0 = 0 \cdot x = 0 \cdot x^5 = 0 \cdot x^{27} = \ldots$



Pelo que se diz que **zero tem grau indeterminado.**

Depois de ter estudado a lição, de seguida, realize as seguintes actividades:

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓, apenas a definição correcta em relação ao grau de um monómio.

a) Grau de um monómio é a soma dos expoentes das letras que nele figuram; ☑

b) Grau de um monómio é igual ao expoente mais elevado das suas letras; ☐

c) Grau de um monómio é a soma dos expoentes dos coeficientes; ☐

d) Grau de um monómio é igual ao valor do coeficiente do monómio. ☐

2. Marque com um ✓, o grau correcto do monómio $-b^7mnp^5$.

a) 12 ☑

b) 7 ☐

c) 13 ☐

d) 14 ☐

3. Marque com um ✓ o grau correcto do monómio $\frac{8}{5}$.

a) $\frac{8}{5}$ é um monómio de grau indeterminado. ☑

b) $\frac{8}{5}$ é um monómio de 1ºgrau ☐

c) $\frac{8}{5}$ é um monómio de grau $\frac{8}{5}$ ☐

d) $\frac{8}{5}$ é um monómio de grau nulo (zero) ☐

4. Marque com um ✓, o grau correcto do monómio **0**.

a) 0 (zero) é um monómio de grau nulo (zero)

b) 0 (zero) é um monómio de 1º grau

c) 0 (zero) é um monómio de grau indeterminado

d) 0 (zero) é um monómio de 2º grau

Uma vez terminada a realização da actividade proposta, compare as suas respostas com as soluções apresentadas na chave de correcção que se segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**
2. **d)**
3. **d)**
4. **c)**

Que tal, acertou em todas alíneas da actividade proposta? Caso afirmativo, passe a resolução dos exercícios seguintes.

EXERCÍCIOS

1. Marque com um ✓ o monómio do grau 9.

a) $\frac{16}{5}p$. ✓ ☐

b) p^7q^3r ☐

c) $-13p^2q^6r$ ☐

d) 5^9 ☐

2. Escreva um monómio de sexto grau, com variáveis *x*, *y* e *z*, cujo coeficiente seja o dobro de $\frac{1}{5}$ e que seja do primeiro grau em relação a *x* e do segundo grau em relação a z.

3. Escreva um monómio de grau 12, com as variáveis ***a, b, c** e **d*** cujo coeficiente seja o dobro de $-0,002$ e que seja do primeiro grau em relação a ***a**,* do zero grau em relação a ***b*** e do segundo grau em relação a ***c***.

4. Dado o quadro abaixo, preencha os espaços em falta, relativos ao grau e grau relativamente a **b**:

Monómio	**Grau**	**Grau relativamente a b**
2008		
$-2ab^4$		
$\frac{8}{5}b^2$		
$-2a^{22}b^{20}c^{11}$		

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **c)**

2. $\frac{2}{5}xy^3z^2$

3. $-0,004ac^2d^9$

4.

Monómio	**Grau**	**Grau relativamente a b**
2008	0	0
$-2ab^4$	5	4
$\frac{8}{5}b^2$	2	2
$-2a^{22}b^{20}c^{11}$	53	20

Caro aluno, de certeza resolveu os exercícios propostos. Acertou em todos espaços? Se sim, está de parabéns!
Se não acertou em algum reveja esta lição ou procure estudar com um colega. E resolva novamente os exercícios propostos. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

3 Potência de um Monómio

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Operar com potências de expoente natural
- Determinar a potência de expoente natural de um monómio.

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esta é a lição três do módulo11 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição anterior. Mais uma vez, fazemos votos que você redobre esforços para o mais breve possível poder terminar o estudo desta lição.

Nesta lição terá a oportunidade de identificar potência de expoente natural de um monómio.

Nesta lição, concretamente vai estudar as potências de um monómio.
O nosso objectivo é que até ao fim do estudo desta lição voçê seja capaz de identificar a potência de um monómio, e não só, mas também determinar a potência de uma potência de um monómio. Antes porém, convidamo-lo a relembrar o conceito de potência e da poência duma potência em $\mathbb{R}$.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, recorde se que uma potência é um produto de factores iguais. Neste caso, escrever $a^4 = a \bullet a \bullet a \bullet a$;

Deste modo preste atenção aos exemplos que se seguem.

Exemplo 1

$2^4 = 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 = 16$ considerando que se multiplica quatro factores de dois (**2**).

Exemplo 2

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \bullet \frac{2}{3} \bullet \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$, pois a base é $\frac{2}{3}$, incerida em parêntesis.

Exemplo 3

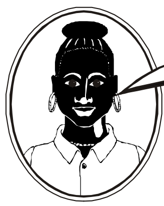
$\frac{2^3}{3} = \frac{2 \bullet 2 \bullet 2}{3} = \frac{8}{3}$ O expoente afecta o numerador e não o denominador, pois encontra-se indicado para o numerador

Exemplo 4

$\frac{2}{3^3} = \frac{2}{3 \bullet 3 \bullet 3} = \frac{2}{27}$ Para este caso somente o denominador é que está elevado a três, pois está indicado para o denominador.

Exemplo 5

$\left(\frac{2}{3^3}\right)^3 = \frac{\left(2^1\right)^3}{\left(3^3\right)^3} = \frac{2^{1\cdot 3}}{3^{3\cdot 3}} = \frac{2^3}{3^9}$ Uma potência de uma potência é uma potência cujo expoente é o produto dos expoentes.



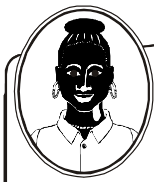
Caro aluno, de seguida terá de aprender a potência de monómio que afinal de contas é um produto de factores como vimos no módulo 2.

1. Potência de Expoente Natural de um Monómios

Seja dado o seguinte monómio $-\frac{1}{2}a^3b^2c$, para determiner o seu quadrado, teremos que elevar todo monómio a dois. Para tal, temos que nos apoiar a parêntesis curvos e obtemos:

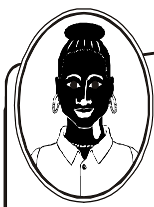
$\left(-\frac{1}{2}a^3b^2c\right)^2$ Daí segundo a definição da potência de uma potência, todos factores que se encontram dentro de parêntesis têm expoente dois, e fica:

$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(a^3\right)^2 \cdot \left(b^2\right)^2 \cdot \left(c^1\right)^2$ logo, multiplicando os expoentes obtemos: $\frac{1}{4}a^6b^4c^2$ e podemos constatar que, o coeficiente era negativo, mas calculada a potência fica positivo, pois pela regra de potência, base negativa expoente par o resultado é sempre positivo.



$x^3 \bullet x^2 = x^{3+2} = x^5$ **pela regra de multiplicação de potências com bases iguais e expoentes diferentes;**

$x^2 \bullet y^2 = (x \bullet y)^2$ **pela regra de multiplicação de bases diferentes e expoentes iguais;**



$x^2 : y^2 = \left(\frac{x}{y}\right)^2$ **pela regra de divisão de bases diferentes e expoentes iguais;**

$x^5 : x^2 = x^{5-2} = x^3$ **pela regra de divisão de bases iguais e expoentes diferentes;**

$(p^n t^m r)^e = p^{n \bullet e} t^{m \bullet e} r^e$

Potência de um monómio é o monómio reduzido cujo coeficiente se obtém elevando ao expoente dado o coeficiente da base e cuja parte literal é constituida por cada letra da base elevada ao produto do seu expoente pelo expoente dado.

2. Potência de uma potência de um monómio

Como já vimos na revisão sobre a potência de um potência, tome muita atenção para poder perceber os passos seguintes:

$\left(x^3\right)^2 = x^{3\cdot 2} = x^6$ o que significa que mantemos a base e multiplicamos os expoentes.

Para $\left[\left(-5x^2y^4z\right)^2\right]^3 = \left(-5x^2y^4z\right)^{2\cdot 3}$ fica, $\left(-5x^2y^4z\right)^6$ que é o mesmo que

$\left(-5\right)^6 \bullet x^{12} \bullet y^{24} \bullet z^6 = 15625x^{12}y^{24}z^6$ que é o resultado da potência de uma potência sugerida.

Depois de ter estudado como se determina a potência e potência de uma potência de um monómio, vai tentar realizar a seguinte actividade.

ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ o quadrado do monómio x^2y^3z.

a) $2x^2y^3z$ ☐

b) x^4y^6z ☐

c) $2x^4y^6z$ ☐

d) $x^4y^6z^2$ ☐

2. Faça corresponder por setas cada monómio ao seu quadrado

a) $\frac{2x^2y^3z}{4}$ • $\frac{x^8y^{12}z^8}{16}$

b) $\frac{x^4y^6z^2}{4}$ • $\frac{4x^4y^6z^2}{16}$

c) $-\frac{x^4y^6z^4}{4}$ • $\frac{x^8y^{12}z^2}{4}$

d) $\frac{x^4y^6z^2}{2}$ • $\frac{x^8y^{12}z^4}{4}$

3. Determinar o cubo de cada monómio.

a) $\frac{64x^3y^6}{27}$

b) $-\frac{64x^3y^6}{27}$

c) $-\frac{x^4y^6z^4}{4}$

d) $\frac{4x^3y^6}{3}$

4. Resolva:

a) $\left(16m^2np\right)^1$

b) $\left(16m^8n^4p^4\right)^3$

c) $\left(16m^8np^4\right)^5$

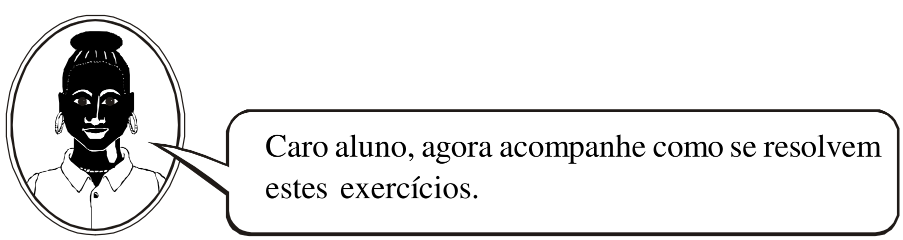
5. Determine:.

a) $\left[\left(x^{10}y^6\right)^2\right]^3$

b) $\left[\left(2x^{10}y^6\right)^1\right]^3$

c) $\left[\left(-x^{10}y^6\right)^4\right]^2$

d) $\left\{\left[3x\left(xy\right)^3\right]^2\right\}^2$



CHAVE DE CORRECÇÃO

1. d)

2.

a) $\frac{2x^2y^3z}{4} \longrightarrow \frac{4x^4y^6z^2}{16}$

b) $\frac{x^4y^6z^2}{4} \longrightarrow \frac{x^8y^{12}z^4}{16}$

c) $-\frac{x^4y^6z^4}{4} \longrightarrow \frac{x^8y^{12}z^8}{16}$

d) $\frac{x^4y^6z^2}{2} \longrightarrow \frac{x^8y^{12}z^4}{4}$

3. a) $\frac{64x^3y^6}{27} = \frac{262144x^9y^{18}}{19683}$

b) $-\frac{64x^3y^6}{27} = -\frac{262144x^6y^{12}}{19683}$

c) $-\frac{x^4y^6z^4}{4} = -\frac{x^{12}y^{18}z^{12}}{64}$

d) $\frac{4x^3y^6}{3} = \frac{64x^9y^{18}}{27}$

4. a) $\left(16m^2np\right)^1 = 16m^2np$

b) $\left(16m^8n^4p^4\right)^3 = 4096m^{24}n^{12}p^{12}$

c) $\left(16m^8np^4\right)^5 = 1048576m^{40}n^5p^{20}$

5. .a) $\left[\left(x^{10}y^6\right)^2\right]^3 = x^{10\cdot2\cdot3}y^{6\cdot2\cdot3} = x^{60}y^{36}$

b) $\left[\left(2x^{10}y^6\right)^1\right]^3 = 8x^{30}y^{18}$

c) $\left[\left(-x^{10}y^6\right)^4\right]^2 = x^{10\cdot4\cdot2}y^{6\cdot4\cdot2} = x^{80}y^{48}$

d) $\left\{\left[3x\left(xy\right)^3\right]^2\right\}^2 = (3x)^{2\cdot2}(xy)^{3\cdot2\cdot2} = 81x^4x^{12}y^{12} = 81x^{16}y^{12}$

Resolveu correctamente toda a actividade proposta? Então passe à realização dos exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Complete espaços em branco.

a) $\left(2x^2y\right)^2 = 2^{\cdots\cdots} \bullet \left(x^{\cdots\cdots}\right) \bullet\ y^{\cdots\cdots}$

b) $\left(2a^2b^3\right)^4 = 2^{\cdots\cdots} \bullet \left(a^{\cdots\cdots}\right) \bullet\ b^{\cdots\cdots}$

c) $\left[-3pq\left(-p^2q\right)^2\right]^5 = \ (-3)^{\cdots\cdots} \bullet p^{\cdots\cdots} \bullet q^{\cdots\cdots}$

d) $\left[2x \bullet \left(-\frac{1}{3}xy\right)\right]^3 \ = \left(-\frac{2}{3}\right)^{\cdots\cdots} \bullet x^{\cdots\cdots} \bullet y^{\cdots\cdots}$

2. Dado os monómios P e Q, preencha os espaços em branco de modo que obtenha $p^2, Q^3\ e\ P^2Q^3$, no quadro seguinte.

P	q	P^2	q^3	p^2q^3
$-\frac{2}{3}m$	$2n$			
$-xy$	$-\frac{1}{3}xy$			
		$4k^6$	$-8r^6$	
$-3ab^2$	$2a^3bc$			
$4xyzw$	$-\frac{3x^2y}{4}$			

Caro aluno, agora acompanhe como se resolvem os exercícios propostos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** $\left(2x^2y\right)^2 = 2^{..2..} \bullet \left(x^{..4..}\right) \bullet\ y^{....2..}$

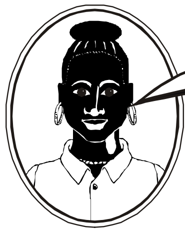
b) $\left(2a^2b^3\right)^4 = 2^{..4..} \bullet \left(a^{..8..}\right) \bullet\ b^{...12...}$

c) $\left[-3pq\left(-p^2q\right)^2\right]^5 = \ (-3)^{...5..} \bullet p^{..25...} \bullet q^{...15..}$

d) $\left[2x \bullet \left(-\frac{1}{3}xy\right)\right]^3 \ = \left(-\frac{2}{3}\right)^{..3...} \bullet x^{....6.} \bullet y^{..3..}$

2.

P	q	P^2	q^3	p^2q^3
$-\frac{2}{3}m$	$2n$	$\frac{4}{9}m^2$	$8n^3$	$\frac{32}{9}m^2n^3$
$-xy$	$-\frac{1}{3}xy$	x^2y^2	$-\frac{1}{27}x^3y^3$	$-\frac{1}{27}x^5y^5$
$2k^3$	$-2r^2$	$4k^6$	$-8r^6$	$-32k^6r^6$
$-3ab^2$	$2a^3bc$	$9a^2b^4$	$8a^9b^3c^3$	$72a^{11}b^7c^3$
$4xyzw$	$-\frac{3x^2y}{4}$	$16x^2y^2z^2w^2$	$-\frac{27x^6y^3}{64}$	$-\frac{27x^8y^5z^2w^2}{4}$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver os exercícios proposta. Acertou em todos espaços? Se sim, está de parabéns!
Se não conseguiu acertar todos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois volta a resolver novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

4 Monómios Semelhantes

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar monómios semelhantes;
- Identificar monómios simétricos.

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

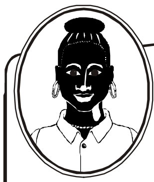
Caro aluno, esta é a sua lição quatro do módulo 11 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição anterior.

Mais uma vez, fazemos votos que você redobre esforços para o mais breve possível poder terminar o estudo desta lição.

Nesta lição, concretamente vai estudar monómios semelhantes e monómios simétricos.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, recorde-se que um monómio é constituido por duas partes que é o **coeficiente** e a **parte literal, e...**



Chama-se **coeficiente** de um monómio à parte do monómio constituida por número real.

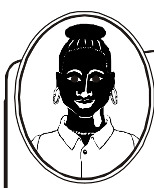
Exemplo 1

No monómio **7**, o coeficiente é o **7.**

No monómio $-2a^3$ o coeficiente é o **-2.**

No monómio $-2x^2p^2y^2$ o coeficiente é -2.

No monómio xy^2 o coeficiente é 1.



Chama-se **parte literal** de um monómio a parte do monómio representada por letras ou variáveis.

Exemplo 2

No monómio ab^2c^2 a parte literal é ab^2c^2.

No monómio $-2a^3$ a parte literal é a^3.

Caro aluno, depois de ter feito a revisão sobre o coeficiente e a parte literal, agora vai estudar o que é monómio semelhante.

1. Monómios Semelhantes

Seja dado o seguinte conjunto de monómios:

$$A=\left\{2ab\ ;\ -xy;\ \ 5;\ -\frac{3}{13}xy;\ \frac{2}{3}ab;\ -25;\ \right\}$$

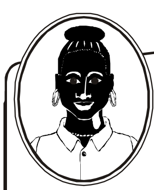
Vamos seleccionar subconjuntos de monómios que têm a mesma parte literal, e obteremos:

$A_1 = \left\{2ab; -\frac{2}{3}ab\right\}$ a parte literal é constituida pelas letras ***a*** e ***b***

$A_2 = \left\{-xy;\ -\frac{3}{13}xy\right\}$ a parte literal é constituida pelas letras ***x*** e ***y***

$A_3 = \{5;\ 25\}$

Os subconjuntos $A_1;\ A_2\ ;\ \ A_3$, são compostos por monómios com a mesma parte literal, ou seja, por monómios semelhantes entre sí. Deste modo:



Chamam-se **monómios semelhantes** aos monómios que têm a mesma parte literal.

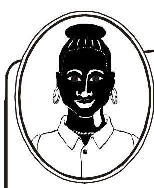
$2ab\ e\ -\frac{2}{3}ab$ são semelhantes entre sí.

$-xy \quad e \quad -\frac{3}{13}xy$ são semelhantes entre sí.

$5 \ e \quad 25$ são semelhantes entre sí.

2. Monómios Simétricos

Lembre-se que aprendeu números simétricos na 8ª classe, e que definiu como sendo aqueles números com o mesmo valor absoluto mas de sinais contrários.



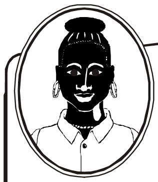
Lembre-se que dois números reais **a** e **b** são simétricos se têm:

- O mesmo módulo ou valor absoluto.
- Sinais contrários.

Considere os seguintes monómios semelhantes, $3xyz \ e \ -3xyz$, eles apresentam:

- Coeficientes simétricos.
- Mesma parte literal.

Assim, eles são monómios simétricos.



Chama-se **monómios simétricos** aos monómios semelhantes mas de coeficientes simétricos.

Muito bem. Caro aluno. Espero que tenha feito uma boa revião e ter assimilado bem os conceitos de **Monómios Semelhantes e Simétricos.** Já de seguida vai realizar a actividade como forma de consolidar estes conceitos.

ACTIVIDADE

Realize a actividade proposta e compare seus resultados com a respectiva chave de correcção.

1. Assinale com um ✓ o monómio semelhante a $\frac{4xy^2}{3}$.

a) 7

b) $-a^3b^5$

c) $-9xy^2$

d) $-a\ b$

2. Faça corresponder por setas os monómios semelhantes.

a) $4xy^2$ •	• $4m^3n$
b) $-x^2y$ •	•2010
c) 3 •	• $\frac{2}{3}xy^2$
d) $-\frac{1}{2}m^3n$ •	•$0,1x^2y$

3. Complete os espaços em branco.

a) O monómio $-x^2 y$ é semelhante ao monómio ....

b) O monómio $-2a$ é semelhante ao monómio ....

c) O monómio $-2a$ é simétrico ao monómio ....

d) O monómio 2 é .... ao monómio.............

4. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas, referente a monómios semelhantes e simétricos.

a) Monómios semelhantes são aqueles que têm a mesma parte literal. ☐ ✓

b) Monómios simétricos são aqueles que têm a mesma parte literal. ☐

c) Monómios semelhantes são aqueles que têm o mesmo coeficiente. ☐

d) Monómios simétricos são aqueles que têm o mesmo coeficiente. ☐

e) Dizer coeficiente é o mesmo que dizer simétrico. ☐

f) Dois monómios simétricos são também semelhantes. ☐

g) Monómios simétricos são aqueles que têm a mesma parte literal mas de coeficientes simétricos. ☐

5. Dado o conjunto $A = \left\{ 5x^2;\ \frac{xy}{3};\ -\frac{r^5}{2} \right\}$,

a) Indique três monómios semelhantes a cada um dos dados.

b) Escreva um monómio semelhante ao último cujo o coeficiente seja inverso do dado.

Agora compare as suas soluções com as da Chave de Correcção que lhe propomos de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. c)

2.
a) $4xy^2 \rightarrow \frac{2}{3}xy^2$
b) $-x^2y \rightarrow 0,1x^2y$
c) $3 \rightarrow 2010$
d) $-\frac{1}{2}m^3n \rightarrow 4m^3n$

3. a) O monómio $-x^2y$ é semelhante ao monómio .... $\frac{1}{2}x^2y$ ....

b) O monómio $-2a$ é semelhante ao monómio ....*a*.......

a) O monómio $-2a$ é simétrico ao monómio .....*2a*..........

b) O monómio 2 é simétrico .... ao monómio..........-2....

4. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** F; **e)** F; **f)** F **g)** V

5. São dados os monómios $5x^2$; $\frac{xy}{3}$; $-\frac{r^5}{2}$.

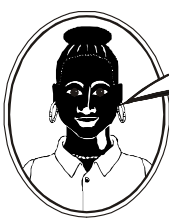
Para este exercício, tem várias opções de resposta. Aprecie a nossa.

a) $-5x^2$; $\frac{x^2}{3}$; $-\frac{x^2}{2}$; ....

$2xy$; $\frac{xy}{3}$; $-\frac{xy}{2}$;...

$5r^5$; $\frac{r^5}{3}$; $-\frac{3r^5}{2}$;...

b) $-2r^5$



Então. Acertou às cinco questões colocadas? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todas, estude atenciosamente o texto, refaça a actividade e resolva novamente os exercícios! Verá que não é difícil.

5 Adição Algébrica de Monómios

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Rever monómios semelhantes.
- Efectuar a adição algébrica de monómios.

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esta é a sua lição cinco do módulo11 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição anterior.

Mais uma vez, fazemos votos que você redobre esforços para o mais breve possível poder terminar o estudo deste módulo.

Nesta lição vamos tratar a adição algébrica de monómios.

A nossa intenção é que ao fim do seu estudo você seja capaz de adicionar ou subtrair monómios semelhantes. Vamos começar por recordar os conceitos de monómios, coeficiente, parte literal, monómios simétricos e semelhantes.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, definimos **monómio** como sendo um número real onde alguns números são representados por letras, ou seja:

$$9; -a;\ 2b^3;\ \frac{t}{2};\ ab^3;\ -xyz;\ 4;\ 7;\ \ldots$$

Onde para cada um destes monómios encontramos o coeficiente e a parte literal, ou seja:

9; o coeficiente é 9 e a parte literal é uma variável cujo expoente é zero (0).

$-a$; o coeficiente é -1 e a parte literal é a;

$2b^3$; o coeficiente é 2 e aparte literal é b^3;

$\frac{t}{2}$; O coeficiente é $\frac{1}{2}$ e a parte literal é t;

ab^3 o coeficiente é 1 e a parte literal é ab^3;

$-xyz$ o coeficiente é -1 e a parte literal é xyz;

4 o coeficiente é 4 e a parte literal é uma variável cujo expoente é zero (0).

7 o coeficiente é 7 e a parte literal é uma variável cujo expoente é zero (0).

Caro aluno não desanime, por estar a repetir demasiado estes conteúdos, pois serão importantes para o estudo desta lição. De seguida vamos rever os conceitos de monómios semelhantes e monómios simétricos.

Tome atenção:

Dizem-se monómios semelhantes aqueles monómios que têm a mesma parte literal ou podemos definir como sendo aqueles monómios que se diferem dos coeficientes.

Do conjunto $A = \left\{-ab^2;\ m^2n^3;\ ab^2;\ \frac{2}{3}m^2n^3;\ 2\right\}$, são monómios semelhantes entre sí os seguintes subconjuntos de monómios:

$A_1 = \left\{-ab^2;\quad ab^2;\right\}$ e $A_2 = \left\{\ m^2n^3;\quad \frac{2}{3}m^2n^3;\ \right\}$ e o monómio 2 não tem seu semelhante no conjunto proposto.

Para que monómios sejam simétricos, é necessários que sejam semelhantes e tenham coeficientes simétricos.

Do conjunto sugerido acima, os monómios $-ab^2\ e\quad ab^2$, para além de serem semelhantes entre sí , também são simétricos, por apresentarem, coeficientes simétricos, ou seja -1 e 1.

Muito bem, caro aluno. Depois de ter feito as revisões sobre monómios, monómios semelhantes e monómios simétricos, agora passe ao estudo da adição algébrica de monómios.

Muito bem, caro aluno. Depois de ter feito as revisões sobre monómios, monómios semelhantes e monómios simétricos, agora passe ao estudo da adição algébrica de monómios.

1. Operações com Monómios

Como as variáveis representam números reais as operações com monómios, realizam-se aplicando propriedades das operações em $\mathbb{R}$. Como ainda se recorda da propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição algébrica que estudou no módulo 2 da 9ª classe. Segue que:

$$5\bullet(8+7) = 5\bullet8 + 5\bullet7.$$

Agora vai efectuar a adição algébrica de monómios semelhantes, que é o mesmo que adicionar e subtrair monómios semelhantes.

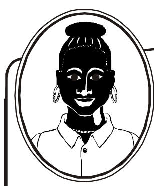
1.1. Adição algébrica de monómios semelhantes

Considere os monómios semelhantes $-4ab^2$ e $9ab^2$, a sua soma é $-4ab^2 + 9ab^2$.

Para efectuar esta adição de monómios semelhantes, temos que colocar o factor comum em evidência. Assim tem-se:

$-4ab^2 + 9ab^2 = (-4+9)ab^2 = 5ab^2$.

Este é o valor da soma algébrica dos monómios $-4ab^2$ e $9ab^2$.



A soma de vários monómios semelhantes é um monómio semelhante às parcelas cujo coeficiente é igual à soma algébrica dos coeficientes destes.

Exemplo 1

Sejam dados os seguintes monómios: $3a;\ -2a;\ 4a;\ 7a\ e\ -a.$ para somar algebricamente, teremos: $3a+(-2a)+4a+7a+(-a)$. Onde, Simplificando a escrita: $3a-2a+4a+7a-a$. Desta, aplicando a propriedade distributiva (colocando em evidência o factor comum)

$(3-2+4+7-1)a = 11a$

Exemplo 2

Sejam dados os seguintes monómios: $2,7a^2b\ e\ 1,3a^2b$ somando, fica:

$2,7a^2b + 1,3a^2b$ onde aplicando a propriedade distributiva (colocando o factor comum em evidência), fica:

$(2,7+1,3)\bullet a^2b$. Somando os coeficientes fica: $4a^2b$.

Exemplo 3

Seja dada a adição dos seguintes monómios: $\frac{1}{6}xy^2 + \frac{1}{8}xy^2 - \frac{7}{24}xy^2$,

aplicando a propriedade distributiva, obtemos:

$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} - \frac{7}{24}\right)xy^2$.

Como pode observar os coeficientes são fracções com denominadores diferentes. Para somar precisamos de determinar menor multiplo comum (m.m.c.) dos denominadores. Assim fica:

$$\left(\underset{(4)}{\frac{1}{6}} + \underset{(3)}{\frac{1}{8}} - \underset{(1)}{\frac{7}{24}}\right)xy^2 = \text{ Redução ao mesmo denominador}$$

$$\left(\frac{4}{24} + \frac{3}{24} - \frac{7}{24}\right)xy^2 = \frac{0}{24}xy^2 = 0xy^2 = 0.$$

Recorde-se que o zero é elemento absorvente da multiplicação, daí que se obtém o monómio nulo como resultado da adição dada.

Seja $p = a^2$; $Q = -\frac{1}{2}a^2$ e $R = a^2$. Determine $Q - P - R$

fica: $Q - P - R = a^2 - \left(-\frac{1}{2}a^2\right) - \left(a^2\right) =$ desembaraçando os

parêntesis e colocar o factor comum em evidência, obtemos:

$a^2 + \frac{1}{2}a^2 - a^2 = \left(1 + \frac{1}{2} - 1\right)a^2 =$ reduzindo as fracções ao mesmo

denominador, com o uso do m.m.c; obtém-se

$$\left(\underset{(2)}{1}+\underset{(1)}{\frac{1}{2}}-\underset{(2)}{1}\right)a^2 = \frac{(2+1-2)}{2}a^2 = \frac{1}{2}a^2$$

Adição de monómios não semelhantes

TOME NOTA...

Caro aluno não é possível adicionar monómios não semelhantes ou seja, o resultado é o mesmo que a expressão dada, logo:

$a+b=a+b$

$2xy^2+ab=2xy^2+ab$

Muito bem. Caro aluno, depois de ter feito o estudo do texto desta lição passe à realização da actividade que se segue:

ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓a soma dos monómios semelhante
$4mnp^3 e \quad -mnp^3$.

a) $3mnp^3$;

b) mnp^3;

c) $-3mnp^3$;

d) Nenhuma das alternativas acima está correcta.

2. Assinale com um ✓a soma dos monómios semelhante
$-0,009xyz \;\; e \;\; xyz$.

a) $-0,991xyz$;

b) $0,991xyz$;

c) $-0,9xyz$;

d) Nenhuma resposta correcta acima.

3. Assinale com um ✓a soma dos monómios semelhante, $\frac{2}{3}t^2;\; t^2;\; \frac{1}{6}t^2$.

a) $\frac{4}{9}t^2$ **;**

b) $\frac{8}{9}t^2$;

c) $\frac{11}{6}t^2$;

d) Nenhuma resposta correcta acima.

4. Assinale com ✓ a subtracção do primeiro monómio pelo segundo, para: $x^2 \; e \; -x^2$.

a) $2x^2$; ✓ ☐
b) $-2x^2$; ☐
c) 0; ☐
d) Nenhuma resposta correcta acima. ☐

5. Seja $p = x^5y^4; \quad Q = -\frac{1}{2}x^5y^4 \quad e \quad R = 0,25x^5y^4$. Assinale com ✓ a soma algébrica: $Q - P - R$

a) $-1,75x^5y^4$; ✓ ☐
b) $\frac{7}{4}x^5y^4$; ☐
c) $-2x^5y^4$ ☐
d) Nenhuma resposta correcta acima. ☐

6. Seja $p = x^5y^4; \quad Q = -\frac{1}{2}x^5y^4 \quad e \quad R = 0,25x^5y^4$. Assinale com um ✓ a soma: $-Q + P - Q$

a) $\frac{5}{4}x^5y^4$; ✓ ☐
b) $-\frac{5}{4}x^5y^4$; ☐
c) $-x^5y^4$ ☐
d) Nenhuma resposta correcta acima. ☐

Agora compare as suas soluções com as da Chave de Correcção que lhe propomos de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2. b)

3. c)

4. a)

5. a)

6. a)

Então. Acertou às seis questões propostas? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todas, volte a estudar atentamente o texto e realize a actividade até acertar na totalidade. Verá que não é difícil. Não desanime porque certamente está a fazer bons progressos.

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual**, vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente, estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos;
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus;
- Ardor ao urinar;
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis;
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais;
- Ardor ao urinar.

6 Multiplicação de Monómios

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Multiplicar monómios

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esta é a sua última lição do módulo11 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido sucesso nas lições anteriores.

Nesta lição vamos tratar da multiplicação de monómios.

Concretamente vai aprender a determinar o produto de dois ou mais monómios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, recorde-se que um monómio é constituido por duas partes que é o **coeficiente** e a **parte literal, e...**

Exemplo

No monómio, x o coeficiente é o **1.** E a parte literal é x, do outro modo é um produto que se pode escrever na forma $1 \bullet x$.
No monómio $-2xy$ o coeficiente é o **-2.** E a parte literal é xy, do outro modo é um produto que se pode escrever na forma $-2 \bullet x \bullet y$.

No monómio $-\frac{3}{2}x^2p^2y^2$ o coeficiente é $-\frac{3}{2}$ e a parte literal é $x^2p^2y^2$.

Do outro modo é um produto que se pode escrever na forma

$$-\frac{3}{2} \bullet x \bullet x \bullet p \bullet p \bullet y \bullet y.$$

Caro aluno, depois de ter feito a revisão sobre caracterização de um monómio, passe ao estudo da multiplicação de monómios.

1. Multiplicação de monómos.

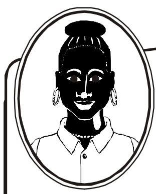
Considere os monómios, $2t$ e $3t^2$ o seu produto é $2t \bullet 3t^2 = 6t^3$ porque, $2 \bullet 3 \bullet t \bullet t \bullet t = 6t^3$. Como resultado da multiplicação dos coeficientes e a parte literal. Recorde se que $t \bullet t^2 = t^3$ porque pela regra de multiplicação de potências com, bases iguais e expoentes diferentes mantém-se a base e adiciona-se os expoentes.

De seguida vamos analizar o produto que se segue:

$4a^4bc \bullet \left(3ab^3\right);$

Pela regra utilizada acima, vamos primeiro multiplicar os coeficientes $= (4 \bullet 3) \bullet a^4bc \bullet ab^3;$ multiplicar potências com bases iguais e expoentes diferentes

$= \left(4 \bullet 3\right) \bullet a^4bc \bullet ab^3 = 12a^5b^4c.$



O produto de dois ou mais monómios é um monómio reduzido cujo coeficiente é o produto dos coeficientes dos factores e cuja a parte literal é produto das partes literais.

TOME NOTA...

A ordem das variáveis da parte literal, convencionou-se como sendo a ordem alfabética.

Muito bem. Caro aluno, depois de ter estudado o texto sobre a multiplicação de monómios, passe a realizaçãoda actividade que se segue:

ACTIVIDADE

1. Assinale com ✓ o produto dos monómios $3xyz \quad e \quad -5xy^2$

a) $15xy^3z$ ✓

b) $-15xy^3z$

c) $-15x^2y^3z$

d) $-\frac{3}{5}xy^3z$

2. Assinale com um ✓ o produto dos monómios $a^3; \; y \quad e \quad -y^2$

a) a^3y^3 ✓

b) $-2a^3y^3$

c) $-a^3y^3$

d) $-\frac{1}{2}a^3y^3$

3. Assinale com um ✓ o produto dos monómios

$-2a^3; \; -y^2; \; 5 \quad e \quad -y^2$

a) $-10a^3y^3$ ✓

b) $10a^3y^4$

c) $-10a^3y^4$

d) $-\frac{1}{2}a^3y^4$

4. Complete de modo a obter uma igualdade:

a) $4a^4 \bullet (-5a) = \ldots\bullet(-5)\bullet a^4 \bullet\ a = \ldots a^{\ldots}$

b) $-\frac{1}{2}xy\bullet\left(-\frac{2}{3}x^3y^2\right) = -\frac{1}{2}\bullet(\ldots)\ldots\bullet\ldots = \ldots x^{\ldots}y^{\ldots}$

5. Preencha o quadro seguinte depois de o reproduzir no seu bloco de notas.

A	B	C	**A•B**	**A•C**	**A•B•C**
$5x$	$-2y$	$-y^3$			
$2a$	$-6pa$	$-2ab$			
$-3,1ab$	$-2ab^2$	$-\frac{5}{2}$			
$\frac{4}{5}bx$	$-2b^3x^2$	$-2xyz$			
$-\frac{1}{4}m^2n$	$-2mn^3$	mn			

Compare as suas soluções com as da Chave de Correcção que lhe propomos a seguir

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. c)

2. c)

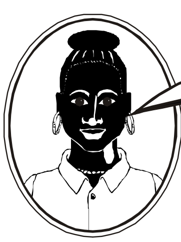
3. c)

4. a) $4a^4 \bullet (-5a) = 4 \bullet (-5) \bullet a^4 \bullet a = -20a^5$

b) $-\frac{1}{2}xy \bullet \left(-\frac{2}{3}x^3y^2\right) = -\frac{1}{2} \bullet \left(-\frac{2}{3}\right)x^4 \bullet y^3 = \frac{1}{3}x^4y^3$

5.

A	B	C	**A • B**	**A • C**	**A • B • C**
$5x$	$-2y$	$-y^3$	$-10xy$	$5xy^3$	$10xy^4$
$2a$	$-6ap$	$-2ab$	$-12a^2p$	$-4a^2b$	$24a^3bp$
$-3,1ab$	$-2ab^2$	$-\frac{5}{2}$	$6,2a^2b^3$	$-7,75ab$	$-15,5a^2b^3$
$\frac{4}{5}bx$	$-2b^3x^2$	$-2xyz$	$-\frac{8}{5}b^4x^3$	$-\frac{8}{5}bx^2yz$	$\frac{16}{5}b^4x^4yz$
$-\frac{1}{4}m^2n$	$-2mn^3$	mn	$\frac{1}{2}m^3n^4$	$-\frac{1}{4}m^3n^2$	$\frac{1}{2}m^4n^5$



Então, acertou às cinco questões colocadas? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todas, volte a estudar o texto desta lição com cuidado e refaça a actividade proposta. Força!

Passe à introdução dos exercícios que lhe propomos, junte-se aos seus colegas para melhor tirar proveito do seu estudo.

EXERCÍCIOS

1. Apresente, na forma reduzida, cada um dos seguintes produtos:

a) $3a \bullet 2a$

b) $2a \bullet (-3,1a)$

c) $\left(\frac{3}{4}a\right) \bullet (4ab)$

d) $(-6) \bullet (4b)$

e) $\left(-\frac{5}{8}p^2q\right) \bullet (-12q) \bullet \left(\frac{16}{5}p\right)$

f) $(15a^2x) \bullet \left(-\frac{4}{9}ax^3\right)$

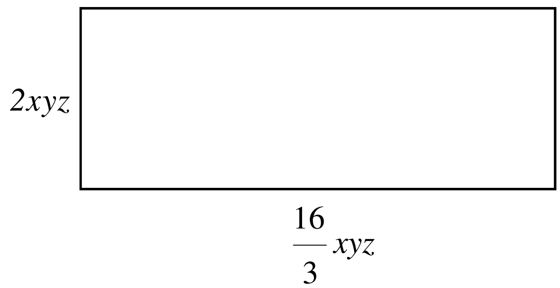
g) $\left(-\frac{1}{9}x^2y\right) \bullet \left(\frac{3}{4}x^2y^3\right)(-2y)$

h) $\left(-\frac{2}{3}ax^2\right) \bullet \left(\frac{4}{5}bx\right) \bullet \left(\frac{15}{16}a^3bx^2\right)$

i) $(0,24a^3) \bullet (-2,6b^3) \bullet (0,5a)$

j) $(0,27by^2) \bullet \left(\frac{2}{5}by^2\right) \bullet (-1,2by^2)$

2. Assinale com um ✓ a expressão da área do rectângulo representado na Figura.



a) $10,67xyz$

b) $-10,67xyz$

c) $10,67x^2y^2z^2$

d) $10,67xyz^2$

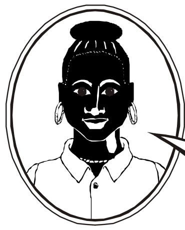
3. Assinale com um ✓ a expressão da área do quadrado representado na Figura com $\frac{1}{2}m^4n^5$ de lado.

a) $\frac{1}{2}m^8n^{10}$ ☑

b) $\frac{1}{4}m^4n^5$ ☐

c) $\frac{1}{4}m^8n^{10}$ ☐

d) $-\frac{1}{2}m^4n^5$ ☐



Agora compares as suas soluções com as da Chave de Correcção que lhe propomos de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $6a^2$

b) $-6,2a^2$

c) $3a^2b$

d) $-24b$

e) $24p^3q^2$

f) $-20a^3x^4$

g) $\frac{1}{2}x^4y^5$

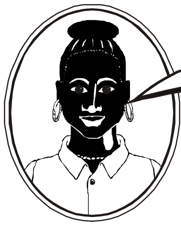
h) $-\frac{1}{2}a^4b^2x^5$

i) $0,312a^4b^3$

j) $0,129b^3y^6$

2. c)

3. c)



Então. Acertou as cinco questões colocadas? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todas, volte a estudar o texto desta lição com maior cuidado, refaça a actividade proposta, e resolva de novo os exercícios desta secção. Força!

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo -
-se da actividade sexual.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Marque com um ✓, apenas a uma resolução correcta.

a) $(-3a)+(+4a)=a$ ✓

b) $(-3a)+(+4a)=-1$

c) $(-3a)+(+4a)=-7a$

d) $(-3a)+(+4a)=7a$

2. Marque um **V** os resultados correctos e com um **F** os resultados errados.

V/F

a) $(+a)+(-2a)=-2a$

b) $(+a)+(-2a)=a$

c) $(+a)+(-2a)=-a$

d) $(+a)+(-2a)=+a$

3. Marca com um **V** as afimações verdadeiras e com um **F** as falsas.

V/F

a) $\left(2a^2b^3\right)^2 = 4a^4b^6$

b) $\left(2x^3\right)^3 = 2x^9$

c) $\left(\frac{3}{4}x^2y^3z^4\right)^2 = \frac{9}{16}x^4y^6z^8$

4. Preencha o quadro abaixo.

Monómio	**Coeficiente**	**Parte literal**
17a		
	$-\frac{7}{3}$	a^3b^2c
$3a^7b^2$		
$-\frac{1}{2}xy^5$		
5		
$-2mn$		
	-1	**Não existe**
$-\frac{4}{5}p^3r^6$		
$-2x^3$		

5. Marque com um ✓penas a resposta certa.

a) Coeficiente é a parte representada por letras ☐

b) Parte literal é a parte numérica ☐

c) Parte literal é a parte representada por letras ☐

6. Marque com ✓penas a resposta certa

a) Grau de um monómio é o mais elevado grau das suas letras. ☐

b) Grau de um monómio é a soma dos expoetes da parte literal. ☐

c) Grau de um monómio é o expoete do coeficiente. ☐

7. Marque com ✓ penas a resposta certa

a) Monómios semelhantes são os que têm a mesma parte literal. ☐

b) Monómios semelhantes são os que têm o mesmo coeficiente. ☐

c) Monómios semelhantes são os que têm coeficiente simétricos. ☐

8. Preencha o quadro abaixo.

Monómio	**Grau**	**Grau relativamente a x**
2009		
$-2x^3$		
$5xy^5$		
x		
z		
$-\frac{1}{2}mn$		
$-2x^3y^7z^9$		
$\frac{4}{7}x^5$		
29		

9. Preencha o quadro abaixo.

A	B	A+B	A-B
$3a$	$\frac{4}{7}a$		
$\frac{4}{7}x^5y$	$-\frac{1}{7}x^5y$		
$-\frac{4}{7}xyz$	$7xyz$		
$x^5y^2z^2$	$\frac{4}{7}x^5y^2z^2$		
2	$\frac{4}{7}x^5$		
$-7b^2$	$-b^2$		
$9r^3$	$-\frac{1}{2}r^3$		
x^5	7		
$-2abc$	$2abc$		

10. Preencha o quadro abaixo.

A	B	C	$A \bullet B$	$A \bullet C$	$A \bullet B \bullet C$
x^5	$-2x^5$	$-2xy^2$			
$-3mn$	$2n$	$-5x$			
xyz	-3	$\frac{4}{7}x^5$			
$-\frac{2}{3}p$	p^6	5			
$\frac{4}{7}x^5$	$\frac{4}{7}x^5y^2z^2$	$9r^3$			
-2abc	-2abc	5			
$x^5y^2z^2$	$-b^2$	$-b^2$			
$-b^2$	$7xyz$	9			
$-b^2$	11	2			

11. Reduza os monómios semelhantes.

a) $3a^2+\left(-4a^2\right)+\frac{1}{2}a^2$

b) $3p-\left(-\frac{1}{2}p\right)-\left[-(p)\right]$

c) $7bp+bp-3bp-\frac{1}{3}bp$

d) $7xyz-6+\frac{5}{3}xyz+4+\frac{1}{3}xyz$

12. Completa as expressões de modo que sejam verdadeiras em relação ao cálculo de potências de um monómio.

a) $(7xyz)^4 = 7^{....}x^{....}y^{....}z^{....}$

b) $\left(-\frac{4}{3}a^3\right)^2 = \frac{16}{....}a^{.....}$

c) $-(-pr)^3 = ...^3.....^3$

13. Determina o valor de cada potência.

a) $(br^2)^4$

b) $(-4a^4)^3$

c) $(xy^{12})^0$

d) $(2008^0 a^2b^3c^5)^4$

e) $\left(-\frac{3}{5}x^5yz\right)^3$

14. Sendo, A=$5a$ **, B=** $\frac{3}{7}a$ e C$-\left(-\frac{1}{2}a\right)$**.** Calcaula o valor das expressões:

a) A +B

b) A-B

c) B-C

d) C-B-A

15. Sendo, P = $5abp^2$ Q = $-5a^6$ R = $-\left(-\frac{1}{2}a\right)$

a) $P \bullet Q$

b) $P \bullet Q \bullet R$

c) $Q \bullet R$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2. a) F, **b)** F, **c)** V, **d)** F

3. a) , b) F, **c)** V,

4.

Monómio	Coeficiente	Parte literal
17a		
$-\frac{7}{3}a^3b^2c$	$-\frac{7}{3}$	a^3b^2c
$3a^7b^2$	3	a^7b^2
$-\frac{1}{2}xy^5$	$-\frac{1}{2}$	xy^5
5	**5**	**Não existe**
$-2mn$	-2	mn
	-1	**Não existe**
$-\frac{4}{5}p^3r^6$	$-\frac{4}{5}$	p^3r^6
$-2x^3$	-2	x^3

5. c)

6. b)

7. a)

8.

Monómio	Grau	Grau relativamente a x
2009	0	0
$-2x^3$	3	3
$5xy^5$	6	5
x	1	1
z	1	0
$-\frac{1}{2}mn$	2	0
$-2x^3y^7z^9$	19	3
$\frac{4}{7}x^5$	5	5
29	0	0

9.

A	B	A+B	A-B
$3a$	$\frac{4}{7}a$	$\frac{25}{7}a$	$\frac{17}{7}a$
$\frac{4}{7}x^5y$	$-\frac{1}{7}x^5y$	$\frac{3}{7}x^5y$	$\frac{5}{7}x^5y$
$-\frac{4}{7}xyz$	$7xyz$	$\frac{35}{7}xyz$	$\frac{53}{7}xyz$
$x^5y^2z^2$	$\frac{4}{7}x^5y^2z^2$	$\frac{12}{7}x^5y^2z^2$	$\frac{3}{7}x^5y^2z^2$
2	$\frac{4}{7}x^5$	$2+\frac{4}{7}x^5$	$2-\frac{4}{7}x^5$
$-7b^2$	$-b^2$	$-8b^2$	$-6b^2$
$9r^3$	$-\frac{1}{2}r^3$	$\frac{17}{2}r^3$	$\frac{19}{2}r^3$
x^5	7	x^5+7	x^5-7
-2*abc*	2*abc*	0	- *abc*

10.

A	B	C	$A \bullet B$	$A \bullet C$	$A \bullet B \bullet C$
x^5	$-2x^5$	$-2xy^2$	$-2x^{10}$	$-2x^6y^2$	$4x^{11}y^2$
$-3mn$	$2n$	$-5x$	$-6mn^2$	$15mnx$	$30mn^2x$
xyz	-3	$\frac{4}{7}x^5$	$-3xyz$	$\frac{4}{7}x^6yz$	$-\frac{12}{7}x^6yz$
$-\frac{2}{3}p$	p^6	5	$-\frac{2}{3}p^7$	$-\frac{10}{3}p$	$-\frac{10}{3}p^7$
$\frac{4}{7}x^5$	$\frac{4}{7}x^5y^2z^2$	$9r^3$	$\frac{16}{49}x^{10}y^2z^2$	$\frac{36}{7}x^5r^3$	$\frac{4}{7}x^5$
-2*abc*	-2*abc*	5	$4a^2b^2c^2$	$-10abc$	$20a^2b^2c^2$
$x^5y^2z^2$	$-b^2$	$-b^2$	$-b^2x^5y^2z^2$	$-b^2x^5y^2z^2$	$b^4x^5y^2z^2$
$-b^2$	$7xyz$	9	$-7b^2xyz$	$-9b^2$	$-63b^2xyz$
$-b^2$	11	2	$-11b^2$	$-2b^2$	$-22b^2$

11. a) $3a^2+\left(-4a^2\right)+\frac{1}{2}a^2=\left(\underset{(2)}{3}-\underset{(2)}{4}+\frac{1}{\underset{(1)}{2}}\right)a^2$

$\left(\frac{6-8+1}{2}\right)a^2 \;=\; -\frac{1}{2}a$

b) $3p-\left(-\frac{1}{2}p\right)-\left[-(p)\right]=3p+\frac{1}{2}p+p=$

$\left(\underset{(2)}{3}+\frac{1}{\underset{(1)}{2}}+\underset{(2)}{1}\right)p=\left(\frac{6+1+2}{2}\right)p=\frac{9}{2}p$

c) $7bp + bp - 3bp - \frac{1}{3}bp = \left(\underset{(3)}{7} + \underset{(3)}{1} - \underset{(3)}{3} - \frac{1}{\underset{(1)}{3}} \right) bp =$

$\left(\frac{21+3-9-1}{3} \right) bp = \frac{14}{3} bp$

d) $7xyz - 6 + \frac{5}{3}xyz + 4 + \frac{1}{3}xyz = \left(7 - 6 + \frac{5}{3} + 4 + \frac{1}{3} \right) xyz =$

$\left(\underset{(3)}{5} + \frac{5}{\underset{(1)}{3}} + \frac{1}{\underset{(1)}{3}} \right) xyz = \left(\frac{15+5+1}{3} \right) xyz = 7xyz$

12. a) $(7xyz)^4 = 7^4 x^4 y^4 z^4$

b) $\left(-\frac{4}{3} a^3 \right)^2 = \frac{16}{9} a^6$

c) $-(-pr)^3 = p^3 r^3$

13.

a) $\left(br^2 \right)^4 = b^4 r^8$

b) $\left(-4a^4 \right)^3 = -64a^{12}$

c) $\left(xy^{12} \right)^0 = x^0 y^0 = 1$

d) $\left(2008^0 a^2 b^3 c^5 \right)^4 = \left(2008^0 \right) a^8 b^{12} c^{20} = a^8 b^{12} c^{20}$

e) $\left(-\frac{3}{5} x^5 yz \right)^3 = -\frac{27}{125} x^{15} y^3 z^3$

a)A +B = $5a+\frac{3}{7}a=\left(\underset{(7)}{5}+\underset{(1)}{\frac{3}{7}}\right)a \;=\; \left(\frac{35+3}{7}\right)a=\frac{38}{7}a$

b) A-B = $5a-\frac{3}{7}a=\left(\underset{(7)}{5}-\underset{(1)}{\frac{3}{7}}\right)a \;=\; \left(\frac{35-3}{7}\right)a=\frac{32}{7}a$

c) B-C = $\frac{3}{7}a-\left[-\left(-\frac{1}{2}a\right)\right]=\frac{3}{7}a-\left(\frac{1}{2}a\right)=\left(\underset{(2)}{\frac{3}{7}}+\underset{(7)}{\frac{1}{2}}\right)a=$

$\left(\frac{6+7}{14}\right)a=\frac{13}{14}a$

d) C-B-A = $-\left(-\frac{1}{2}a\right)-\frac{3}{7}a-5a \;=$

$\frac{1}{2}a-\frac{3}{7}a-5a \;=\; \left(\underset{(7)}{\frac{1}{2}}-\underset{(2)}{\frac{3}{7}}-\underset{(14)}{5}\right)a=\; \left(\frac{7-6-70}{14}\right)a\;=-\frac{69}{14}$

15. a) $P\bullet Q=\; \left(5abp^2\right)\bullet\left(-5a^6\right) \;=\; -25a^7bp^2$

b) $P\bullet Q\bullet R=\left(5abp^2\right)\bullet\left(-5a^2\right)\bullet\left[-\left(-\frac{1}{2}a\right)\right] \;=\; \frac{25}{2}a^4bp^2$

c) $Q\bullet R \;=\; -5a^6\bullet\left[-\left(-\frac{1}{2}a\right)\right] \;=-\frac{5}{2}a^7$

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 12

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)
1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 12

Elaborado por:
Alfredo Agostinho Gomes
Carlos Xavier Nhanguatava

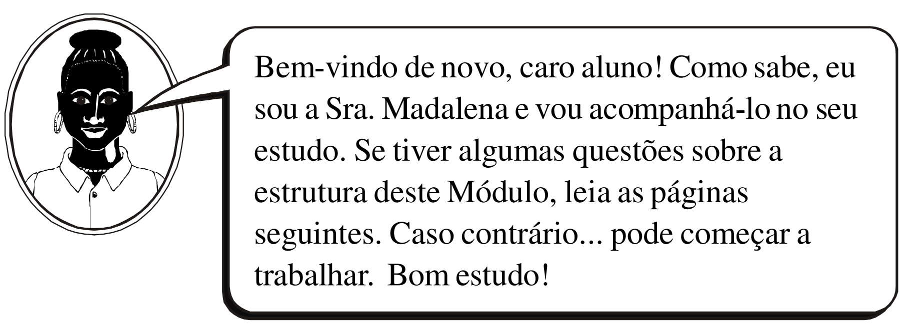
INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo do Módulo 12 de Matemática 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado o Módulo 11 da Matemática 9ª classe, e ter terminado com sucesso este módulo.

No módulo 11 estudou na sua generalidade os monómios que, abrangiram o estudo de coeficiente e parte literal, grau de monómio, potência de um monómio, adição algébrica de monómios, multiplicação de monómios e finalmente os exercícios. Neste presente módulo, terá a oportunidade de estudar a noção de polinómio, grau de polinómio, a multiplicação de um monómio por um polinómio e finalmente a multiplicação de polinómios.

E no final do Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.



1 Noção de Polinómio

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar um polinómio.

Material necessário de apoio

- caderno,caneta, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a primeira lição do 12º módulo, que vamos estudar a noção de polinómio. Nesta lição, vai identificar polinómios. Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria , no módulo anterior estudou monómios, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender com mais profundidade.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades de percepção sobre os monómios, deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA, pois a ferramenta fundamental para esta lição, bem como para as lições seguintes deste Módulo é dominar a noção de monómio.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, recorde-se que:

das seguintes expressões;

$-2;\ 2;\ -\frac{1}{4}a;\ 7ab;\ \frac{1}{5}xy^2;\ -\frac{5}{2}x^2p^2y^2$ Chamamos monómios, pois é um número ou produto de um número por uma variável ou mais variáveis.

Também destinguimos num monómio, duas partes, que são: **Coeficiente** e a **parte literal.**

Onde: **Coeficiente** de um monómio à parte do monómio representa por número.
Como podemos recordar:

No monómio $\frac{2}{3}ab^2c^2$ o coeficiente é $\frac{2}{3}$.

E **parte literal** de um monómio a parte do monómio representada por letras ou variáveis.

Como pode recordar:

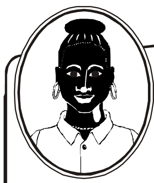
No monómio $-\frac{2}{7}xy^3z^3$ a parte literal xy^3z^3 e

no monómio $-7ab^2c^2$ a parte literal é ab^2c^2.

Caro aluno, de seguida terá de aprender a noção de polinómio que afinal de conta é uma soma algébrica de monómios.

Noção de polinómio

Como já foram utilizadas expressões como, $2x+5 \;\; ou \;\; a-2x+7$, são somas algébricas de monómios: **Chamam-se polinómios**.



Chama-se polinómio a uma soma algébrica de monómios.

Exemplo

1. $2x^2y+3z^4$

2. $-\frac{1}{3}ab+a^3b+d$

3. $xyz-x-y+z+\frac{1}{4}$

4. $12m-4x+9x-17m-5x+6m$

Cada um dos monómios que figura em cada polinómio, chama-se **termo** do polinómio.

Assim para o polinómio, $12m-4x+9x-17m-5x+6m$, têm 6 termos, para $xyz-x-y+z+\frac{1}{4}$, têm 5 termos, etc.

TOME NOTA...

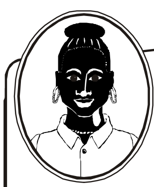
Alguns polinómios têm nomes específicos:

$2x^2y + 3z^4$ - binómio (porque têm dois termos).

$-\frac{1}{3}ab + a^3b + d$ - trinómio (porque têm três termos).

Com mais de três termos designa-se pelo número de termos, ou seja:

$2x^3 - x^3 + \frac{2}{3}x^3 - 3x^3 + 3xy$ - polinómio de cinco termos ou simplesmente polinómio.



Recorde-se caro aluno que:

Mono significa um;

Bi significa dois;

Tri significa três;

Poli significa vários.

Muito bem. Caro aluno , depois de ter estudado a noção de polinómio, agora, vai realizar as seguintes actividades:

ACTIVIDADE

1. Considere as expressões. Assinale com um ✓ os polinómios.

✓

a) $2z^4$

b) $-x^2y+z^4$

c) $2x^2y+3z+5-ab^5+\frac{1}{2}x^2y$

d) 2009

e) $2a-a+\frac{2}{7}a+2a^3b^2+3a$

f) y

g) $3ab+2ab-4ab-9ab-4ab$

h) $12m-4x+9x-17m-5x+6m$

i) $-\frac{5}{7}x^2y^5z^7$

j) $\frac{7}{18}a^3+a+\frac{4}{5}a^2+\frac{1}{3}a^3-\frac{9}{5}a^2+\frac{5}{18}a^3$

l) $-x^2y+z^4+6$

m) a^2-2a+1

n) x^2-1

o) a^2-b^2

p) $xyz+abc$

q) x^2+5x+6

r) $ax^2-ay+bx^2-by$

s) $81x^2-1$

2. Considere as expressões. Assinale com um ✓ os binómios.

a) $2z^4$ ✓

b) $-x^2y+z^4$

c) $2x^2y+3z+5-ab^5+\frac{1}{2}x^2y$

d) 2009

e) $2a-a+\frac{2}{7}a+2a^3b^2+3a$

f) y

g) $3ab+2ab-4ab-9ab-4ab$

h) $12m-4x+9x-17m-5x+6m$

i) $-\frac{5}{7}x^2y^5z^7$

j) $\frac{7}{18}a^3+a+\frac{4}{5}a^2+\frac{1}{3}a^3-\frac{9}{5}a^2+\frac{5}{18}a^3$

l) $-x^2y+z^4+6$

m) a^2-2a+1

n) x^2-1

o) a^2-b^2

p) $xyz+abc$

q) x^2+5x+6

r) $ax^2-ay+bx^2-by$

s) $81x^2-1$

3. Considere as expressões. Assinale com um ✓ os trinómios

✓

a) $2z^4$

b) $-x^2y+z^4$

c) $2x^2y+3z+5-ab^5+\frac{1}{2}x^2y$

d) *2009*

e) $2a-a+\frac{2}{7}a+2a^3b^2+3a$

f) y

g) $3ab+2ab-4ab-9ab-4ab$

h) $12m-4x+9x-17m-5x+6m$

i) $-\frac{5}{7}x^2y^5z^7$

j) $\frac{7}{18}a^3+a+\frac{4}{5}a^2+\frac{1}{3}a^3-\frac{9}{5}a^2+\frac{5}{18}a^3$

l) $-x^2y+z^4+6$

m) a^2-2a+1

n) x^2-1

o) a^2-b^2

p) $xyz+abc$

q) x^2+5x+6

r) $ax^2-ay+bx^2-by$

s) $81x^2-1$

4. Considere as expressões. Assinale com um ✓ os monómios.

a) $2z^4$

b) $-x^2y+z^4$

c) $2x^2y+3z+5-ab^5+\frac{1}{2}x^2y$

d) 2009

e) $2a-a+\frac{2}{7}a+2a^3b^2+3a$

f) y

g) $3ab+2ab-4ab-9ab-4ab$

h) $12m-4x+9x-17m-5x+6m$

i) $-\frac{5}{7}x^2y^5z^7$

j) $\frac{7}{18}a^3+a+\frac{4}{5}a^2+\frac{1}{3}a^3-\frac{9}{5}a^2+\frac{5}{18}a^3$

l) $-x^2y+z^4+6$

m) a^2-2a+1

n) x^2-1

o) a^2-b^2

p) $xyz+abc$

q) x^2+5x+6

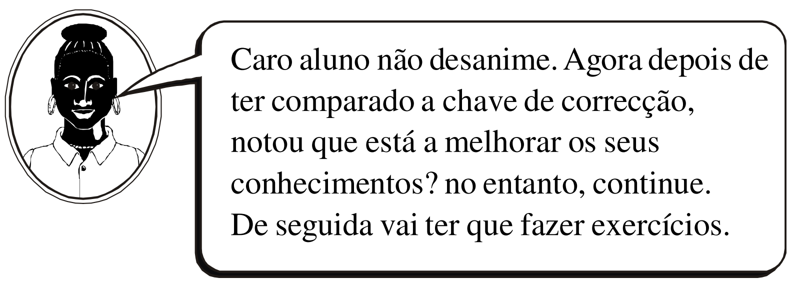
r) $ax^2-ay+bx^2-by$

s) $81x^2-1$

Depois de ter realizado as actividades, agora compara a Chave de Correcção que lhe propomos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **c); e); g); h); j); r)**
2. **b); n); o); p); s)**
3. **l); m); q)**
4. **a); d); f); i)**



EXERCÍCIOS

1. Marca com um ✓ o polinómio que representa o perímetro da figura:

M12-1-1

a) $2abc + 2abc + 25abc + ap + ap + b^2 + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{3}b^2 + \frac{2}{3}b^2$

b) $2abc - 2abc + 25abc - ap + ap + b^2 + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{3}b^2 - \frac{2}{3}b^2$

c) $25abc + ap + ap + b^2 + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{3}b^2 + \frac{2}{3}b^2$

d) $2abc + 2abc + 25abc + ap + ap$.

2. Marca com um ✓ o polinómio que representa o perímetro da figura:

M12-1-2

a) $(x + y) + (2ap + 1) + (2ap + 1)$

b) $(x + y) - (2ap + 1) - (2ap + 1)$

c) $(2ap + 1) + (2ap + 1)$

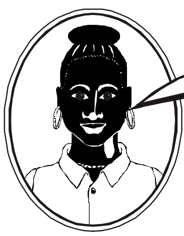
d) $(x - y) + (2ap - 1) + (2ap - 1)$.

Finalmente chegou no fim da lição, mas antes compara a Chave de Correcção que lhe sugerimos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2. a)



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Já sabe que o tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

ASIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

2 Grau de um Polinómio

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar grau de um polinómio.

Material necessário de apoio

- caderno,caneta, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a segunda lição do 12º módulo, que vamos estudar o grau de um polinómio. Nesta lição, vai identificar grau de polinómio. Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria , no módulo anterior estudou grau de monómios, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender com mais profundidade.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades de percepção sobre os grau de monómios, deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA, pois a ferramenta fundamental para esta lição, bem como para as lições seguintes deste Módulo é dominar a noção de grau de monómio.

FAZENDO REVISÕES...

Chama-se **grau de um monómio** a soma dos expoentes das variáveis que nele figuram.

Exemplo 1

Em $-ab^2c^7$, o grau é **dez** visto que:

a tem expoente **um**;

b^2 tem expoente **dois**;

c^7 tem exponte **sete.**

Concluimos que $1 + 2 + 7 = 10$.

Exemplo 2

De outra forma, da expressão sugerida, $a^5b^4c^3$, o grau é **doze** visto que**:**

a^5 tem expoente **cinco;**

b^4 tem expoente **quatro;**

c^3 tem expoente **três.**

Concluimos que $5 + 4 + 3 = 12$

Exemplo 3

2009 o grau é **zero**, por que não tem a parte literal.

Exemplo 4

x, o grau é **um** porque o x está elevado a um. Pois por convenção, qualquer potência de expoente um não se escreve o expoente.

Exemplo 5

Em 1, 2, 3, 4, 5, 6,... estes monómios são apenas constituidos por números diferentes de zero, então os seus graus, serão sempre iguais a **zero,** pois se atribuirmos uma letra a multiplicar esses números e elevarmos a zero, essa letra, desse monómio, obteremos como resultado apenas a parte representada por número. E é sabido que qualquer número elevado a zero é igual a 1.

E finalmente vamos observar o caso em que o **grau é indeterminado**.

Ao número zero pode se atribuir qualquer grau, pois

$$0 = 0 \bullet x = 0 \bullet x^5 = 0 \bullet x^{27} = \ldots$$

Caro aluno, depois de ter feito a revisão sobre o grau de monómio, agora vai estudar o grau do polinómio.

1. Grau de um polinómio.

Considere o trinómio, $x^2y^3z + 2r^2t - 3ap$, para obter o grau deste trinómio, procede-se do seguinte modo:

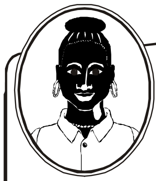
1. Determina-se o grau de cada termo que constitui o trinómio.

x^2y^3z - grau 6

$2r^2t$ - grau 3

$-3ap$ -grau 2

2. Verificar o grau mais elevado dos seus termos.



Grau de um polinómio é o mais elevado grau dos seus termos

Assim, vamos considerar alguns polinómios e determinarmos os seus graus.

1.1. $2ax^2y+3z^4$ é do grau 4.

1.2. $-\frac{1}{3}ab+a^3b-d$ é do grau 4.

1.3. $5x^3-y^4+2x^2y^3$ é do grau 5.

1.4. $-3a^3x^2-2a^8x^2+6a^9x^2+5ax^2-6ax^2$ é do grau 11.

1.5. $-x^2y^7+xy^5+\frac{1}{2}xyz-3$ é do grau 9.

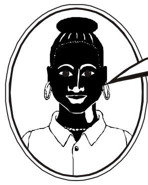
1.6. $-3a^6-\frac{1}{2}a^5-a^4+a+3$ é do grau 6.

1.7. $-3ab^6-\frac{1}{2}a^3p^5-ax^4+ax+3$ é do grau 8.

1.8. $6m^6p^5-m^3p^7+\frac{3}{2}mnp-2$ é do grau 11.

1.9. $50x^8y-60x^5y^2+18x^2y^3+1$ é do grau 9

1.10. x^2-y^2 é do grau 2.



Muito bem. Caro aluno. Depois de ter estudado com atênção o grau de um polinómio, agora tenta realizar a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ o grau do polinómio $4abx^2 - bcy^2 + a^2xz - 3$

a) Grau 11

b) Grau 2

c) Grau 4

d) Grau 3

2. Assinale com um ✓ o grau do polinómio $b^7x^2 - b^3y^2 + a^2x^6 - 3$

a) Grau 3

b) Grau 2

c) Grau 1

d) Grau 9

3. Assinale com um ✓ o grau do polinómio

$4m^2n^2p - mnp + 50m^3np^2 + 73mnp$

a) Grau 5

b) Grau 6

c) Grau 7

d) Grau 9

4. Preenche os espaços em branco.

Polinómio	**Termo de maior grau**	**Grau do polinómio**
$-ax^2y+\frac{2}{7}z^4-mnp^{12}+x^{22}$		
$2ax^2y+3z^4-x^2y^3z^5+44ax^3$		
$2ax^2y+3z^4-1$		
$y^{11}+3z^4$		
$2ax+3z$		
x^2-z^4		
$-ax^2y+\frac{1}{5}z^4-xz$		
$36a^2-1$		
$-x^2y+3x^2y^3z^4-2m^2n$		

Caro aluno, depois de ter realizado as actividades sugeridas, agora compara com a Chave de Correcção que lhe sugerimos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **c)**
2. **d)**
3. **b)**

Polinómio	**Termo de maior grau**	**Grau do polinómio**
$-ax^2y+\frac{2}{7}z^4-mnp^{12}+x^{22}$	x^{22}	22
$2ax^2y+3z^4-x^2y^3z^5+44ax^3$	$-x^2y^3z^5$	10
$2ax^2y+3z^4-1$	$2a^3x^2y$	6
$y^{11}+3z^4$	y^{11}	11
$2ax+3z$	$2ax$	2
x^2-z^4	$-z^4$	4
$-ax^2y+\frac{1}{5}z^4-xz$	$\frac{1}{5}z^4$	4
$36a^2-1$	$36a^2$	2
$-x^2y+3x^2y^3z^4-2m^2n$	$3x^2y^3z^4$	9

Caro aluno não desanime. Agora depois de ter comparado a chave de correcção, notou que está a melhorar os seus conhecimentos? no entanto continue. De seguida vai ter que fazer exercícios.

EXERCÍCIOS

1. Escreva um polinómio qualquer de cinco termos e de grau oito, nas variáveis *a; b e c* e coeficiente $-\frac{3}{4}$; -1; 3; 4 e 1.

2. Considere os polinómios e indique o grau de cada um deles.

a) $-\frac{3}{4}-2x$

b) $3mn^{3}-\frac{3}{4}+nm^{3}+\frac{1}{2}nm^{23}$

c) **2010**

d) ***y***

e) $-\frac{3}{4}p^{3}-4p^{2}q+3p^{2}-6pq$

f) $-\frac{3}{4}x^{3}-6x^{2}+\frac{3}{2}x+\frac{1}{8}$

g) ***-1***

h) $4-x^{2}$

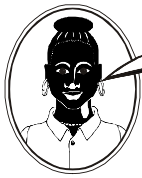
i) $-\frac{3}{4}$

j) $xy^{3}+x^{4}y^{7}-x^{3}y^{3}+xy^{9}-\frac{3}{4}$

l) $-\frac{3}{4}pr^{23}+n^{27}-nm^{26}p-1$

m) $-\frac{3}{4}xyz-\frac{3}{7}x^{2}yz+xyz^{3}-24xy^{5}z$

n) $-\frac{3}{4}\mathrm{t}-\frac{3}{4}$



Finalmente chegou no fim da lição, mas antes compara a Chave de Correcção que lhe sugerimos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. $-\frac{3}{4}ab^2c^2 - a^4b^2c^2 + 3abc + 4a^3bc + abc$, sugerimos que a resposta seja esta,. Uma outra proposta é aceite desde momento que tenha os coefecientes indicados no exercício e o grau.

2.

a) Grau 1

b) Grau 24

c) Grau 0

d) Grau 1

e) Grau 3

f) Grau 3

g) Grau 0

h) Grau 2

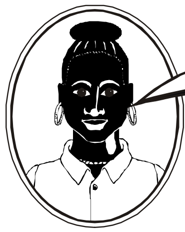
i) Grau 0

j) Grau 11

l) Grau 27

m) Grau 7

n) Grau 1



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Já sabes que o tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo-se da actividade sexual.

3 Multiplicação de um Monómio por um Polinómio

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Multiplicar um monómio por um polinómio.

Material necessário de apoio

- caderno,caneta, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a terceira lição do 12º módulo, que vamos estudar a multiplicação de um monómio por um polinómio. Nesta lição, vai multiplicar monómios por um polinómio. Como pode verificar não é a primeira vez que estuda esta matéria , no módulo anterior estudou a multiplicação do monómio por um monómio, no entanto, tem mais uma oportunidade de aprender com mais profundidade.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades de percepção sobre a multiplicação de monómios, deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**, pois a ferramenta fundamental para esta lição, bem como para as lições seguintes deste Módulo é dominar a multiplicação de monómio.

FAZENDO REVISÕES...

Recorde-se que os monómios, xy e $3xy^3$ o seu produto é

$xy \bullet 3xy^2 = 3x^2y^3$ porque, $x \bullet y \bullet 3 \bullet x \bullet y \bullet y = 3x^2y^3$. Como resultado da multiplicação dos coeficientes e a parte literal.

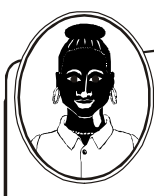
Recorde se que $y \bullet y^2 = y^3$ porque pela regra de potenciação, bases iguais e expoentes diferentes mantém-se a base e adiciona-se os expoentes.

Procedendo da mesma forma para o produto que se segue, teremos:

$-a^4b^3c^2 \bullet \left(3a^2b^3\right) =$ pela regra utilizada acima, vamos primeiro

multiplicar os coeficientes $-1 \bullet 3 \bullet a^4 \bullet a^2 \bullet b^3 \bullet b^3 \bullet c^2 = -3a^6b^6c^2$

Recordando o conceito de multiplicação de monómios, fica:



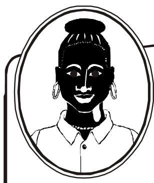
O produto de dois ou mais monómios é um monómio reduzido cujo o coeficiente é o produto dos coeficientes dos factores e cuja a parte literal é constituida por todas as letras, cada uma delas elevada a soma dos expoentes com que aparece em cada factor.

TOME NOTA...

A ordem das letras da parte literal, convencionou-se como sendo a ordem alfabética.

Caro aluno, depois de ter feito a revisão sobre a multiplicação de monómios, agora vai estudar a multiplicação de um monómio por um polinómio.

1. Multiplicação de um monómio por um polinómio.



Para multiplicar um monómio por um polinómio aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição algébrica.

Exemplo 1

Considere o exemplo $x(x-1)$ para multiplicar este monómio x, pelo binómio $x-1$, temos que aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição algébrica, e fica:

$x(x-1) = x \bullet x - x \bullet 1 = x^2 - x$.

Agora considere:

a) $5x \bullet (x^2 - 3x + 2)$;

b) $4xy \bullet (5x + 7y)$;

c) $(ab + 2b^2 - a^2) \bullet 2ab$.

Resolução:

a) $5x \bullet (x^2 - 3x + 2) = 5x \bullet x^2 + 5x \bullet (-3x) + 5x \bullet 2$ pela propriedade distributiva da multiplicação;

$5x \bullet (x^2 - 3x + 2) = 5x \bullet x^2 + 5x \bullet (-3x) + 5x \bullet 2 =$

$5x^3 - 15x^2 + 10x$

esta é a solução do produto;

b) $4xy \bullet (5x + 7y) = 4xy \bullet 5x + 4xy \bullet 7y = 20x^2y + 28xy^2$ pelo mesmo procedimento;

c) $\left(ab + 2b^2 - a^2\right) \bullet 2ab$ sabe-se que é o mesmo que escrever assim, , logo aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição algébrica, obtemos:

$$\left(ab + 2b^2 - a^2\right) \bullet 2ab = 2ab \bullet ab + 2ab \bullet 2b^2 - 2ab \bullet a^2 =$$

$$2a^2b^2 + 4ab^3 - 2a^3b.$$

Exemplo 2

Considere o segundo exemplo, $3a \bullet (ab - 3ab) + ab\left(\frac{1}{2}a - 1\right)$,

temos que aplicar a propriedade distributiva em duas ocasiões.
Assim, fica:

$$3a \bullet (ab - 3ab) + ab\left(\frac{1}{2}a - 1\right) =$$

$$= 3a \bullet ab - 3a \bullet (3ab) + ab \bullet \frac{1}{2}a - ab \bullet 1$$

$$= 3a^2b - 9a^2b + \frac{1}{2}a^2b - ab =$$

Chegado a este resultado, obtemos monómios semelhantes. Recorda-se caro aluno que monómios semelhantes são aqueles monómios que se diferem dos coeficientes, ou seja que têm a mesma parte literal. Sendo assim há necessidade de reduzir termos semelhantes e obtemos:

$$=3a^2b-9a^2b+\frac{1}{2}a^2b-ab=$$

$$=\left(\underset{(6)}{3}-\underset{(6)}{9}+\frac{1}{\underset{(3)}{2}}\right)a^2b-ab=$$

$$=\left(\frac{18-54+3}{6}\right)a^2b-ab=$$

$$=-\frac{33}{6}a^2b-ab=$$

E pela simplificação da fracção do coeficiente, fica:

$-\frac{11}{2}a^2b-ab$ este é o produto reduzido.

Agora considere:

a) $3a\bullet(2a+2)-3a(a+1)$;

b) $2xy\bullet(x-y)-(xy-y^2)$;

c) $x\bullet(3x)\bullet(x^2-2x+1)-3x^2\bullet5x(x+1)$.

Resolução:

$a)\ 3a\bullet(2a+2)-3a(a+1)=$

$=3a\bullet2a+3a\bullet2-3a\bullet a-3a\bullet1=6a^2+6a-3a^2-3a=$

agrupando os termos semelhantes, fica:

$6a^2+6a-3a^2-3a=(6a^2-3a^2)+(6a-3a)=$

$(6-3)a^2+(6-3)a=3a^2+3a.$

è o produto reduzido.

b) $2xy \bullet (x-y) - (xy - y^2) = 2xy \bullet x - 2xy \bullet y - xy + y^2 =$

$= 2x^2y - 2xy^2 - xy + y^2.$

Neste produto a resolução termina aqui, visto que não tem monómio semelhantes.

$$x \bullet (3x) \bullet (x^2 - 2x + 1) - 3x^2 \bullet 5x(x+1) =$$

$$= 3x^2 \bullet (x^2 - 2x + 1) - 15x^3 \bullet (x+1) =$$

$$= 3x^2 \bullet x^2 - 3x^2 \bullet 2x + 3x^2 \bullet 1 - 15x^3 \bullet x - 15x^3 \bullet 1 =$$

$$= 3x^4 - 6x^3 + 3x^2 - 15x^4 - 15x^3 =$$

$$= (3x^4 - 15x^4) + (-6x^3 - 15x^3) =$$

$$= (3-15)x^4 + (-6-15)x^3 = -12x^4 \ -21x^3.$$

Muito bem. Caro aluno. Depois de ter estudado com atênção a multiplicação de um monómio por um polinómio, agora tenta realizar as actividades que se seguem.

ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ a solução do seguinte produto $-p^3(3-p)$.

a) $-p^2-3$ ✓☐

b) $-3p^2-p^4$ ☐

c) $-3p^3+p$ ☐

d) $-3p^3+p^4$ ☐

2. Assinale com um ✓ a solução do seguinte produto
$a(b+c)-b(a-c)$.

a) $ac+bc$ ✓☐

b) $ac-bc$ ☐

c) $ac+bc-ab$ ☐

d) $ac+bc+2ab$ ☐

3. Assinale com um ✓ a solução do seguinte produto

$$x^2\left(x-5x-\frac{2}{3}x\right)-x^3\left(1-y^2\right).$$

a) $-\frac{17}{3}x^3+x^3y^2$; ☑

b) $-x^3+x^3y^2$ ☐

c) $-\frac{16}{3}x^3+x^3y^2$ ☐

d) $-\frac{14}{3}x^3+x^3y^2$ ☐

4. Assinale com um ✓ a solução do seguinte produto

$$\frac{1}{2}x^2\bullet\left(1-3x-4x^2\right)$$

a) $-x^2-\frac{3}{2}x^2-2x^4$ ☑

b) $-\frac{1}{2}x^2+1-\frac{3}{2}x-4x^2$ ☐

c) $\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x^3-2x^4$ ☐

d) $\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x^3+2x^4$ ☐

5. Complete os espaços em branco.

$$-\frac{1}{2}x^2 \bullet \left(1 - 3x - 4x^2\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 \bullet (\ldots) - \ldots \bullet (-3x) - \frac{1}{2}x^2 \bullet \left(-4x^2\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}x^{\cdots} + \ldots x^3 + \ldots .$$

Caro aluno, depois de ter realizado as actividades sugeridas, agora compara com a Chave de Correcção que lhe sugerimos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. d)

2. a)

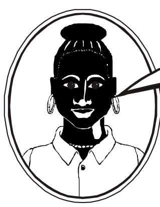
3. a)

4. c)

5. $-\frac{1}{2}x^{2}\bullet\left(1-3x-4x^{2}\right)=$

$$=-\frac{1}{2}x^{2}\bullet(.1..)-.\frac{1}{2}x^{2}..\bullet(-3x)-\frac{1}{2}x^{2}\bullet\left(-4x^{2}\right)=$$

$$=-\frac{1}{2}x^{2\,..}+..\frac{3}{2}.x^{3}+.2x^{4}...$$



Caro aluno, depois de ter realizado as actividades sugeridas, agora redobre esforços. De seguida vai realizar as actividades se segue.

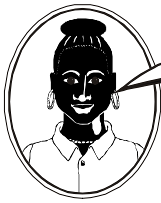
EXERCÍCIOS

1. No grupo **I,** estão representados expressões de produtos entre um monómio pelo polinómio. No grupo **II**, as soluções sugeridas. Faça corresponder os elementos do grupo A para com o grupo B, de acordo com a solução que achar correcta.

Grupo I	**Grupo II**
$a)\ (2x-2)\bullet(-3)$	$A: -3a^3-2a^2-3a$
$b)\ (-2)\bullet(a^2+2ab-b^2)$	$B:\ -6x+6$
$c)\ (3y+6)\bullet(-2y)$	$C:\ -6y^2-12y$
$d)\ (-x)\bullet(4x-7)$	$D: -p^5+5p^3-4p$
$e)\ (5a-3b)\bullet(-4a)$	$E:\ -4x^2+7x$
$f)\ (x^2-3xy+2y^2)\bullet(-xy)$	$F:\ -2a^2-4ab+2b^2$
$g)\ -3a\bullet(a^2+a+1)$	$G:\ -20a^2+12ab$
$h)\ 4\bullet(x^2-1)-x^2\bullet(x^2-1)$	$H: 5x^2-4-x^4$
$i)\ -p^3\bullet(p^2-1)+4p(p^2-1)$	$I: -2m^3n^2+\frac{7}{5}m^2n^3$

2. Determine a àrea do rectângulo dado $[ABCD]$.

M12-3-1



Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios, agora compara com a Chave de Correcção que lhe sugerimos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. $a) - B$

$b) - F$

$c) - C$

$d) - E$

$e) - G$

$f) -$

$g) - A$

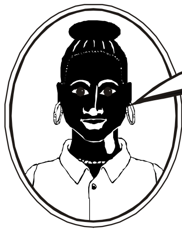
$h) -$

$i) - D$

2. Sendo a area do rectângulo igual ao produto da medida do comprimento e da largura, terremos a seguinte expressão**:**

$2xy^2 \bullet (17xy^2 - 3)$, onde o seu produto será: $24x^2y^4 - 4xy^2$

este binómio representa a àrea do rectângulo $[ABCD]$.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!

Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.

Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

4 Multiplicação de Polinómios

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Multiplicar polinómios.

Material necessário de apoio

- caderno,caneta, lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo a quarta lição do 12º módulo, que vamos estudar a multiplicação de polinómios. Nesta lição, vai multiplicar polinómios. Nas lições anteriores aprendeu a multiplicar monómios pelo monómio e monómio pelo polinómio, mas antes aprendeu a potência de um monómio que mais uma vez será a ferramenta fundamental para o estudo desta lição. Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades de percepção sobre a multiplicação de monómio por um polinómio, deve juntar-se a colegas ou contactar o **CAA**, pois a ferramenta fundamental para esta lição, bem como para os Módulo subsequentes é dominar a multiplicação de monómios e polinómios.

1. Multiplicação de polinómios

Considere oproduto que lhe sugerimos:

$(a-b)\bullet(m-n)$ para multiplicar estes polinómios devemos multiplicar o primeiro termo do primeiro polinómio, a cada termo do segundo polinómio e o segundo termo do primeiro polinómio a cada termo do segundo polinómio, ou seja, aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição algébrica:

$$(a-b)\bullet(m-n) = a\bullet m - a\bullet n - b\bullet m + b\bullet n = am - an - bm + bn$$

E, o polinómio por não ter termos semelhantes a solução fica:

$am - an - bm + bn$.

Muito bem caro aluno, lembre-se que no ensino primário aprendeu a multiplicar números na posição vertical, no entanto também se pode usar o mesmo procedimento para multiplicar polinómios, e fica:

$$\begin{array}{r} a-b \\ \times \quad m-n \\ \hline -an+bn \\ +am-bn \\ \hline am-an-bm+n \end{array}$$

Do mesmo modo, vamos multiplicar os seguintes polinómios, aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição algébrica

$$(2x-7)\left(3x^2-5x-1\right)=$$

$$= 2\bullet3\bullet x\bullet x^2 - 2\bullet5\bullet x\bullet x - 2\bullet1\bullet x - 7\bullet3\bullet x^2 + 7\bullet5\bullet x + 7\bullet1 =$$

$$= 6x^3 - 10x^2 - 2x - 21x^2 + 35x + 7 =$$

De seguida vamos reduzir os termos semelhantes. Recordando caro aluno, termos semelhantes são aqueles termos que têm a mesma parte literal ou são aqueles termos que se diferem dos coeficientes. Logo fica:

$$= 6x^3 - 10x^2 - 2x - 21x^2 + 35x + 7 = 6x^3 - 31x^2 + 33x + 7$$

O polinómio reduzido $6x^3 - 31x^2 + 33x + 7$ é a solução do produto dos polinómios sugeridos.

Agora considere o binómio, $P = 2a - \frac{1}{2}$, calcule: $P^2 - 2 \bullet P^3$.

Para a resolução deste exercício temos que:

Primeiro: Substituir na expressão $P^2 - 2 \bullet P^3$ pelo valor do **P**.

Segundo: $\left(2a - \frac{1}{2}\right)^2 - 2 \bullet \left(2a - \frac{1}{2}\right)^3$

Terceiro: da expressão, determinar o produto dos polinómios e reduzir os termos semelhantes.

$$\left(2a - \frac{1}{2}\right)^2 - 2 \bullet \left(2a - \frac{1}{2}\right)^3 = \left(2a - \frac{1}{2}\right)\left(2a - \frac{1}{2}\right) - 2\left(2a - \frac{1}{2}\right)\left(2a - \frac{1}{2}\right)\left(2a - \frac{1}{2}\right) =$$

$$= 4a^2 - a - a + \frac{1}{4} + (-4a + 1)\left(2a - \frac{1}{2}\right)\left(2a - \frac{1}{2}\right) =$$

$$= 4a^2 - a - a + \frac{1}{4} + \left(-8a^2 + 2a + 2a - \frac{1}{2}\right)\left(2a - \frac{1}{2}\right) =$$

$$= 4a^2 - a - a + \frac{1}{4} + -16a^3 + 4a^2 + 4a^2 - a + 4a^2 - a - a + \frac{1}{4} =$$

Quarto: Daqui, segue a redução dos termos semelhantes:

$$\left(4a^2 + 4a^2 + 4a^2 + 4a^2\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + (-a - a - a - a - a) - 16a^3$$

Quinto: A solução fica reduzido a quatro termos, ou seja:

$$-5a + \frac{1}{2} + 16a^2 - 16a^3.$$

O produto de dois polinómios é um polinómio que se obtém multiplicando cada termo de um por todos os termos do outro.

Muito bem, caro aluno, agora sugerimos que resolva as seguintes actividades para ver se está a compreender bem a multiplicação de polinómios.

ACTIVIDADE

1. Assinale com um ✓ o produto de $(2a-1)(1-2a+a^2)$

a) $-1+4a-5a^2+2a^3$ ☐

b) $4a-5a^2+2a^3$ ☐

c) $-5a^2+2a^3$ ☐

d) $-1+4a-5a^2$ ☐

2. Assinale com um ✓ o produto de $\left(a-2a+a^2\right)\left(1-a^2\right)$

a) $a^2+2a^3-a^4$ ✓☐

b) $2-2a-a^2$ ☐

c) $2+2a+a^2-2a^3+a^4$ ☐

d) $2-2a-a^2+2a^3-a^4$ ☐

3. Assinale com um ✓ o produto de $\left(3a-5\right)\left(-2a+3\right)$

a) $-6a^2+19a-15$ ✓☐

b) $-6a^2+19a^2-15$ ☐

c) $6a^2+-19a+15$ ☐

d) $-6a^2+4a^2$ ☐

4. Assinale com um ✓ o produto de $\left(-x^3-2x^2+3x+1\right)\left(-x+3\right)$

a) $x-x^3-9x^2+8x+3$ ✓☐

b) $x^4+x^3+9x-8x-3$ ☐

c) $x^4-x^3-9x^2+8x+3$ ☐

d) $x-x-9x+8x+3$ ☐

5. Assinale com um ✓ o produto de $\left(x^2 - 3xy - y^2\right)\left(x^2 - xy + 2y^2\right)$

a) $6a^2 + 19a$ ✓

b) $x^4 + 4x^3y + 4x^2y^2 - 5xy^3 - 2y^4$

c) $x + 4xy + 4x^2y^2 - 5xy$

d) $a^4 + 4a^3b + 4x^2y^2$

Agora vai compara a sua Chave de Correcção com a que lhe sugerimos de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

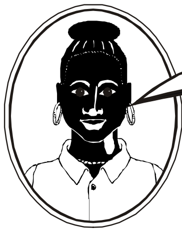
1. a)

2. c)

3. a)

4. c)

5. b)



Então, conseguiu resolver todas alíneas de acordo com a chave de correcção? Excelente trabalho! Quer dizer que está a resolver bem os produtos de polinómios. Continue assim.
Se tiver dificuldades em resolver estas questões, então faça uma pequena revisão desta lição. Estude com um colega e procure esclarecer as suas dúvidas. Se necessário,consulte o tutor no **CAA.**

Agora vai continuar a resolver exercícios de auto avaliação.

EXERCÍCIOS

1. Complete o quadro abaixo:

A	B	C	AB	BC	ABC
a^2-1	a^4+a	a^2+3a-1			
	$a-1$		$(a-1)(a+3)$	$a(a-1)$	
$2a-a^2$	$\frac{1}{2}a^3$	$0,1a-2$			

2. Calcule cada um dos seguintes produtos:

a) $(a+b)(a+3b)$

b) $(n+1)(n+3)$

c) $(y^2-1)(y^2+4)$

d) $(x-2y)(2x-y)$

e) $(a^2-2a+1)(a+2)$

f) $(x+3y+1)(3x-y-2)$

3. Dados polinómios $f(x)=x^3-1$; $g(x)=2x^2-3$ e

$h(x)=2x-x^2+3$.

Verifique que:

a) $f(x)\bullet g(x)=g(x)\bullet f(x)$

b) $\left[f(x)\bullet g(x)\right]\bullet h(x)=f(x)\bullet\left[g(x)\bullet h(x)\right]$

c) $f(x)\bullet\left[g(x)+h(x)\right]=\left[f(x)\bullet g(x)\right]+\left[f(x)\bullet h(x)\right]$

Agora vai comparar a sua Chave de Correcção com a que lhe sugerimos de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

A	B	C	AB	BC
a^2-1	a^4+a	a^2+3a-1	a^6-a^4+ $+a^3-a$	a^6+3a^5 $-a^4+a^3$ $+3a^2-a$
$a+3$	$a-1$	a	$(a-1)(a+3)$	$a(a-1)$
$2a-a^2$	$\frac{1}{2}a^3$	$0{,}1a-2$	$a^4-\frac{1}{2}a^5$	$0{,}05a^6-a^3$

ABC
a^8+3a^7 $-2a^6-2a^5$ $+4a^4-2a^3$ $-3a^2+a$
a^3-2a^2 $-3a$
$-0{,}05a^6+0{,}1a^5$ $-2a^4+a$

2. Para calcular os produtos abaixo deve seguir os procedimentos acima, aplicando as propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição algébrica.

a) $(a+b)(a+3b) = a^2 + 3ab + ab + 3b^2 = a^2 + 4ab + 3b^2$

b) $(n+1)(n+3) = n^2 + 3n + n + 3 = n^2 + 4n + 3$

c) $(y^2-1)(y^2+4) = y^4 + 4y^2 - y^2 - 4 = y^4 + 3y^2 - 4$

d) $(x-2y)(2x-y) = 2x^2 - xy - 4xy + 2y^2 = 2x^2 - 5xy + 2y^2$

e) $(a^2-2a+1)(a+2) = a^3 - 2a^2 + a - 2a^2 - 4a + 2 = a^3 - 3a + 2$

f) $(x+3y+1)(3x-y-2) = 3x^2 - xy - 2 + xy - 3y2 - 6y^2 -$
$-6y + 3x - y - 2 = 8xy - 7y + 3x - 4$

3. a)

$$f(x)\bullet g(x) = g(x)\bullet f(x)$$
$$(x^3-1)(2x^2-3) = (2x^2-3)(x^3-1)$$
$$2x^5 - 3x^3 - 2x^2 + 3 = 2x^5 - 2x^2 - 3x^3 + 3$$
$$2x^5 - 3x^3 - 2x^2 + 3 = 2x^5 - 3x^3 - 2x^2 + 3$$

b) $\left[f(x)\bullet g(x)\right]\bullet h(x) = f(x)\bullet\left[g(x)\bullet h(x)\right]$

$$\left[\left(x^3-1\right)\left(2x^2-3\right)\right]\bullet\left(2x-x^2+3\right)=\left(x^3-1\right)\bullet\left[\left(2x^2-3\right)\left(2x-x^2+3\right)\right]$$

$$\left(2x^5-3x^3-2x^2+3\right)\bullet\left(2x-x^2+3\right)=\left(x^3-1\right)\bullet\left(4x^3-2x^4+6x^2-6x+3x^2-9\right)$$

$$4x^5-6x^4-4x^3+6x-2x^7+3x^5+2x^4-3x^2+6x^5-9x^3-6x^2+9=$$

$$4x^6-2x^7+6x^5-$$

$$-6x^4+3x^5-9x^3-4x^3+2x^4-6x^2+6x-3x^2+9$$

$$\left(4x^5+3x^5+6x^5\right)+\left(-6x^4+2x^4\right)+\left(-4x^3-9x^3\right)$$

$$+6x-2x^7+\left(-3x^2-6x^2\right)+9=$$

$$=4x^6-2x^7+\left(6x^5+3x^5\right)+$$

$$+\left(-6x^4-6x^4+2x^4\right)+\left(-9x^3-4x^3\right)+\left(-6x^2-3x^2\right)+6x+9$$

$$13a^5-4x^4-13x^3+6x-2x^7+9x^2+9=-2x^7+4x^6+9x^5-$$

$$-10x^4-13x^3-9x^2+6x+9$$

c)

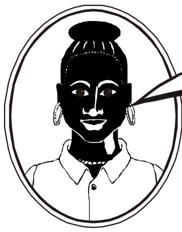
$$\left(x^3-1\right)\left[\left(2x^2-3\right)+\left(2x-x^2+3\right)\right]=$$

$$=\left[\left(x^3-1\right)\left(2x^2-3\right)\right]+\left[\left(x^3-1\right)\left(2x-x^2+3\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow\left[\left(x^3-1\right)\left(2x^2-3\right)\right]+\left[\left(x^3-1\right)\left(2x-x^2+3\right)\right]=$$

$$=\left[\left(x^3-1\right)\left(2x^2-3\right)\right]+\left[\left(x^3-1\right)\left(2x-x^2+3\right)\right]$$

Como pode verificar, a expressão do primeiro membro, é idêntica a do segundo membro.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Assinale com um ✓, apenas a uma resolução correcta.

a) $(1+z)(1+z)=1-2z+z^2$ ✓ ☐

b) $(1-y^2)(1+y^2)=\ 2$ ☐

c) $(1+p^2)(1-p^2)=\ 2+p^2$ ☐

d) $(1-t^2)(1-t^2)=\ 1-2t^2+t^4$ ☐

2. Assinale com um **V** os resultados correctos e com um F os resultados errados.

V/F

a) $(a+1)(a^2-2a-1)=\ a^3-a^2-3a-1$ ☐

b) $(x^2y^2+2xy-1)(x-y+2x^2)=$
$=x^3y^2-xy^3+2x^4y^2+2x^2y-xy^2+4x^3y-x+y-2x^2$ ☐

c) $(a-2b-2)(1-a-b)=-a^2+2b^2+ab+3a-2$ ☐

d) $(-0,5y^3+2y^2-3)(0,1y^4-2y)=$
$=-0,005y^7+0,2y^2-0,3y^4-3y^2+6y$ ☐

3. Assinale com um **V** as soluções verdadeiras e com um **F** as soluções erradas.

V/F

a) $(2a^2b^3-1)(1+a-c)(3-a)=$
$=6a^2b^3+6a^2b^3-6a^2b^3c-3c-6a^3b^3-ab$ ☐

b) $(2p+3q)(p^2-2pq+q^2)=\ 2p^3-p^2q-4pq^2+3q^3$ ☐

c) $\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\left(2x-\frac{1}{2}\right)^3=\ -4x^3+7x^2-\frac{11}{4}x+\frac{5}{16}$ ☐

4. Preencha o quadro abaixo.

A	B	C	AB	BC	ABC
z^2-1	a^4+b	p^2-2p+1			
x^2-1	$x+3$	6			
$-2x-x^2$	$0,6x^3$	$0,1x+25$			
$y-1$	$1-y^2$	7			

5. Calcule cada um dos seguintes produtos.

a) $(a+1)(a+1)$

b) $1,2(1-x)(y-1)$

c) $-\frac{1}{2}\left(2t-\frac{1}{2}\right)(t^2-1)(1+t^2)$

d) $(-a^2b^2-0,1a^2b^2-1)(1+a)^2$

e) $(a^2b^2+a^2b^2-3a)[(1-a)+(5-a)]$

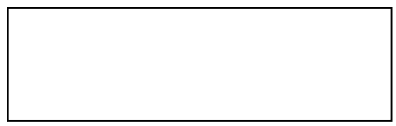
f) $(p^2q^2-1+p^2q^2-3p)[(1-pq)+(5+pq)]2p$

g) $(a^2+2ab+b^2)[(1-2a^2+a^2)+(5+a)]$

h) $(x^2y^3-1)(1+x-y)(3-1)$

6. Dada a figura, que representa uma machamba de produção escolar.

$(a - 2a + 2)$



$\left(-k + 5k + \frac{1}{7}\right)$

a) Escreva a expressão da ària da machamba.

b) Sabendo $a = ,2 \;\; e \;\; k = \frac{2}{3}$, calcula a àrea exacta da machamba.

7. Dada a figura, que representa uma piscina olímpica do clube ferroviário da Beira.

Inserir M12-1-1

a) Escreva a expressão do volume da piscina.

b) Sabendo $a = 3,1 \;\; ; \;\; b = 4,1 \;\; e \;\; c = 2,3$, calcula o volume exacto da piscina.

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 13

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)
1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 13

Elaborado por:
Alfredo Agostinho Gomes
Carlos Xavier Nhanguatava

ÍNDICE

		Pág.
	INTRODUÇÃO --	I
Lição 01:	Casos Notáveis da Multiplicação de Polinómios. 1º Caso: Quadrado de uma soma --	1
Lição 02:	Casos Notáveis de Multiplicação de Polinómios. 2º Caso: Quadrado de uma diferença ----------------------------------	13
Lição 03:	Casos Notáveis da Multiplicação de Monómios. 3º Caso: Diferença de Quadrados --	25
Lição 04:	Decomposição de Polinómios em Factores --------------------	35
Lição 05:	Decomposição de Polinómios Usando Casos de Polinómios Notáveis da Multiplicação ----------------------------------	47
Lição 06:	Propriedades das Expressões Algébricas Fraccionárias ------------	61
Lição 07:	Adição e Subtracção de Fracções Algébricas --------------------	75
Lição 08:	Multiplicação e Divisão de Fracções Algébricas ------------------	87
Lição 09:	Potência de Expressões Algébricas ----------------------------	101
Lição 10:	Exercícios de Aplicação ------------------------------------	113
	TESTE DE PREPARAÇÃO ----------------------------------	123

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

PROGRAMA DE ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA

MENSAGEM DO MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

Estimada aluna,
Estimado aluno,

Sejam todos bem vindos ao primeiro programa de Ensino Secundário através da metodologia de Ensino à Distância.

É com muito prazer que o Ministério da Educação e Cultura coloca nas suas mãos os materiais de aprendizagem especialmente concebidos e preparados para que você, e muitos outros jovens moçambicanos, possam prosseguir os vossos estudos ao nível secundário do Sistema Nacional de Educação, seguindo uma metodologia denominada por "Ensino à Distância".

Com estes materiais, pretendemos que você seja capaz de adquirir conhecimentos e habilidades que lhe permitam concluir, com sucesso, o Ensino Secundário do 1º Ciclo, que, compreende a 8ª, 9ª e 10ª classes. Com o 1º Ciclo do Ensino Secundário você pode melhor contribuir para a melhoria da sua vida, da sua família, da sua comunidade e do país.

O módulo escrito que tem nas mãos, constitui a sua principal fonte de aprendizagem e que "substitui" o professor que você sempre teve lá na escola. Por outras palavras, estes módulos foram concebidos de modo a poder estudar e aprender sozinho obecendo ao seu próprio rítmo de aprendizagem.

Contudo, apesar de que num sistema de Ensino à Distância a maior parte do estudo é realizado individualmente, o Ministério da Educação e Cultura criou Centros de Apoio e Aprendizagem (CAA) onde, você e os seus colegas, se deverão encontrar com os tutores, para o esclarecimento de dúvidas, discussões sobre a matéria aprendida, realização de trabalhos em grupo e de experiências

laboratoriais, bem como a avaliação do seu desempenho. Estes tutores são facilitadores da sua aprendizagem e não são professores para lhe ensinar os conteúdos de aprendizagem.

Para permitir a realização de todas as actividades referidas anteriormente, os Centros de Apoio e Aprendizagem estão equipados com material de apoio ao seu estudo: livros, manuais, enciclopédias, vídeo, áudio e outros meios que colocamos à sua disposição para consulta e consolidação da sua aprendizagem.

Cara aluna,
Caro aluno,

Estudar à distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de ensino aprendizagem, estimulando em si a necessidade de dedicação, organização, muita disciplina, criatividade e, sobretudo determinação nos seus estudos.

O programa em que está a tomar parte, enquadra-se nas acções de expansão do acesso à educação desenvolvido pelo Ministério da Educação e Cultura, de modo a permitir o alargamento das oportunidades educativas a dezenas de milhares de alunos, garantindo-lhes assim oportunidades de emprego e enquadramento sócio-cultural, no âmbito da luta contra pobreza absoluta no país.

Pretendemos com este programa reduzir os índices de analfabetismo entre a população, sobretudo no seio das mulheres e, da rapariga em particular, promovendo o equlíbrio do género na educação e assegurar o desenvolvimento da Nossa Pátria.

Por isso, é nossa esperança que você se empenhe com responsabilidade para que possa efectivamente aprender e poder contribuir para um Moçambique Sempre Melhor!

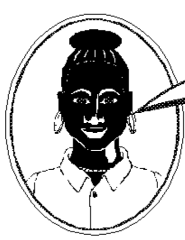
Boa Sorte.

AIRES BONIFACIO ALI
MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo do Módulo 13 de Matemática para a 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado o Módulo 12 que na sua generalidade, abrangiu o estudo de multiplicação e adição de monómios e polinómios. Neste Módulo 13 vai estudar, casos notáveis para a multiplicação de polinómios, factorização de polinómios e casos notáveis, factorização de casos notáveis e as operações com casos notáveis. Devendo ser capaz de identificar casos notáveis, factorizar polinómios, adicionar, subtrair, multiplicar e dividir fracções algébricas. Por outro lado aplicará regras de potenciação; de potências de expoente natural. E no final do Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar-se para a realização do teste do fim do Módulo.



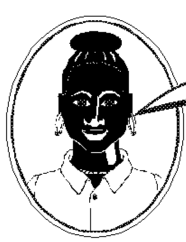
Bem-vindo de novo, caro aluno! Como sabe, eu sou a Sra. Madalena e vou acompanhá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

Como está estruturada esta disciplina?

O seu estudo da disciplina de Matemática é formado por **15 Módulos**, cada um contendo vários temas de estudo. Por sua vez, cada Módulo está dividido em lições. Este **décimo terceiro Módulo** está dividido em **10 lições**. Esperamos que goste da sua apresentação!

Como vai ser feita a avaliação?

Como este é o décimo terceiro módulo você vai ser submetido a um teste porém, primeiro deverá resolver o **Teste de Preparação**. Este Teste corresponde a uma auto-avaliação. Por isso você corrige as respostas com a ajuda da Sra. Madalena. Só depois de resolver e corrigir essa auto-avaliação é que você estará preparado para fazer o Teste de Fim de Módulo com sucesso.

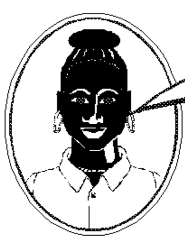


Claro que a função principal do Teste de Preparação, como o próprio nome diz, é ajudá-lo a preparar-se para o Teste de Fim de Módulo, que terá de fazer no **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem - **CAA** para obter a sua classificação oficial.
Não se assuste! Se conseguir resolver o Teste de Preparação sem dificuldade, conseguirá também resolver o Teste de Fim de Módulo com sucesso!

Assim que completar o Teste de Fim de Módulo, o Tutor, no **CAA,** dar-lhe-á o Módulo seguinte para você continuar com o seu estudo. Se tiver algumas questões sobre o processo de avaliação, leia o Guia do Aluno que recebeu, quando se matriculou, ou dirija-se ao **CAA** e exponha as suas questões ao Tutor.

Como estão organizadas as lições?

No início de cada lição vai encontrar os **Objectivos de Aprendizagem**, que lhe vão indicar o que vai aprender nessa lição. Vai, também, encontrar uma recomendação para o tempo que vai precisar para completar a lição, bem como uma descrição do material de apoio necessário.



Aqui estou eu outra vez… para recomendar que leia esta secção com atenção, pois irá ajudá-lo a preparar-se para o seu estudo e a não se esquecer de nada!

Geralmente, você vai precisar de mais ou menos meia hora para completar cada lição. Como vê, não é muito tempo!

No final de cada lição, vai encontrar alguns exercícios de auto-avaliação. Estes exercícios vão ajudá-lo a decidir se vai avançar para a lição seguinte ou se vai estudar a mesma lição com mais atenção. Quem faz o controle da aprendizagem é você mesmo.

Quando ver esta figura já sabe que lhe vamos pedir para fazer alguns **exercícios** - pegue no seu lápis e borracha e mãos à obra!

A **Chave de Correcção** encontra-se logo de seguida, para lhe dar acesso fácil à correcção das questões.

Ao longo das lições, vai reparar que lhe vamos pedir que faça algumas **Actividades**. Estas actividades servem para praticar conceitos aprendidos.

Conceitos importantes, definições, conclusões, isto é, informações importantes no seu estudo e nas quais se vai basear a sua avaliação, são apresentadas desta forma, também com a ajuda da Sra. Madalena!

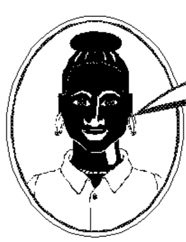
Conforme acontece na sala de aula, por vezes você vai precisar de **tomar nota** de dados importantes ou relacionados com a matéria apresentada. Esta figura chama-lhe atenção para essa necessidade.

E claro que é sempre bom fazer **revisões** da matéria aprendida em anos anteriores ou até em lições anteriores. É uma boa maneira de manter presentes certos conhecimentos.

O que é o CAA?

O **CAA** - **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem foi criado especialmente para si, para o apoiar no seu estudo através do Ensino à Distância.

No **CAA** vai encontrar um Tutor que o poderá ajudar no seu estudo, a tirar dúvidas, a explicar conceitos que não esteja a perceber muito bem e a realizar o seu trabalho. O **CAA** está equipado com o mínimo de materiais de apoio necessários para completar o seu estudo. Visite o **CAA** sempre que tenha uma oportunidade. Lá poderá encontrar colegas de estudo que, como você, estão também a estudar à distância e com quem poderá trocar impressões. Esperamos que goste de visitar o **CAA**!



E com isto acabamos esta introdução. Esperamos que este Módulo 13 de Matemática seja interessante para si! Se achar o seu estudo aborrecido, não se deixe desmotivar: procure estudar com um colega ou visite o **CAA** e converse com o seu Tutor.

Bom estudo!

1

Casos Notáveis da Multiplicação de Polinómios. 1º Caso: Quadrado de uma soma

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Rever a multiplicação de monómios e polinómios.
- Identificar casos notáveis : quadrado de uma soma.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao módulo13 do seu estudo da Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom aproveitamento no 12° módulo da 9ª classe.

Fazemos votos que redobre esforços para o mais breve possível terminar o estudo deste módulo.

Para esta lição, vai realizar algumas revisões como forma de recordar algumas regras de multiplicação de monómios e polinómios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, estudou no módulos 12, a multiplicação de monómios e polinómios.

Recorde-se que:
Para multiplicar um monómio por um polinómio aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição algébrica.

Exemplo 1

Considere o exemplo $a(a-1)$ para multiplicar este monómio a, pelo binómio $a-1$, temos que aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição algébrica, e fica:

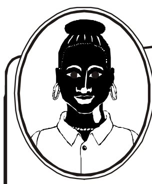
$a(a-1) = a \bullet a - a \bullet 1 = a^2 - a$.

Exemplo 2

Considere o segundo exemplo, $(a+b)(a+3b)$, temos que aplicar a propriedade distributiva em duas ocasiões (usando o factor **a** e **b**). Assim, fica:

$$(a+b)(a+3b) = a \bullet a + a \bullet 3b + a \bullet b + b \bullet 3b$$

Chegado a este resultado, obtemos monómios semelhantes. Recorda-se caro aluno que monómios semelhantes são aqueles monómios que se diferem dos coeficientes, ou seja que têm a mesma parte literal. Sendo assim há necessidade de reduzir termos semelhantes e obtemos:



$$a^2 + 3ab + ab + 3b^2 = a^2 + 4ab + 3b^2$$

este é o polinómio reduzido.

Muito bem. Caro aluno. Depois de ter realizado com atenção a multiplicação de um monómio por um polinómio e polinómio por um polinómio, agora vai estudar casos notáveis da multiplicação de polinómios

1º Caso: Quadrado de uma soma $(a+b)^2$

Para desenvolver este caso, temos que recordar que $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ aplicando a propriedade distributiva da multiplicação, fica:

$(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2$ reduzindo os termos semelhantes, fica:

$a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Caro aluno, ao invés de usar a forma acima pode de forma simples chegar a solução. Siga com atenção a explicação que se segue.

Desenvolvimento do quadrado de um binómio

Seja, $a+b$ um binómio:
a é o primeiro termo;
E b é o segundo termo do binómio.

$(a+b)^2$ é o quadrado do binómio $a+b$.

Assim $3^2 = 3 \bullet 3$, também $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$.

Agora pretendemos descobrir uma regra que permita escrever imediatamente o quadrado de um binómio sem utilizar a multiplicação de polinómios. Antes disso vamos preencher em jeito de actividade o seguinte quadro.

1º termo ***A***	**2º termo** ***B***	**Binómio** ***A+B***	**Quadrado do binómio** $(A+B)^2$	**Conclusão**
a	2	$(a+2)$	$(a+2)^2 = (a+2)(a+b)$ $= a^2 + ab + ab + 4^2$	$(a+2)^2 = a^2 + 4a + 4$
x	*y*	$(x+y)$	$(x+y)^2 = (x+y)(x+y)$ $= x^2 + xy + xy + y^2$	$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
3p	*1*	$(3p+1)$	$(3p+1)^2 = (3p+1)(3p+1)$ $= 9p^2 + 3p + 3p + 1$	$(3p+1)^2 = 9p^2 + 6p + 1$
3x	*5y*	$(3x+5y)$	$(3x+5y)^2 = (3x+5y)(3x+5y)$ $= 9x^2 + 15xy + 15xy + 25y^2$	$(3x+5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2$

TOME NOTA...

O quadrado de um binómio é um trinómio;
No desenvolvimento do quadrado de um binómio figuram os quadrados dos dois termos (o sinal dos quadrados é sempre positivo +);
Aparece ainda outro termo que é igual a duas vezes o produto dos termos (o sinal deste termo é +).

1. $(x+4)^2$

O quadrado de x é x^2;
O quadrado de 4 é 16;
O terceiro termo tem sinal + (os termos são âmbos positivos) e é

$2\bullet(x)\bullet(4)=8x$

Então,

$(x+4)^2 = x^2+8x+16.$

2. $\left(3x+\dfrac{2}{3}\right)^2$

O quadrado de $3x$ é $9x^2$;

O quadrado de $\dfrac{2}{3}$ é $\dfrac{4}{9}$:

O terceiro termo tem o sinal + e é ,

$2\bullet(3x)\bullet\left(\dfrac{2}{3}\right)=4x$

Então,

$\left(3x+\dfrac{2}{3}\right)^2 = 9x^2+4x+\dfrac{4}{9}$

3. $\left(\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{5}\right)^2$

O quadrado de $\dfrac{1}{3}x$ é $\dfrac{1}{9}x^2$;

O quadrado de $\dfrac{1}{5}$ é $\dfrac{1}{25}$

O terceiro termo tem o sinal + e é ,

$2\bullet\left(\dfrac{1}{3}x\right)\bullet\left(\dfrac{1}{5}\right)=\dfrac{2}{15}x$

Então ,

$\left(\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{5}\right)^2 = \dfrac{1}{9}x^2+\dfrac{2}{15}x+\dfrac{1}{25}$

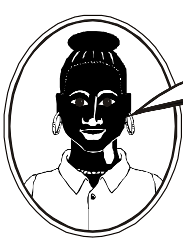
Agora vamos fazer a interpretação geométrica de casos notáveis.

Interpretação geométrica dos casos notáveis.

Seja dado o quadro abaixo analize as explicações:

Figura	Descrições	Áreas
M13-1-1	Quadrado de lado $a+b$	$(a+b)^2$
M13-1-2	Quadrado do lado a	a^2
M13-1-3	Quadrado do lado b	b^2
M13-1-4	Rectângulo de lados a e b	b

Sendo:



$(a+b)^2$ é igual ao quadrado do primeiro termo (a^2), mais o dobro do primeiro termo pelo segundo ($2ab$), mais o quadrado do segundo termo (b^2). Que é o mesmo que

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Então, a partir de agora para calcularmos o quadrado de um binómio, também podemos aplicar a seguinte regra:

M13-1-5

Muito bem. Caro aluno aplicando o conhecimento sobre a multiplicação dos casos notáveis, podemos calcular quadrados utilizando a formula do quadrado de um binómio, para:

a) 401^2;

b) 999^2.

Resolução:

a) Como *401=400+1*, vem**:**

$$
\begin{aligned}
401^2 &= (400+1)^2 \\
&= 400^2 + 2\cdot 400\cdot 1 + 1 \\
&= 160000 + 800 + 1 \\
&= 160801
\end{aligned}
$$

b) Como $999 = 1000 - 1$, vem:

$$
\begin{aligned}
999^2 &= (1000-1)^2 \\
&= 1000^2 - 2\cdot 1000\cdot 1 + 1 \\
&= 1000000 - 2000 + 1 \\
&= 998001.
\end{aligned}
$$

Muito bem caro aluno. Reconhecemos o seu esforço, mas não desanime, pois dentro de instantes vai terminar esta lição. De seguida realize a actividade.

ACTIVIDADE

1. Para calcular o quadrado de cada um dos seguintes binómios, copie para o seu bloco de notas e complete:

a) $(x+3y)^2$;

O quadrado de x é ....;

O dobro do produto x por $3y$ é ....;

O quadrado de $3y$ é...............;

$(x+3y)^2 =$ ....

b) $\left(\frac{1}{2}x+2y\right)^2$;

O quadrado de $\frac{1}{2}x$ é.................;

o dobro do produto $\frac{1}{2}x$ por $2y$ é ....;

O quadrado de $2y$ é...............;

$\left(\frac{1}{2}x+2y\right)^2 =$ ....

c) $\left(2r^2+\sqrt{2}\right)^2$;

O quadrado de $2r^2$ é.................;

o dobro do produto $2r^2$ por $\sqrt{2}$ é ....;

O quadrado de $\left(\sqrt{2}\right)$ é...............;

$\left(2r^2+\sqrt{2}\right)^2 =$ ....

d) $\left(\frac{1}{2}n^2+m^3\right)^2$; O quadrado de $\frac{1}{2}n^2$ é.................;

O dobro do produto $\frac{1}{2}n^2$ por m^3 é ....;

O quadrado de m^3 é..............;

.$\left(\frac{1}{2}n^2+m^3\right)^2$ ....

Caro aluno certamente conseguiu chegar a seguinte solução final:

a) $(x+3y)^2 = x^2+6xy+9y^2$

b) $\left(\frac{1}{2}x+2y\right)^2 = \frac{1}{4}x^2+2xy+4y^2$

c) $\left(2r^2+\sqrt{2}\right)^2 = 4r^4+4\sqrt{2}r^2+2$

d) $\left(\frac{1}{2}n^2+m^3\right)^2 = \frac{1}{4}n^4+n^2m^3+m^6$

Caro aluno esperamos que esteja em condições de resolver exercícios. No entanto prepare o seu bloco e lápis para os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Calcule:

a) $(p+1)^2$

b) $(y+7)^2$

c) $(3a+2)^2$

d) $\left(3x+\frac{3}{4}\right)^2$

e) $\left(\frac{1}{2}a^5+b^2\right)^2$

f) $\left(\frac{1}{3}xy+\frac{1}{2}y\right)^2$

g) $\left(\sqrt{3}mnp^2+a^2b^3\right)^2$

2. Faça correspondência através de uma seta o caso notável e o seu respectivo desenvolvimento do caso.

a) $(3a+2)^2$ •	• $9a^2+12a+4$
b) $\left(\frac{2}{3}x+wz\right)^2$ •	• $\frac{4}{9}x^2+2xy+\frac{9}{4}y^2$
c) $\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}y\right)^2$ •	• $\frac{4}{9}x^2+\frac{4}{3}xwz+w^2z^2$
d) $\left(\frac{2}{3}x+wz\right)^2$ •	• $\frac{4}{9}x^2+\frac{4}{3}xwz+w^2z^2$
e) $\left(\sqrt{2}+y\right)^2$ •	• $2+2\sqrt{2}y+y^2$

3. Desenvolva os quadrados e reduza os termos semelhantes.

a) $(2x+1)^2-(x+2)^2$

b) $(2y+3)^2-\left(y^2+1\right)^2-2\left(y+y^2\right)^2$

4. Mostre que para qualquer que sejam x e y, se tem:

a) $(4x+4)^2=16(x+1)^2$

b) $\left[(x+3)+y\right]^2=(x+3)^2+y^2+2xy+6y$

5. Utilize a fórmula do quadrado de um binómio, para calcular:

a) 51^2; **b)** 1001^2; **c)** 499^2;

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $(p+1)^2 = p^2+2p+1$

b) $(y+7)^2 = y^2+14y+49$

c) $(3a+2)^2 = 9a^2+12a+4$

d) $\left(3x+\frac{3}{4}\right)^2 = 9x^2+\frac{9}{2}x+\frac{9}{16}$

e) $\left(\frac{1}{2}a^5+b^2\right)^2 = \frac{1}{4}a^{10}+a^5b^2+b^4$

f) $\left(\frac{1}{3}xy+\frac{1}{2}y\right)^2 = \frac{1}{9}x^2y^2+\frac{1}{3}xy^2+\frac{1}{4}y^2$

g) $\left(\sqrt{3}mnp^2+a^2b^3\right)^2 = 3m^2n^2p^4+2\sqrt{3}a^2b^3mnp^2+a^4b^6$

2. a) $(3a+2)^2 \longrightarrow 9a^2+12a+4$

b) $\left(\frac{2}{3}x+wz\right)^2 \longrightarrow \frac{4}{9}x^2+\frac{4}{3}xwz+w^2z^2$

c) $\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}y\right)^2 \longrightarrow \frac{4}{9}x^2+2xy+\frac{9}{4}y^2$

d) $\left(\frac{2}{3}x+wz\right)^2 \longrightarrow \frac{4}{9}x^2+\frac{4}{3}xwz+w^2z^2$

e) $\left(\sqrt{2}+y\right)^2 \longrightarrow 2+2\sqrt{2}y+y^2$

3. a) $(2x+1)^2-(x+2)^2 =$

$=\left(4x^2+4x+1\right)-\left(x^2+4x+4\right)=$

$=4x^2+4x+1-x^2-4x-4=$

$=\left(4x^2-x^2\right)+\left(4x-4x\right)+\left(-4+1\right)=$

$=3x^2-3$

b) $(2y+3)^2-(y^2+1)^2-2(y+y^2)^2=$

$=(4y^2+12y+9)-(y^4+2y^2+1)-2(y^2+2y^3+y^4)=$

$=4y^2+12y+9-y^4-2y^2-1-2y^2-4y^3-2y^4=$

$=(4y^2-2y^2-2y^2)+12y+(9-1)+(-y^4-2y^4)-4y^3$

$=12y+8-3y^4-4y^3$

4. a) $(4x+4)^2=16(x+1)^2$

$16x^2+32x+16=16(x^2+2x+1)$

$16(x^2+2x+1)=16(x^2+2x+1)$

Verifica-se a igualdade!

b) $[(x+3)+y]^2=(x+3)^2+y^2+2xy+6y$

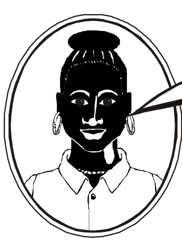
$(x+3)^2+2(x+3)y+y^2=(x+3)^2+y^2+2xy+6y$

$(x+3)^2+(2x+6)y+y^2=(x+3)^2+y^2+2xy+6y$

$(x+3)^2+y^2+2xy+6y=(x+3)^2+y^2+2xy+6y$

Verifica-se a igualdade!..

5. a) *2601* **b)** *1002001* **c)** *249001*



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver os exercícios propostos. Acertou em todos espaços de resolução? Se sim, está de parabéns!
Se não conseguiu acertar todos espaços volta a rever esta lição. Depois refaça a actividade novamente. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

2

Casos Notáveis de Multiplicação de Polinómios. 2º Caso: Quadrado de uma diferença

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar casos notáveis : Quadrado de uma diferença.
- Exercitar casos notáveis.

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, Esperamos que tenha obtido bom desempenho na lição 1. Como pode notar é a segunda lição do décimo terceiro módulo. Na lição um (1) fez revisão sobre multiplicação de polinómios (módulo 12) e estudou o primeiro caso notável de multiplicação de polinómios (**quadrado de uma soma**), realizou actividade e resolveu exercícios que lhe propomos. Esperamos que estude esta lição com muita atenção por forma a acabar o mais breve possivel este módulo.

Nesta lição irá estudar o segundo caso notável da multiplicação de polinómios (**o quadrado de uma diferença**), irá realizar a actividade e por fim os exercícios e que serão acompanhados das respectivas correcções.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, estudou na lição anterior o primeiro caso notável (**o quadrado de uma soma**) a seguir, vai ter que rever este tipo de caso para a multiplicação de polinómios.

Recorde-se que:

$(a+b)^2$ é igual ao quadrado do primeiro termo (a^2), mais o dobro do primeiro termo pelo segundo ($2ab$), mais o quadrado do segundo termo (b^2). Que é o mesmo que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Ou seja:

a) $(3a+2)^2 = 9a^2 + 12a + 4$

b) $\left(x+\sqrt{2}\right)^2 = x^2 + 2\sqrt{2} + 2$

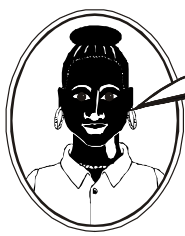
c) $\left(ab + x^2 y\right)^2 = a^2 b^2 + 2abx^2 y + x^4 y^2$

d) $\left(\frac{2}{3}a + 3p\right)^2 = \frac{4}{9}a^2 + 4ap + 9p^2$

e) $\left(\sqrt{3}x + \frac{3}{2}y\right)^2 = 3x^2 + 3\sqrt{3} + \frac{9}{4}y^2$

f) $401^2 = (400+1)^2 = 400^2 + 2 \bullet 400 \bullet 1 + 1^2 = 160000 + 800 + 1 = 160801$

g) $901^2 = (900+1)^2 = 900^2 + 2 \bullet 900 \bullet 1 + 1^2 = 810000 + 1800 + 1 = 811801$



Muito bem. Caro aluno. Depois de ter realizado com atenção o desenvolvimento do caso notável da multiplicação dos polinómios (**quadrado de uma soma**), agora vai estudar o segundo caso notável da multiplicação de polinómios
(**quadrado de uma diferença**).

2º Caso: Quadrado de uma diferença

$(a-b)^2$

Para desenvolver este caso, temos que recordar que $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$ aplicando a propriedade distributiva da multiplicação, fica:
$(a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2$ reduzindo os termos semelhantes, fica:
$a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
Caro aluno, ao invés de usar a forma acima pode de forma simples chegar a solução. Siga com atenção a explicação que se segue:

Desenvolvimento do quadradode um binómio

Seja, $a - b$ um binómio:
a é o primeiro termo;
e b é o segundo termo do binómio.
$(a-b)^2$ é o quadrado do binómio $a-b$.

Assim $3^2 = 3 \cdot 3$, também $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$.

Agora pretendemos descobrir uma regra que permita escrever imediatamente o quadrado de um binómio sem utilizar a multiplicação de polinómios. Antes disso vamos preencher em forma de actividade o seguinte quadro.

1º termo *A*	**2º termo *B***	**Binómio *A-B***	**Quadrado do binómio** $(A-B)^2$	**Conclusão**
a	2	$(a-2)$	$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$ $= a^2 - ab - ab + b^2$	$(a-2)^2 = a^2 - 4a + 4$
x	*y*	$(x-y)$	$(x-y)^2 = (x-y)(x-y)$ $= x^2 - xy - xy + y^2$	$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
3p	*1*	$(3p-1)$	$(3p-1)^2 = (3p-1)(3p-1)$ $= 9p^2 - 3p - 3p + 1$	$(3p-1)^2 = 9p^2 - 6p + 1$
3x	*5y*	$(3x-5y)$	$(3x-5y)^2 = (3x-5y)(3x-5y)$ $= 9x^2 - 15xy - 15xy + 25y^2$	$(3x-5y)^2 = 9x^2 - 30xy + 25y^2$

TOME NOTA...

O quadrado de uma diferença é um trinómio;
No desenvolvimento do quadrado de uma diferença figuram os quadrados dos dois termos aparece ainda outro termo que é igual a duas vezes o produto dos termos
(como procedemos no caso anterior).

Agora vamos calcular:

1. $(x-1)^2$

O quadrado de x é x^2;
O quadrado de -1 é 1;
$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$.

2. $\left(3x-\frac{2}{3}\right)^2$

O quadrado de *3x* é $9x^2$;

O quadrado de $-\frac{2}{3}$ é $\frac{4}{9}$:

Então,

$$\left(3x-\frac{2}{3}\right)^2=9x^2-4x+\frac{4}{9}$$

3. $\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}\right)^2$

O quadrado de $\frac{1}{3}x$ é $\frac{1}{9}x^2$;

O quadrado de $-\frac{1}{5}$ é $\frac{1}{25}$

Então ,

$$\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}\right)^2=\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{15}x+\frac{1}{25}$$

$(a-b)^2$ é igual ao quadrado do primeiro termo (a^2), menos o dobro do primeiro termo pelo segundo ($2ab$), mais o quadrado do segundo termo (b^2). Que é o mesmo que $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.

Muito bem. Caro aluno aplicando o conhecimento sobre a multiplicação dos polinómios (casos notáveis), podemos calcular quadrados utilizando a formula do quadrado de um binómio, tanto para o quadrado de uma soma ou diferença.

a) 401^2;

b) 999^2.

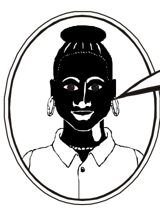
Resolução:

a) Como *401=400+1*, vem**:**

$$
\begin{aligned}
401^2 &= (400+1)^2 \\
&= 400^2 + 2 \bullet 400 \bullet 1 + 1 \\
&= 160000 + 800 + 1 \\
&= 160801
\end{aligned}
$$

a) **Como** $999 = 1000 - 1$, vem:

$$
\begin{aligned}
999^2 &= (1000-1)^2 \\
&= 1000^2 - 2 \bullet 1000 \bullet 1 + 1 \\
&= 1000000 - 2000 + 1 \\
&= 998001.
\end{aligned}
$$



Muito bem caro aluno. Reconhecemos o seu esforço, mas não desanime, pois dentro de instantes vai terminar esta lição. De seguida realize a actividade.

ACTIVIDADE

1. Para calcular o quadrado de cada um dos seguintes binómios, copie para o seu bloco de notas e complete:

a) $(x-3y)^2$;

O quadrado de x é ....;

O dobro do produto x por $-3y$ é ....;

O quadrado de $-3y$ é...............;

$(x-3y)^2 =$ ....

b) $\left(\frac{1}{2}x-2y\right)^2$;

O quadrado de $\frac{1}{2}x$ é.................;

O dobro do produto por $-2y$ é ....;

O quadrado de $-2y$ é...............;

$\left(\frac{1}{2}x-2y\right)^2 =$ ....

c) $\left(2r^2-\sqrt{2}\right)^2$;

O quadrado de $2r^2$ é.................;

O dobro do produto $2r^2$ por $-\sqrt{2}$ é ....;

O quadrado de $\left(-\sqrt{2}\right)$ é...............;

$\left(2r^2-\sqrt{2}\right)^2 =$ ....

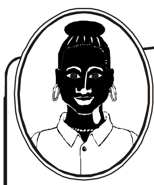
d) $\left(\frac{1}{2}n^2 - m^3\right)^2$;

O quadrado de $\frac{1}{2}n^2$ é.................;

O dobro do produto por é ....;

O quadrado de é..............;

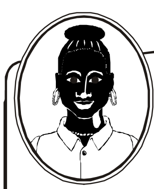
$\left(\frac{1}{2}n^2 - m^3\right)^2$ ....



Caro aluno certamente conseguiu chegar a seguinte solução final:

a) $(x-3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$

b) $\left(\frac{1}{2}x - 2y\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - 2xy + 4y^2$



c) $\left(2r^2 - \sqrt{2}\right)^2 = 4r^4 - 4\sqrt{2}r^2 + 2$

d) $\left(\frac{1}{2}n^2 - m^3\right)^2 = \frac{1}{4}n^4 - n^2m^3 + m^6$

Caro aluno esperamos que esteja em condições de resolver exercícios. No entanto prepare o seu bloco e lápis para os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Calcule:

a) $(p-1)^2$

b) $(y-7)^2$

c) $(3a-2)^2$

d) $\left(3x-\dfrac{3}{4}\right)^2$

e) $\left(\dfrac{1}{2}a^5-b^2\right)^2$

f) $\left(\dfrac{1}{3}xy-\dfrac{1}{2}y\right)^2$

g) $\left(\sqrt{3}mnp^2-a^2b^3\right)^2$

2. Faça correspondência através de uma seta o caso notável e o seu respectivo desenvolvimento do caso.

a) $(3a-2)^2$ •	• $9a^2-12a+4$
b) $\left(\dfrac{2}{3}x-wz\right)^2$ •	• $\dfrac{4}{9}x^2-2xy+\dfrac{9}{4}y^2$
c) $\left(\dfrac{2}{3}x-\dfrac{3}{2}y\right)^2$ •	• $\dfrac{4}{9}x^2-\dfrac{4}{3}xwz+w^2z^2$
d) $\left(\dfrac{2}{3}x-wz\right)^2$ •	• $\dfrac{4}{9}x^2-\dfrac{4}{3}xwz+w^2z^2$
e) $\left(\sqrt{2}-y\right)^2$ •	• $2-2\sqrt{2}y+y^2$

3. Desenvolva os quadrados e reduza os termos semelhantes.

a) $(2x-1)^2-(x-2)^2$

b) $(2y-3)^2-(y^2-1)^2-2(y-y^2)^2$

4. Utilize a fórmula do quadrado de um binómio, para calcular:

a) 51^2; **b)** 1001^2; **c)** 499^2;

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $(p-1)^2 = p^2-2p+1$

pelo desenvolvimento do quadrado de uma diferença, que é igual ao **quadrado do primeiro termo mais o dobro do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.**

b) $(y-7)^2 = y^2-14y+49$

c) $(3a-2)^2 = 9a^2-12a+4$

d) $\left(3x-\dfrac{3}{4}\right)^2 = 9x^2-\dfrac{9}{2}x+\dfrac{9}{16}$

e) $\left(\dfrac{1}{2}a^5-b^2\right)^2 = \dfrac{1}{4}a^{10}-a^5b^2+b^4$

f) $\left(\dfrac{1}{3}xy-\dfrac{1}{2}y\right)^2 = \dfrac{1}{9}x^2y^2-\dfrac{1}{3}xy^2+\dfrac{1}{4}y^2$

g) $\left(\sqrt{3}mnp^2-a^2b^3\right)^2 = 3m^2n^2p^4-2\sqrt{3}a^2b^3mnp^2+a^4b^6$

2. a) $(3a-2)^2 \longrightarrow 9a^2-12a+4$

b) $\left(\frac{2}{3}x-wz\right)^2 \qquad \frac{4}{9}x^2-2xy+\frac{9}{4}y^2$

c) $\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}y\right)^2 \qquad \frac{4}{9}x^2-\frac{4}{3}xwz+w^2z^2$

d) $\left(\frac{2}{3}x-wz\right)^2 \longrightarrow \frac{4}{9}x^2-\frac{4}{3}xwz+w^2z^2$

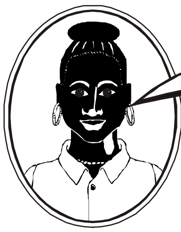
e) $\left(\sqrt{2}-y\right)^2 \longrightarrow 2-2\sqrt{2}y+y^2$

3. a)
$$\begin{aligned}
&(2x-1)^2-(x-2)^2 = \\
&=\left(4x^2-4x+1\right)-\left(x^2-4x+4\right)= \\
&=4x^2-4x+1-x^2+4x-4= \\
&=\left(4x^2-x^2\right)+\left(-4x+4x\right)+\left(-4+1\right)= \\
&=3x^2-3
\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}
&(2y-3)^2-\left(y^2-1\right)^2-2\left(y-y^2\right)^2= \\
&=\left(4y^2-12y+9\right)-\left(y^4-2y^2+1\right)-2\left(y^2-2y^3+y^4\right)= \\
&=4y^2-12y+9-y^4+2y^2-1-2y^2+4y^3-2y^4= \\
&=\left(4y^2+2y^2-2y^2\right)-12y+(9-1)+\left(-y^4-2y^4\right)+4y^3 \\
&=4y^2-12y+8-3y^4+4y^3= \\
&=-3y^4+4y^3+4y^2-12y+8
\end{aligned}$$

4. a) *2601* **b)** *1002001* **c)** *249001*

Para o exercício **4**, junte-se aos colegas, pelo menos dois e resolvam e apresente a vossa solução ao vosso tutor.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver os exercícios que lhe propomos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se não conseguiu acertar todos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois volta a estudar a lição. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A sua vida é importante... **proteja-se da SIDA...** use um preservativo novo cada vez que tiver relações sexuais.

3

Casos Notáveis da Multiplicação de Polinómios. 3º Caso: Diferença de Quadrados

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar casos notáveis: Diferença de quadrados $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.
- Desenvolver casos notáveis

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.Tempo necessário para completar esta lição:

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esta é a sua lição três do módulo13 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição anterior.

Fazemos votos que redobre esforços para o mais breve poder terminar o estudo deste módulo.

Na lição anterior estudou o segundo caso notável que na sua generalidade identificou o quadrado de uma diferença e resolveu exercícios. Nesta lição, vai estudar o terceiro caso da multiplicação de polinómios, onde vai identificar a diferença de quadrados e resolver exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, em jeito de revisão vai ter que identificar e desenvolver casos notáveis para a multiplicação de Polinómios. Para quadrado de uma soma e de uma diferença.

a) $(a-3)^2$

b) $(z-y)^2$

c) $(2z-3y)^2$

d) $\left(\frac{1}{3}+2x\right)^2$

e) $\left(\frac{2}{3}k+2t^2\right)^2$

f) $\left(2x^3-\frac{1}{2}\right)^2$

g) $\left(-\frac{1}{2}a+b^2\right)^2$

h) $\left(n^2+\frac{1}{5}\right)^2$

Caro aluno, espero que tenha conseguido chegar as soluções seguintes:

a) $(a-3)^2 = a^2 - 6a + 9$

b) $(z-y)^2 = z^2 - 2yz + y^2$

c) $(2z-3y)^2 = 4z^2 - 12yz + 9y^2$

d) $\left(\frac{1}{3} + 2x\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{4}{3}x + 4x^2$

e) $\left(\frac{2}{3}k + 2t^2\right)^2 = \frac{4}{9}k^2 + \frac{8}{3}kt^2 + 4t^4$

f) $\left(2x^3 - \frac{1}{2}\right)^2 = 4x^6 - 2x^3 + \frac{1}{4}$

g) $\left(-\frac{1}{2}a + b^2\right)^2 = \frac{1}{4}a^2 - ab^2 + b^4$

h) $\left(n^2 + \frac{1}{5}\right)^2 = n^4 + \frac{2}{5}n^2 + \frac{1}{25}$

Muito bem. Caro aluno, espero que tenha feito a revisão sem quaisquer problemas. Agora vai estudar o caso notável (**diferença de quadtrados**)

3º Caso: Diferença de Quadrados $a^2 - b^2$

Multiplicação de dois binómios que só diferem no sinal de um dos termos.

Se tivermos, $(x+2)(x-2)$, se aplicarmos a propriedade distributiva, encontramos:
$(x+2)(x-2) = x^2 - 2x + 2x - 4 = x^2 - 4$. Esta é a solução.

Para $(4-3x)(4+3x)$ usando mesmo procedimento, encontramos:

$(4-3x)(4+3x) = 16 + 12x - 12x - 9x^2 = 16 - 9x^2$

TOME NOTA...

O produto é a diferença dos quadrados dos termos;
Ao sinal **(-)**da diferença fica associado o quadrado do termo que tem sinal diferente.

Considere agora os seguintes polinómios nas condições seguintes:

1. $(3x+5)(3x-5)$

Observando atentamente o polinómio, verificamos que:

O termo *3x* é comum;
O termo 5 muda de sinal.

Logo,
$(3x+5)(3x-5)=9x^2-25$

2. $(a+b)(a-b)$

Para este exerício, observamos que:

O termo *a* é comum;

O termo *-b* muda de sinal.

Logo,
$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$
Então, a partir de agora, para calcular o produto de uma soma de dois monómios pela sua diferença também podemos aplicar a regra seguinte:

$$(\Delta+\square)\bullet(\Delta-\square)=\Delta^2-\square^2$$

Exemplo 1

Calcule, aplicando a regra:

a) $(4x+3)(4x-3)$

b) $(-2p-5)(-2p+5)$

Resolução:

a) $(4x+3)(4x-3)=16x^2-9$

b) $(-2p-5)(-2p+5)=4p^2-25$

Exemplo 2

É prático para calcular os produtos do tipo:

99×101 onde, tomamos como partida que:
99= 100-1 e 101= 100+1;

Logo: $(100-1)(100+1)=10000-1=9999$.

Determinação de binómios, conhecida a diferença dos quadrados

TOME NOTA...

A importância da regra da diferença de quadrados não se reduz à simplificação no cálculo de multiplicação, permite ainda transformar uma diferença de quadrados num produto, ou seja:

1. $1-4b^2$;

- Qual é a expressão que elevada ao quadrado dá 1?
  É 1.

- Qual é a expressão que elevada ao quadrado dá $4b^2$?
  É $2b$.

Então, $(1-2b)(1+2b)$

2. $\frac{1}{4}n^2 - 16b^2$

- Qual é a expressão que elevada ao quadrado dá $\frac{1}{4}n^2$?

  É $\frac{1}{2}n$.

- Qual é a expressão que elevada ao quadrado dá $16b^2$?
  É $4b$.

  Também poderia se escrever $\frac{1}{4}n^2 - 16b^2 = \left(\frac{1}{2}n - 4b\right)\left(\frac{1}{2}n + 4b\right)$

  Muito bem caro aluno , agora , prepare o seu bloco de exercícios para realizar a actividade que lhe sugerimos de seguida.

ACTIVIDADE

1. Marque com ✓ os casos que o produto é uma diferença de quadrados.

a) $(y-3)(y+3)$ ☑

b) $(x-5)(x+2)$ ☐

c) $(-4x+3)(4x-3)$ ☐

d) $(-3x+1)(-3x-1)$ ☐

e) $\left(2x+\frac{1}{2}\right)\left(2x-\frac{1}{2}\right)$ ☐

2. Copie o quadro para o seu bloco e complete-o

A	**B**	**AXB**
$2x-1$	$2x+1$	$4x^2-1$
$0{,}1x+a$	$0{,}1x+a$	
	$\frac{1}{2}x-a$	$\frac{1}{2}x^2-a^2$
$\frac{1}{2}x+3$		$\frac{1}{4}x^2-9$
$0{,}1m-2a$	$0{,}1m+2a$	
$\left(\frac{3}{4}x^2-1\right)$	$\left(\frac{3}{4}x^2-1\right)$	

Muito caro aluno. Agora compare com a chave de correcção que lhe propomos já de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** $(y-3)(y+3)$

d) $(-3x+1)(-3x-1)$

e) $\left(2x+\frac{1}{2}\right)\left(2x-\frac{1}{2}\right)$

A	B	AXB
$2x-1$	$2x+1$	$4x^2-1$
$0,1x+a$	$0,1x+a$	$\frac{1}{100}x^2-a^2$
$\frac{1}{2}x+a$	$\frac{1}{2}x-a$	$\frac{1}{4}x^2-a^2$
$\frac{1}{2}x+3$	$\frac{1}{2}x-3$	$\frac{1}{4}x^2-9$
$0,1m-2a$	$0,1m+2a$	$\frac{1}{100}m^2-4a^2$
$\left(\frac{3}{4}x^2-1\right)$	$\left(\frac{3}{4}x^2+1\right)$	$\left(\frac{9}{16}x^4-1\right)$

Muito bem. Espero que tenha acertado em toda actividade. Agora prociga , mas desta vez vai resolver alguns exercícios.

EXERCÍCIOS

1. Aplicando a regra da diferença de quadrados, mostre que:

a) $999\times1001=999999$

b) $499\times501=249999$

2. Transforme num produto

a) $4x^2-81$

b) $\frac{1}{4}-a^2$

c) $1-16y^2$

d) $m^2n^2-25p^2$

e) $49a^2b^2 - 36$

f) $4m^2 - 25a^2$

g) $\frac{1}{9}a^2 - 49$

h) $m^2n^4p^2 - 25x^2y^2$

i) $\frac{4a^2b^2c^2}{9x^2} - \frac{625}{p^2q^2}$

j) $4a^2 - 4r^2$

3. Efectue e simplifique:

a) $(x-3)(2x+1) - 2\left(\frac{3}{4}x^2 - 1\right)$

b) $(x-2)(x+3)^2$

c) $(2a+b)(a-2b) - 3(a+2b)^2$

d) $\frac{1}{4}n^2 - 16b^2$

Muito bem. Caro aluno, certamente conseguiu encontrar a seguinte solução:

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $999 \times 1001 = 999999$

$(1000-1)(1000+1) = 999999$

$1000^2 - 1 = 999999$

$1000000 - 1 = 999999$

$999999 = 999999$

b) $499 \times 501 = 249999$

$(500-1)(500+1) = 249999$

$500^2 - 1 = 249999$

$250000 - 1 = 249999$

$249999 = 249999$

2. a) $4x^2 - 81 = (2x-9)(2x+9)$

b) $\frac{1}{4} - a^2 = \left(\frac{1}{2} - a\right)\left(\frac{1}{2} + a\right)$

c) $1 - 16y^2 = (1-4y)(1+4y)$

d) $m^2n^2 - 25p^2 = (mn-5p)(mn+5p)$

e) $49a^2b^2 - 36 = (7ab-6)(7ab+6)$

f) $4m^2 - 25a^2 = (2m-5a)(2m+5a)$

g) $\frac{1}{9}a^2 - 49 = \left(\frac{1}{3}a - 7\right)\left(\frac{1}{3}a + 7\right)$

h) $m^2n^4p^2 - 25x^2y^2 = (mn^2p - 5xy)(mn^2p + 5xy)$

i) $\frac{4a^2b^2c^2}{9x^2} - \frac{625}{p^2q^2} = \left(\frac{2abc}{3x} - \frac{25}{pq}\right)\left(\frac{2abc}{3x} + \frac{25}{pq}\right)$

j) $4a^2 - 4r^2 = (2a-2r)(2a+2r)$

Para o exercício 3, deve-se juntar aos colegas e procurar encontrar as soluções e de seguida o tutor poderá dar a solução destes exerercícios.

Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver as equações propostas. Acertou em todos exercícios? Se sim, está de parabéns!
Se não conseguiu acertar todos exercícios, volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois refaça os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

4 Decomposição de Polinómios em Factores

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Decompor polinómios em factores

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esta é a sua lição quatro do módulo13 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom estudo na lição anterior.

Fazemos votos que você redobre esforços para o mais breve poder terminar o estudo deste módulo.

Nesta lição vai estudar a decomposição de polinómios em factores, mas antes vamos fazer uma pequena revisão e em seguida vamos factorizar polinómios . Nesta lição. concretamente vamos factorizar muitos exercícios por forma a desenvolver capacidades de factorização rápida.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, recorde se que no segundo grau do ensino primário estudou a decomposição de números inteiros em factores primos, ou seja

$32 = 2\times2\times2\times2\times2$

$18 = 2\times3\times3$

$27 = 3\times3\times3$

$243 = 3\times3\times3\times3\times3$

$625 = 5\times5\times5\times5$

Dada a decomposição em factores, chegou-se a simplificação de fracção, ou seja:

$$\frac{20}{15} = \frac{2\bullet2\bullet5}{3\bullet5} = \frac{2\bullet2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{16}{18} = \frac{2\bullet2\bullet2\bullet2}{2\bullet3\bullet3} = \frac{2\bullet2\bullet2}{3\bullet3} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{32}{48} = \frac{2\bullet2\bullet2\bullet2\bullet2}{2\bullet2\bullet2\bullet2\bullet3} = \frac{2}{3}$$

Dada a simplificação de fracção, determinou-se o maior divisor comum o vulgo (**m.d.c**).

$m.d.c\,(6;3) =$ para encontrar o $m.d.c\,(6;3)$ primeiro temos que decompor em factores primos o 6 e 3, fica:

a) $\begin{matrix} 6 = 2\bullet3 \\ 3 = 3 \end{matrix}$ Logo pela regra, o cálculo de **m.d.c.** é igual a factores

comuns e não comuns de menor expoente. Logo $m.d.c\,(6;3) = 3$

Para o cálculo de **m.d.c**, é igual a factores comuns e não comuns de menor expoente.

a) $m.d.c\,(30;15) = 15$

Como pode recordar esta regra aplicamos em muitos cálculos algébricos para a resolução de exercícios.
Agora, em forma de actividade, resolva o que lhe sugerimos de seguida:

ACTIVIDADE

1. Decompõe em factores primos os seguintes números.

a) 512

b) 156

c) 64

d) 1024

e) 56

f) 125

g) 400

2. Simplifique as seguintes fracções.

a) $\frac{15}{40}$

b) $\frac{81}{27}$

c) $\frac{1024}{512}$

d) $\frac{128}{32}$

3. Determine o **m.d.c.** para os casos que se seguem

a) $m.d.c\,(16;32) =$

b) $m.d.c\,(6;15) =$

c) $m.d.c\,(36;72) =$

d) $m.d.c\,(18;6) =$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $512 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$

b) $156 = 2\times2\times3\times13$

c) $64 = 2\times2\times2\times2\times2\times2$

d) $512 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$

e) $56 = 2\times2\times2\times7$

f) $125 = 5\times5\times5$

g) $400 = 2\times2\times2\times2\times5\times5$

2. a) $\frac{15}{40} = \frac{3\times5}{2\times2\times2\times5} = \frac{3}{2\times2\times2} = \frac{3}{8}$

b) $\frac{81}{27} = \frac{3\times3\times3\times3}{3\times3\times3} = \frac{3}{1} = 3$

c) $\frac{1024}{512} = \frac{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2} = \frac{2}{1} = 2$

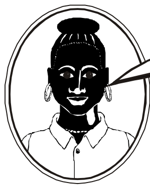
d) $\frac{128}{32} = \frac{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{4}{1} = 4$

3. a) $m.d.c\,(16;32) = 16$

b) $m.d.c\,(6;15) = 3$

c) $m.d.c\,(36;72) = 36$

d) $m.d.c\,(18;6) = 6$



Caro aluno. Depois de ter realizado a actividade com sucesso, agora vamos decompor polinómios em factores.

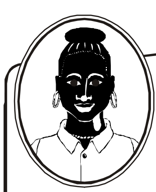
Decomposição de polinómios em factores

Do mesmo modo que procedemos para decomposição em factores primos, também podemos escrever desse modo alguns polinómios, por exemplo:

$$8a+16b=8\bullet a+8\bullet 2\bullet b=8\left(a+2b\right)$$

À passagem de $8a+16b$ para $8\left(a+2b\right)$ chamamos decomposição de polinómio em factores, ou factorização do polinómio.
A factorização pode ser utilizada na simplificação de expressões.

$$\frac{8a+16b}{8}=\frac{8\left(a+2b\right)}{8}=a+2b$$



Factorizar um polinómio é obter uma expressão equivalente com a forma de um produto.

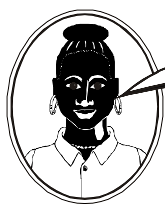
Caro aluno agora vai aplicar a propriedade distributiva na decomposição de um polinómio em factores

Aplicação da propiedade distributiva

A propiedade distributiva da multiplicação em relação à adição algébrica ajuda-nos a desembaraçar os parêntesis, como se segue:

$$y(2y+3)=2y^2+3y$$

Muito bem, caro aluno. Aplicando no sentido inverso ajuda a colocar parêntesis, ou seja a factorizar.



Para decompor um polinómio em factores, aplicando a propriedade distributiva, temos de descobrir factores comuns e pô-los em evidência.

De seguida vamos verificar a factorização correcta aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição algébrica ao 2º membro da igualdade. Exemplos:

Exemplo 1

$$6x^2+5x$$

Resolução:

Factor comum: ***x***

$$6x^2+5x=x(6x+5)$$

Exemplo 2

$$ax-a$$

Resolução:

Factor comum: ***a***

$ax - a = a(x-1)$

Exemplo 3

$8x^2 + 4x^3$

Resolução:

Caro aluno para este polinómio há oito possibilidades de decompor este polinómio em factores que são:

1. $8x^2 + 4x^3 = 2(4x^2 + 2x^3)$

2. $8x^2 + 4x^3 = 4(2x^2 + x^3)$

3. $8x^2 + 4x^3 = x(8x + 4x^2)$

4. $8x^2 + 4x^3 = x^2(8 + 4x)$

5. $8x^2 + 4x^3 = 2x(4x + 2x^2)$

6. $8x^2 + 4x^3 = 4x(2x + x^2)$

7. $8x^2 + 4x^3 = 2x^2(4 + 2x)$

A oitava, factoriza-se, colocando em evidência o número máximo de factores comuns, neste caso $4x^2$ e fica:

$8x^2 + 4x^3 = 4x^2(2 + x)$

Exemplo 4

Considere as expressões

$(x+5)^2 + 3(x+5)$ e $a^2 + 3a$, onde deve observar e realizar o seguinte:

1. Qual é a “semelhança” entre as duas expressões?

2. Decomponha a segunda expressão em factores.

3. Por analogia decomponha a primeira.

Resolução:

1. A expressão $x+5$ foi substituida por **a,** na segunda expressão.

2. $a^2 + 3a = a(a+3)$

3. $(x+5)^2 + 3(x+5) = (x+5)\left[(x+5)+3\right]$

Foi necessário utilizar um parêntesis rectos, mas agora podemos simplificar a expressão dentro desse parêntesis:

$$(x+5)^2 + 3(x+5) = (x+5)(x+8)$$

Muito bem caro aluno. Espero que tenha percebido a explicação dada sobre a decomposição de polinómios em factores. De seguida, resolva os exercícios que se seguem

EXERCÍCIOS

1. Indique o factor comum para:

a) $8x+8$	• 3
b) $6a+3$	• x
c) x^2-8x	• $2a$
d) $-3x^2-x$	• 8
e) $4a-2a^2$	• $5m$
f) $4b^2-8b+12$	• -3
g) $-9t^2-6t-3$	• 4
h) $10m^2-5m+15m^3$	• $-x$
i) $9ab-3ac+6ad$	• $3a$

2. Dado o polinómio $15a+20b$, assinale com ✓ a decomposição do polinómio correcta.

a) $15a+20b$

b) ab

c) -5

d) $5(3a+4b)$

3. Dado o polinómio $3(a+b)-c(a+b)$, assinale com ✓ a decomposição correcta do polinómio.

a) $a+b$

b) 3

c) $-c$

d) $(a+b)(3-c)$

4. Factorize

a) $8x+8$

b) $6a+3$

c) x^2-8x

d) $-3x^2-x$

e) $4a-2a^2$

f) $4b^2-8b+12$

g) $-9t^2-6t-3$

h) $10m^2-5m+15m^3$

i) $9ab-3ac+6ad$

j) $(x+5)^2+7(x+5)$

l) $5(2x+3)-(2x+3)^2$

m) $(x+1)(x+5)+(x+1)(x+3)$

n) $(y-3)-2(y-3)^2$

Muito bem, caro aluno. Agora verifique a chave de correcção que lhe propomos já de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $8x+8$	3
b) $6a+3$	x
c) x^2-8x	$2a$
d) $-3x^2-x$	8
e) $4a-2a^2$	$5m$
f) $4b^2-8b+12$	-3
g) $-9t^2-6t-3$	4
h) $10m^2-5m+15m^3$	$-x$
i) $9ab-3ac+6ad$	$3a$

2. d)

3. d);

4. a) $8x+8=8(x+1)$

b) $6a+3=3(2a+1)$

c) $x^2-8x=x(x-8)$

d) $-3x^2-x=-x(3x+1)$

e) $4a-2a^2=2a(2-a)$

f) $4b^2-8b+12=4(b^2-2b+3)$

g) $-9t^2-6t-3=-3(3t^2+2t+1)$

h) $10m^2-5m+15m^3=5m(2m-1+3m^2)$

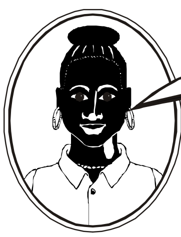
i) $9ab-3ac+6ad=3a(3b-c+2d)$

j) $(x+5)^2+7(x+5)=(x+5)[(x+5)+7]$

l) $5(2x+3)-(2x+3)^2=(2x+3)[5-(2x+3)]$

m) $(x+1)(x+5)+(x+1)(x+3)=(x+1)\left[(x+5)+(x+3)\right]$

n) $(y-3)-2(y-3)^2=(y-3)\left[1-2(y-3)\right]$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver os exercícios que lhe propomos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se não conseguiu acertar todos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois volta a estudar a lição. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

5

Decomposição de Polinómios Usando Casos de Polinómios Notáveis da Multiplicação

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Decompor os polinómios em factores recorendo aos desenvolvimentos: $(a+b)^2$; $(a-b)^2$ e $(a+b)(a-b)$

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esta é a sua lição cinco do módulo13 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição anterior.

fazemos votos para que o mais breve poder terminar o estudo deste módulo.

Nesta lição vai decompor polinómios usando casos notáveis
Nesta lição, concretamente vamos realizar actividade e resolver exercícios.Vamos começar por recordar o desenvolvimento de casos notáveis $(a+b)^2$; $(a+b)^2$ e $(a+b)(a-b)$.

FAZENDO REVISÕES...

1. Diferença de quadrados

Sabemos que $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ onde podemos escrever também $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ou $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ pois a multiplicação goza da propriedade comutativa.

Em forma de actividade desenvolva os seguintes casos notáveis:

1. a) $4x^2-9$ é uma diferença de quadrados, onde $4x^2$ é o quadrado de $2x$ e 9 é o quadrado de 3, logo da expressão é igual a $(2x+3)(2x-3)$

b) $y^2-\frac{1}{16}$, procendendo da mesma forma obtemos:

y^2 é quadrado de y e $\frac{1}{16}$ é quadrado de $\frac{1}{4}$, logo da expressão

$y^2-\frac{1}{16}$ é igual a $\left(y+\frac{1}{4}\right)\left(y-\frac{1}{4}\right)$

c) $(a+1)^2-9$ procendendo da mesma forma obtemos:

$(a+1)^2$ é quadrado de $(a+1)$

E 9 como já referimos acima é quadrado de 3, logo da expressão $(a+1)^2-9$ é igual a $\left[(a+1)+3\right]\left[(a+1)-3\right]$ ou seja $(a+1+3)(a+1-2)=(a+4)(a-2)$.

2. Quadrado de uma soma ou de uma diferença

a) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ onde o seu desenvolvimento segue a seguinte regra:

Quadrado do primeiro termo, mais o dobro do primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

Lembre-se que na lição 1, esta frase foi muito sublinhada por forma a assimilar esta matéria.

De outra forma, podemos chegar a $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$.

b) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ onde o seu desenvolvimento segue a seguinte regra:

Quadrado do primeiro termo, menos o dobro do primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.
Caro aluno parece ser a mesma frase mas não é.
De outra forma, podemos chegar a

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$.

Aplicação dos casos notáveis da multiplicação na decomposição de um polinómio em factores

1. Diferença de quadrados

Já se sabe que: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ onde inversamente , temos

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ou $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Então se pretendermos decompor :

a) $x^2 - 9$

b) $16m^2 - 25$

c) $25p^2 - (2p-7)^2$

vamos seguir o procedimento que se segue:

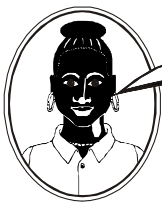
a) $x^2 - 9 = (x)^2 - (3)^2 = (x-3)(x+3)$

b) $16m^2 - 25 = (4m)^2 - (5)^2 = (4m-5)(4m+5)$

c) $25p^2 - (2p-7)^2 = (5p)^2 - (2p-7)^2 = [5p - (2p-7)][5p + (2p-7)] =$

reduzindo os termos semelhantes fica;

$$= \left[5p-(2p-7)\right]\left[5p+(2p-7)\right] = (5p-2p-7)(5p+2p-7) =$$
$$= (3p-7)(7p-7)$$



Muito bem caro aluno, esperamos que tenha assimilado o suficiente para em jeito de actividade, consolidar este tipo de decomposição.

ACTIVIDADE

1. Complete os espaços em branco de modo que seja a factorização dos casos que se seguem:

a) $16a^2-b^2=(....)^2-(.....)^2=(4a+....)(......-b)$

b) $m^2-49=(....)^2-(....)^2=(......+......)(......-.......)$

c) $x^4-y^4=(.....)^2-(.....)^2=(x^2-.....)(......+y^2)$

d) $1-36t^2=(.....)^2-(6t)^{\cdot\cdot}=(....+6t)(.....-......)$

2. Factorize:

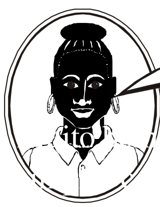
a) $x^2 - 9$

b) $1 - y^2$

c) $9u^2 - 1$

d) $a^4 - b^4$

e) $\frac{1}{36}u^2 - 4v^2$



Muito bem espero que tenha feito uma boa consolidação, mas para uma simples confirmação, verifique a chave que lhe propomos já de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $16a^2 - b^2 = (4a)^2 - (b)^2 = (4a+b)(4a-b)$

b) $m^2 - 49 = (m)^2 - (7)^2 = (m+7)(m-7)$

c) $x^4 - y^4 = (x^2)^2 - (y^2)^2 = (x^2 - y^2)(y^2 + y^2)$

d) $1 - 36t^2 = (1)^2 - (6t)^2 = (1+6t)(1-6x)$

2. a) $x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$

b) $1 - y^2 = (1-y)(1+y)$

c) $9u^2 - 1 = (3u-1)(3u+1)$

d) $a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$

e) $\frac{1}{36}u^2 - 4v^2 = \left(\frac{1}{6}u - 2v\right)\left(\frac{1}{6}u + 2v\right)$

Muito bem caro aluno, de seguida vamos decompor o quadrado de uma soma e de uma diferença.

2. Quadrado de uma soma e de uma diferença

Já se sabe que: $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ *ou* $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b)$ é factorizar o trinómio $a^2 + 2ab + b^2$.

Exemplo 1

Decomponha em factores o trinómio $x^2 + 10x + 25$

Resolução:

Primeiro devemos verificar se existe algum binómio cujo quadrado seja o trinómio dado:
Para obter x^2 poderíamos partir de x;
Para obter 25 poderíamos partir de 5;
Será então que: $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$?
Segundo devemos verificar se o dobro do produto do primeiro termo e pelo segundo é $10x$: $2 \bullet x \bullet 5 = 10x$
Então: $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$ ou $x^2 + 10x + 25 = (x+5)(x+5)$

TOME NOTA...

Como $(-x-5)^2 = (x+5)^2$, também podemos responder que

$x^2 + 10x + 25 = (-x-5)(-x-5)$.

Exemplo 2

Factorize $2x^2+20x+50$. Para factorizar este trinómio, temos que atender o exemplo anterior, mas antes disso vamos colocar o factor comum em evidência:

$2x^2+20x+50$, logo nota-se que o factor comum é 2, e fica:

$2x^2+20x+50=2\left(x^2+10x+25\right)$ como pode verificar o trinómio que está dentro de prêntesis é idêntico ao exemplo 1, logo ficamos com:

$2x^2+20x+50=2\left(x^2+10x+25\right)=2(x+5)(x+5)$

Decomposição de polinómios utilizando processos associados

Caro aluno, acabamos de factorizar polinómios de dois e três termos, utilizando caminhos diferentes. Vamos fazer uma síntese dos processos seguidos e ainda referir a possibilidade de decompor em factores polinómios com mais de três termos.

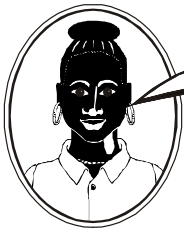
1. Polinómio de dois termos

Vamos analizar as três situações seguintes:

a) $x^2+3x=x(x+3)$ Pusemos em evidência o factor comum.

b) $x^2-4=(x-2)(x+2)$ Aplicamos a formula da diferença de quadrados

c) $5x^2-20=5\left(x^2-4\right)=5(x-2)(x+2)$ Associamos as duas regras.



Caro aluno, os três casos anteriores exemplificam as formas normalmente seguidas para factorizar polinómios de dois termos.
De modo geral, na factorização de polinómios de dois termos, segue-se um dos seguintes processos:

(i) Pôr em evidência factores comuns;

(ii) Aplicar a formula da diferença de quadrados;

(iii) Utilizar os dois processos associados.

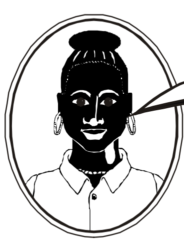
2. Polinómio de de três termos

Caro aluno considere os exemplos seguintes:

a) $x^3+3x^2+6x=x\left(x^2+3x+6\right)$ Pusemos em evidência o factor comum;

b) $x^2+2x+1=(x+1)^2=(x+1)(x+1)$ Aplicamos a formula do quadrado do binómio;

c) $5x^2+10x+5=5\left(x^2+2x+1\right)=5(x+1)^2=5(x+1)(x+1)$ Associamos as duas regras.



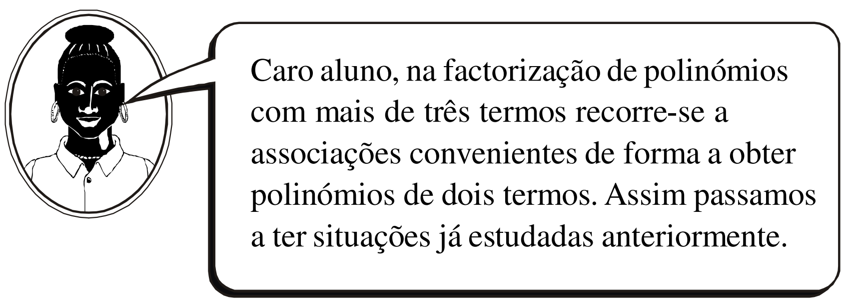
Caro aluno, as situações anteriores exemplificam os processos seguidos na factorização de polinómios de três termos.
De modo geral, na decomposição de polinómios de três termos segue-se um dos seguintes processos:

(i) Pôr em evidência os factores comuns;

(ii) Aplicar a fórmula do quadrado de um binómio, depois deste passo temos que pensar se a expressão dentro de parêntesis é o quadrado de um binómio.

(iii) Associar as regras , isto é, pôr em evidência os factores comuns e aplicar a fórmula do quadrado de um binómio.

3. Polinómio com mais de três termos



Exemplo 1

Decomponha em factores:

$x^2+2x+5x+10$

Resolução:

$x^2+2x+5x+10=x(x+2)+5(x+2)$ Associando os termos dois a dois e colocar os factores comuns em evidência;

$x(x+2)+5(x+2)=(x+5)(x+2)$ colocando o factor comum em evidência que neste caso é a expressão $x+2$.

Exemplo 2

Decomponha em factores:

x^2+2x-y^2+1 Para este polinómio temos que fazer combinações possíveis para encontrar expressões factoráveis, sabendo que podemos alterar a ordem das parcelas, pois a adição goza da propriedade comutativa, neste caso, associando $x^2+2x-y^2+1=\left(x^2+2x+1\right)-y^2$ encontramos dentro de parêntesis um caso notável que facilmente podemos factorizar e obtemos:

$\left(x^2+2x+1\right)-y^2=\left(x+1\right)^2-y^2$ neste caso encontramos uma diferença de quadrados que também recorrendo a fórmula obtemos:

$\left(x+1\right)^2-y^2=\left[\left(x+1\right)-y\right]\left[\left(x+1\right)+y\right]=\left(x+1-y\right)\left(x+1+y\right)$

Exemplo 3

Decomponha em factores:

$x^2+2x+1=\left(x-2\right)\left(x+1\right)$ Sendo x^2+2x+1 trinómio factorável obtemos:

$x^2+2x+1=\left(x-2\right)\left(x+1\right)=\left(x+1\right)^2+\left(x-2\right)\left(x+1\right)$ Agora observa a expressão x+1 é factor comum e colocando em evidência

$\left(x+1\right)^2+\left(x-2\right)\left(x+1\right)=\left(x+1\right)\left[\left(x+1\right)+\left(x-2\right)\right]$ Encontramos termos semelhantes e reduzindo os termos semelhantes obtemos:

$\left(x+1\right)\left[\left(x+1\right)+\left(x-2\right)\right]=\left(x+1\right)\left(x+1+x-2\right)=\left(x+1\right)\left(2x-1\right)$

Muito bem! Caro aluno não desanime, pois a lição está quase no fim, mas descanse pelo menos 5 minutos para prosseguir com os exercícios que lhe sugerimos já de seguida.

EXERCÍCIOS

1. Decompõe em factores

a) $(2a+1)^2-4$

b) $16-(x-3)^2$

c) $(x+1)^2-(x+2)^2$

d) y^2+y^3+y

e) $(x+5)^2+2(x+5)(x+3)$

f) $8x^2+24yx+18y^2$

g) $(3t+1)^2-9(t+3)^2$

h) $2(3-x)^2-8(x-3)$

i) $5(2+a)-10(4-a^2)$

Muito bem caro aluno de seguida vai confrontar a chave que lhe propomos já de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)
$$(2a+1)^2-4=(2a+1)^2-2^2=\left[(2a+1)-2\right]\left[(2a+1)+2\right]=$$
$$=(2a+1-2)(2a+1+2)=(2a-1)(2a+3)$$

b)
$$16-(x-3)^2=4^2-(x-3)^2=\left[4-(x-3)\right]\left[4+(x-3)\right]=$$
$$=(4-x-3)(4+x-3)=$$
$$=(4-x-3)(4+x-3)=(-x+1)(x+1)$$

c)
$$(x+1)^2-(x+2)^2=\left[(x+1)-(x+2)\right]\left[(x+1)+(x+2)\right]=$$
$$=(x+1-x-2)(x+1+x+2)=-(2x+3)$$

d) $y^2+y^3+y=y\left(y+y^2+1\right)$

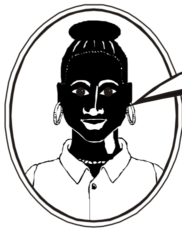
e)
$$(x+5)^2+2(x+5)(x+3)=(x+5)\left[(x+5)+2(x+3)\right]=$$
$$=(x+5)(x+5+2x+6)=$$
$$=(x+5)(3x+11)$$

f)
$$8x^2+24yx+18y^2=2\left(4x^2+12xy+9y^2\right)=2(2x+3y)^2=$$
$$=2(2x+3y)(2x+3y)$$

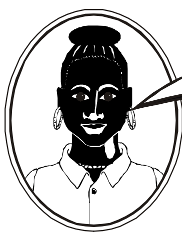
g)
$$(3t+1)^2-9(t+3)^2=\left[(3t+1)-3(t+3)\right]\left[(3t+1)+3(t+3)\right]$$
$$=(3t+1-3t-9)(3t+1+3t+9)=-8(6t+10)$$

h)
$$2(3-x)^2-8(x-3)=2(3-x)^2+8(3-x)=(3-x)\left[2(3-x)+8\right]$$
$$(3-x)(6-2x+8)=(3-x)(14-2x)$$

i)
$$5(2+a)-10\left(4-a^2\right)=$$
$$=5(2+a)-10(2-a)(2+a)=(2+a)\left[5-10(2-a)\right]=$$
$$(2+a)(5-20+10a)=(2+a)(-15+10a)$$



Então. Acertou em todos exercícios propostos? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todos, verifique como procedemos na resolução e veja onde é que falhou e resolva mais uma vez. Verá que não é difícil. Não desanime porque certamente está a fazer bons progressos.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver os exercícios que lhe propomos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!

Se não conseguiu acertar todos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Depois volta a estudar a lição. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

6 Propiedades das Expressões Algébricas Fraccionárias

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar fracções algébricas
- Simplificar fracções algébricas
- Reduzir fracções algébricas ao mesmo denominador

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esta é a sua 6ª lição do módulo13 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom progresso nas lições anteriores.

Nesta lição vai identificar expressões algébricas com denominadores iguais e na resolução destes vai decompor e colocar em evidência como forma de simplificar expressões.

Como pode notar, nesta lição vai resolver muitos exercícios, no entanto, prepare o seu bloco de exercícios.

Para começarmos nesta lição vamos definir expressões algébricas que é toda a combinação de números relativos, alguns dos quais são representados por letras, e ligados entre si por operações aritméticas quaisquer.

Em particular, se as expressões que ligam as letras entre si são apenas chamadas operações racionais (adição, subtracção, multiplicação e divisão) a expressão algébrica chama-se racional.

Tomemos como exemplo as seguintes expressões racionais:

$$-3ay^2;\ \frac{x-y}{b};\ \frac{\sqrt{3}}{5a}+\frac{3x-y}{x+y};...$$

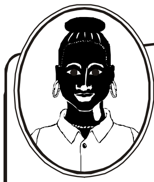
De entre as expressões racionais mereceram já um estudo especial (as expressões algébricas inteira) os chamados Monómios e polinómios que estudamos no módulo 11 e 12, 9ª classe, que são expressões nas quais as operações que ligam as letras entre si são apenas operações inteiras (adição, subtracção, multiplicação e potenciação).

Definição: Chama-se fracção algébrica toda a divisão indicada de duas expressões algébricas inteiras, ou de um número relativo por uma expressão inteira.

Caro aluno. Recorde-se que, para indicarmos a divisão de **a** por **b,** tanto podemos utilizar a notação $a \div b$ como $\frac{a}{b}$. Deste modo $\frac{a-b}{2a+b}$ tem o mesmo significado operatório que $(a-b)\div(2a+b)$.

Exemplo:

$$\frac{2a^2x}{5ab};\ \frac{2ab}{7bc^2};\ \frac{x^2+2x+1}{x+1};\ \frac{5}{x+1};...$$



As duas expressões inteiras (dividendo e divisor) chamam-se termos da fracção algébrica. O dividendo é o numerador e o divisor é o denominador.

Valor numérico duma expressão algébrica

Muito bem caro aluno, saiba desde já que uma fracção algébrica pode ser convertida num valor numérico, assim:

1. $\frac{2a^2x}{5ab}$; se $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ x=1 \end{cases}$ então substituindo na fracção dada, obtemos:

$$\frac{2a^2x}{5ab}=\frac{2\bullet(1)^2\bullet 1}{5\bullet 1\bullet 2}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}.$$

2. $\frac{2ab}{7bc^2}$; se $\begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \\ c=1 \end{cases}$ então substituindo na fracção dada, obtemos:

$$\frac{2ab}{7bc^2}=\frac{2\bullet(-1)\bullet(-2)}{7\bullet(-2)\bullet 1^2}=\frac{4}{-14}=-\frac{2}{7}$$

3. $\frac{x^2+2x+1}{x+1}$; se $x=-2$ então substituindo na fracção dada, obtemos:

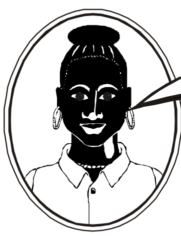
$$\frac{x^2+2x+1}{x+1}=\frac{(-2)^2+2\bullet(-2)+1}{(-2)+1}=\frac{4+(-4)+1}{-2+1}=\frac{1}{-1}=-1$$

4. $\dfrac{5}{x+1}$; se $x=-5$ então substituindo na fracção dada, obtemos:

$$\frac{5}{x+1}=\frac{5}{(-5)+1}=\frac{5}{-4}=-\frac{5}{4}$$

5. $\dfrac{2x^2+4}{x-1}$; se $x=1$ então substituindo na fracção dada, obtemos:

$\dfrac{2x^2+4}{x-1}=\dfrac{2\bullet(1)^2+4}{1-1}=\dfrac{6}{0}$ não existe o valor numérico de $\dfrac{2x^2+4}{x-1}$; para $x=1$



Toda a fracção algébrica tem assim valor numérico para todo o sistema de valores das letras que nela figuram, excepto para os valores das letras que anulem o denominador. Assim a fracção anterior não tem valor numérico para $x=1$, visto que o seu denominador toma valor zero e a divisão por zero não tem nenhum significado.

Muito bem caro aluno, depois de ter calculado o valor numérico vamos de seguida simplificar as fracções algébricas

Simplificação de fracções algébricas

O problema simplificação não é novo desde a 6ª classe que usa esta ferramenta na simplificação de fracções.
Toma como o exemplo:

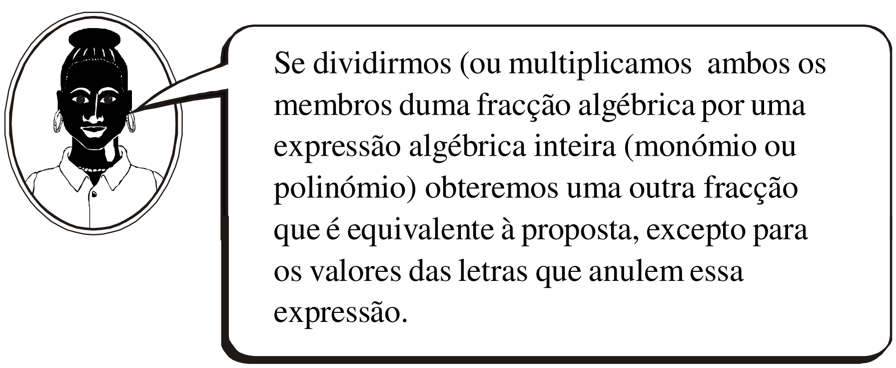
$\dfrac{12}{4}$ para simplificar esta fracção deve:

1. Procurar encontrar o maior divisor comum (**m.d.c**) dos termos da fracção, para este caso 4;
2. Dividirmos ambos termos por 4, ou seja $\frac{12 \div 4}{4 \div 4}$;
3. Obtemos a fracção simplificada $\frac{3}{1}$ ou simplesmente 3.

No caso de fracções algébricas, consiste em determinar uma fracção equivalente à fracção dada e cujos termos sejam, respectivamente de grau menor. No caso em que não é possível simplificar a fracção, diz-se, por analogia com fracções numéricas, que a fracção é irredutível.

Lembre-se caro aluno que toda fracção algébrica representa, para cada sistema de valores das letras, o quociente de dois números racionais, ou seja uma fracção numérica. E, como se pode dividir (ou multiplicar) ambos os termos duma fracção numérica por qualquer número diferente de zero, resulta que fracções algébricas gozam de propriedades análoga.

E, assim:



Se todos factores comuns são suprimidos, a fracção simplificada é irredutível.

Para torná-lo irredutível uma fracção, basta dividir ambos os termos pelo seu maior divisor comum (**m.d.c**).

Exemplo

$\frac{6x^3y^2z}{10x^2y^3}$, para tornar irredutível a fracção podemos seguir dois processos, que aliás são idênticos:

(i) Notemos que a fracção toda se pode escrever sob a forma

$\frac{2 \bullet 3 \bullet x \bullet x \bullet x \bullet y \bullet y \bullet z}{2 \bullet 5 \bullet x \bullet x \bullet y \bullet y \bullet y}$ desta expressão, simplifica os termos comuns, e fica:

$\frac{\cancel{2} \bullet 3 \bullet \cancel{x} \bullet \cancel{x} \bullet x \bullet \cancel{y} \bullet \cancel{y} \bullet z}{\cancel{2} \bullet 5 \bullet \cancel{x} \bullet \cancel{x} \bullet \cancel{y} \bullet \cancel{y} \bullet y} = \frac{3xz}{5y}$, que resulta numa fracção irredutível.

(ii) O outro processo consiste em dividir ambos os termos da fracção pelo seu m.d.c. e como o m.d.c (6 e 10) = 2 e como as letras comuns são x e y, conclui-se que o m.d.c. dos dois termos da fracção é o monómio $2x^2y^2$, teremos então sucessivamente;

$$\frac{6x^3y^2z}{10x^2y^3} = \frac{\left(6x^3y^2z\right) \div \left(2x^2y^2\right)}{\left(10x^2y^3\right) \div \left(2x^2y^2\right)} = \frac{3xy}{5y}$$

Muito bem caro aluno, agora vamos realizar actividade por forma a consolidar estas matérias que serão importantes na realização de exercícios.

ACTIVIDADE

1. Simplifique as seguintes fracções algébricas de modo que tornem irredutíveis.

a) $\frac{2x}{x}$

b) $\frac{a^2}{-3a^2}$

c) $\frac{-c^3}{-c^4}$

d) $\frac{4b}{6b^2}$

e) $\frac{-x}{ax^2}$

f) $\frac{3xy}{4xz}$

g) $-\frac{a^2b^3}{3a^3b^2}$

h) $\frac{9b^2m^2}{6b^2m}$

i) $\frac{-15x^2y^3}{-20x^4y^2}$

j) $\frac{18a^4b^3}{6ab^4}$

l) $\frac{a^3b^2c^3}{a^3b^3c^4}$

m) $\frac{-50x^4y^5z^2}{125x^5y^6z}$

n) $\frac{-36a^2b^3c^2z^8}{-48a^5bc^2z^6}$

o) $\frac{\frac{3}{4}x^2y^5}{\frac{9}{8}x^2y^6}$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\dfrac{2x}{x} = 2$

b) $\dfrac{a^2}{-3a^2} = -\dfrac{1}{3}$

c) $\dfrac{-c^3}{-c^4} = \dfrac{1}{c}$

d) $\dfrac{4b}{6b^2} = \dfrac{2}{3b}$

e) $\dfrac{-x}{ax^2} = -\dfrac{1}{ax}$

f) $\dfrac{3xy}{4xz} = \dfrac{3y}{4z}$

g) $-\dfrac{a^2b^3}{3a^3b^2} = -\dfrac{b}{3a}$

h) $\dfrac{9b^2m^2}{6b^2m} = \dfrac{3m}{2}$

i) $\dfrac{-15x^2y^3}{-20x^4y^2} = \dfrac{3y}{4x^2}$

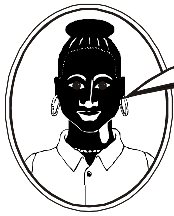
j) $\dfrac{18a^4b^3}{6ab^4} = \dfrac{3a^3}{b}$

l) $\dfrac{a^3b^2c^3}{a^3b^3c^4} = \dfrac{1}{bc}$

m) $\dfrac{-50x^4y^5z^2}{125x^5y^6z} = -\dfrac{2z}{5xy}$

n) $\dfrac{-36a^2b^3c^2z^8}{-48a^5bc^2z^6} = \dfrac{3b^2z^2}{4a^3}$

o) $\dfrac{\frac{3}{4}x^2y^5}{\frac{9}{8}x^2y^6} = \dfrac{2}{3y}$



Muito bem caro aluno espero que tenha conseguido resolver a actividade com muita facilidade. Agora vamos já de seguida reduzir fracções ao mesmo denominador.

Redução de fracções ao mesmo denominador

Reduzir fracções ao mesmo denominasdor consiste em, dadas várias fracções, determinar outras respectivamente equivalentes, e todas com o mesmo denominador.

Exemplo 1

Sejam as fracções $\frac{2}{a};\frac{3}{b};\frac{1}{c}$ para reduzir ao mesmo denominador, multiplicamos ambos termos de cada fracção pelos produtos dos denominadores das outras obteremos fracções respectivamente equivalentes às fracções dadas e todas com o mesmo denominador ou seja:

Para $\frac{2}{a};\frac{3}{b};\frac{1}{c}$ multipliquemos ambos os termos da 1ª fracção por ***bc***, ambos os termos da 2ª por ***ac,*** e ambos termos da terceira por ***ab,*** e fica:

$\frac{2}{\underset{(bc)}{a}};\frac{3}{\underset{(ac)}{b}};\frac{1}{\underset{(ab)}{c}}$; e obtemos $\frac{2bc}{abc};\frac{3ac}{abc};\frac{ab}{abc}$, todas com o mesmo denominador e respectivamente equivalents às fracções dadas.

TOME NOTA...

Na prática, sempre que se pretende reduzir fracções ao mesmo denominador, opera-se de modo que o denominador comum seja do menor grau possível. Tal monómio tem por coeficiente o **m.m.c.** dos coeficientes dados e por parte literal o produto das letras comuns e não comuns elevadas ao maior expoente.Veja de seguida:

$\frac{a}{3x^2y}; \frac{3y}{4a^2x}; \frac{5x}{6ay^3}$ se pretendermos reduzir ao denominador comum de menor grau, em primeiro lugar, vamos deteminar o m.m.c. dos coeficientes, e fica:

$m.m.c.\ (3;4;6) = 12$ que concluimos que $m.m.c.\ (3x^2y; 4a^2x; 6ay^3) = 12a^2x^2y^3$

Uma vez calculado esse **m.m.c.** dos denominadores, divide-se esse m.m.c. por cada um dos denominadores das fracções e multiplica-se o quociente obtido por ambos os seus termos.

Então como:

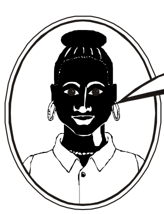
$$\left(12a^2x^2y^3\right) \div \left(3x^2y\right) = 4a^2y^2$$

$$\left(12a^2x^2y^3\right) \div \left(4a^2x\right) = 3xy^3$$

$$\left(12a^2x^2y^3\right) \div \left(6ay^3\right) = 2ax^2$$

De seguida, multiplicamos ambos os termos das fracções dadas, respectivamente, por $4a^2y^2;\ 3xy^3;\ 2ax^2$, obteremos finalmente,

$$\frac{4a^3y^2}{12a^2x^2y^3}; \frac{9xy^4}{12a^2x^2y^3}; \frac{10ax}{12a^2x^2y^3}$$



Muito bem caro aluno, por forma a consolidar as propriedaes das fracções algébricas vamos resolver exercícios já de seguida.

EXERCÍCIOS

1. Complete as seguintes igualdades:

a) $3 = \frac{}{a}$

b) $b = \frac{}{5}$

c) $2a = \frac{}{b}$

d) $-3x = \frac{}{2a^2}$

e) $-1 = \frac{}{ab}$

f) $0 = \frac{}{b^3}$

g) $\frac{2}{3a} = \frac{}{6a^2}$

h) $\frac{3b}{4m} = \frac{15b^2m^3}{}$

i) $\frac{a}{b} = \frac{}{-abc}$

j) $-\frac{a}{b} = \frac{-am^2n}{}$

l) $\frac{5z^5}{14xy} = \frac{}{98x^3yz^3}$

m) $\frac{2mp}{3nq} = 10m^2pq^3$

n) $\frac{-11cd^3}{10a^3b} = \frac{}{-110a^5b^4c^4d^2}$

2. Reduza ao denominador comum de menor grau as seguintes fracções:

a) $\frac{3}{2x}; \frac{5}{4x}$

b) $\frac{2x}{3a}; \frac{x}{2a}$

c) $\frac{a}{6b^2}; \frac{a}{4b}$

d) $\frac{2}{9x^2y}; \frac{5}{6xy^2}$

e) $\frac{y}{x}; \frac{x}{y}$

f) $\frac{x}{a^2b}; \frac{y}{ab^2}$

g) $\frac{11m}{18p^2}; \frac{9m}{2p}; \frac{13m}{9p}$

h) $\frac{2a}{3b}; \frac{3b}{4c}; \frac{5c}{12a}$

i) $\frac{a}{bc}; \frac{b}{ac}; \frac{c}{ab}$

j) $\frac{3}{2x^3y^3z}; \frac{2}{3x^2yz^3}; \frac{5}{6y^3}$

k) $\frac{x}{3a^2b^3c}; \frac{y}{12ab^3c^3}; \frac{z}{15a^3bc^2}$

Muito bem caro aluno. Agora verifique a chave de correcção que lhe propomos já de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $3 = \frac{3a}{a}$

b) $b = \frac{5b}{5}$

c) $2a = \frac{2ab}{b}$

d) $-3x = \frac{-6a^2x}{2a^2}$

e) $-1 = \frac{-ab}{ab}$

f) $0 = \frac{0}{b^3}$

g) $\frac{2}{3a} = \frac{4a}{6a^2}$

h) $\frac{3b}{4m} = \frac{15b^2m^3}{20bm^4}$

i) $\frac{a}{b} = \frac{-a^2c}{-abc}$

j) $-\frac{a}{b} = \frac{-am^2n}{bm^2n}$

l) $\frac{5z^5}{14xy} = \frac{35x^2z^8}{98x^3yz^3}$

m) $\frac{2mp}{3nq} = \frac{10m^2pq^3}{15mnq^4}$

n) $\frac{-11cd^3}{10a^3b} = \frac{121a^2b^3c^5d^5}{-110a^5b^4c^4d^2}$

2. a) $\dfrac{3}{2x};\dfrac{5}{4x}\Rightarrow\dfrac{6}{4x};\dfrac{5}{4x}$

b) $\dfrac{2x}{3a};\dfrac{x}{2a}\Rightarrow\dfrac{4x}{6a};\dfrac{3x}{6a}$

c) $\dfrac{a}{6b^2};\dfrac{a}{4b}\Rightarrow\dfrac{2a}{12b^2};\dfrac{3ab}{12b^2}$

d) $\dfrac{2}{9x^2y};\dfrac{5}{6xy^2}\Rightarrow\dfrac{4y}{18x^2y^2};\dfrac{15x}{18x^2y^2}$

e) $\dfrac{y}{x};\dfrac{x}{y}\Rightarrow\dfrac{y^2}{xy};\dfrac{x^2}{xy}$

f) $\dfrac{x}{a^2b};\dfrac{y}{ab^2}\Rightarrow\dfrac{bx}{a^2b^2};\dfrac{ay}{a^2b^2}$

g) $\dfrac{11m}{18p^2};\dfrac{9m}{2p};\dfrac{13m}{9p}\Rightarrow\dfrac{11m}{18p^2};\dfrac{81mp}{18p^2};\dfrac{26mp}{18p^2}$

h) $\dfrac{2a}{3b};\dfrac{3b}{4c};\dfrac{5c}{12a}\Rightarrow\dfrac{8a^2c}{12abc};\dfrac{9ab^2}{12abc};\dfrac{5bc^2}{12abc}$

i) $\dfrac{a}{bc};\dfrac{b}{ac};\dfrac{c}{ab}\Rightarrow\dfrac{a^2}{abc};\dfrac{b^2}{abc};\dfrac{c^2}{abc}$

j) $\dfrac{3}{2x^3y^3z};\dfrac{2}{3x^2yz^3};\dfrac{5}{6y^3}\Rightarrow\dfrac{9z^2}{6x^3y^3z^3};\dfrac{4xy^2}{6x^3y^3z^3};\dfrac{5x^3z^3}{6x^3y^3z^3}$

l) $\dfrac{20ac^2x}{60a^3b^3c^3};\dfrac{5a^2y}{60a^3b^3c^3};\dfrac{4b^2cz}{60a^3b^3c^3}$

Então. Acertou a todas questões colocadas? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todas, verifique como procedemos nos exemplos anteriores, e veja onde é que falhou e resolva mais uma vez. Verá que não é difícil. Não desanime porque certamente está a fazer bons progressos.

7 Adição e Subtracção de Fracções Algébricas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Adicionar frcções algébricas
- Subtrair frcções algébricas
- Aplicação de propriedades de fracções algébricas

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

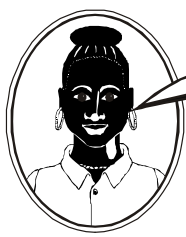
Caro aluno, esta é a sua lição sete do módulo13 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição anterior, onde teve oportunidade de estudar as propriedades das fracções algébricas, em especial o cálculo de **m.m.c.**, a **simplificação de fracções algébricas**.

Nesta lição vai resolver operações com fracções algébricas.
Nesta lição, concretamente vai realizar actividade e de seguida vai resolver exercícios.

Mais uma vez aconselhamos que tenha de perto o seu bloco de notas, pois nesta lição vai resolver muitos exercícios e também vai ter que revisitar alguns conceitos já estudados nos módulos anteriores.

Soma de fracções algébricas

Caro aluno recorde-se que as operações algébricas definem-se do mesmo modo que as operações com fracções numéricas, dado que toda a fracção algébrica representa, para cada sistema de valores das letras, uma fracção numéricas.



Chama-se soma de fracções do mesmo denominador a fracção do mesmo denominador e cujo numerador é a soma dos numeradores das fracções parcelas, ou seja:

$$\frac{2x}{3ab}+\frac{4}{3ab}+\frac{y}{3ab}=\frac{2x+4+y}{3ab}$$

Caro aluno, recorde-se do procedimento que seguimos na lição anterior para determinar o **m.m.c.** de fracções algébricas com denominadores diferentes? Se se recorda espero que reduza já de seguida ao mesmo denominador

$$\frac{3}{4a^2}+\frac{5}{b^2}+\frac{1}{ab}$$

Para reduzir ao mesmo denominador temos que:

Deteminar **o m.m.c**. dos coeficientes dos denominadores, e fica:

$m.m.c.\ (4;1;1)=4$

que concluimos que $m.m.c.\ (4a^2;b^2;ab)=4a^2b^2$

Uma vez calculando esse **m.m.c.** dos denominadores, divide-se esse **m.m.c.** por cada um dos denominadores das fracções e multiplica-se o quociente obtido por ambos os seus termos.

Então como:

.

$$\left(4a^2b^2\right)\div\left(4a^2\right)=b^2$$

$$\left(4a^2b^2\right)\div\left(b^2\right)=4a^2$$

$$\left(4a^2b^2\right)\div\left(ab\right)=4ab$$

De seguida, multiplicamos ambos os termos das fracções dadas, respectivamente, por b^2; $4a^2$; $4ab$, obteremos finalmente,

$$\frac{3}{\underset{(b^2)}{4a^2}}+\frac{5}{\underset{(4a^2)}{b^2}}+\frac{1}{\underset{(4ab)}{ab}}=\frac{3b^2}{4a^2b^2}+\frac{20a^2}{4a^2b^2}+\frac{4ab}{4a^2b^2}=\frac{3b^2+20a^2+4ab}{4a^2b^2}$$

Na prática o cálculo é feito directamente, então vejamos:

$\frac{a}{\underset{(2)}{5x}}+\frac{3a}{\underset{(1)}{10x}}=\frac{2a+3a}{10x}$ e reduzindo os termos semelhantes obtemos:

$=\frac{2a+3a}{10x}=\frac{5a}{10x}$ simplificando a fracção obtemos: $=\frac{5a}{10x}=\frac{a}{2x}$.

Diferença de duas fracções algébricas

A subtracção de fracções algébricas define-se do mesmo modo que a subtracção de fracções numéricas. É a operação inversa da adição.

Para calcular a diferença de duas fracções algébricas, soma-se o aditivo pelo simétrico do subtractivo.

Esta definição resulta de:

1. $\frac{2x^2}{3ab}-\frac{4x}{3ab}=\frac{2x^2-4x}{3ab}$

2. $\left(\frac{-3x}{4ab}\right)-\left(\frac{-5x}{4ab}\right)$ teremos sucessivamente

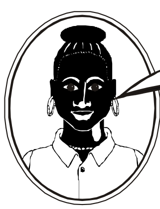
$$\frac{-3x-(-5x)}{4ab}=\frac{-3x+5x}{4ab}=\frac{2x}{4ab}=\frac{x}{2ab}$$

TOME NOTA...

Todo o monómio se pode escrever sob a forma duma fracção algébrica cujo denominador seja um número qualquer.

1. $2x+\frac{3}{xy}$ calculando **m.m.c.**obtemos: $\frac{2x}{\underset{(xy)}{1}}+\frac{3}{\underset{(1)}{xy}}=\frac{2x^2y+3}{xy}$

2. $\frac{2}{ab}-x$ Procedendo como no **exemplo 1**, teremos: $\frac{2}{\underset{(1)}{ab}}-\frac{x}{\underset{(ab)}{1}}=\frac{2-abx}{ab}$



Muito bem caro, aluno depois de ter recordado o cálculo de **m.m.c** e redução dos termos semelhantes já tem ferramenta suficiente para resolver os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Efectue as seguintes adições e simplifique os resultados:

a) $\frac{1}{2x}+\frac{3}{2x}$

b) $\frac{2a}{3}+\frac{4a}{3}$

c) $\frac{3x}{5y}+\frac{6x}{5y}+\frac{x}{5y}$

d) $\frac{a^2}{10xy}+\frac{11a^2}{10xy}+\frac{3a^2}{10xy}$

e) $\frac{3}{4x}+\frac{1}{2x}$

f) $\frac{a}{5x}+\frac{3a}{10x}$

g) $\frac{2x}{3y}+\frac{3x}{2y}$

h) $\frac{by}{6ax}+\frac{3by}{8ax}+\frac{11by}{16ax}$

i) $\frac{a}{2x}+\frac{b}{2x}$

j) $\frac{2}{a^2}+\frac{2x}{a^2}$

l) $\frac{2}{x}+\frac{3}{y}$

m) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

n) $\frac{7}{x^2}+\frac{2}{x}$

o) $\frac{5}{mn^2}+\frac{3}{m^2n}$

p) $\frac{3x}{8z^2}+\frac{5y}{6z}$

q) $\frac{a}{4x^2y}+\frac{b}{6xy^2}$

2. Efectue as seguintes subtracções e simplifique os resultados:

a) $\frac{2}{3a}-\left(-\frac{1}{3a}\right)$

b) $\frac{5x}{4}-\frac{3x}{4}$

c) $-\frac{5x}{3y}-\left(+\frac{7x}{3y}\right)$

d) $\frac{5}{6x}-\left(\frac{-5}{3x}\right)$

e) $\frac{3}{4x}-\frac{1}{2x}$

f) $\frac{2a}{5b}-\frac{a}{10b}$

g) $a-\frac{1}{b}$

h) $\frac{c^3}{ab}-\left(-a^2b^2\right)$

i) $\frac{2a}{3}-a$

j) $x^2-\left(+\frac{3}{x}\right)$

3. Efectue as seguintes adições algébricas e simplifique os resultados.

a) $\frac{4}{9a}-\frac{2}{9a}+\frac{7}{9a}$

b) $\frac{x^2}{4}-\frac{3x^2}{4}+x^2$

c) $\frac{7a}{5x}-\frac{7a}{10x}-\frac{a}{6a}+\frac{7a}{15x}$

d) $\frac{5a^2}{6xy}-\left(-\frac{4a^2}{15xy}\right)-\frac{7a^2}{8xy}$

e) $\frac{3}{4x^2}-\left(+\frac{5}{6x}\right)-1$

f) $\frac{3ab}{5x^2}-\left(\frac{5ab}{9x^2}-\frac{ab}{18x^2}\right)$

g) $\frac{5n}{6p}-\left(\frac{4n}{5p}-\frac{3n}{10p}\right)+\frac{3n}{4p}$

h) $\left(\frac{9a}{10x}+\frac{3a}{4x}\right)-\left(\frac{2a}{5x}-\frac{3a}{8x}\right)$

i) $\frac{7}{a^2}-\frac{4}{a}-1$

j) $\frac{2}{u^2}-\frac{3}{uv}+\frac{2}{v^2}$

l) $2x-\frac{1}{x}+\frac{3}{2x^2}$

m) $\frac{15a}{cd}-\left(\frac{2a}{c^2}-\frac{7b}{d^2}\right)$

n) $\frac{1}{ab}-\left(\frac{1}{ac}-\frac{1}{bc}\right)$

o) $\frac{x}{yz}-\left[\frac{y}{xz}\left(\frac{z}{xy}-1\right)\right]$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $\frac{1}{2x}+\frac{3}{2x}$ Adicionam-se os numerador e mantém-se o denominador comum.

$\frac{1}{2x}+\frac{3}{2x}=\frac{(1+3)}{2x}=\frac{4}{2x}$ simplificando o resultado, fica: $\frac{4\div 2}{2x\div 2}=\frac{2}{x}$

Do mesmo modo:

b) $\frac{2a}{3}+\frac{4a}{3}=\frac{(2a+4a)}{3}=\frac{6a}{3}=2a$

c) $\frac{3x}{5y}+\frac{6x}{5y}+\frac{x}{5y}=\frac{(3x+6x+x)}{5y}=\frac{10x}{5y}=\frac{2x}{y}$

d) $\frac{a^2}{10xy}+\frac{11a^2}{10xy}+\frac{3a^2}{10xy}=\frac{(a^2+11a^2+3a^2)}{10xy}=\frac{15a^2}{10xz}$

$=\frac{3a^2}{2xy}$

f) $\underset{(2)}{\frac{a}{5x}}+\underset{(1)}{\frac{3a}{10x}}=\frac{(2a+3a)}{10x}=\frac{5a}{10x}=\frac{a}{2x}$

g) $\underset{(2)}{\frac{2x}{3y}}+\underset{(3)}{\frac{3x}{2y}}=\frac{4x+9x}{6y}=\frac{13x}{6y}$

h) $\underset{(8)}{\frac{by}{6ax}}+\underset{(6)}{\frac{3by}{8ax}}+\underset{(3)}{\frac{11by}{16ax}}=\frac{8by+18by+33by}{48ax}=\frac{59by}{48ax}$

i) $\frac{a}{2x}+\frac{b}{2x}=\frac{(a+b)}{2x}$

j) $\dfrac{2}{a^2}+\dfrac{2x}{a^2}=\dfrac{(2+2x)}{a^2}$

l) $\dfrac{2}{\underset{(y)}{x}}+\dfrac{3}{\underset{(x)}{y}}=\dfrac{2y+3x}{xy}$

m) $\dfrac{1}{\underset{(b)}{a}}+\dfrac{1}{\underset{(a)}{b}}=\dfrac{b+a}{ab}$

n) $\dfrac{7}{\underset{(1)}{x^2}}+\dfrac{2}{\underset{(x)}{x}}=\dfrac{7+2x}{x^2}$

o) $\dfrac{5}{\underset{(m)}{mn^2}}+\dfrac{3}{\underset{(n)}{m^2n}}=\dfrac{5m+3n}{m^2n^2}$

p) $\dfrac{3x}{\underset{(3)}{8z^2}}+\dfrac{5y}{\underset{(4z)}{6z}}=\dfrac{9x+20yz}{24z^2}$

q) $\dfrac{a}{\underset{(3y)}{4x^2y}}+\dfrac{b}{\underset{(2x)}{6xy^2}}=\dfrac{3ay+2bx}{12x^2y^2}$

2. **a)** $\dfrac{2}{3a}-\left(-\dfrac{1}{3a}\right)$ Aplicando a regra de subtracção, soma-se o aditivo pelo simétrico do subtractivo.

$$\frac{2}{3a}-\left(-\frac{1}{3a}\right)=\frac{2}{3a}+\left(+\frac{1}{3a}\right)=\frac{2}{3a}+\frac{1}{3a}=\frac{(2+1)}{3a}=\frac{3}{3a}=\frac{1}{a}$$

b) $\dfrac{5x}{4}-\dfrac{3x}{4}=\dfrac{(5x-3x)}{4}=\dfrac{2x}{4}=\dfrac{x}{2}$

c) $-\dfrac{5x}{3y}-\left(+\dfrac{7x}{3y}\right)=-\dfrac{5x}{3y}+\left(-\dfrac{7x}{3y}\right)=-\dfrac{5x}{3y}-\dfrac{7x}{3y}=\dfrac{(-5x-7x)}{3y}=$

$=\dfrac{-12x}{3y}=-\dfrac{4x}{y}$

d) $\dfrac{5}{6x}-\left(-\dfrac{5}{3x}\right)=\dfrac{5}{6x}+\left(+\dfrac{5}{3x}\right)=\dfrac{5}{\underset{(1)}{6x}}+\dfrac{5}{\underset{(2)}{3x}}=\dfrac{(5+10)}{6x}=\dfrac{15}{6x}=\dfrac{5}{2x}$

e) $\dfrac{3}{\underset{(1)}{4x}}-\dfrac{1}{\underset{(2)}{2x}}=\dfrac{(3-2)}{4x}=\dfrac{1}{4x}$

f) $\dfrac{2a}{\underset{(2)}{5b}}-\dfrac{a}{\underset{(1)}{10b}}=\dfrac{4a-a}{10b}=\dfrac{3a}{10b}$

g) $\dfrac{a}{\underset{(b)}{1}}-\dfrac{1}{\underset{(1)}{b}}=\dfrac{ab-1}{b}$

h) $\dfrac{c^3}{ab}-\left(-a^2b^2\right)=\dfrac{c^3}{ab}+\left(+a^2b^2\right)=\dfrac{c^3}{\underset{(1)}{ab}}+\dfrac{a^2b^2}{\underset{(ab)}{1}}$

i) $\dfrac{2a}{3}-a$

j) $x^2-\left(+\dfrac{3}{x}\right)$

3. Caro para estes exercícios junte-se um colega e Efectuem as adições algébricas, simplificando os resultados.

a) $\dfrac{4}{9a}-\dfrac{2}{9a}+\dfrac{7}{9a}$

b) $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{3x^2}{4}+x^2$

c) $\dfrac{7a}{5x}-\dfrac{7a}{10x}-\dfrac{a}{6a}+\dfrac{7a}{15x}$

d) $\dfrac{5a^2}{6xy}-\left(-\dfrac{4a^2}{15xy}\right)-\dfrac{7a^2}{8xy}$

e) $\dfrac{3}{4x^2}-\left(+\dfrac{5}{6x}\right)-1$

f) $\frac{3ab}{5x^2}-\left(\frac{5ab}{9x^2}-\frac{ab}{18x^2}\right)$

g) $\frac{5n}{6p}-\left(\frac{4n}{5p}-\frac{3n}{10p}\right)+\frac{3n}{4p}$

h) $\left(\frac{9a}{10x}+\frac{3a}{4x}\right)-\left(\frac{2a}{5x}-\frac{3a}{8x}\right)$

i) $\frac{7}{a^2}-\frac{4}{a}-1$

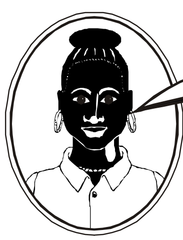
j) $\frac{2}{u^2}-\frac{3}{uv}+\frac{2}{v^2}$

l) $2x-\frac{1}{x}+\frac{3}{2x^2}$

m) $\frac{15a}{cd}-\left(\frac{2a}{c^2}-\frac{7b}{d^2}\right)$

n) $\frac{1}{ab}-\left(\frac{1}{ac}-\frac{1}{bc}\right)$

o) $\frac{x}{yz}-\left[\frac{y}{xz}\left(\frac{z}{xy}-1\right)\right]$



Então. Acertou em todos exercícios propostos? Se sim está de parabéns. Caso não, verifique como procedemos nos exemplos anteriores, e para o exercício 3, contacte o **C.A.A.** para obter a chave junto ao seu tutor. veja onde é que falhou e resolva mais uma vez. Verá que não é difícil. Não desanime porque certamente está a fazer bom trabalho.

AsDTS

O que são as DTS?

As DTS são **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual**, vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente, estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos;
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus;
- Ardor ao urinar;
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis;
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais;
- Ardor ao urinar.

8

Multiplicação e Divisão de Fracções Algébricas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Multiplicar fracções algébricas
- Dividir fracções algébricas
- Calcular a potência de uma fracção algébrica

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

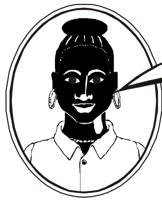
Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Multiplicação de fracções algébricas

Caro aluno recorde-se que as operações algébricas se definem do mesmo modo que as operações com fracções numéricas, dado que toda a fracção algébrica representa, para cada sistema de valores das letras, uma fracção aritmética. Por analogia com as fracções numéricas se estabelece o seguinte:



Chama-se produto de fracções algébricas à fracção cujo numerador é o produto dos numeradores e cujo denominador é o produto dos denominadores das fracções factores.

Deste modo o cálculo do produto de fracções algébricas reduz-se ao cálculo de produto de monómios.

Exemplo 1

Efectuar a seguinte multiplicação e simplificar o resultado:

$\frac{3ax}{3b} \bullet \frac{4b^2}{5x} \bullet \frac{6x}{ab^3}$ Teremos então, de harmonia com a definição anterior:

$$\frac{2ax}{3b} \bullet \frac{4b^2}{5x} \bullet \frac{6x}{ab^3} = \frac{(2ax) \bullet (4b^2) \bullet (6x)}{(3b) \bullet (5x) \bullet (ab^3)} = \frac{48ab^2x^2}{15ab^4x} = \frac{16x}{5b^2}$$ resultado simplificado.

Exemplo 2

Calcular produto das seguintes fracções:

$$\frac{-2ab}{3c}; \frac{6b^2c^2}{ab}; \frac{-3a}{8bc^3}$$

Teremos sucessivamente,

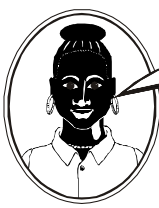
$\frac{-2ab}{3c} \bullet \frac{6b^2c^2}{ab} \bullet \frac{-3a}{8bc^3} = \frac{36a^2b^3c^2}{24ab^2c^4}$ simplificando o resultado obtemos: $\frac{3ab}{2c^2}$

TOME NOTA...

O produto de um monómio por uma fracção algébrica reduz-se ao produto de duas fracções, visto que qualquer monómio se pode escrever sob forma de fracção. Assim, o produto;

$2xy \bullet \dfrac{3a}{5b}$ pode calcular-se de harmonia com a definição, uma vez que se atende que

$2xy = \dfrac{2xy}{1}$ Teremos, então, $(2xy) \bullet \dfrac{3a}{5b} = \dfrac{2xy}{1} \bullet \dfrac{3a}{5b} = \dfrac{(2xy)}{1} \bullet \dfrac{(3a)}{(5b)} = \dfrac{6axy}{5b}$



Deste modo se estabelece a seguinte propriedade:
Multiplica-se um monómio por uma fracção algébrica, multiplicando-o pelo seu numerador.

Exemplo 3

a) $(-3xy) \bullet \dfrac{5a}{6x^2} = \dfrac{(-3xy) \bullet (5a)}{6x^2} = \dfrac{-15axy}{6x^2} = -\dfrac{5ay}{2x}$ resultado simplificado.

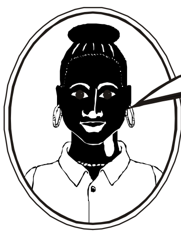
b) $\dfrac{2ab}{3x^3} \bullet \left(-6x^2\right) = \dfrac{-12abx^2}{3x^3} = -\dfrac{4ab}{x}$ resultado simplificado

Muito bem caro aluno, depois de estudar a multiplicação de fracções algébricas, segue o estudo da divisão.

Divisão de fracções algébricas

A divisão de fracções é a operação inversa da multiplicação. O quociente de duas fracções é portanto a fracção que multiplicada pela fracção divisor dá, como produto, a fracção dividendo.

Por analogia com as fracções numéricas se estabelece a seguinte definição:



O quociente de duas fracções algébricas é o produto da fracção dividendo pelo inverso da fracção divisor.
Fracção inversa é a aquela fracção que tem por numerador o denominador da primeira e reciprocamente. Assim a fracção inversa de $\frac{a}{b}$ é $\frac{b}{a}$.

Assim o cálculo do quociente de duas fracções reduz-se ao cálculo do produto do dividendo pelo inverso do divisor.

Calcular os quocientes.

a) $\frac{4ab^2}{3x^2y} \div \frac{2a^2b}{xy^2}$ Multiplicando o dividendo pelo inverso do divisor obteremos

$$\frac{4ab^2}{3x^2y} \div \frac{2a^2b}{xy^2} = \frac{4ab^2}{3x^2y} \bullet \frac{xy^2}{2a^2b} = \frac{4ab^2xy^2}{6a^2bx^2y} = \frac{2b^2y}{3ax}$$

b) $\frac{2a^3x}{by} \div \left(\frac{-4a^2}{3xy}\right)$

Teremos anàlogamente

$$\frac{2a^3x}{by} \div \left(\frac{-4a^2}{3xy}\right) = \frac{2a^3x}{by} \bullet \left(\frac{3xy}{-4a^2}\right) = -\frac{6a^3x^2y}{4a^2by} = -\frac{3ax^2}{2b}$$

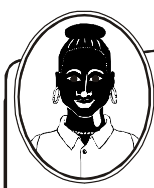
TOME NOTA...

No caso particular dos termos da fracção dividendo serem divisíveis pelos termos correspondentes da fracção divisor, o quociente das duas fracções pode obter-se dividindo-as " termo a termo".
Assim:

$$\frac{8x^3y^4}{9a^4b^2} \div \frac{4x^2y^2}{3a^3b^2} = \frac{(8x^3y^4)}{(9a^4b^2)} \div \frac{(4x^2y^2)}{(3a^3b^2)} =$$

Dividindo os coeficientes e as partes literais obtemos:

$$\frac{(8x^3y^4)}{(9a^4b^2)} \div \frac{(4x^2y^2)}{(3a^3b^2)} = \frac{2xy^2}{3a}$$



Muito bem caro, aluno depois de ter estudado a multiplicação e a divisão já tem ferramenta suficiente para resolver os exercícios já a seguir.

EXERCÍCIOS

1. Estabeleça uma relação das fracções com os seus inversos. Usa setas.

a) $\dfrac{a}{b}\bullet$	$\bullet\dfrac{b}{a}$
b) $\dfrac{1}{b}\bullet$	$\bullet\ b$
c) $x\bullet$	$\bullet\ \dfrac{b}{6}$
d) $\dfrac{6}{b}\bullet$	$\bullet\dfrac{1}{x}$
e) $-a\bullet$	$\bullet\dfrac{1}{2xyz}$
f) $\dfrac{2a^3b}{bxy^4}\bullet$	$\bullet-\dfrac{1}{a}$
g) $2xyz\bullet$	$\bullet\dfrac{bxy^4}{2a^3b}$

2. Efectuar as seguintes multiplicações e simplificar os resultados:

a) $\dfrac{a}{8}\bullet 4$

b) $\dfrac{5}{6x}\bullet 3$

c) $5\bullet\dfrac{a}{10b}$

d) $a \bullet \dfrac{2x}{7ab}$

e) $\dfrac{1}{a} \bullet (ab)$

f) $\dfrac{3a}{16c^2} \bullet (-4c)$

g) $(-6ax) \bullet \dfrac{3a}{8x^3}$

h) $\dfrac{5x^3y}{16a^5b^4} \bullet (24a^2b^3)$

i) $\dfrac{b^2}{m} \bullet \dfrac{m^2}{b}$

j) $\dfrac{a^2b}{c^3} \bullet \dfrac{b}{ac^2}$

l) $\left(-\dfrac{2a}{5b}\right) \bullet \left(-\dfrac{15b}{4a}\right)$

m) $\dfrac{ac^2}{9x^2z^2} \bullet \dfrac{3xz^3}{ac^3}$

n) $\dfrac{2u^2y}{5a^3b^2} \bullet \dfrac{3by}{8u^2}$

o) $\dfrac{a}{10} \bullet \dfrac{5b^2}{c} \bullet \dfrac{5c^2}{8b}$

p) $\left(\dfrac{3x^3y}{4am^3} - \dfrac{5x^3y}{6am^3}\right) \bullet \left(\dfrac{a^2m^2}{xy^3} - \dfrac{a^2m^2}{4xy^3}\right)$

3. Efectue as seguintes divisões e simplificar os resultados:

a) $\frac{6}{a} \div 3$

b) $4 \div \frac{12a}{5b}$

c) $\frac{a}{b} \div a$

d) $\frac{1}{x} \div (3x)$

e) $(x^2 y) \div (xy^2)$

f) $(2x) \div (3y)$

g) $\frac{6ab}{5x} \div (3a)$

h) $18xy \div \frac{9y}{2x^2}$

i) $\frac{9x^2 y}{5} \div (-xy^2)$

j) $(-6ab) \div \left(-\frac{9bc^2}{2a}\right)$

l) $\frac{8r^2}{15a^2} \div \frac{4r}{5a}$

m) $\frac{4ax}{9by} \div \frac{2a}{3b}$

n) $\frac{21a^3b^4}{8c^2d^3} \div \frac{7a^5b^2}{12c^2d^2}$

o) $\dfrac{22ax^2y^2}{55b^2c^3d} \div \dfrac{44x^2y}{bc^3}$

p) $\left(\dfrac{3a^2}{4b^2} \div \dfrac{5b}{6c}\right) \div \dfrac{4b}{5b}$

q) $\left(\dfrac{5x}{6y^2} \div \dfrac{3x^2}{8z}\right) \div \dfrac{15z}{4y}$

Muito bem caro aluno, espero que tenha resolvido com sucesso as questões que lhe propomos. Para já verifique a seguir a chave que lhe propomos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\frac{a}{b} \longrightarrow \frac{b}{a}$

b) $\frac{1}{b} \longrightarrow b$

c) $x \longrightarrow \frac{1}{x}$

d) $\frac{6}{b} \longrightarrow \frac{b}{6}$

e) $-a \longrightarrow -\frac{1}{a}$

f) $\frac{2a^3b}{bxy^4} \longrightarrow \frac{bxy^4}{2a^3b}$

g) $2xyz \longrightarrow \frac{1}{2xyz}$

2. a) $\frac{a}{8} \bullet 4 = \frac{4a}{8}$ simplificando a fracção por 4, $\frac{4a}{8} = \frac{a}{2}$

b) $\frac{5}{6x} \bullet 3 = \frac{15}{6x} = \frac{5}{2x}$

c) $5 \bullet \frac{a}{10b} = \frac{5a}{10b} = \frac{a}{2b}$

d) $a \bullet \frac{2x}{7ab} = \frac{2ax}{7ab} = \frac{2x}{7b}$

e) $\frac{1}{a} \bullet (ab) = \frac{ab}{a} = b$

f) $\frac{3a}{16c^2}\bullet\left(-4c\right)=\frac{-12ac}{16c^2}=-\frac{3a}{4c}$

g) $\left(-6ax\right)\bullet\frac{3a}{8x^3}=\frac{-18a^2x}{8x^3}=-\frac{9a^2}{4x^2}$

h) $\frac{5x^3y}{16a^5b^4}\bullet\left(24a^2b^3\right)=\frac{120a^2b^3x^3y}{16a^5b^4}=\frac{15x^3y}{2a^3b}$

i) $\frac{b^2}{m}\bullet\frac{m^2}{b}=\frac{b^2m^2}{bm}=bm$

j) $\frac{a^2b}{c^3}\bullet\frac{b}{ac^2}=\frac{a^2b^2}{ac^5}=\frac{ab^2}{c^5}$

l) $\left(-\frac{2a}{5b}\right)\bullet\left(-\frac{15b}{4a}\right)=\frac{30ab}{20ab}=\frac{3}{2}$

m) $\frac{ac^2}{9x^2z^2}\bullet\frac{3xz^3}{ac^3}=\frac{3ac^2xz^3}{9ac^3x^2z^2}=\frac{z}{3cx}$

n) $\frac{2u^2y}{5a^3b^2}\bullet\frac{3by}{8u^2}=\frac{6bu^2y^2}{40a^3b^2u^2}=\frac{3y^2}{20a^3b}$

o) $\frac{a}{10}\bullet\frac{5b^2}{c}\bullet\frac{5c^2}{8b}=\frac{25ac^2}{80bc}=\frac{5ac}{16b}$

p) $\left(\frac{3x^3y}{4am^3}-\frac{5x^3y}{6am^3}\right)\bullet\left(\frac{a^2m^2}{xy^3}-\frac{a^2m^2}{4xy^3}\right)$ Para este exercício junte-se a colegas e resolvam em grupo até que encontre a solução $-\frac{ax^2}{16my^2}$

1. a) $\frac{6}{a} \div 3 = \frac{6}{a} \bullet \frac{1}{3}$ invertendo o divisor

$\frac{6}{a} \bullet \frac{1}{3} = \frac{6}{3a}$ multiplicando as fracções

$\frac{6}{3a} = \frac{2}{a}$ fracção simplificada.

b) $4 \div \frac{12a}{5b} = 4 \bullet \frac{5b}{12a} = \frac{20b}{12a} = \frac{5b}{3a}$

c) $\frac{a}{b} \div a = \frac{a}{b} \bullet \frac{1}{a} = \frac{a}{ab} = \frac{1}{b}$

d) $\frac{1}{x} \div (3x) = \frac{1}{x} \bullet \frac{1}{3x} = \frac{1}{3x^2}$

e) $(x^2 y) \div (xy^2)$

Transformando esta divisão em fracção, obtemos:

$(x^2 y) \div (xy^2) = \frac{x^2 y}{xy^2} = \frac{x}{y}$

f) $(2x) \div (3y) = \frac{2x}{3y}$

g) $\frac{6ab}{5x} \div (3a) = \frac{6ab}{5x} \bullet \frac{1}{3a} = \frac{6ab}{15ax} = \frac{2a}{5x}$

h) $18xy \div \frac{9y}{2x^2} = 18xy \bullet \frac{2x^2}{9y} = \frac{36xy^2}{9y} = 4xy$

i) $\frac{9x^2 y}{5} \div (-xy^2) = \frac{9x^2 y}{5} \bullet \left(-\frac{1}{xy^2}\right) = -\frac{9x^2 y}{5xy^2} = -\frac{9x}{5y}$

j) $(-6ab) \div \left(-\frac{9bc^2}{2a}\right) = (-6ab) \bullet \left(-\frac{2a}{9bc^2}\right) = \frac{12a^2 b}{9bc^2} = \frac{4a^2}{3c^2}$

l) $\dfrac{8r^2}{15a^2} \div \dfrac{4r}{5a} = \dfrac{8r^2}{15a^2} \bullet \dfrac{5a}{4r} = \dfrac{40ar^2}{60a^2r} = \dfrac{2r}{3a}$

m) $\dfrac{4ax}{9by} \div \dfrac{2a}{3b} = \dfrac{4ax}{9by} \bullet \dfrac{3b}{2a} = \dfrac{12abx}{18aby} = \dfrac{2x}{3y}$

n) $\dfrac{21a^3b^4}{8c^2d^3} \div \dfrac{7a^5b^2}{12c^2d^2} = \dfrac{21a^3b^4}{8c^2d^3} \bullet \dfrac{12c^2d^2}{7a^5b^2} = \dfrac{252a^3b^4c^2d^2}{56a^5b^2c^2d^3} = \dfrac{9b^2}{2a^2d}$

o) $\dfrac{22ax^2y^2}{55b^2c^3d} \div \dfrac{44x^2y}{bc^3} = \dfrac{22ax^2y^2}{55b^2c^3d} \bullet \dfrac{bc^3}{44x^2y} = \dfrac{22abc^3x^2y^2}{2420b^2c^3dx^2y} = \dfrac{ay}{110bd}$

p) $\left(\dfrac{3a^2}{4b^2} \div \dfrac{5b}{6c}\right) \div \dfrac{4b}{5b}$

q) $\left(\dfrac{5x}{6y^2} \div \dfrac{3x^2}{8z}\right) \div \dfrac{15z}{4y}$

Para resolver essas últimas alíneas deve juntar a colega e resolverem até obterem as soluções: **p)** $\dfrac{9ac}{8b^2}$; **q)** $\dfrac{16}{27xyz}$.

Então. Acertou em todos exercícios propostas? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todos, procure resolver com um colega. e veja onde é que falhou. Poderá descobrir que não é difícil. Não desanime porque certamente está a fazer bom trabalho.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

9 Potência de Expressões Algébricas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Rever potência de um número relativo
- Calcular a potência de uma fracção algébrica

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

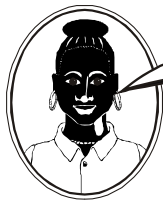
60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, este é a sua nona lição do módulo13 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição anterior, onde teve oportunidade de estudar a multiplicação e divisão de fracções algébricas e resolveu muitos exercícios sobre este conteúdo. Nesta lição vai estudar e resolver operações com potências de fracções algébricas.

Concretamente vai determinar potências, multiplicar e dividir fracções algébricas , determinar potência de uma fracção algébrica realizar actividade e resolver exercícios.

Mais uma vez aconselhamos que tenha de perto o seu bloco de notas, pois nesta lição vai resolver muitos exercícios e também vai ter que revisitar alguns conceitos já estudados nos módulos anteriores.

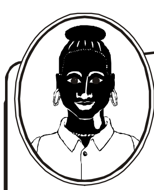


Caro aluno para começarmos esta lição vamos recordar o conceito de potência dum número relativo, operações com potências, como forma de revisão.

FAZENDO REVISÕES...

Potência de um número relativo

A potência de um número relativo define-se de modo análogo à potência de um número absoluto.



Chama-se potência de um número relativo um produto de factores iguais a esse número.

Assim:

$$(+2)^4 = (+2)\bullet(+2)\bullet(+2)\bullet(+2)$$

$$(-2)^4 = (-2)\bullet(-2)\bullet(-2)\bullet(-2)$$

Como uma potência é um produto sucessivo, conclui-se:

a) Toda potência de um número positivo é um número positivo:

Com efeito, se a base da potência é positiva, são positivos os factores do produto e, consequentemente, é positivo o produto.

$$(+3)^2 = (+3)\bullet(+3) = +9$$

$$(+3)^3 = (+3)\bullet(+3)\bullet(+3) = +27$$

b) Uma potência de um número negativo é positivo ou negativo conforme o expoente é par ou ímpar, ou seja:

$(-a)^m = +a^m$ se *m* for par;

$(-a)^m = -a^m$ se m for ímpar;

Na realidade, se a base é negativa, os factores do produto são negativos e então:

Se o expoente for par;

$(-5)^2 = +25;$ $\quad (-2)^4 = +16;$ $\quad (-1)^{100} = +1;$ o produto é positivo.

Se o expoente for ímpar;

$(-5)^3 = -125;$ $\quad (-2)^3 = -8;$ $\quad (-1)^{101} = -1;$ o produto é negativo.

Operações com potências

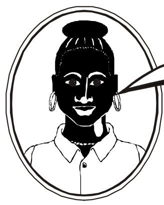
1. Produto de duas potências com o mesmo expoente

O produto de duas potências do mesmo expoente é também uma potência do mesmo expoente e cuja a base é o produto das bases dos factores.

Exemplo 3

Seja com efeito, o produto $(-3)^2 \bullet (-4)^2 = (+12)^2 = 144$ multiplicando as bases e manter o expoente.

2. Produto de duas potências com mesma base



O produto de duas potências com a mesma base é também uma potência da mesmo base e cujo expoente é a soma dos expoentes das potências.

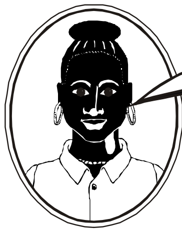
Seja com efeito, o produto $(-4)^3 \bullet (-4)^2 = (-4)^{3+2} = (-4)^5 = 1024$ mantendo a base e adicionar os expoentes.

3. Divisão de duas potências com o mesmo expoente

O quociente de duas potências com a mesma base divide-se as bases e mantém-se os expoentes.

Seja com efeito, o produto $(-4)^2 \div (-3)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$ dividindo as bases e manter o expoente

4. Divisão de duas potências com a mesma base



Para determinar o quociente de duas potências com a mesma base mantém-se as bases e subtraem-se os expoentes. Seja com efeito, o produto $(-2)^7 \div (-2)^4 = (-2)^{7-4} = (-2)^3 = -8$ mantém-se as bases e subtraem-se os expoentes.

TOME NOTA...

Para potências com bases diferentes e expoentes diferentes(para multiplicação e divisão), calcula-se o valor de cada potência;
Para potências que envolvem adição e subtracção, também calcula-se o valor de cada potência.

$$(-2)^3 \bullet (-3)^2 = -8 \bullet 9 = -72$$

$$(-2)^3 \div (-3)^2 = -8 \div 9 = -\frac{8}{9}$$

$$(-2)^3 + (-3)^2 = -8 + (+9) = -8 + 9 = 1$$

$$(-2)^3 - (-3)^2 = (-8) - (+9) = -8 - 9 = -17$$

Muito bem caro aluno, depois de ter feito a revisão vai agora aplicar a potênciação, mas desta vez com fracções algébricas.

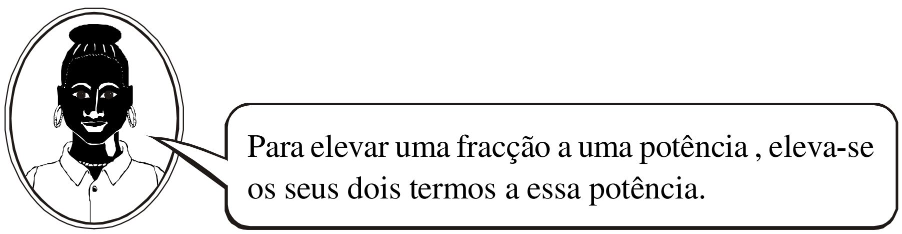
Potência de uma fracção algébrica

Potência de uma fracção é, por definição, um produto sucessivo de fracções iguais.

Assim;

$$\left(\frac{x^2y}{ab}\right)^3=\left(\frac{x^2y}{ab}\right)\bullet\left(\frac{x^2y}{ab}\right)\bullet\left(\frac{x^2y}{ab}\right)=\frac{\left(x^2y\right)^3}{\left(ab\right)^3}=\frac{x^6y^3}{a^3b^3}$$ pela regra de potênciação,

o cubo da fracção $\frac{x^2y}{ab}$ é a fracção $\frac{x^6y^3}{a^3b^3}$, cujos termos são, respectivamente, os cubos dos termos da fracção dada.



Exemplos:

(i) $$\left(\frac{2xy^2}{3ab}\right)^2=\frac{\left(2xy^2\right)^2}{\left(3ab\right)^2}=\frac{4x^2y^4}{9a^2b^2}$$

(ii) $$\left(\frac{-3ab^3}{x^2y^2}\right)^3=\frac{\left(-3ab^3\right)^3}{\left(x^2y^2\right)^3}=\frac{-27a^3b^9}{x^6y^6}$$

Muito bem caro aluno, aconselhamos a juntar-se a colegas para resolverem os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Calcule as seguintes potências:

a) $\left(-\frac{2}{3a}\right)^2$

b) $\left(-\frac{3x}{4b}\right)^3$

c) $\left(\frac{a^2b}{c^3}\right)^4$

d) $\left(\frac{2a^2x^4}{2by^3}\right)^3$

e) $\left(\frac{-1}{2xy^3}\right)^3$

2. Escreve sob a forma de potência de base fraccionária as seguintes fracções:

a) $\frac{a^2}{b^2}$

b) $\frac{9c^4}{25a^2b^6}$

c) $-\frac{8a^9}{b^{12}}$

d) $\frac{8a^6x^3}{27b^3y^9}$

3. Aplicando as leis formais da potenciação, efectue as seguintes operações:

a) $\left(\frac{4a^3}{9b^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3b^2}{2a}\right)^2$

b) $\left(\frac{7x^2}{3p}\right)^3 \cdot \left(\frac{9p^2}{14x}\right)^3$

c) $-\left(\frac{14ac}{5b^2}\right)^4 \cdot \left(\frac{15b}{28a^2c}\right)^4$

d) $\left(\frac{2a}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{2a}{b}\right)^2$

e) $\left(-\frac{a^2b}{c}\right)^2 \cdot \left(-\frac{a^2b}{c}\right)^3$

f) $\left(\frac{16a^2b}{9xy^2}\right)^2 : \left(\frac{20a^2b^2}{27x^2y}\right)^2$

g) $\left(\frac{45x^3y^2}{32ab^3}\right)^2 : \left(\frac{9x^2y^2}{8}\right)^2$

Muito bem, caro aluno, já a seguir compara a sua resolução com a chave de correcção que lhe propomos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $\left(-\frac{2}{3a}\right)^2 = \frac{4}{9a^2}$

b) $\left(-\frac{3x}{4b}\right)^3 = -\frac{27x^3}{64b^3}$

c) $\left(\frac{a^2b}{c^3}\right)^4 = \frac{a^8b^4}{c^{12}}$

d) $\left(\frac{2a^2x^4}{2by^3}\right)^3 = \frac{8a^6x^{12}}{8b^3y^9}$

e) $\left(\frac{-1}{2xy^3}\right)^3 = -\frac{1}{8x^3y^9}$

2.

a) $\frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$

b) $\frac{9c^4}{25a^2b^6} = \left(\frac{3c^2}{5ab^3}\right)^2$

c) $-\frac{8a^9}{b^{12}} = \left(-\frac{2a^3}{b^4}\right)^3$

d) $\frac{8a^6x^3}{27b^3y^9} = \left(\frac{2a^2x}{3by^3}\right)^3$

2. a) $\left(\frac{4a^3}{9b^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3b^2}{2a}\right)^2 = \left[\left(\frac{4a^3}{9b^3}\right)\cdot\left(\frac{3b^2}{2a}\right)\right]^2 = \left(\frac{12a^3b^2}{18ab^3}\right)^2 = \frac{144a^6b^4}{324a^2b^6} = \frac{4a^4}{9b^2}$

aplicando a regra de potênciação (multiplicação de bases diferentes com expoentes iguais) e também as regras de simplificação aprendidas na lição anterior.

b) $\left(\frac{7x^2}{3p}\right)^3 \cdot \left(\frac{9p^2}{14x}\right)^3 = \left[\left(\frac{7x^2}{3p}\right)\cdot\left(\frac{9p^2}{14x}\right)\right]^3 = \left(\frac{63p^2x^2}{42px}\right)^3 = \left(\frac{3px}{2}\right)^3 = \frac{27p^3x^2}{8}$

c) $-\left(\frac{14ac}{5b^2}\right)^4 \cdot \left(\frac{15b}{28a^2c}\right)^4 = -\left[\left(\frac{14ac}{5b^2}\right)\cdot\left(\frac{15b}{28a^2c}\right)\right]^4 = -\left(\frac{3}{2ba}\right)^4 = -\frac{81}{16a^4}$

para este exercício, o sinal negativo não é afectado pelo expoente positivo porque está fora de parêntesis.

d) $\left(\frac{2a}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{2a}{b}\right)^2 = \left(\frac{2a}{b}\right)^{3+2} = \left(\frac{2a}{b}\right)^5 = \frac{32a^5}{b^5}$ aplicando a regra de potênciação (multiplicação de bases iguais com expoentes diferentes).

e) $\left(-\frac{a^2b}{c}\right)^2 \cdot \left(-\frac{a^2b}{c}\right)^3 = \left(-\frac{a^2b}{c}\right)^{2+3} = \left(-\frac{a^2b}{c}\right)^5 = -\frac{a^{10}b^5}{c^5}$

f) $\left(\frac{16a^2b}{9xy^2}\right)^2 : \left(\frac{20a^2b^2}{27x^2y}\right)^2 = \left[\left(\frac{16a^2b}{9xy^2}\right) : \left(\frac{20a^2b^2}{27x^2y}\right)\right]^2 =$

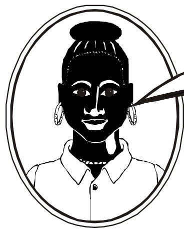
$= \left[\left(\frac{16a^2b}{9xy^2}\right)\bullet\left(\frac{27x^2y}{20a^2b^2}\right)\right]^2 = \left(\frac{12x}{5by}\right)^2 = \frac{144x^2}{25b^2y^2}$ aplicando a regra

de potênciação (divisão de bases diferentes com expoentes iguais) e também as regras de simplificação aprendidas na lição anterior.

g) $\left(\frac{45x^3y^2}{32ab^3}\right)^2 : \left(\frac{9x^2y^2}{8}\right)^2 = \left[\left(\frac{45x^3y^2}{32ab^3}\right) : \left(\frac{9x^2y^2}{8}\right)\right]^2 =$

$= \left[\left(\frac{45x^3y^2}{32ab^3}\right)\bullet\left(\frac{8}{9x^2y^2}\right)\right]^2 = \left(\frac{5x}{4ab^3}\right)^2 = \frac{25x^2}{16a^2b^6}$

Usando o procedimento anterior.



Então. Acertou em todos exercícios propostas? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todos, procure resolver com um colega e veja onde é que falhou. Poderá descobrir que não é difícil. Não desanime porque certamente está a fazer bom trabalho. Caso tenha dúvidas procure o seu tutor no **CAA.**

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo - -se da actividade sexual.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

10

Exercícios de Aplicação

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Operar com fracções algébricas
- Resolver exercícios
- Consolidação

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

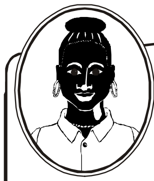
Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

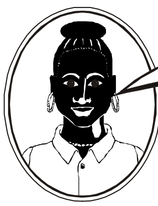
INTRODUÇÃO

Caro aluno, este é a sua última lição do módulo13 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho em todo módulo, onde teve oportunidade de estudar os casos notáveis da multiplicação de polinómios, factorização de polinómios, multiplicação e divisão de fracções algébricas e resolveu muitos exercícios sobre este conteúdo.

Nesta lição vai resolver operações com potências de fracções algébricas. Concretamente vai determinar potências, multiplicar e dividir fracções algébricas , determinar potência de uma fracção algébrica resolver exercícios.



Mais uma vez aconselhamos que tenha de perto o seu bloco de notas, pois nesta lição vai resolver muitos exercícios e também vai ter que revisitar alguns conceitos já estudados nos módulos anteriores.



Caro aluno aconselhamos que resolva estes exercícios num grupo de colegas para poder melhorar o seu desempenho. Caso as dúvidas persistirem contacte o tutor no **CAA**.

EXERCÍCIOS

1. Torne irredutíveis as seguintes fracções e relacione através de uma seta as soluções:

a) $\dfrac{a^3b^2c^3}{a^3b^3c^4}$ • • $-\dfrac{2z}{5xy}$

b) $\dfrac{-50x^4y^5z^2}{125x^5y^6z}$ • • $\dfrac{1}{bc}$

c) $\dfrac{-36a^2b^3c^2z^8}{-48a^5bc^2z^6}$ • • $\dfrac{3b^2z^2}{4a^3}$

d) $\dfrac{-(xy)^2 \bullet z^3}{x^3(yz)^2}$ •   • $-\dfrac{2a}{3}$

e) $\dfrac{\left(-2ab^2\right)^2 \bullet c^3}{-4a^3 \bullet \left(b^2c^2\right)^2}$ •   • $-\dfrac{z}{x}$

f) $\dfrac{\left(1\frac{1}{3}ab\right)^2 \bullet x^2}{-2\frac{2}{3}a \bullet (bx)^2}$ •   • $-\dfrac{1}{ac}$

2. Complete os espaços em branco de modo que as fracções sejam equivalentes

a) $-\dfrac{a}{b} = \dfrac{-am^2n}{\qquad}$

b) $\dfrac{5z^5}{14xy} = \dfrac{\qquad}{98x^3yz^3}$

c) $\dfrac{2mp}{3nq} = \dfrac{10m^2pq^3}{\qquad}$

d) $\dfrac{-11cd^3}{10a^3b} = \dfrac{\qquad}{-10a^5b^4c^4d^2}$

3. Reduza ao denominador comum as seguintes fracções:

a) $\dfrac{3}{2x^3y^3z}$; $\dfrac{2}{3x^2yz^3}$; $\dfrac{5}{6y^3}$

b) $\dfrac{x}{3a^2b^3c}$; $\dfrac{y}{12ab^3c^3}$; $\dfrac{z}{15a^3bc^2}$

Exemplo 3

4. Assinale com um ✓ a solução correcta da soma algébrica de:

$$\left(\frac{5a}{26a^3c^2}\right)-\left(-\frac{4}{39b^3c}\right).$$

a) $\dfrac{15ab^3+8a^3c}{26a^3c^2}$ ✓

b) $\dfrac{15ab^3+8a^3c}{78a^3b^3c^2}$

c) $\dfrac{15ab^3-8a^3c}{78a^3b^3c^2}$

d) $-\dfrac{15ab^3+8a^3c}{78a^3b^3c^2}$

5. Assinale com um ✓ a solução correcta da divisão de fracções algébricas seguintes: $\dfrac{a^3}{bc^2}\div\left[\left(\dfrac{a^2c}{b}\div\dfrac{c^2}{a^2b}\right)\div\left(\dfrac{a^2}{bc}\div\dfrac{a}{b}\right)\right]$

a) $\dfrac{1}{bc}$ ✓

b) $\dfrac{1}{bc^2}$

c) $-\dfrac{1}{bc^2}$

d) $\dfrac{2}{bc^2}$

6. Aplicando as leis formais da potenciação, efectue as seguintes operações:

a) $\left(\dfrac{-12a^2b}{7cd^3}\right)^4 : \left(\dfrac{6ab^2}{7c^2d^2}\right)^4$

b) $\left(\dfrac{2xy^3}{-3a^2}\right)^7 : \left(\dfrac{2xy^3}{-3a^2}\right)^4$

c) $\left(\dfrac{3a^2}{2bc}\right)^6 \cdot \left(\dfrac{4b^2c^2}{9a^3}\right)^6 : \left(\dfrac{2bc}{3a}\right)^4$

d) $\left[\left(\dfrac{15ax^3}{8b^3y}\right)^3 : \left(\dfrac{25a^2y^3}{12b^4x}\right)^3\right] : \left(\dfrac{3bx^3}{5ay^3}\right)^3$

7. Efectue as seguintes operações e simplifique os resultados:

a) $\left(\dfrac{a}{3a^2}\right)^2 \cdot \dfrac{3a^5}{4b} - \dfrac{3a}{4b}$

b) $\dfrac{10x^2y}{3a^2} : \left(\dfrac{5x^2}{6a}\right)^2 - \dfrac{23y}{10x^2}$

c) $\left[\left(\dfrac{2}{3a^2b}\right)^2 + \dfrac{1}{6a^4b^2}\right] : \dfrac{5}{6a^2b^4}$

d) $\left[\left(\dfrac{2ab}{3x^3y}\right)^2 \cdot \dfrac{3x^3y^3}{8b^2} - \dfrac{a^2y}{4x^3}\right] : \dfrac{5ay}{ax^2}$

8. Aplicando a propriedade distributiva, efectue as seguintes divisões:

a) $\left(\dfrac{15x^3}{28a^3b}-\dfrac{20x^2}{21a^2b^2}+\dfrac{10x}{7ab^3}\right):\dfrac{5x}{7ab}$

b) $\left(-\dfrac{15ab}{8xy}-\dfrac{25ab^2}{12x^2y}+\dfrac{5a^2b^2}{16xy^2}\right):\left(-\dfrac{25ab}{6xy}\right)$

c) $\left(24ab+36ac-60bc\right):\dfrac{12abc}{5x}$

d) $\left(\dfrac{14xy}{3z}-\dfrac{21xz}{4y}+\dfrac{28y^2}{5x}\right):\left(7xyz\right)$

Muito bem, caro aluno, já a seguir compara a chave de correcão que lhe propomos já de seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\dfrac{a^3b^2c^3}{a^3b^3c^4} \longrightarrow \dfrac{1}{bc}$

b) $\dfrac{-50x^4y^5z^2}{125x^5y^6z} \longrightarrow -\dfrac{2z}{5xy}$

c) $\dfrac{-36a^2b^3c^2z^8}{-48a^5bc^2z^6} \longrightarrow \dfrac{3b^2z^2}{4a^3}$

d) $\dfrac{-(xy)^2 \bullet z^3}{x^3(yz)^2} \longrightarrow -\dfrac{z}{x}$

e) $\dfrac{\left(-2ab^2\right)^2 \bullet c^3}{-4a^3 \bullet \left(b^2c^2\right)^2} \longrightarrow -\dfrac{1}{ac}$

f) $\dfrac{\left(1\frac{1}{3}ab\right)^2 \bullet x^2}{-2\frac{2}{3}a \bullet (bx)^2} \longrightarrow -\dfrac{2a}{3}$

2. a) $-\dfrac{a}{b} = \dfrac{-am^2n}{bm^2n}$ sabendo que o factor que multiplicou os termos da fracção é m^2n.

b) $\dfrac{5z^5}{14xy} = \dfrac{35x^2z^8}{98x^3yz^3}$ sabendo que o factor que multiplicou os termos da fracção é $7x^2z^3$.

c) $\dfrac{2mp}{3nq} = \dfrac{10m^2pq^3}{15mnq^4}$ sabendo que o factor que multiplicou os termos da fracção é
$5mq^3$.

d) $\dfrac{-11cd^3}{10a^3b}=\dfrac{11a^2b^3c^5d^5}{-10a^5b^4c^4d^2}$ sabendo que o factor que multiplicou os termos da fracção é

$-a^2b^3c^4d^2$

3. a) $\dfrac{3}{2x^3y^3z};\ \dfrac{2}{3x^2yz^3};\ \dfrac{5}{6y^3}$ sabendo que o **m.m.c** de

$\left(3x^3y^3z;\ 3x^2yz^3;\ 6y^3\right)$ é:

$6x^3y^3z^3$, então;

$$\underset{(3z^2)}{\dfrac{3}{2x^3y^3z}};\ \underset{(2xy^2)}{\dfrac{2}{3x^2yz^3}};\ \underset{(x^3z^3)}{\dfrac{5}{6y^3}} \Rightarrow \dfrac{9z^2}{6x^3y^3z^3};\ \dfrac{4xy^2}{6x^3y^3z^3};\ \dfrac{5x^3z^3}{6x^3y^3z^3}$$

b) $\dfrac{x}{3a^2b^3c};\ \dfrac{y}{12ab^3c^3};\ \dfrac{z}{15a^3bc^2}$ usando o procedimento anterior:

$$\underset{(20ac^2)}{\dfrac{x}{3a^2b^3c}};\ \underset{(5a^2)}{\dfrac{y}{12ab^3c^3}};\ \underset{(4b^2c)}{\dfrac{z}{15a^3bc^2}} \Rightarrow \dfrac{20ac^2x}{60a^3b^3c^3};\ \dfrac{5a^2y}{60a^3b^3c^3};\ \dfrac{4b^2cz}{60a^3b^3c^3}$$

4. $\left(\dfrac{5a}{26a^3c^2}\right)-\left(-\dfrac{4}{39b^3c}\right).$

b) $\dfrac{15ab^3+8a^3c}{78a^3b^3c^2}$ ✓

5. $\dfrac{a^3}{bc^2}\div\left[\left(\dfrac{a^2c}{b}\div\dfrac{c^2}{a^2b}\right)\div\left(\dfrac{a^2}{bc}\div\dfrac{a}{b}\right)\right]$

b) $\dfrac{1}{bc^2}$ ✓

6. Aplicando as leis da potenciação, efectue as seguintes operações:

a) $\left(\frac{-12a^2b}{7cd^3}\right)^4 : \left(\frac{6ab^2}{7c^2d^2}\right)^4$ divide-se as bases e mantem-se os expoentes. Obtemos:

$$\left(\frac{-12a^2b}{7cd^3}\right)^4 : \left(\frac{6ab^2}{7c^2d^2}\right)^4 = \left(\frac{-12a^2b}{7cd^3}\bullet\frac{7c^2d^2}{6ab^2}\right)^4$$

$$\left(\frac{-2ac}{bd}\right)^4 = \frac{16a^4c^4}{b^4d^4}$$

b) $\left(\frac{2xy^3}{-3a^2}\right)^7 : \left(\frac{2xy^3}{-3a^2}\right)^4$ mantém-se as bases e subtraem-se os expoentes. Obtemos:

$$\left(\frac{2xy^3}{-3a^2}\right)^7 : \left(\frac{2xy^3}{-3a^2}\right)^4 = \left(\frac{2xy^3}{-3a^2}\right)^{7-4} = \left(\frac{2xy^3}{-3a^2}\right)^3 = \frac{8x^3y^9}{-27a^6}.$$

c) $\left(\frac{3a^2}{2bc}\right)^6 \cdot \left(\frac{4b^2c^2}{9a^3}\right)^6 : \left(\frac{2bc}{3a}\right)^4$ combinando as regras acima, obtemos:

$$\left(\frac{3a^2}{2bc}\right)^6 \cdot \left(\frac{4b^2c^2}{9a^3}\right)^6 \div \left(\frac{2bc}{3a}\right)^4 = \left(\frac{3a^2}{2bc}\bullet\frac{4b^2c^2}{9a^3}\right)^6 \div \left(\frac{2bc}{3a}\right)^4 =$$

$$= \left(\frac{2bc}{3a}\right)^6 \div \left(\frac{2bc}{3a}\right)^4 = \left(\frac{2bc}{3a}\right)^2 = \frac{4a^2c^2}{9a^2}$$

$$\left[\left(\frac{15ax^3}{8b^3y}\right)^3 \div \left(\frac{25a^2y^3}{12b^4x}\right)^3\right] \div \left(\frac{3bx^3}{5ay^3}\right)^3 = \left(\frac{15ax^3}{8b^3y} \div \frac{25a^2y^3}{12b^4x}\right)^3 \div \left(\frac{3bx^3}{5ay^3}\right)^3 =$$

$$= \left(\frac{15ax^3}{8b^3y}\bullet\frac{12b^4x}{25a^2y^3}\right)^3 \div \left(\frac{3bx^3}{5ay^3}\right)^3$$

d) Ídem

$$\left(\frac{9bx^4}{10ay^4}\right)^3 \div \left(\frac{3bx^3}{5ay^3}\right)^3 = \left(\frac{9bx^4}{10ay^4}\bullet\frac{5ay^3}{3bx^3}\right)^3 = \left(\frac{3x}{2y}\right)^3 = \frac{27x^3}{8y^3}$$

Soluções:

7. a) $\dfrac{a^3-9a}{12b}$ **b)** $\dfrac{5y}{2x^2}$ **c)** $\dfrac{11b^2}{15a^2}$ **d)** $-\dfrac{a^2}{60x}$

8. a) $\dfrac{3x^2}{4a^2}-\dfrac{4x}{3ab}+\dfrac{2}{b^2}$ **b)** $\dfrac{9}{20}+\dfrac{b}{2x}-\dfrac{3ab}{40y}$ **c)** $\dfrac{10x}{c}+\dfrac{15x}{b}-\dfrac{25x}{a}$

d) $\dfrac{2}{3z^2}-\dfrac{3}{4y^2}+\dfrac{4}{5x^2}$

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Dada a expressão, $\dfrac{2x^2+3y^3-xy}{1-3x^2}$, assinale com ✓ o valor numérico

para $\begin{cases} x=0 \\ y=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$

a) $\dfrac{1}{9}$ ☐

b) $-\dfrac{1}{9}$ ☐

c) -1 ☐

d) 9 ☐

2. Estabeleça uma relação através de uma seta o desenvolvimento dos seguintes casos notáveis:

a) $\dfrac{1}{9}-y^2$ • • $\dfrac{1}{81}+\dfrac{2}{9}y+y^2$

b) $\left(\dfrac{1}{9}-y\right)^2$ • • $\dfrac{1}{81}-\dfrac{2}{9}y+y^2$

c) $\left(\dfrac{1}{9}+y\right)^2$ • • $\left(\dfrac{1}{3}-y\right)\left(\dfrac{1}{3}+y\right)$

3. Estabeleça uma relação através de uma seta a factorização dos seguintes casos notáveis:

a) $1-y^4$ •   • $\left(1+y^2\right)\left(1+y^2\right)$

b) $\left(1-y^2\right)^2$ •   • $\left(1-y^2\right)\left(1-y^2\right)$

c) $\left(1+y^2\right)^2$ •   • $\left(1+y^2\right)\left(1-y^2\right)$

4. Torne irredutíveis as seguintes fracções e relacione através de uma seta as soluções:

a) $\dfrac{a^3b^2c^3}{a^3b^3c^4}$ •   • $-\dfrac{2z}{5xy}$

b) $\dfrac{-50x^4y^5z^2}{125x^5y^6z}$ •   • $\dfrac{1}{bc}$

c) $\dfrac{-36a^2b^3c^2z^8}{-48a^5bc^2z^6}$ •   • $\dfrac{3b^2z^2}{4a^3}$

d) $\dfrac{-\left(xy\right)^2 \bullet z^3}{x^3\left(yz\right)^2}$ •   • $-\dfrac{1}{ac}$

e) $\dfrac{\left(-2ab^2\right)^2 \bullet c^3}{-4a^3 \bullet \left(b^2c^2\right)^2}$ •   • $-\dfrac{z}{x}$

5. Assinale com ✓ a solução correcta de

$$\left(\frac{3x^3y}{4am^3}-\frac{5x^3y}{6am^3}\right)\bullet\left(\frac{a^2m^2}{xy^3}-\frac{a^2m^2}{4xy^3}\right)$$

a) $-\dfrac{ax^2}{16my^2}$ ☐

b) $\dfrac{ax}{16my}$ ☐

c) $-\dfrac{16my^2}{ax^2}$ ☐

d) $\dfrac{ax^2}{16my^2}$ ☐

6. Aplicando as leis formais de potenciação, efectue as seguintes operações e simplifique os resultados:

a) $\left(\dfrac{4a^3}{9b^3}\right)^2\bullet\left(\dfrac{3b^2}{2a}\right)^2$

b) $\left(\dfrac{2a}{b}\right)^2\bullet\left(\dfrac{2a}{b}\right)^2$

c) $\left(\dfrac{-12a^2b}{7cd^3}\right)^4\div\left(\dfrac{6ab^2}{7c^2d^2}\right)^4$

d) $\left(\dfrac{2xy^3}{-3a^2}\right)^7\div\left(\dfrac{2xy^3}{-3a^2}\right)^4$

e) $\left(\dfrac{3a^2}{2bc}\right)^6 \bullet \left(\dfrac{4b^2c^2}{9a^3}\right)^6 \div \left(\dfrac{2bc}{3a}\right)^4$

f) $\left[\left(\dfrac{15ax^3}{8b^3y}\right)^3 \div \left(\dfrac{25a^2y^3}{12b^4x}\right)^3\right] \div \left(\dfrac{3bx^3}{5ay^3}\right)^3$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. $\dfrac{2x^2+3y^3-xy}{1-3x^2}$ para $\begin{cases} x=0 \\ y=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$

$$\frac{2x^2+3y^3-xy}{1-3x^2}=\frac{2\bullet0^2+3\bullet\left(-\frac{1}{3}\right)^3-0\bullet\left(-\frac{1}{3}\right)}{1-3\bullet0^2}=\frac{0+3\bullet\left(\frac{1}{27}\right)-0}{1}=\frac{\frac{3}{27}}{1}=\frac{1}{9}$$

neste caso escolheu a alínea **a)**

2. **a)** $\dfrac{1}{9}-y^2$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{1}{81}+\dfrac{2}{9}y+y^2$

b) $\left(\dfrac{1}{9}-y\right)^2$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{1}{81}-\dfrac{2}{9}y+y^2$

c) $\left(\dfrac{1}{9}+y\right)^2$ $\qquad\qquad$ $\left(\dfrac{1}{3}-y\right)\left(\dfrac{1}{3}+y\right)$

3. **a)** $1-y^4$ $\bullet$ $\qquad\qquad$ $\bullet$ $\left(1+y^2\right)\left(1+y^2\right)$

b) $\left(1-y^2\right)^2$ $\bullet$ $\qquad\qquad$ $\bullet$ $\left(1-y^2\right)\left(1-y^2\right)$

c) $\left(1+y^2\right)^2$ $\bullet$ $\qquad\qquad$ $\bullet$ $\left(1+y^2\right)\left(1-y^2\right)$

4. **a)** $\dfrac{a^3b^2c^3}{a^3b^3c^4}$ $\bullet$ $\qquad\qquad$ $\bullet$ $-\dfrac{2z}{5xy}$

b) $\dfrac{-50x^4y^5z^2}{125x^5y^6z}$ $\bullet$ $\qquad\qquad$ $\bullet$ $\dfrac{1}{bc}$

c) $\dfrac{-36a^2b^3c^2z^8}{-48a^5bc^2z^6}$ $\bullet$ $\qquad\qquad$ $\bullet$ $\dfrac{3b^2z^2}{4a^3}$

d) $\dfrac{-(xy)^2\bullet z^3}{x^3(yz)^2}$ $\bullet$ $\qquad\qquad$ $\bullet$ $-\dfrac{1}{ac}$

e) $\dfrac{\left(-2ab^2\right)^2\bullet c^3}{-4a^3\bullet\left(b^2c^2\right)^2}$ $\bullet$ $\qquad\qquad$ $\bullet$ $-\dfrac{z}{x}$

5. a)

$$\left(\frac{3x^3y}{4am^3}-\frac{5x^3y}{6am^3}\right)\bullet\left(\frac{a^2m^2}{xy^3}-\frac{a^2m^2}{4xy^3}\right)=$$

$$=\frac{3a^2m^2x^3y}{4am^3xy^3}-\frac{3a^2m^2x^3y}{16am^3xy^3}-\frac{5a^2m^2x^3y}{6am^3xy^3}+\frac{5a^2m^2x^3y}{24am^3xy^3}$$

Simplificando as expressões obtidas, obtemos:

$$\frac{3ax^2}{4my^2}-\frac{3ax^2}{16my^2}-\frac{5ax^2}{6my^2}+\frac{5ax^2}{24my^2}$$

Determinando o **m.m.c.,** obtemos:

$$\frac{3ax^2}{\underset{(12)}{4my}^2}-\frac{3ax^2}{\underset{(3)}{16my}^2}-\frac{5ax^2}{\underset{(8)}{6my}^2}+\frac{5ax^2}{\underset{(2)}{24my}^2}=$$

$$=\frac{36ax^2}{48my^2}-\frac{9ax^2}{48my^2}-\frac{40a^2x^2}{48my^2}+\frac{10ax^2}{48my^2}=-\frac{3ax^2}{48my^2}$$

Simplificando o resultado final obtemos: $-\dfrac{ax^2}{16my^2}$

6. a) $\left(\dfrac{4a^3}{9b^3}\right)^2\bullet\left(\dfrac{3b^2}{2a}\right)^2$ aplicando a regra de multiplicação de bases diferentes e expoentes iguais, obtemos:

$$\left(\frac{4a^3}{9b^3}\right)^2\bullet\left(\frac{3b^2}{2a}\right)^2=\left(\frac{12a^3b^2}{18ab^3}\right)^2=\left(\frac{2a^2}{3b}\right)^2=\frac{4a^4}{9b^2}$$

b) $\left(\dfrac{2a}{b}\right)^2\bullet\left(\dfrac{2a}{b}\right)^2=\left(\dfrac{2a}{b}\right)^{2+2}=\left(\dfrac{2a}{b}\right)^4=\dfrac{16a^4}{b^4}$ pela regra de bases iguais expoentes iguais, escolhe-se uma das alternativeas e para este exercício escolheu-se a regra (**manter as bases e adicionar os expoentes).**

c) $\left(\frac{-12a^2b}{7cd^3}\right)^4 \div \left(\frac{6ab^2}{7c^2d^2}\right)^4$ Para a divisão de bases diferentes e expoentes iguais, divide-se as bases e mantém-se o expoente, obtemos:

$$\left(\frac{-12a^2b}{7cd^3}\right)^4 \div \left(\frac{6ab^2}{7c^2d^2}\right)^4 = \left(\frac{-12a^2b}{7cd^3}\bullet\frac{7c^2d^2}{6ab^2}\right)^4 = \left(\frac{-2ac}{bd}\right)^4 = \frac{16a^4c^4}{b^4d^4}$$

d) $\left(\frac{2xy^3}{-3a^2}\right)^7 \div \left(\frac{2xy^3}{-3a^2}\right)^4 = \left(\frac{2xy^3}{-3a^2}\right)^{7-4}$ pela regrade divisão de potências com a mesma base e expoentes diferentes.

$$=\left(\frac{2xy^3}{-3a^2}\right)^{7-4} = \left(\frac{2xy^3}{-3a^2}\right)^3 = \frac{8x^3y^9}{-27a^6}.$$

e) $\left(\frac{3a^2}{2bc}\right)^6\bullet\left(\frac{4b^2c^2}{9a^3}\right)^6 \div \left(\frac{2bc}{3a}\right)^4 = \left(\frac{3a^2}{2bc}\bullet\frac{4b^2c^2}{9a^3}\right)^6 \div \left(\frac{2bc}{3a}\right)^4 =$ pela regra de multiplicação;

$$=\left(\frac{3a^2}{2bc}\bullet\frac{4b^2c^2}{9a^3}\right)^6 \div \left(\frac{2bc}{3a}\right)^4 = \left(\frac{12a^2b^2c^2}{18a^3bc}\right)^6 \div \left(\frac{2bc}{3a}\right)^4 =$$

$$=\left(\frac{2bc}{3a}\right)^6 \div \left(\frac{2bc}{3a}\right)^4 = \left(\frac{2bc}{3a}\right)^{6-4} = \left(\frac{2bc}{3a}\right)^2 = \frac{4b^2c^2}{9a^2}$$

f) $\left[\left(\frac{15ax^3}{8b^3y}\right)^3 \div \left(\frac{25a^2y^3}{12b^4x}\right)^3\right] \div \left(\frac{3bx^3}{5ay^3}\right)^3$ pela combinação de regras acima, obtemos:

$$\left(\frac{15ax^3}{8b^3y}\bullet\frac{12b^4x}{25a^2y^3}\right)^3 \div \left(\frac{3bx^3}{5ay^3}\right)^3 = \left(\frac{9bx^4}{10ay^4}\right)^3 \div \left(\frac{3bx^3}{5ay^3}\right)^3 =$$

$$=\left(\frac{9bx^4}{10ay^4}\bullet\frac{5ay^3}{3bx^3}\right)^3 = \left(\frac{3x}{2y}\right)^3 = \frac{27a^3}{8y^3}$$

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 14

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)
1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 14

Elaborado por:
Alfredo Agostinho Gomes
Carlos Xavier Nhanguatava

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao estudo do Módulo 14 de Matemática para a 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado o Módulo 13 que na sua generalidade, abrangiu o estudo de casos notáveis para a multiplicação de polinómios, fracções algébricas e decomposição de polinómios . Neste Módulo 14 vai estudar, a lei do anulamento do produto e a resolução de problemas conducentes a equações quadráticas incompletas. No final do módulo deve ser capaz de resolver equações usando a lei do anulamento do produto, equacionar e resolver problemas conducentes a equações quadráticas incompletas.

Por outro lado aplicará regras de potenciação; de potências de expoente natural. E no final do Módulo realizará um teste de preparação, como forma de consolidar os seus conhecimentos e preparar se para a realização do teste do fim do Módulo.

Bem-vindo de novo, caro aluno! Como sabe, eu sou a Sra. Madalena e vou acompanhá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

1 Revisão sobre Operações em ℝ

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Rever as quatro operações de base (adição,subtracção, multiplicação e divisão).
- Rever casos notáveis aplicados em matemática.
- Rever a resolução de equações do 1° grau.

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo módulo14 da disciplina de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha terminado com sucesso o estudo do módulo anterior. Fazemos votos que redobre esforços para o mais breve possível terminar o estudo deste módulo.

Nesta lição, vai realizar algumas revisões e actividades como forma de recordar alguns conceitos que vai utilizar no estudo das lições seguintes, tais como:

Rever as quatro operações de base.
Rever casos notáveis aplicados em matemática.
Rever a resolução de equações do 1° grau.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, estudou no módulos 13, os casos notáveis da multiplicação de polinómios e a sua aplicação na resolução de expressões algébricas. Nomeadamente, **quadrado de uma soma, Quadrado de uma diferença e diferença de quadrados,** ou seja:

$(a+b)^2$, $(a-b)^2$ e a^2-b^2

Agora, em jeito de revisão, vamos desenvolver cada um destes casos:

1º Caso:

Quadrado de uma soma $(a+b)^2$

Para desenvolver este caso, temos que recordar que $(a+b)^2=(a+b)(a+b)$ aplicando a propriedade distributiva da multiplicação, fica:

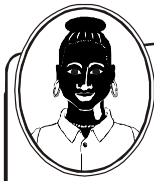
$(a+b)(a+b)=a^2+ab+ab+b^2$ reduzindo os termos semelhantes, fica:

$a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$. Assim $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

Caro aluno, ao invés de usar a forma acima pode de forma simples chegar ao desenvolvimento de quadrado de uma soma.

$(a+b)^2$ é igual ao quadrado do primeiro termo (a^2), mais o dobro do primeiro termo pelo segundo ($2ab$), mais o quadrado do segundo termo (b^2). Que é o mesmo que $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

Com base na explicação acima, vamos desenvolver os seguintes quadrados de somas:



EX_1 $(1+x)^2 = 1+2x+x^2$ que é quadrado do primeiro termo mais o dobro do primeiro termo pelo segundo, mais quadrado do segundo termo.

EX_2 $(y+x)^2 = y^2+2xy+x^2$

EX_3 $(2x+3)^2 = 4x^2+12x+9$

EX_4 $\left(\sqrt{2}+p\right)^2 = 2+2\sqrt{2}p+p^2$

EX_5 $\left(xy^2+z^2\right)^2 = x^2y^4+2xy^2z^2+z^4$

2º Caso:

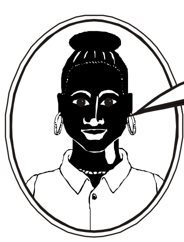
Quadrado de uma diferença $(a-b)^2$

Para desenvolver este caso, temos que recordar que $(a-b)^2=(a-b)(a-b)$ aplicando a propriedade distributiva da multiplicação, fica:

$(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2$ reduzindo os termos semelhantes, fica:

$a^2-ab-ab+b^2 = a^2-2ab+b^2$.

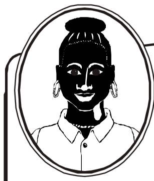
Caro aluno, ao invés de usar a forma acima, para este caso também tem-se a forma mais simplificada.



$(a-b)^2$ é igual ao quadrado do primeiro termo (a^2), menos o dobro do primeiro termo pelo segundo ($-2ab$), mais o quadrado do segundo termo b^2. Que é o mesmo que

$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$.

Com base das explicações acima, vamos os seguintes quadrados de diferenças. exemplos:



EX_1 $(r-3)^2 = r^2 - 6r + 9$ que é quadrado do primeiro termo menos o dobro do primeiro termo pelo segundo, mais quadrado do segundo termo.

EX_2 $(3y-2x)^2 = 9y^2 - 12xy + 4x^2$

EX_3 $(2x-p)^2 = 4x^2 - 4xp + p^2$

EX_4 $\left(\sqrt{5}-2p\right)^2 = 5 - 4\sqrt{5}p + 4p^2$

EX_5 $\left(3x^3y^2 - 7z^2\right)^2 = 9x^6y^4 - 42x^3y^2z^2 + 49z^4$

3º Caso:

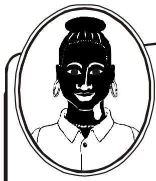
Diferença de quadrados $a^2 - b^2$

Para desenvolver este caso, temos que recordar que $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
A igualdade acima provém de:

$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2$ reduzindo os termos semelhantes, que também são simétricos, fica:

$a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$.
Caro aluno, este caso é um pouco diferente dos dois primeiros. Ao invés de usar a forma acima, para este caso também tem a sua forma.

$(a-b)(a+b)$ é igual ao quadrado do primeiro termo (a^2), menos o quadrado do segundo termo b^2. Que é o mesmo que $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.
Com base nas explicações acima, vamos desenvolver as seguintes diferenças de quadrados:



EX_1 $(r-3)(r+3)=r^2-3^2=r^2-9$ que é quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

$EX_2:\ 9y^2-4x^2=(3y-2x)(3y+2x)$

$EX_3:\ 4x^2-p^2=(2x+p)(2x-p)$

$EX_4:\ 5-4p^2=(\sqrt{5}+2p)(\sqrt{5}-2p)$

$EX_5:\ 9x^6y^4-49z^4=(3x^3y^2+7z^2)(3x^3y^2-7z^2)$

Muito bem caro aluno, depois de ter feito a revisão, dos casos notáveis agora vai rever a resolução de equações do primeiro grau que estudou na 8ª classe.

Equações do primeiro grau revisão...

Dada a equação, $3x-3=2+x$, ela é constituída por quarto termos, sendo $3x$ e x termos em x e -3 e 2 termos independentes.

Resolução da equação

Para resolver esta equação temos que:

1º agrupar os termos em x no primeiro e os independentes no 2º membro.

recorde-se que quando um termo muda de membro muda também do sinal posicional.

2º Reduzir termos semelhantes.

$$3x-3=2+x$$
$$\Leftrightarrow 3x-x=2+3$$
$$\Leftrightarrow 2x=5$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$$

3º Fazer a verificação do resultado encontrado.

$$3\cdot\frac{5}{2}-3=2+\frac{5}{2}$$
$$\Leftrightarrow 3\cdot 2,5-3=2+2,5$$
$$\Leftrightarrow 7,5-3=4,5$$
$$\Leftrightarrow 4,5=4,5$$

O valor $\frac{5}{2}$ é solução da equação dada.

Agora vamos realizar a actividade por forma a consolidar a resolução de equações do 1º grau.

ACTIVIDADE

1. Faça correspondência através de uma seta a equação e a sua respectiva solução.

a) $x-3=2$ •	• -9
b) $3=2+x$ •	• 2
c) $0=5+x$ •	• -5
d) $2x=2+x$ •	• 1
e) $\frac{1}{2}-3=2+\frac{1}{2}x$ •	• 5

2. Verifique se -3 é solução da equação $x-\frac{2}{3}=2x-1$

3. Resolva

a) $2x=0$

b) $\frac{2}{3}x=0$

c) $x+(2x-3)=0$

d) $x-(2-x)=-(4x-5)$

e) $x-(-2-x)=-\frac{2}{3}\cdot(4x-5)$

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

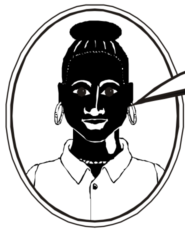
a) $x-3=2$	9
b) $3=2+x$	2
c) $0=5+x$	-5
d) $2x=2+x$	1
e) $\frac{1}{2}-3=2+\frac{1}{2}x$	5

2. Verificação:

$$x-\frac{2}{3}=2x-1$$
$$\Leftrightarrow -3-\frac{2}{3}=2\cdot(-3)-1$$
$$\Leftrightarrow \frac{-9-2}{3}=-6-1$$
$$\Leftrightarrow -\frac{11}{3}\neq -7$$

-3 não é solução da equação $x-\frac{2}{3}=2x-1$

Perg.	Resolução
a)	$2x=0$ $\Leftrightarrow x=\frac{0}{2}$ $\Leftrightarrow x=0$
b)	$\frac{2}{3}x=0$ $\Leftrightarrow 2x=0$ $\Leftrightarrow x=\frac{0}{2}$ $\Leftrightarrow x=0$
c)	$x+(2x-3)=0$ $\Leftrightarrow x+2x-3=0$ $\Leftrightarrow 3x=3$ $\Leftrightarrow x=\frac{3}{3}$ $\Leftrightarrow x=1$
d)	$x-(2-x)=-(4x-5)$ $\Leftrightarrow x-2+x=-4x+5$ $\Leftrightarrow x+x+4x=5+2$ $\Leftrightarrow 6x=7$ $\Leftrightarrow x=\frac{7}{6}$
e)	$x-(-2-x)=-\frac{2}{3}\bullet(4x-5)$ $\Leftrightarrow x+2+x=-\frac{8}{3}x+\frac{10}{3}$ $\Leftrightarrow 3x+6+3x=-8x+10$ $\Leftrightarrow 3x+3x+8x=10-6$ $\Leftrightarrow 14x=4$ $\Leftrightarrow x=\frac{4}{14}$ $\Leftrightarrow x=\frac{2}{7}$



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver a actividade proposta. Acertou em todos os passos de resolução? Se sim, está de parabéns! Se não conseguiu acertar todos os passos volta a rever esta lição. Depois refaça a actividade. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

Agora vamos realizar a actividade já de seguida por forma a consolidar o desenvolvimento de casos notáveis aplicáveis na resolução de expressões algébricas.

ACTIVIDADE

1. Das expressões abaixo indique com ✓ as expressões que são casos notáveis aplicáveis na resolução de expressões algébricas.

a) $1-x^2$

b) $4t^2-16$

c) $4-x^2$

d) $(1-x)^2$

e) $\left(\frac{2}{3}x+wz\right)^2$

f) p^2+2p+1

g) $(a-2)^2$

h) $(x+5)(x-5)$

i) $(2-v)(2+v)$

j) $(1-x)(1-x)$

l) $(1+x)(1+x)$

2. Faça correspondência através de uma seta o caso notável e o seu respectivo desenvolvimento do caso.

a) $(3a-2)^2$ • • $9a^2-12a+4$

b) $\left(\frac{2}{3}x+wz\right)^2$ • • $\frac{4}{9}x^2-2xy+\frac{9}{4}y^2$

c) $\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}y\right)^2$ • • $\frac{4}{9}x^2+\frac{4}{3}xwz+w^2z^2$

d) $\left(\frac{2}{3}x-wz\right)^2$ • • $\frac{4}{9}x^2-\frac{4}{3}xwz+w^2z^2$

e) $\left(\sqrt{2}+y\right)^2$ • • $2+2\sqrt{2}y+y^2$

3. Simplifique as expressões algébricas que se seguem:

a) $\dfrac{(a-1)^2}{a^2-1}$

b) $\dfrac{(x-y)(x+y)}{(x-y)^2}$

c) $\dfrac{(1-x)^2(1+x)^2}{1+2x+x^2}$

d) $\dfrac{2\left(4x^2-1\right)}{(2x+1)(2x+1)}$

Muito bem caro aluno espero que tenha conseguido efectuar as expressões algébricas. Para já verifique a chave de correcção que lhe propomos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** $1-x^2$

b) $4t^2-16$

c) $4-x^2$

d) $(1-x)^2$

e) $\left(\frac{2}{3}x+wz\right)^2$

f) p^2+2p+1

g) $(a-2)^2$

h) $(x+5)(x-5)$

i) $(2-v)(2+v)$

j) $(1-x)(1-x)$

l) $(1+x)(1+x)$

2.

a) $(3a-2)^2 \longrightarrow 9a^2-12a+4$

b) $\left(\frac{2}{3}x+wz\right)^2 \longrightarrow \frac{4}{9}x^2+\frac{4}{3}xwz+w^2z^2$

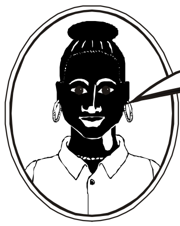
c) $\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}y\right)^2 \longrightarrow \frac{4}{9}x^2-2xy+\frac{9}{4}y^2$

d) $\left(\frac{2}{3}x-wz\right)^2 \longrightarrow \frac{4}{9}x^2-\frac{4}{3}xwz+w^2z^2$

e) $\left(\sqrt{2}+y\right)^2 \longrightarrow 2+2\sqrt{2}y+y^2$

3.

Perg.	**Resolução**
a)	$\frac{(a-1)^2}{a^2-1}=\frac{(a-1)(a-1)}{(a+1)(a-1)}=\frac{(a-1)}{(a+1)}$
b)	$\frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)^2}=\frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x-y)}=\frac{(x+y)}{(x-y)}$
c)	$\frac{(1-x)^2(1+x)^2}{1+2x+x^2}=\frac{(1-x)^2(1+x)^2}{(1+x)^2}=(1-x)^2$
d)	$\frac{2(4x^2-1)}{(2x+1)(2x+1)}=\frac{2(2x-1)(2x+1)}{(2x+1)(2x+1)}=\frac{2(2x-1)}{(2x+1)}$



Caro aluno, já resolveu a actividade proposta. Acertou em toda? Se sim, está de parabéns! Se não conseguiu acertar toda actividade deve rever esta lição e refazer a actividade. Lembre-se que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas. Procure-o!

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

2 Equações Quadráticas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar uma equação do 2º grau a uma variável.
- Identificar as equações quadráticas incompletas e completas.

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

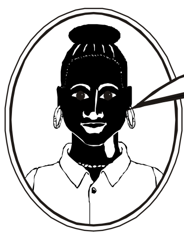
60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esperamos que tenha tido bom desempenho na lição 1.
Como pode notar a primeira lição módulo 14 fez revisão sobre equações que estudou nas classes anteriores à 9ª classe. Esperamos que estude esta lição com muita atenção por forma a acabar o mais breve este módulo.

Nesta lição terá oportunidade de estudar equações do 2º grau.
Caro aluno não se preocupe com o nome, pois é uma questão muito símples que não precisa de muito esforço para perceber .

Equações quadráticas do segundo grau



Caro aluno, para começar o estudo desta lição vamos apresentar o historial do surgimento das equações quadráticas.
Tal como as equações lineares, as equações do 2º grau (também conhecidas por equações quadráticas) surgem da necessidade de resolver certos problemas, sejam do domínio da geometria, da Fisica e de outras ciências.

Consideremos o seguinte exemplo no domínio da Física :

Exemplo 1

Um avião percorre num certo instante e com movimento uniforme, a distância de
1440 km. Se a velocidade horária aumentasse de 120km, o avião levaria menos uma hora a fazer o referido percurso. Calcule a velocidade do avião.

Resolvendo:

Caro aluno lembre-se que na 8ª classe no módulo de Cinemática, estudou a lei do movimento uniforme, que diz que a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto

no percurso é constante, isto é, $v = \frac{s}{t}$, onde

v é a velocidade, **s** é o espaço percorrido e o **t** é o tempo gasto durante o movimento.

Nestas condições, para calcular o tempo (em horas), gasto no percurso

será dado por $t = \frac{s}{v}$, no caso do problema dado fica: $t = \frac{1440}{v}$.

Se a velocidade aumentar de 120 km o tempo será então representado por

$t = \frac{1440}{v+120}$**.** Mas, como este tempo, de facto, tem menos uma hora que o tempo gasto pelo avião no percurso, resulta a equação:

$\frac{1440}{v+120} = \frac{1440}{v} - 1$. Resolvendo esta equação em ordem a ***v***, calculando o menor múltiplo comum **(m. m.c)** de (v+120, v e 1), fica:

$$\underset{(v)}{\frac{1440}{v+120}} = \underset{(v+120)}{\frac{1440}{v}} - \underset{v(v+120)}{1}$$

Calculando e desembaraçar os denominadores,

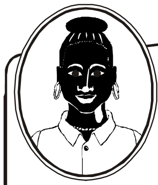
$\Leftrightarrow\ 1440v = 1440(v+120) - v(v+120)$

$\Leftrightarrow\ 1440v = 1440v + 172800 - v^2 - 120v$

E, finalmente fica:

$\Leftrightarrow\ v^2 + 120v - 172800 = 0$

Muito bem caro aluno, a nossa tentativa de resolução do problema conduziu-nos a uma equação a uma incógnita e de grau dois, diz -se que a equação é do segundo grau.



Chama-se equação do Segundo grau (2° grau) a uma incógnita a toda equação que se pode reduzir à forma canónica $ax^2+bx+c=0$, onde **a, b,** e **c** são números reais e $a \neq 0$ (pois caso contrário o termo x^2 seria eliminado), onde o número ***a*** é coeficiente da variável, o número **b** é coeficiente da variável e o número ***c*** é termo independente.

Muito bem caro aluno, agora vai identificar os coeficientes desta equação que é traduzida pela equação do 2º grau a uma incógnita, onde

$v^2+120v-172800=0$,

a é cofeciente da variável v^2 é igual a **1** (um);
b é cofeciente da variável v é igual a **120** (cento e vinte);
c termo independente que é -172800.

Agora, vai identificar os coeficientes e termo independenteb de algumas equações que lhe propomos já de seguida em forma de exemplos:

$EX_1: -x^2+17x-16=0$ é uma equação do 2º grau, com **a = -1, b = 17 e c = -16**

$EX_2: (x-2)^2=7(x+1)$ é uma equação do 2º grau, onde o coeficiente não é fácil identificar logo de imediato, sendo necessário efectuar as operações da equação.

Lembre-se caro aluno que na 9ª classe, precisamente no módulo 13, estudou caso notáveis que aplicou na resolução de exercícios, onde aprendeu o quadrado duma soma, quadrado duma diferença e diferença de quadrados. Para tal, da equação $(x-2)^2=7(x+1)$, temos a expressão $(x-2)^2$ que é quadrado de uma diferença e operando fica:

$(x-2)^2=7(x+1)$

$\Leftrightarrow x^2-4x+4=7x+7$

Que tal foi complicado? Espero que não pois na 1ª lição fez revisão de casos notáveis.

$\Leftrightarrow x^2-4x+4=7x+7$

$\Leftrightarrow x^2-4x-7x=7-4$

Aplicando os princípios de equivalência de equações;

$\Leftrightarrow x^2-4x-7x=7-4$

$\Leftrightarrow x^2-11x-3=0$

Reduzindo os termos semelhantes e passar todos termos para o 1º membro, obtemos a equação reduzida à forma canónica. Onde **a = 1, b = -11 e c = -3**

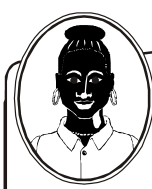
$EX_3: x^2-\frac{x}{2}=\frac{7}{6}-\frac{2}{3}x$ Usando os procedimentos anteriores, obtemos:

$$x^2-\frac{x}{2}=\frac{7}{6}-\frac{2}{3}x$$

$(6)\quad(3)\quad(1)\quad(2)$

$6x^2-3x=7-4x$ Onde **a = 6, b =1 e c =-7**

$6x^2+x-7=0$



As equações quadráticas do 2º grau a uma incógnita podem ser reduzidas à forma canónica

($ax^2+bx+c=0$);

Algumas equações só após algumas operações é que fica bem visível que são quadráticas, bem como a identificação dos coeficientes **a, b,** e **c.**

Caro aluno de seguida vai realizar a seguinte actividade por forma a consolidar

ACTIVIDADE

1. Identifique os coeficientes **a, b** e **c** para as alíneas abaixo

a) $-x^2+3x+1=0$

b) $\frac{1}{2}x^2-x+5=0$

c) $\frac{2}{3}x^2-x-1=0$

d) $-x^2+x+100=0$

e) $x^2-6x+6=0$

f) $4x^2-16x+16=0$

g) $x^2-0,7x+0,1=0$

h) $2x^2-3x+18=6-x$

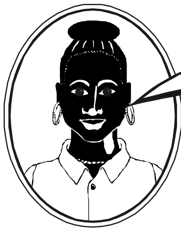
i) $2x^2-3x+18=8-2x$

j) $\frac{x}{6}=\frac{6}{15-x}$

l) $\frac{x}{3}-\frac{3}{x}=\frac{3}{2}$

m) $\frac{2}{x-1}+3=\frac{x-1}{x}$

n) $\frac{2x+2}{2x-2}=\frac{-4x}{2x+2}+1$



Caro aluno verificou que da alínea **h)** até **n)**, para obter os coeficientes **a, b** e **c** primeiro teve que realizar algumas operações algébricas e reduzir termos semelhantes para obter a equação na forma canónica?
Caso não tenha entendido, aconselhamos a procurar um colega para estudar com ele.

Todas equações que estudou nesta lição são chamadas **Equações do 2º Grau Completas**

gora vai estudar alguns casos em que os coeficientes **b** ou **c** (ou os dois em simultâneo) podem ser nulos (iguais a zero);

a é sempre diferente de zero, pois no contrário, não existiria o termo (ax^2), portanto não teríamos equação do 2º grau. Este tipo de equações chamam-se equações do 2º grau incompletas.

Equação do 2º grau incompleta

Como já referimos acima, equação do 2º grau incompleta é aquela em que os coeficientes **b** ou **c** (ou os dois em simultâneo) podem ser nulos (iguais a zero), ou seja $ax^2 = 0$, $ax^2 + bx = 0$ ou $ax^2 + c$.

Exemplo

Ex1: $2x^2 = 72$ reduzindo a forma canónica fica:

$2x^2 - 72 = 0$, desta equação, temos o coeficiente **a = 2 e c = 72** e o coeficiente **b** para esta equação é igual a zero.

Ex2: $7x^2 + 35x = 0$ nesta equação, temos o coeficiente **a = 7 e b = 35** e o termo **c** para esta equação é igual a zero.

Ex3: $3x^2 = 300$ reduzindo a forma canónica fica: $3x^2 - 300 = 0$, desta equação, temos o coeficiente **a = 3 e c = -300** e o coeficiente **b** para esta equação é igual a zero.

Caro aluno de seguida vai realizar a seguinte actividade por forma a consolidar

ACTIVIDADE

1. Identifique os coeficientes **a, b** ou **c,** conforme os casos**,** para as alíneas abaixo.

a) $-x^2+1=0$

b) $\frac{1}{2}x^2-5=0$

c) $\frac{2}{3}x^2=0$

d) $x^2=x$

e) $x^2=6$

f) $x^2-16x=0$

g) $x^2-1=0$

h) $2x^2-18=6$

i) $\frac{2x^2}{3}=\frac{3}{2}$

j) $\frac{x^2}{6}=3$

l) $\frac{x^2}{3}=0$

Que tal caro aluno, conseguiu identificar os coeficientes **a, b** ou **c**? Se conseguiu estás de parabens. Agora vai ter que fazer uma pausa de **5 minutos** e depois continuar a estudar esta lição, resolvendo exercícios.

EXERCÍCIOS

1. Assinale com um ✓, apenas a equação quadrática.

a) $3x-7=0$ ☐

b) $\frac{x^2}{3}=0$ ☐

c) $x^3-2x+1=0$ ☐

d) $x-3=5x-5$ ☐

2. Assinale com um ✓, apenas as equações quadráticas completas.

a) $3x^2-7x=0$ ☐

b) $\frac{x^2}{3}=0$ ☐

c) $x^3-2x+1=0$ ☐

d) $\frac{x}{6}=\frac{6}{15-x}$ ☐

3. Assinale com um ✓, apenas a equação quadrática incompleta.

a) $3x^4=0$ ☐

b) $2x-7=0$ ☐

c) $\frac{x}{3}-\frac{3}{x}=\frac{3}{2}$ ☐

d) $x^2+2=0$ ☐

4. Identifique os coeficientes **a, b** e **c** se existirem para as alíneas abaixo

a) $-x^2 - x + 1 = 0$

b) $x^2 - x + 1 = 0$

c) $-x^2 - 1 = 0$

d) $-\frac{1}{2}x^2 + x = 0$

e) $x^2 = 6x$

f) $x^2 - x + 6 = 0$

g) $x^2 - 7x + 1 = 0$

h) $2x^2 - x = 6$

i) $2x^2 = 8 - 2x$

j) $\frac{x}{2} = \frac{5}{3-x}$

l) $\frac{x}{2} - \frac{7}{x} = \frac{7}{5}$

m) $\frac{3}{x-2} + 3 = \frac{x-3}{x}$

n) $\frac{x+2}{x-2} = \frac{x}{x+2} + 5$

Muito bem caro aluno. Agora compara as suas respostas com a Chave que lhe propomos já de seguida

CHAVE DE CORRECÇÃO

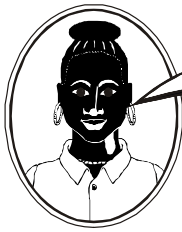
1.b)

2. d)

3. d)

4.

Equação	Coeficiente **a**	Coeficiente **b**	Termo **c**
a) $-x^2-x+1=0$	**-1**	**-1**	**1**
b) $x^2-x+1=0$	**1**	**-1**	**1**
c) $-x^2-1=0$	**-1**	**0**	**-1**
d) $-\frac{1}{2}x^2+x=0$	$-\frac{1}{2}$	**1**	**0**
e) $x^2=6x$	**1**	**- 6**	**0**
f) $x^2-x+6=0$	**1**	**-1**	**6**
g) $x^2-7x+1=0$	**1**	**-7**	**1**
h) $2x^2-x=6$	**2**	**-1**	**-6**
i) $2x^2=8-2x$	**2**	**2**	**-8**
j) $\frac{x}{2}=\frac{5}{3-x}$	**-1**	**3**	**-10**
l) $\frac{x}{2}-\frac{7}{x}=\frac{7}{5}$	**5**	**-14**	**-70**
m) $\frac{3}{x-2}+3=\frac{x-3}{x}$	**2**	**2**	**-6**
n) $\frac{x+2}{x-2}=\frac{x}{x+2}+5$	**-5**	**2**	**16**



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver os exercícios que lhe propomos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns!
Se não conseguiu acertar todos exercícios volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

A sua vida é importante... **proteja-se da SIDA...** use um preservativo novo cada vez que tiver relações sexuais.

3 Lei do Anulamento do Produto

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Aplicar a lei do anulamento do produto na resolução de equações.
- Resolver equações do tipo $p(x) = 0$

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

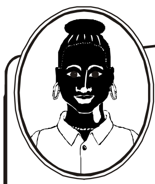
Caro aluno, esta é a sua lição três do módulo14 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição anterior.

Fazemos votos que redobre esforços para o mais breve possível poder terminar o estudo deste módulo.

Nesta lição, vai aplicar a lei do anulamento do produto na resolução de equações do tipo $p(x) = 0$

Lei do anulamento do produto

O estudo da lei do anulamento do produto vai nos permitir resolver equações em que um dos membros é um produto e o outro é zero.
Caro aluno, sabe-se que **zero (0)** é o elemento absorvente da multiplicação; logo, se num produto um dos factores for zero, o produto também o será.



Um produto é igual a zero se e somente se pelo menos um dos factores for igual a **zero (0)**

$$a \bullet b = 0 \Leftrightarrow \vee a = 0 \vee b = 0$$

Exemplo 1

$(a-1)(a-3)=0$, se este produto é igual a zero, significa que um dos factores é igual a zero; ou seja:

$(a-1)(a-3)=0 \Leftrightarrow (a-1)=0 \vee (a-3)=0$

$a-1=0 \quad \vee \quad a-3=0$

$a=1 \qquad \vee \quad a=3$

A solução da equação $(a-1)(a-3)=0$ é a reunião dos conjuntos solução de cada equação: solução $a-1=0 \vee a-3=0$, logo a solução desta equação é:

$$a=1 \vee a=3 \text{ ou seja } s=\{1;\ 3\}.$$

Exemplo 2

$\left(a+\frac{1}{2}\right)\left(a-\frac{1}{3}\right)=0$ para esta equação, vai usar o procedimento anterior;

$\left(a+\frac{1}{2}\right)=0 \vee \left(a-\frac{1}{3}\right)=0$ Pois se o produto é igual a zero, quer dizer que um dos factores é igual a zero.

$$\left(a+\frac{1}{2}\right)=0 \vee \left(a-\frac{1}{3}\right)=0$$

$$a+\frac{1}{2}=0 \vee a-\frac{1}{3}=0$$

Determinando o **m.m.c.** e desembaraçar os denominadores para cada equação.

$$a-\frac{1}{2}=0 \vee a-\frac{1}{3}=0$$
$$2a-1=0 \vee 3a-1=0$$

Determinando os valores de ***a***

$$2a-1=0 \vee 3a-1=0$$
$$2a=1 \vee 3a=1$$
$$a=\frac{1}{2} \vee a=\frac{1}{3}$$

Solução: $s=\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right\}$

Exemplo 3

$$(x+1)(x-6)\left(x-\frac{3}{2}\right)=0$$

Para este exercício, com três factores, fica:

$$(x+1)=0 \vee (x-6)=0 \vee \left(x-\frac{3}{2}\right)=0$$

Transformada em três equações, resolve-se, e a a solução será a reunião das soluções das três equações:

$$x+1=0 \;\vee\; x-6=0 \;\vee\; x-\frac{3}{2}=0$$

$$x=-1 \;\vee\; x=6 \;\vee\; x=\frac{3}{2}$$

$$s=\left\{-1;\,6;\,\frac{3}{2}\right\}$$

Exemplo 4

$$7x(x+1)(x-6)(x+11)=0$$

$$7x=0 \;\vee\; x+1=0 \;\vee\; x-6=0 \vee x+11=0$$

$$x_1=0 \;\vee\; x_2=-1 \vee\; x_3=6 \;\vee\; x_4=11$$

Solução: $s=\{0;\ -1;\,6;\,-11\}$

Depois de ter aplicado a lei do anulamento do produto na resolução de equações, vai realizar a seguinte actividade.

ACTIVIDADE

1. Faça correspondência através de uma seta a equação e o seu respectivo conjunto solução.

a) $(2-x)(1-x)=0$ • • $s=\{0;\ 3;\ -2\}$

b) $y(1-y)(3y-1)=0$ • • $s=\{2\}$

c) $(x-2)^2=0$ • • $s=\left\{0;1;\ \frac{1}{3}\right\}$

d) $x(x-3)(x+2)=0$ • • $\{0;\ -1;\ 1\}$

2. Complete os espaços vazios de modo a ter proposições correctas.

$$(2-x)^2(1-x)^2=0 \Leftrightarrow (2-x)(........)(1-x)(.........)=0$$

$$\Leftrightarrow (2-x)=0 \vee (......)=0 \vee (1-x)=0 \vee (.........)=0$$

$$x_1=...... \vee \quad x_2=....... \vee \quad x_3=........ \quad x_4=.......$$

Muito bem. Caro aluno, certamente conseguiu encontrar as seguintes soluções:

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $(2-x)(1-x)=0$	$s=\{0;\ 3;\ -2\}$
b) $y(1-y)(3y-1)=0$	$s=\{2\}$
c) $(x-2)^2=0$	$s=\left\{0;1;\ \frac{1}{3}\right\}$
d) $x(x-3)(x+2)=0$	$\{1;\ 2\}$

2.

$$(2-x)^2(1-x)^2=0 \Leftrightarrow (2-x)(2-x)(1-x)(1-x)=0$$

Pois:

$$\Leftrightarrow (2-x)=0 \vee\ (2-x)=0 \vee\ (1-x)=0 \vee\ (1-x)=0$$

$$x_1=2 \quad \vee \quad x_2=2 \quad \vee \quad x_3=1 \quad x_4=1$$

Caro aluno foi difícil? De seguida resolve os exercícios que lhe propomos, aplicando a lei do anulamento do produto.

EXERCÍCIOS

1. Resolva

a) $3x(x+5)=0$

b) $3x(x+5)^2=0$

c) $(x-3)(x+5)=0$

d) $(x+5)^3 x=0$

e) $3x(x+5)(x+5)=0$

f) $x(5-x)(5-x)=0$

g) $(x+3)(5-x)(5-x)=0$

h) $(x+3)^3\left(\frac{3}{5}-x\right)=0$

i) $\left(\frac{1}{2}-x\right)^2(1-x)=0$

j) $(x+3)(0,1-x)(1-x)=0$

l) $\left(x+\frac{1}{2}\right)(1+x)(1-x)2x=0$

CHAVE DE CORRECÇÃO

a) $3x(x+5)=0 \Leftrightarrow 3x=0 \vee (x+5)=0$

$x=0 \vee x+5=0 \Leftrightarrow x_1=0 \;\; x_2=-5$

$s=\{0;-5\}$

b)

$3x(x+5)^2=0 \Leftrightarrow 3x(x+5)(x+5)=0$

$\Leftrightarrow 3x=0 \vee (x+5)=0 \vee (x+5)=0$

$\Leftrightarrow 3x=0 \vee \; x+5=0 \vee \; x+5=0$

$\Leftrightarrow x_1=0 \vee \; x_2=-5 \; \vee x_3=-5$

$s=\{0;-5;\}$

c)

$(x-3)(x+5)=0 \Leftrightarrow (x-3)=0 \vee (x+5)=0$

$\Leftrightarrow x-3=0 \vee x+5=0$

$\Leftrightarrow x_1=3 \vee x=-5$

$s=\{3;-5\}$

d)

$(x+5)^3 x=0 \Leftrightarrow x(x+5)(x+5)(x+5)=0$

$\Leftrightarrow x=0 \vee (x+5)=0 \vee (x+5)=0 \vee (x+5)=0$

$\Leftrightarrow x=0 \vee x+5=0 \vee x+5=0 \vee x+5=0$

$\Leftrightarrow x_1=0 \vee x=-5 \vee x=-5 \vee x=-5$

$s=\{0;-5;\}$

e)

$$3x(x+5)(x+5)=0$$

$$\Leftrightarrow 3x=0 \vee (x+5)=0 \vee (x+5)=0$$

$$\Leftrightarrow x_1=0 \vee x+5=0 \vee x+5=0$$

$$\Leftrightarrow x_1=0 \vee x_2=-5 \vee x_3=-5$$

$$s=\{0;-5\}$$

f)

$$x(5-x)(5-x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee (5-x)=0 \vee (5-x)=0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \vee (5-x)=0 \vee (5-x)=0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \vee (5-x)=0 \vee (5-x)=0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \vee 5-x=0 \vee 5-x=0$$

$$\Leftrightarrow x_1=0 \vee x_2=5 \vee x_2=5$$

$$s=\{0;5\}$$

g)

$$(x+3)(5-x)(5-x)=0 \Leftrightarrow (x+3)=0 \vee (5-x)=0 \vee (5-x)=0$$

$$\Leftrightarrow x+3=0 \vee 5-x=0 \vee 5-x=0$$

$$\Leftrightarrow x_1=-3 \vee x_2=5 \vee x_2=5$$

$$s=\{-3;5\}$$

h)

$$(x+3)^3\left(\frac{3}{5}-x\right)=0 \iff (x+3)(x+3)(x+3)\left(\frac{3}{5}-x\right)=0$$

$$\iff (x+3)=0 \ \vee \ (x+3)=0 \ \vee \ (x+3)=0 \ \vee \ \left(\frac{3}{5}-x\right)=0$$

$$\iff x+3=0 \ \vee \ x+3=0 \ \vee x+3=0 \ \vee \ \frac{3}{5}-x=0$$

$$\iff x_1=-3 \ \vee \ x_2=-3 \ \vee \ x_3=-3 \ \vee \ x=\frac{3}{5}$$

$$s=\left\{-3;\ \frac{3}{5}\right\}$$

i)

$$\left(\frac{1}{2}-x\right)^2(1-x)=0$$

$$\iff \left(\frac{1}{2}-x\right)\left(\frac{1}{2}-x\right)(1-x)=0$$

$$\iff \left(\frac{1}{2}-x\right)=0 \ \vee \ \left(\frac{1}{2}-x\right)=0 \ \vee \ (1-x)=0$$

$$\iff -x=-\frac{1}{2} \vee \ -x=-\frac{1}{2} \vee -x=-1$$

$$\iff x_1=\frac{1}{2} \ \vee \ x_2=\frac{1}{2} \ \vee \ x_3=1$$

$$S=\left\{\frac{1}{2};1\right\}$$

j)

$$(x+3)(0,1-x)(1-x)=0$$
$$\Leftrightarrow (x+3)=0 \vee (0,1-x)=0 \vee (1-x)=0$$
$$\Leftrightarrow x=-3 \quad \vee \quad -x=-0,1 \quad \vee \quad -x=-1$$
$$\Leftrightarrow x_1=-3 \quad \vee \quad x_2=0,1 \quad \vee \quad x_3=1$$

$$S=\{-3;\ 0,1\}$$

l)

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)(1+x)(1-x)2x=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)=0 \quad \vee \quad (1+x)=0 \quad \vee \quad (1-x)=0 \quad \vee \quad 2x=0$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2} \quad \vee \quad x=-1 \quad \vee \quad -x=-1 \quad \vee \quad x=\frac{0}{2}$$

$$\Leftrightarrow x_1=-\frac{1}{2} \quad \vee \quad x_2=-1 \quad \vee \quad x_3=1 \quad \vee \quad x_4=0$$

$$S=\left\{-1;-\frac{1}{2};\ 1;\ 0\right\}$$

Caro aluno, já resolveu exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns! Se não estuda a lição sozinho ou com os colegas. Depois refaz os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no CAA para esclarecer as suas dúvidas.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

4 Lei do Anulamento do Produto

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Factorizar um trinómio
- Factorizar e resolver as equações do tipop(x)= 0

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esta é a quarta lição do módulo14 de Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha terminado com sucesso a lição anterior. Redobre esforços para o mais breve possível poder terminar o estudo deste módulo. Nesta lição vai estudar a resolução de equações usando a lei do anulamento do produto, mas desta vez vai se basear na factorização do polinómio p(x) e na lei do anulamento do produto Nesta lição, concretamente vai resolver muitos exercícios por forma a desenvolver capacidades de resolução rápida.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, recorde se que:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Então $a^2 + 2ab + b^2$ é desenvolvimento do quadrado do binómio $(a+b)$, caso notável que se chama quadrado de uma soma, assim sendo $a^2 + 2ab + b^2 = 0$ é o mesmo que $(a+b)^2 = 0$ ou ainda $(a+b)(a+b) = 0$ que é uma expressão já familiar a partir da lição anterior de onde podemos resolver usando a lei do anulamento do produto.

Da expressão, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, que é o caso notável que se chama quadrado de uma diferença, seguindo o mesmo raciocínio, obtemos:

$a^2 - 2ab + b^2 = 0$

$(a-b)^2 = 0$

$(a-b)(a-b) = 0$

Da expressão, $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, que é o caso notável que se chama diferença de quadrados.

De seguida, em jeito de revisão, vamos realizar a actividade sobre a factorização de alguns casos notáveis aplicados na resolução de expressões matemáticas.

ACTIVIDADE

1. Assinale com **V** o desenvolvimento correcto e com **F** o desenvolvimento incorrecto dos casos notáveis que se seguem.

V/F

a) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

b) $a^2 - b^2 = (a-b)(a-b)$

c) $a^2 - b^2 = (a+b)(a+b)$

d) $(1-2x)^2 = 1 - 4x + 4x^2$

e) $p^2 - q^2 = (p-q)(p+q)$

f) $\left(\sqrt{3} + y\right)^2 = 3 + 2\sqrt{3}y + y^2$

g) $(xyz - 1)^2 = x^2y^2z^2 - 2xyz + 1$

h) $\left(x^2 + y^2\right)^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4$

i) $(3x + 2p)^2 = 9x^2 + 12xp + 4p^2$

j) $\left(5p^3 - \sqrt{5}\right)^2 = 25p^6 - 10\sqrt{5}p^3 + 5$

l) $\left(\frac{2}{3}x - y\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 - \frac{4}{3}xy + y^2$

2. Faça corresponder cada caso notável ao seu desenvolvimento. Usa setas:

2. Faça corresponder cada caso notável ao seu desenvolvimento. Usa setas:

a) $(4x^2 - y^2)^2$ •	• $\left(x^2 - 2xy + y^2\right)$
b) $(x-y)^2$ •	• $\left(16x^4 - 8x^2y^2 + y^4\right)$
c) $\left(x^2 + 2y^2\right)^2$ •	• $\left(9x^2 + 18xt^2 + 9t^4\right)$
d) $\left(3x + 3t^2\right)^2$ •	• $\left(x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4\right)$
e) $\left(\frac{1}{4} - x\right)^2$ •	• $\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{2}x + x^2\right)$
f) $\left(\frac{1}{4}x^2 - \sqrt{2}x\right)^2$ •	• $\left(\frac{1}{2}a^2b^2 - \sqrt{2}ab + 1\right)$
g) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}ab - 1\right)^2$ •	• $\left(\frac{1}{16}x^4 - \frac{\sqrt{2}}{2}x^3 + 2x^2\right)$

Caro aluno certamente verificou que na primeira questão apenas as alíneas **b** e **c**, são falsas, as restantes são verdadeiras. E, para a questão 2, proposemos a seguinte chave:

a) $4x^2 - y^2$ • $\longrightarrow$ • $16x^4 - 8x^2y^2 + y^4$

b) $(x-y)^2$ • $\longrightarrow$ • $x^2 - 2xy + y^2$

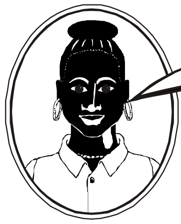
c) $\left(x^2 + 2y^2\right)^2$ • $\longrightarrow$ • $x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4$

d) $\left(3x + 3t^2\right)^2$ • $\longrightarrow$ • $9x^2 + 18xt^2 + 9t^4$

e) $\left(\frac{1}{4} - x\right)^2$ • $\longrightarrow$ • $\frac{1}{16} - \frac{1}{2}x + x^2$

f) $\left(\frac{1}{4}x^2 - \sqrt{2}x\right)^2$ • $\longrightarrow$ • $\frac{1}{16}x^4 - \frac{\sqrt{2}}{2}x^3 + 2x^2$

g) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}ab - 1\right)^2$ • $\longrightarrow$ • $\frac{1}{2}a^2b^2 - \sqrt{2}ab + 1$



Muito bem caro aluno, depois da consolidação do conhecimento sobre o desenvolvimento de casos notáveis da multi[plicação de polinómios passa para resolução das equações do tipo p(x)=0

Resolução de equações do tipo p(x)=0

Neste tema, caro aluno, temos que ter os conhecimentos sobre a factorização de polinómio e a lei do anulamento do produto recordado.

Vamos tomar como exemplo os seguintes casos:

1º Caso em que o polinómio p(x) é um caso notável

$1-2x+x^2=0$ o mesmo que p(x) = $1-2x+x^2$ que é o desenvolvimento do quadrado do binómio $(1-x)$

Sabe-se que $1-2x+x^2$ é igual a $(1-x)^2$ então a equação $1-2x+x^2=0$ resolve-se:

$$
\begin{aligned}
&1-2x+x^2=0\\
&\Leftrightarrow (1-x)^2=0\\
&\Leftrightarrow (1-x)(1-x)=0
\end{aligned}
$$

Com a factorização feita, vamos aplicar a lei do anulamento do produto:

$$
\begin{aligned}
&(1-x)(1-x)=0\\
&\Leftrightarrow (1-x)=0 \quad \vee \quad (1-x)=0\\
&\Leftrightarrow 1-x=0 \quad \vee \quad 1-x=0\\
&\Leftrightarrow -x=-1 \quad \vee \quad -x=-1\\
&\Leftrightarrow x=1 \quad \vee \quad x=1
\end{aligned}
$$

Neste passo multiplicamos ambos os membros por ***-1***

$S=\{1\}$

2º Caso em que o polinómio p(x) é uma expressão algébrica qualquer.

a) $2y^2 - 4y^4 = 0$ Para esta equação temos que aplicar os conhecimentos sobre a colocação do factor comum em evidência, ou seja:
Para $2y^2 - 4y^4 = 0$, os factores de $2y^2$ são **2, y** e **y.** E os factores de $4y^4$ são 2, y,y,y e y ou seja:

$2y^2$	**2; y; y**
é $4y^4$	**2; 2; y; y**; y; y

Como pode verificar o factor comum é **2; y; y** que é o mesmo que $2y^2$

Colocando este factor em evidência obtemos:
$2y^2 - 4y^4 = 2y^2\left(1 - 2y^2\right)$, pois se voltarmos a aplicar a propriedade distributiva, obteremos a expressão iniciar.
$2y^2 - 4y^4 = 2y^2\left(1 - 2y^2\right)$ Neste passo caro aluno, aplica-se a lei do anulamento do produto ou seja:

$$2y^2\left(1-2y^2\right)=0$$
$$\Leftrightarrow 2y^2 = 0 \quad \vee \quad \left(1-2y^2\right)=0$$
$$\Leftrightarrow 2y^2 = 0 \quad \vee \quad 1-2y^2=0$$
$$\Leftrightarrow y^2 = \frac{0}{2} \quad \vee \quad -2y^2=-1$$
$$\Leftrightarrow y^2 = 0 \quad \vee \quad y^2=\frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow y = \pm\sqrt{0} \quad \vee \quad y=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$
$$\Leftrightarrow y = 0 \quad \vee \quad y=\sqrt{\frac{1}{2}} \quad \vee \quad y=-\sqrt{\frac{1}{2}}$$
$$\Leftrightarrow y = 0 \quad \vee \quad y=\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \vee \quad y=-\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad S=\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2};\, 0;\, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$$

b) $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$ Para esta equação, temos que escalonar a factorização e obtemos:

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2(x+1) - 4(x+1) = 0$$

Como pode observar desta factorização, obtém-se como factor comum o binómio *x+1*, por isso vamos colocá-lo em evidência:

$$(x+1)(x^2-4) = 0$$

No segundo factor temos um caso notável já conhecido, que se chama diferença de quadrados, logo, factorizando este caso obtermos:

$$(x+1)(x-2)(x+2) = 0$$

Finalmente aplicando a lei do anulamento do produto, chega-se a solução:

$$(x+1) = 0 \;\vee\; (x-2) = 0 \;\vee\; (x+2) = 0$$
$$x+1 = 0 \;\vee\; x-2 = 0 \;\vee\; x+2 = 0$$
$$x = -1 \;\vee\; x = 2 \;\vee\; x = -2$$

$$S = \{-2; -1; 2\}$$

EXERCÍCIOS

1. Factorize os seguintes casos notáveis

a) $(x+1)^2$

b) $(2x+y)^2$

c) $(2x-p)^2$

d) $\left(\sqrt{2}x+xyz\right)^2$

e) x^2-4

f) $4x^2-1$

g) x^2-25

h) $x^2-2xy+y^2$

i) $16x^2-8x+1$

j) $\frac{1}{4}x^2y^2+xy+1$

l) x^2+6x+9

2. Coloque em evidência os factores comuns em cada alternativa:

a) $2x^2+3x$

b) x^2-5x

c) $16y^3-8y$

d) $2x^2-6x$

e) $\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{9}x^2$

3. Resolva as seguintes equações usando a lei do anulamento do produto

a) $\left(x+1\right)^2=0$

b) $\left(2x+1\right)^2=0$

c) $\left(2x-2\right)^2=0$

d) $\left(x+3\right)^2=0$

e) $x^2-4=0$

f) $4x^2-1=0$

g) $x^2-25=0$

h) $x^2-2xy+y^2=0$

i) $16x^2-8x+1=0$

j) $\frac{1}{4}x^2y^2+xy+1=0$

l) $x^2+6x+9=0$

m) $2x^2+3x=0$

n) $x^2-5x=0$

o) $16y^3-8y=0$

p) $2x^2-6x=0$

q) $\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{9}x^2=0$

r) $x\left(2x+1\right)=8x$

s) $3x^3+6x^2+3x+3x=0$

t) $x\left(2x+1\right)=8x$

s) $3x^3+6x^2+3x+3x=0$

t) $y\left(y-4\right)^2+4\left(y-4\right)=0$

Muito bem caro aluno agora compara as suas respostas na chave de correcção que lhe apresentamos a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

Alínea	Resolução
a) $(x+1)^2$	$(x+1)^2=(x+1)(x+1)$
b) $(2x+y)^2$	$(2x+y)^2=(2x+y)(2x+y)$
c) $(2x-p)^2$	$(2x-p)^2=(2x-p)(2x-p)$
d) $\left(\sqrt{2}x+xyz\right)^2$	$\left(\sqrt{2}x+xyz\right)^2=\left(\sqrt{2}x+xyz\right)\left(\sqrt{2}x+xyz\right)$
e) x^2-4	$x^2-4=(x-2)(x+2)$
f) $4x^2-1$	$4x^2-1=(2x-1)(2x+1)$
g) x^2-25	$x^2-25=(x-5)(x+5)$
h) $x^2-2xy+y^2$	$x^2-2xy+y^2=(x-y)(x-y)$
i) $16x^2-8x+1$	$16x^2-8x+1=(4x-1)(4x-1)$
j) $\frac{1}{4}x^2y^2+xy+1$	$\frac{1}{4}x^2y^2+xy+1=\left(\frac{1}{2}xy+1\right)\left(\frac{1}{2}xy+1\right)$
l) x^2+6x+9	$x^2+6x+9=(x+3)(x+3)$

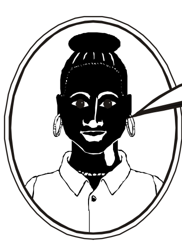
2.

Alínea	Resolução
a) $2x^2+3x$	$2x^2+3x=x(2x+3)$
b) x^2-5x	$x^2-5x=x(x-5)$
c) $16y^3-8y$	$16y^3-8y=8y(2y^2-1)$
d) $2x^2-6x$	$2x^2-6x=2x(x-3)$
e) $\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{9}x^2$	$\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{9}x^2=\frac{1}{3}x^2\left(2x+\frac{1}{3}\right)$

3.

Alínea	Resolução
a) $(x+1)^2=0$	$(x+1)^2=0 \Leftrightarrow (x+1)=0 \vee (x+1)=0$ $x+1=0 \vee x+1=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=-1$ $S=\{-1\}$
b) $(2x+1)^2$	$(2x+1)^2=0 \Leftrightarrow (2x+1)=0 \vee (2x+1)=0$ $\Leftrightarrow 2x+1=0 \vee 2x+1=0$ $\Leftrightarrow 2x=-1 \vee 2x=-1$ $\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2} \vee x=-\frac{1}{2}$ $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$
c) $(2x-2)^2$	$(2x-2)^2=0 \Leftrightarrow (2x-2)=0 \vee (2x-2)=0$ $\Leftrightarrow 2x-2=0 \vee 2x-2=0$ $\Leftrightarrow 2x=2 \vee 2x=2$ $\Leftrightarrow x=1 \vee x=1$ $S=\{1\}$
d) $(x+3)^2=0$	$(x+3)^2=0 \Leftrightarrow (x+3)(x+3)=0$ $\Leftrightarrow (x+3)=0 \vee (x+3)=0$ $\Leftrightarrow x+3=0 \vee x+3=0$ $\Leftrightarrow x=-3 \vee x=-3$ $S=\{-3\}$
e) $x^2-4=0$	$x^2-4=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2)=0 \Leftrightarrow (x-2)=0 \vee (x+2)=0$ $\Leftrightarrow x-2=0 \vee x+2=0$ $\Leftrightarrow x=2 \vee x=-2$ $S=\{-2;\ 2\}$

f) $4x^2-1=0$	$4x^2-1=0 \Leftrightarrow (2x-1)(2x+1)=0 \Leftrightarrow (2x-1)=0 \vee (2x+1)=0$ $\Leftrightarrow 2x-1=0 \vee 2x+1=0$ $\Leftrightarrow 2x=1 \vee 2x=-1$ $\Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \vee x=-\frac{1}{2}$ $S=\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$
g) $x^2-25=0$	$x^2-25=0 \Leftrightarrow (x-5)=0 \vee (x+5)=0$ $\Leftrightarrow x-5=0 \vee x=x+5$ $\Leftrightarrow x=5 \vee x=-5$ $S=\{-5,5\}$
h) $x^2-2xy+y^2=0$	$x^2-2xy+y^2=0 \Leftrightarrow (x-y)(x-y)=0$ $\Leftrightarrow (x-y)=0 \vee (x-y)=0$ $\Leftrightarrow x-y=0 \vee x-y=0$ $\Leftrightarrow x=y \vee x=-y$ $S=\{-y;y\}$
i) $16x^2-8x+1=0$	$16x^2-8x+1=0 \Leftrightarrow (4x-1)(4x-1)=0$ $\Leftrightarrow (4x-1)=0 \vee (4x-1)=0$ $\Leftrightarrow 4x-1=0 \vee 4x-1=0$ $\Leftrightarrow 4x=1 \vee 4x=1$ $\Leftrightarrow x=\frac{1}{4} \vee x=\frac{1}{4}$ $S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$
j) $\frac{1}{4}a^2+a+1=0$	$\frac{1}{4}a+a+1=0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}a+1\right)\left(\frac{1}{2}a+1\right)=0$ $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}a+1\right)=0 \vee \left(\frac{1}{2}a+1\right)=0$ $\Leftrightarrow (a+2)=0 \vee (a+2)=0$ $\Leftrightarrow a_1=-2 \vee a_1=-2$ $S=\{-2\}$



Então. Acertou às cinco questões colocadas? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todas, verifique como procedemos nos exemplos anteriores, e veja onde é que falhou e resolva mais uma vez. Verá que não é difícil. Não desanime porque certamente está a fazer bons progressos.

5 Resolução de Equações Quadráticas Incompletas do Tipo $ax^2=0$

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Resolver equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2=0$

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esta é a sua lição cinco do módulo14 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição anterior.

fazemos votos que o mais breve poder terminar o estudo deste módulo. Nesta lição vai estudar e resolver equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2=0$

Nesta lição, concretamente vai realizar actividade e de seguida vai resolver exercícios. Vamos começar por recordar os conceitos de equação e alguns elementos de uma equação para facilitar o seu estudo. Bom estudo.

FAZENDO REVISÕES...

Na primeira lição deste módulo definimos equação quadrática, como sendo toda equação que pode ser reduzida à forma $ax^2+bx+c=0$ com $a, b, c, \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

a e *b* são coeficientes *c* é constante e ***x*** é incógnita.

Muito bem. Caro aluno agora presta atenção aos exemplos que se seguem das equações quadráticas.

a) $x^2-2x+1=0$ nesta equação, os valores dos coeficientes **a = 1, b = -2 e c = 1**

b) $-2x^2+2x-5=0$ nesta equação, os valores dos coeficientes **a = -2, b = 2 e c = -5**

c) $\frac{2}{3}x^2+3x-8=0$ nesta equação, os valores dos coeficientes

a = $\frac{2}{3}$ **, b = 3 e c = -8**

TOME NOTA...

Se em $ax^2+bx+c=0$, um dos coeficientes **b** ou **c** for nulo, a equação quadrática diz-se incompleta.
Muito bem, agora vai estudar equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2=0$, ou seja aquelas em que os valores do **b** e **c** são nulos.

Equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2 = 0$

Este tipo de equações admite uma e uma só solução, que é uma raiz nula.
Tome exemplos:

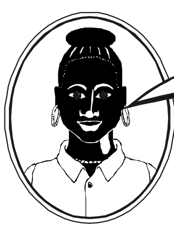
a) $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x = 0 \quad S = \{0\}$

b) $5x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{0}{5} \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{0} \;\; x = 0 \quad \Rightarrow S = \{0\}$

c) $\frac{3}{4}x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{0}{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x = 0 \quad \Rightarrow S = \{0\}$

d) $0,2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{0}{0,2} \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x = 0 \quad \Rightarrow S = \{0\}$

e) $2010x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{0}{2010} \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x = 0 \quad S = \{0\}$



Muito bem. Seguiu com atenção os passos? Verificou que a solução é sempre nula? Caro aluno será sempre assim ao resolver equações deste tipo. Agora vamos realizar a actividade.

ACTIVIDADE

1. Complete o quadro abaixo, indicando os valores de **a, b, e c** numa equação quadrática.

Equação	Coeficiente **a**	Coeficiente **b**	Valor de **c**
$x^2+2x+7=0$			
$2x^2+6x+10=0$			
$-x^2-2x+15=0$			
$x^2+2x=0$			
$x^2=2$			
$x^2=2x+6$			
$x^2=2x$			
$6=x^2+2x$			
$2x^2=0$			
$x^2=8x-9$			
$3+2y=y^2$			

2. Indique com **V** as afirmações correctas e com **F** as falsas, sobre equações quadráticas.

V/F

a) A equação $0=2+2y+y^2$ é uma equação quadrática incompleta. ☐

b) A equação $0=2y+y^2$ é uma equação quadrática incompleta. ☐

c) A equação $0=y^2$ é uma equação quadrática incompleta. ☐

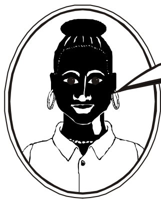
d) A equação $x^2+4x+4=0$ é uma equação quadrática incompleta. ☐

e) A equação $2x^2=0$ tem solução nula. ☐

V/F

f) A equação $2x^2+2x+1=0$ tem solução nula. ☐

g) A equação $2x^2+2x=0$ tem solução nula. ☐



Muito bem caro aluno espero que tenha realizado uma linda actividade e tenha conseguido respondido com sucesso. De seguida vai ter que comparar as suas respostas com as que lhe propomos.

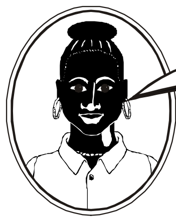
CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

Equação	Coeficiente **a**	Coeficiente **b**	Valor de **c**
$x^2+2x+7=0$	1	2	7
$2x^2+6x+10=0$	2	6	10
$-x^2-2x+15=0$	-1	-2	15
$x^2+2x=0$	1	2	0
$x^2=2$	1	0	- 2
$x^2=2x+6$	1	-2	-6
$x^2=2x$	1	-2	0
$6=x^2+2x$	-1	-2	6
$2x^2=0$	2	0	0
$x^2=8x-9$	1	-8	9
$3+2y=y^2$	-1	2	3

2.

a) F; b) V; c) V; d) F; e) V; f) F; g) F



Muito bem. Caro aluno: depois de ter realizado a actividade, e ter comparado com a solução que lhe propomos, de seguida vai resolver exercícios sobre equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2 = 0$.

EXERCÍCIOS

1. Resolva

a) $\frac{5}{2}x^2 = 0$

b) $0 = 2x^2$

c) $\sqrt{2}x^2 = 0$

d) $0,009x^2 = 0$

e) $2012x^2 = 0$

f) $\frac{12}{5}x^2 = 0$

g) $2015x^2 = 0$

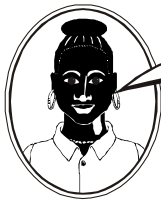
h) $0 = 41x^2$

i) $0 = \frac{3}{5}x^2$

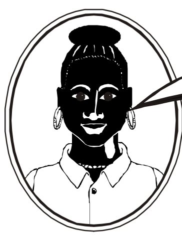
j) $0 = \frac{7}{3}x^2$

l) $0 = \frac{1975}{2010}x^2$

m) $0 = \frac{31}{7}x^2$



Muito bem! Certamente que conseguiu resolver as equações, e chegou na solução nula para todos exercícios. Caso contrário faça uma breve revisão do estudo desta lição e refaça os exercícios.



Então. Acertou em todos exercícios propostos? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todos, verifique como procedemos nos exemplos anteriores, e veja onde é que falhou e resolva mais uma vez. Verá que não é difícil. Não desanime porque certamente está a fazer bons progressos.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

6 Resolução de Equações Quadráticas do Tipo $ax^2+bx=0$

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Resolver equações quadráticas incompletas do tipo: $ax^2 + bx = 0$

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

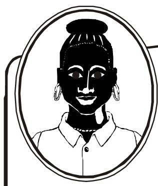
Caro aluno, esta é a sua 6ª lição do módulo14 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom progresso nas lições anteriores.

Nesta lição vai continuar com o estudo de equações quadráticas incompletas, mas desta vez vamos estudar equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2 + bx = 0$.

Como pode notar neste tipo de equações o valor do **c** é nulo. Prepare o seu bloco de notas, pois vai ter que resolver muitos exercícios por forma a compreender a resolução deste tipo de equações.

Equações quadráticas do tipo $ax^2+bx=0$

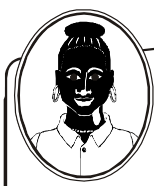
Este tipo de equações tem origem da equação do tipo $ax^2+bx+c=0$, mas para este caso o valor do **c** é nulo, daí resulta:
quando o valor do **c = 0,** $ax^2+bx=0$



A equação quadrática do tipo $ax^2+bx=0$ admite duas soluções distintas, uma das quais é nula **(0),** ou seja:

$$ax^2+bx=0; \quad a, \ b \neq 0$$
$$x(ax+b)=0$$

Pelo factor comum em evidência



$x=0 \quad \vee \quad x=-\frac{b}{a}$ $\qquad S=\left\{0; -\frac{b}{a}; 0\right\}$ Solução geral da equação, onde verificamos uma das soluções nulas.

$$x=0 \quad \vee \quad x = ax+b=0$$
$$x=0 \quad \vee \quad ax=-b$$

Pelo anulamento do produto

Exemplo 1

a) $2x^2+2x=0$ esta equação apresenta os coeficientes **a = 2 e b = 2** valor de **c = 0**

Como pode ver caro aluno a equação está na sua forma canónica, neste caso vamos iniciar com a sua resolução colocando o factor comum em evidência, logo fica:

$$2x^2+2x=0$$
$$2x(x+1)=0$$

colocando o factor comum em evidência

$2x=0 \quad \vee \quad (x+1)=0$

$2x=0 \quad \vee \quad x+1=0$ pelo anulamento do produto

$\Leftrightarrow x=0 \quad \vee \quad x=-1 \qquad S=\{-1;\ 0\}$ solução da equação proposta

Exemplo 2

a) $2x^2=4x$ **T**emos que reduzir esta equação à forma: $ax^2+bx=0$, logo obtemos:

$2x^2=4x$

$\Leftrightarrow\ 2x^2-4x=0$

$2x^2-4x=0$

$\Leftrightarrow 2x(x-2)=0$ Pondo o factor comum em evidência

$2x=0 \ \vee \ (x-2)=0$

$\Leftrightarrow\ 2x=0 \ \vee \ x-2=0$ pelo anulamento do produto

$x=0 \quad \vee \quad x=2 \quad s=\{0;\ 2\}$ solução da equação proposta

Exemplo 3

a) $\frac{1}{2}x^2=\frac{3}{5}x$ Temos que reduzir esta equação à forma: $ax^2+bx=0$ e determinar o **m.m.c.** dos denominadores.

$\frac{1}{2}x^2=\frac{3}{5}x \ \Leftrightarrow 5x^2 = 6x$ determinando o **m. m. c.** e desembaraçar os denominadores.

$\Leftrightarrow 5x^2 = 6x \quad \Leftrightarrow 5x^2-6x=0$ transformando para a forma

$ax^2+bx=0$

$\Leftrightarrow 5x^2 - 6x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x(5x-6)=0$ Pondo o factor comum em evidência

$\Leftrightarrow \quad x(5x-6)=0 \Leftrightarrow \quad x=0 \quad \vee \quad (5x-6)=0$ pelo anulamento do produto

$$\Leftrightarrow \quad x=0 \quad \vee \quad (5x-6)=0$$
$$\Leftrightarrow x=0 \quad \vee \quad 5x-6=0$$
$$\Leftrightarrow x=0 \quad \vee \quad x=\frac{6}{5}$$

solução da equação proposta

$$S = \left\{0;\ \frac{6}{5}\right\}$$

Verificação da Solução

Verificar se um determinado conjunto é solução da equação quadrática dada, significa substituir os elementos desse conjunto unilateralmente e confirmar a igualdade, ou seja:

Para o exemplo 1,

$2x^2+2x=0 \qquad s=\{0;\,-1\}$

Substituindo o valor zero **(0) na equação, obtemos:**

$$2x^2+2x=0$$
$$\Leftrightarrow 2\cdot 0^2+2\cdot 0=0$$
$$\Leftrightarrow \ 2\cdot 0 + 2\cdot 0 = 0$$
$$\Leftrightarrow \ 0+0 = 0$$
$$\Leftrightarrow \ 0 = 0$$

A igualdade verificada significa que o zero é elemento do conjunto solução da equação dada.

Substituindo agora o segundo valor (-1), ainda na mesma equação, obtemos:

$2x^2+2x=0$

$\Leftrightarrow 2\cdot(-1)^2+2\cdot(-1)=0$

$\Leftrightarrow 2\cdot1-2=0$ logo concluímos que as duas soluções satisfazem a

$\Leftrightarrow 2-2=0$ equação proposta.

$\Leftrightarrow 0=0$

Para exemplo 2: $2x^2=4x \quad S=\{0;\ 2\}$

Usando o mesmo procedimento, fica:

$2x^2=4x$

$\Leftrightarrow 2\cdot0^2=4\cdot0$

$\Leftrightarrow 2\cdot0=0$ Para a primeira solução zero (0)

$\Leftrightarrow 0=0$

$2\cdot2^2=4\cdot2$

$\Leftrightarrow 2\cdot4=8$ para a segunda solução dois (2)

$\Leftrightarrow 8=8$

Para o **exemplo 3**, procede-se da mesma forma como nos exemplos **1** e **2**.

Muito bem, realize a actividade seguinte para consolidar os seus conhecimentos sobre a resolução de equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2+bx=0$.

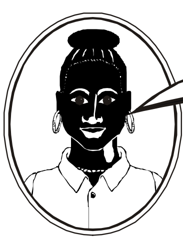
ACTIVIDADE

1. Complete o quadro abaixo, indicando os valores de **a, b, e c** numa equação quadrática.

Equação	Coeficiente **a**	Coeficiente **b**	Valor de **c**
$x^2 = 2x$			
$2x^2 + 6x = 0$			
$-x^2 = -2x$			
$-0,2x^2 + 2x = 0$			
$x^2 = x$			
$-x^2 = \frac{2}{3}x$			
$0,5x^2 = \frac{5}{2}x$			
$0 = x^2 + 2x$			
$2x^2 - \frac{4}{5}x = 0$			
$\frac{7}{3}x^2 = 0,8x$			
$\frac{5}{2}y = 0,1y^2$			

CHAVE DE CORRECÇÃO

Equação	Coeficiente **a**	Coeficiente **b**	Valor de **c**
$x^2=2x \Leftrightarrow x^2-2x=0$	1	-2	0
$2x^2+6x=0$	2	6	0
$-x^2=-2x \Leftrightarrow -x^2+2x=0$	-1	2	0
$-0,2x^2+2x=0$	-0,2	2	0
$x^2=x \Leftrightarrow x^2-x=0$	1	-1	0
$-x^2=\frac{2}{3}x \Leftrightarrow -x^2-\frac{2}{3}x=0$	-1	$-\frac{2}{3}$	0
$0,5x^2=\frac{5}{2}x \Leftrightarrow 0,5x^2-\frac{5}{2}x=0$	0,5	$-\frac{5}{2}$	0
$0=x^2+2x \Leftrightarrow x^2+2x=0$	1	2	0
$2x^2-\frac{4}{5}x=0$	2	$-\frac{4}{5}$	0
$\frac{7}{3}x^2=0,8x \Leftrightarrow \frac{7}{3}x^2-0,8x=0$	$\frac{7}{3}$	$-0,8$	0
$\frac{5}{2}y=0,1y^2 \Leftrightarrow -0,1y^2+\frac{5}{2}y=0$	$-0,1$	$\frac{5}{2}$	0



Caro aluno, como pode observar, o valor do **c,** para este tipo de equações é sempre nulo (0). Para identificar os coefiocientes **a** e **b**, primeiro deve transformar a equação quadrática para a forma $ax^2+bx=0$, de seguida identificar os coeficientes.

Recorde-se que quando um termo muda de membro muda também do sinal

Caro aluno terminada a realização da actividade de consolidação com êxito, passa à resolução de exercícios de aplicação.

EXERCÍCIOS

1. Resolva

a) $\frac{5}{2}y=0,1y^2$

b) $\frac{5}{2}b=b^2$

c) $-x^2=-2x$

d) $-2x^2+2x=0$

e) $x^2=x$

f) $-x^2=\frac{2}{3}x$

g) $0,5x^2=\frac{5}{2}x$

h) $0=x^2+2x$

i) $2x^2-\frac{4}{5}x=0$

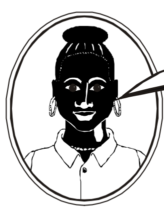
j) $\frac{7}{3}x^2=0,8x$

l) $\frac{5}{2}y=0,1y^2$

2. Verifica se é ou não conjunto solução para as equações abaixo indicadas.

a) Dada a equação quadrática incompleta $\frac{1}{2}y = -y^2$, verifique se o conjunto solução $S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$, é solução da equação dada.

b) Dada a equação quadrática incompleta $\frac{3}{2}a = -6a^2$, verifique se o conjunto solução $S = \left\{0; -\frac{1}{4}\right\}$, é solução da equação dada.



Muito bem! Foi difícil? Espero que não. De seguida faça a comparação com a chave de correcção que lhe propomos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) $\frac{5}{2}y=0{,}1y^2 \Leftrightarrow \frac{5}{2}y-0{,}1y^2=0 \Leftrightarrow y\left(\frac{5}{2}-0{,}1y\right)=0$

$y=0 \vee \frac{5}{2}-0{,}1y=0 \Leftrightarrow y=0 \vee -0{,}1y=-\frac{5}{2}$

$\Leftrightarrow y=0 \vee -\frac{1}{10}y=-\frac{5}{2} \Leftrightarrow y=0 \vee -y=-25$

$\Leftrightarrow y=0 \vee y=25 \quad s=\{0;\ 25\}$

b) $\frac{5}{2}b=b^2 \Leftrightarrow \frac{5}{2}b-b^2=0 \Leftrightarrow 5b-2b^2=0$

$\Leftrightarrow b(5-2b)=0 \Leftrightarrow b=0 \vee 5-2b=0$

$\Leftrightarrow b=0 \vee -2b=-5 \Leftrightarrow b=0 \vee b=\frac{5}{2}$

$S=\left\{0;\ \frac{5}{2}\right\}$

c) $-x^2=-2x \Leftrightarrow -x^2+2x=0 \Leftrightarrow x(-x+2)=0$

$\Leftrightarrow x=0 \vee -x+2=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=2$

$S=\{0;\ 2\}$

d) $-2x^2+2x=0 \Leftrightarrow 2x(-x+1)=0$

$\Leftrightarrow 2x=0 \vee -x+1=0$

$\Leftrightarrow x=0 \vee x=1$

$S=\{0;\ 1\}$

e) $x^2 = x \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad x - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \quad \vee \quad x = 1$

$S = \{0;\ 1\}$

f) $-x^2 = \frac{2}{3}x \Leftrightarrow -x^2 - \frac{2}{3}x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -3x^2 - 2x = 0$

$\Leftrightarrow -x(3x-2) = 0 \Leftrightarrow -x = 0 \vee (3x-2) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \quad x = 0 \quad \vee \quad 3x = 2$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad x = \frac{2}{3}$

$S = \left\{0;\ \frac{2}{3}\right\}$

Muito bem caro aluno, se acompanhaste com cuidado os passos dados na correcção das primeiras alíneas **a, b, c, d, e, f,** então, usando o seu bloco de resolução de equações, continue e compare com a chave de correcção que lhe propomos de seguida.

g) **S =** $\{0;\ 5\}$, **h)** **S =** $\{0;\ -2\}$ **i) S =** $\left\{0;\ \frac{2}{5}\right\}$ **j) S =** $\left\{0;\ \frac{12}{35}\right\}$

l) **S =** $\{0;\ 5\}$

2.

a) $\frac{1}{2}y = -y^2$, S = $\left\{0;\ \frac{1}{2}\right\}$,

Substituindo com o primeiro valor **y = 0**

Obtemos:

$\frac{1}{2}y = -y^2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \bullet 0 = 0^2$

$\Leftrightarrow 0 = 0$

Substituindo com o segundo valor $\frac{1}{2}$

Obtemos:

$$\frac{1}{2}y = -y^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \bullet \frac{1}{2} = -\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Resposta: O conjunto solução $\left\{0;\ \frac{1}{2}\right\}$ é solução da equação

$$\frac{1}{2}y = -y^2$$

b) $\frac{3}{2}a = -6a^2$, S = $\left\{0;\ -\frac{1}{4}\right\}$,

Para o primeiro valor **a = 0**

$$\frac{3}{2}a = -6a^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} \bullet 0 = -6 \bullet 0^2$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0$$

Substituindo com o segundo valor **a =** $-\frac{1}{4}$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} \bullet \left(-\frac{1}{4}\right) = -6 \bullet \left(-\frac{1}{4}\right)^2$$

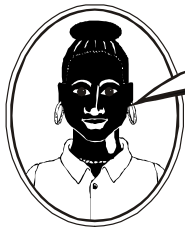
$$\Leftrightarrow -\frac{3}{8} = -6 \bullet \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{8} = -\frac{6}{16}$$

Resposta: O conjunto solução $\left\{0;\ -\frac{1}{4}\right\}$ é

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{8} = -\frac{3}{8}$$

solução da equação $\frac{3}{2}a = -6a^2$



Então. Acertou às cinco questões colocadas? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todas, verifique como procedemos nos exemplos anteriores, e veja onde é que falhou e resolva mais uma vez. Verá que não é difícil. Não desanime porque certamente está a fazer bons progressos.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

A SIDA

A **SIDA** é uma **doença grave** causada por um vírus. **A SIDA não tem cura**. O número de casos em Moçambique está a aumentar de dia para dia. **Proteja-se!!!**

Como evitar a SIDA:

- Adiando o início da actividade sexual para quando for mais adulto e estiver melhor preparado.
- Não ter relações sexuais com pessoas que têm outros parceiros.
- Usar o preservativo ou camisinha nas relações sexuais.
- Não emprestar nem pedir emprestado, lâminas ou outros instrumentos cortantes.

7

Resolução de Equações Quadráticas Incompletas do Tipo $ax^2+c=0$

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2+c=0$
- Resolver equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2+c=0$

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esta é a sua sétima lição do módulo14 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição anterior.

fazemos votos que o mais breve possível possa terminar o estudo deste módulo.

Nesta lição vai estudar e resolver equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2+c=0$

Muito bem, agora vai estudar equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2+c=0$, ou seja aquelas em que o coeficiente **b** é nulo.

Mais uma vez aconselhamos que tenha de perto o seu bloco de notas, pois nesta lição vai resolver muitos exercícios e também vai ter que revisitar alguns conceitos já estudados nos módulos anteriores.

Equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2+c=0$

consideremos uma equação quadrática completa $ax^2+bx+c=0$, se $b = 0$

$$ax^2+c=0 \quad onde \quad a;\, c \neq 0$$

TOME NOTA...

Da equação, $ax^2+c=0; \quad c \neq 0$, procede-se a divisão de toda equação pelo valor do coeficiente **a.**

$\dfrac{ax^2}{a}+\dfrac{c}{a}=\dfrac{0}{a} \quad \Leftrightarrow \quad x^2+\dfrac{c}{a}=0$ pela divisão do membro a membro por **a.**

Sabido que $-\left(-\dfrac{c}{a}\right)=\dfrac{c}{a}$ pois sinal menos multiplicado por sinal menos dá sinal positivo, então podemos escrever:

$$x^2+\frac{c}{a}=0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2-\left(-\frac{c}{a}\right)=0$$

Também pela radiciação, é sabido que

$p=\left(\sqrt{p}\right)^2$, então $\quad x^2-\left(-\dfrac{c}{a}\right)=0 \Leftrightarrow x^2-\left(\sqrt{-\dfrac{c}{a}}\right)^2=0$

O primeiro membro desta equação é uma diferença de quadrados cuja a factorização é:

$$x^2 - \left(\sqrt{-\frac{c}{a}}\right)^2 = \left(x - \sqrt{-\frac{c}{a}}\right)\left(x + \sqrt{-\frac{c}{a}}\right)\text{; deste}$$

modo $x^2 - \left(\sqrt{-\frac{c}{a}}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \sqrt{-\frac{c}{a}}\right)\left(x + \sqrt{-\frac{c}{a}}\right) = 0$ com $\frac{c}{a} \prec 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto, obtemos:

$$\left(x - \sqrt{-\frac{c}{a}}\right)\left(x + \sqrt{-\frac{c}{a}}\right) = 0 \Leftrightarrow \left(x - \sqrt{-\frac{c}{a}}\right) = 0 \quad \vee \quad \left(x + \sqrt{-\frac{c}{a}}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \; x - \sqrt{-\frac{c}{a}} = 0 \quad \vee \quad x + \sqrt{-\frac{c}{a}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \; x = \sqrt{-\frac{c}{a}} \quad \vee \quad x = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$S = \left\{ -\sqrt{-\frac{c}{a}}; \quad \sqrt{-\frac{c}{a}} \right\}$$

Este tipo de equações $ax^2 + c = 0$ admite duas soluções simétricas, se $\frac{c}{a} \prec 0$.

Muito bem conseguiu entender esta explicação? Caso contrário volte a rever esta explicação, pois para o seu melhor desempenho precisa entender estes conceitos.

Agora vamos tomar os exemplos seguintes:

a) $5x^2 - 125 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5\left(x^2 - 25\right) = 0$ pelo factor em evidência, e obtemos um caso notável.

$\Leftrightarrow \quad x^2 - 25 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x-5)(x+5) = 0$ factorizando a diferença de quadrados

$\Leftrightarrow \quad (x-5)(x+5) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x-5) = 0 \quad \vee \quad (x+5) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x - 5 = 0 \quad \vee \quad x + 5 = 0$ pelo anulamento do produto

$\Leftrightarrow \quad x - 5 = 0 \quad \vee \quad x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = 5 \quad \vee \quad x = -5$ conjunto solução da equação

$S = \{-5; 5\}$

b) $4x^2 = 225$

Transformando a equação para a forma canónica;

$4x^2 - 225 = 0$

Obtemos uma diferença de quadrados, factorizando fica:

$4x^2 - 15^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (2x-15)(2x+15) = 0$

$\Leftrightarrow \quad 2x + 15 = 0 \quad \vee \quad 2x - 15 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 2x = -15 \quad \vee \quad 2x = 15$

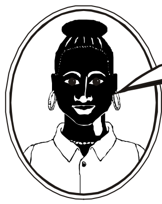
$\Leftrightarrow \quad x = -\dfrac{15}{2} \quad \vee \quad x = \dfrac{15}{2}$

$S = \left\{-\dfrac{15}{2}; \dfrac{15}{2}\right\}$

Neste tipo de equações, há casos em que a equação tem solução impossível, por exemplo:

$x^2 + 5 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - (-5) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - \left(\sqrt{-5}\right)^2 = 0$ é impossível visto que $\sqrt{-5}$ não existe em $\mathbb{R}$, ou seja $\sqrt{-5}$ não é solução real.



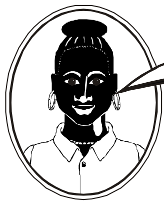
Muito bem. Seguiu com atenção os passos? Verificou que nem sempre as equações do tipo $ax^2+c=0$ são possíveis em $\mathbb{R}$. Por isso, caso esta situação ocorra não se alarme.

Caro aluno realize a actividade de consolidação seguinte:

ACTIVIDADE

1. Complete o quadro abaixo, indicando os valores de **a, b, e c** numa equação quadrática.

Equação	Coeficiente **a**	Coeficiente **b**	Valor de **c**
$x^2+7=0$			
$2x^2+10=0$			
$x^2-16=0$			
$x^2=36$			
$x^2=49$			
$x^2=256$			
$2x^2=18$			
$361=x^2$			
$2x^2=8$			
$x^2=81$			
$72=2y^2$			

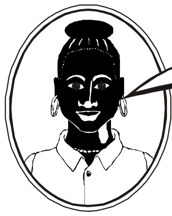


Muito bem caro aluno espero que tenha realizado uma linda actividade e tenha conseguido respondido com sucesso. De seguida vai ter que comparar as suas respostas com a as que lhe propomos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

Equação	Coeficiente **a**	Coeficiente **b**	Valor de **c**
$x^2+7=0$	1	0	7
$2x^2+10=0$	2	0	10
$x^2-16=0$	1	0	-16
$x^2=36$	1	0	-36
$x^2=49$	1	0	-49
$x^2=256$	1	0	-256
$2x^2=18$	2	0	-18
$361=x^2$	1	0	-361
$2x^2=8$	2	0	-8
$x^2=81$	1	0	-81
$72=2y^2$	2	0	-72

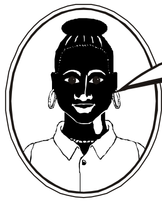


Muito bem. Caro aluno: depois de ter realizado a actividade, e ter comparado os seus resultados com a chave de correcção, de seguida vai resolver exercícios sobre equações quadráticas incompletas do tipo $ax^2 + c = 0$.

EXERCÍCIOS

1. Resolva

Equação	
a) $x^2 + 7 = 0$	
b) $2x^2 + 10 = 0$	
c) $x^2 - 16 = 0$	
d) $x^2 = 36$	
e) $x^2 = 49$	
f) $x^2 = 256$	
g) $2x^2 = 18$	
h) $361 = x^2$	
i) $2x^2 = 8$	
j) $x^2 = 81$	
l) $72 = 2y^2$	



Muito bem! Certamente que conseguiu resolver as equações, e chegou na solução possível ou impossível conforme os casos. Caso contrário faça uma breve revisão desta lição e refaça os exercícios.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

Equação	**Resolução**
a) $x^2+7=0$	$x^2+7=0 \Leftrightarrow x^2=-7$ $\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{-7} \Leftrightarrow x=\sqrt{-7}$ Solução impossível em $\mathbb{R}$
b) $2x^2+10=0$	$2x^2+10=0 \Leftrightarrow 2\left(x^2+5\right) \Leftrightarrow x^2=-5$ $x=\pm\sqrt{-5} \Leftrightarrow x=\sqrt{-5}$ Solução impossível em $\mathbb{R}$
c) $x^2-16=0$	$x^2-16=0 \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{16}$ $x=\pm 4 \Leftrightarrow x=4 \vee x=-4$ $S=\{-4;\ 4\}$
d) $x^2=36$	$x^2=36 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{36} \Leftrightarrow x=\pm 6$ $x=6 \vee x=-6$ $S=\{-6;\ 6\}$
e) $x^2=49$	$x^2=49 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{49} \Leftrightarrow x=\pm 7$ $x=7 \vee x=-7$ $S=\{-7;\ 7\}$
f) $x^2=256$	$x^2=256 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{256} \Leftrightarrow x=\pm 16$ $\Leftrightarrow x=16 \vee x=-16$

g) $2x^2=18$	$2x^2=18 \Leftrightarrow 2x^2-18=0 \Leftrightarrow 2\left(x^2-9\right)=0$ $\Leftrightarrow x^2-9=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{9}$ $\Leftrightarrow x=3 \vee x=-3$ $S=\{-3;\ 3\}$
h) $361=x^2$	$361=x^2 \Leftrightarrow x^2=361 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{361}$ $\Leftrightarrow x=\pm 19 \Leftrightarrow x=19 \vee x=-19$ $S=\{-19;19\}$
i) $2x^2=8$	$2x^2=8 \Leftrightarrow 2x^2-8=0 \Leftrightarrow 2\left(x^2-4\right)=0$ $\Leftrightarrow x^2-4=0 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{4}$ $\Leftrightarrow x=2 \vee x=-2$ $S=\{-2;\ 2\}$
j) $x^2=81$	$x^2=81 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{81} \Leftrightarrow x=\pm 9$ $\Leftrightarrow x=9 \vee x=-9$ $S=\{-9;9\}$
l) $72=2y^2$	$72=2y^2 \Leftrightarrow 72-2y^2=0$ $\Leftrightarrow 2\left(36-y^2\right)=0 \Leftrightarrow 36-y^2=0$ $\Leftrightarrow -y^2=-36 \Leftrightarrow y^2=36$ $\Leftrightarrow y=\pm\sqrt{36} \Leftrightarrow y=6 \vee y=-6$ $S=\{-6;\ 6\}$

Então. Acertou em todos exercícios propostos propostas? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado a todos, verifique como procedemos nos exemplos anteriores, e veja onde é que falhou e resolva mais uma vez. Verá que não é difícil. Não desanime porque certamente está a fazer bom trabalho.

A Malária

A **malária é o mesmo que paludismo**. É **transmitida através de picadas de mosquito** e, se não for tratada a tempo, pode levar à morte, principalmente de crianças e mulheres grávidas.

Quais os sintomas da malária?

- Febres altas.
- Tremores de frio.
- Dores de cabeça.
- Falta de apetite.
- Diarreia e vómitos.
- Dores em todo o corpo e nas articulações.

Como prevenir a malária?

Em todas as comunidades devemos-nos proteger contra a picada de mosquitos. Para isso, devemos:

- Eliminar charcos de água à volta da casa - os mosquitos multiplicam-se na água.
- Enterrar as latas, garrafas e outros objectos que possam facilitar a criação de mosquitos.
- Queimar folhas antes de dormir para afastar os mosquitos (folhas de eucalipto ou limoeiro).
- Colocar redes nas janelas e nas portas das casas, se possível.
- Matar os mosquitos que estão dentro da casa, usando insecticidas.
- Pulverizar (fumigar) a casa, se possível.

8 Resolução de Problemas Conducentes a uma Equação Quadrática

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Equacionar problemas conducentes às equações quadáticas.
- Resolver problemas conducentes a equações quadráticas incompletas.

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, esta é a sua lição oito do módulo14 do seu estudo da Matemática 9ª classe. Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição anterior.

fazemos votos que redobre esforços para o mais breve possível terminar o estudo deste módulo.

Falta apenas mais uma lição para realizar o teste do fim do módulo. Força!

Problemas conducentes a uma equação quadrática Incompleta

Na 8ª classe, no módulo de equações lineares, estudou a linguagem matemática em expressões algébricas.
Recorde-se que:

a) Incógnita- é o símbolo que representa o que pretendemos determinar no problema proposto, ou seja: **a, b, c, ..., p, q, ..., x, y, w,z.** Para este caso a incógnita é **x.**

b) Qualquer número – esta expressão representa a incógnita ***x***

c) O quadrado de um número x^2

d) O dobro de um número $2x$

e) O tríplo de um número $3x$

f) Quádruplo de um número $4x$

g) Metade de um número $\frac{1}{2}x$

h) Raiz quadrada de um número $\sqrt{x}$

i) A quarta parte de um número $\frac{1}{4}x$

j) Dois números consecutivos $x \quad e \quad x+1$

k) A metade de um número diminuido da sua terça parte $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}x$

l) Oitava parte de um número diminuido em oito $\frac{1}{8}x-8$

m) Três números inteiros consecutivos $x; \; x+1 \quad e \quad x+2$

n) A diferença de dois números quaisquer $x-y$

o) A soma do quadrado de um número com o triplo do outro x^2+3x

p) O produto de dois números consecutivos $x(x+1)$

q) O quociente de dois números quaisquer aumentados em dez

$\frac{x}{y}+10$

r) O perimetro do rectângulo $P_{\square} = 2\times c + 2\times l$

s) O número par $2x$

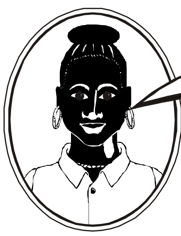
t) O número ímpar $2x+1$

u) A soma de dois números pares consecutivos $2x+(2x+2)$

v) O quadrado de um número par $4x^2$

w) O quadrado de um número ímpar $(2x+1)^2$

x) A diferença entre um número par e ímpar $2x - (2x+1)$



Muito bem caro aluno, saiba que a repetição é a mãe de sabidoria. Então já leu o suficiente de modo a compreender as expressões? Caso contrário deve reler as expressões o número de vezes suficiente, por forma a compreender. Assim facilitará a compreensão dos problemas, e vai equacionar sem dificuldades.

Agora, represente algebricamente os seguintes enuciados em forma de actividade

ACTIVIDADE

Represente algebricamente o seguintes enunciados.

a) Um número inteiro;

b) A diferença entre um número inteiro com uma unidade;

c) O quadtrado de um número inteiro;

d) A diferença entre um número inteiro com o seu dobro;

e) O tríplo de um número;

f) O quociente entre um número inteiro com o seu consecutivo;

g) A soma entre um número inteiro com a sua metade;

h) A raiz quadrada do triplo de um número inteiro;

i) A quarta parte de um número menos uma unidade;

j) A diferença entre dois números consecutivos;

k) A metade de um número diminuido da sua quarta parte;

l) A quinta parte de um número diminuido de vinte;

m) A soma de quatro números consecutivos;

n) A soma entre dois números ímpares consecutivos.

2. Equacione e resolve as expressões:

a) A soma de um número com 9 é igual a 20. Qual é esse número?

b) O quadrado de um número é igual a 169. Qual é esse número?

c) A soma do quadrado de um número com o seu dobro é igual a zero. Qual é esse número?

d) A soma de um número real com o seu quadrado dá 30. Qual é esse número?

e) Encontrar dois números inteiros consecutivos cujo o produto seja 156?

f) A diferença entre dois números pares consecutivos é igual a 60. Quais são esses números?

g) A soma do quadrado de um número par diminuido de dez é 34. Qual é esse número?

h) Um lado de um rectângulo é $2,5cm$ mais curto que o outro e a sua área são vinte. Quanto medem os lados?

i) A altura de um triângulo excede em $4m$ à base e sua área é 96. Calcule o comprimento da base e da altura.

j) Um dos catetos de um triângulo têm $12cm$ de comprimento. A hipotenusa é $4cm$ maior que o outro cateto. Calcula o comprimento deste cateto e da hipotenusa.

Caro aluno no número 2 da actividade em alguns exercícios, ao equacionar obtemos equações quadráticas completas que ainda não estudamos a sua resolução, mas isso não interessa pois o objectivo desta actividade é saber traduzir o enunciado em expressão algébrica.
Então, compara os seus resultados com a correcção que lhe propomos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

a) x
b) $x-1$
c) x^2
d) $x-2x$
e) $3x$
f) $\frac{x}{x+1}$
g) $x+\frac{1}{2}x$
h) $\sqrt{3x}$
i) $\frac{1}{2}x-1$
j) $x-(x+1)$
k) $\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}x$
l) $\frac{1}{5}x-20$
m) $x+(x+1)+(x+2)+(x+3)$.
n) $(2x+1)+(2x+3)$

2. Equacione e resolve as expressões:

a)
$$x+9=20$$
$$\Leftrightarrow x=20-9$$
$$\Leftrightarrow x=11$$

R: O número procurado é 11.

b)
$$x^2=169$$
$$\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{169}$$
$$\Leftrightarrow x=\pm 13$$
$$\Leftrightarrow x=13 \vee x=-13$$
$$S=\{-13;\ 13\}$$

R: O número procurado é 13.

c)
$$
\begin{aligned}
&x^2+2x=0\\
&x(x+2)=0\\
&x=0 \quad \vee \quad x+2=0\\
&x=0 \quad \vee \quad x=-2\\
&S=\{-2;\ 0\}
\end{aligned}
$$

R: O número procurado é -2 ou 0.

d)
$$
\begin{aligned}
&a+a^2=30\\
&\Leftrightarrow\ a(1+a)=30\\
&\Leftrightarrow a=0 \quad \vee \quad 1+a=0\\
&\Leftrightarrow a=0 \quad \vee \quad a=-1\\
&S=\{-1;\ 0\}
\end{aligned}
$$

R: O número procurado é -1 ou 0.

e) $x(x+1)=156$

$\Leftrightarrow x^2+x=156$

$\Leftrightarrow x^2+x-156=0$

R: Sendo uma equação completa do 2º, vamos terminar aqui, pois ainda não estudamos a resolução deste tipo de equações.

f) $2x-(2x+2)=0$ que é uma equação do primeiro grau

$\Leftrightarrow \quad 2x-2x-2=60$

$\Leftrightarrow \ 0x=62$

R: A solução desta equação e do problema é impossível

g) $4x^2 - 10 = 34$

$\Leftrightarrow 4x^2 = 34 + 10$

$\Leftrightarrow 4x^2 = 44$

$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{44}{4}$

$\Leftrightarrow x^2 = 11$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{11}$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{11} \vee x = -\sqrt{11}$

$S = \left\{-\sqrt{11}; \sqrt{11}\right\}$

R: O número procurado é $-\sqrt{11}$ *ou* $\sqrt{11}$.

Caro aluno nas alíneas (**h, i, e j**), vai formar um grupo de três a quatro colegas e resolverem. Por fim compararem as vossas soluções com as que lhe propomos.

h) Sol. 6,5; 4.

i) Sol. Base 12m e altura 16m

j) Sol. 16cm e 20cm.

Caro aluno espero que tenha acompanhado com cuidado esta correcção e que tenha tirado as suas dúvidas até então prevalecentes.
Agora vai resolver exercícios, equacionando e resolvendo problemas conducentes as equações quadráticas incompletas.

EXERCÍCIOS

Equacione e resolve

a) A soma de dois números inteiros consecutivos são 25. Quais são esses números?

b) O quadrado de um número real mais cinco unidades é igual a 294. Qual é esse número?

c) O quadrado de um número real é igual ao seu sêxtuplo desse número. Qual é esse número?

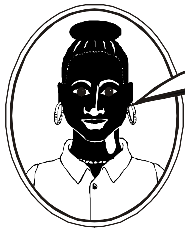
d) A terça parte do quadrado de um número real é igual 50. Qual é esse número?

e) A soma do quadrado de um número real com o seu dobro é igual a zero. Qual é esse número?

CHAVE DE CORRECÇÃO

a) 12 e 13; **b)** 17 ou -17; **c)** 0 ou 6 **d)** 12,24 ou -12,24

e) 0 ou -2.



Caro aluno, de certeza que conseguiu equacionar e resolver os problemas que lhe propomos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns! Se não conseguiu acertar todos problemas volta a rever esta lição ou procure estudar com um colega. Pois na última lição que se segue vai resolver muitos exercícios, para tal, deve estar preparado para este desafio que te espera. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas prováveis dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo -se da actividade sexual.

9 Resolução de Equações Quadráticas Incompletas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Resolver equações quadráticas incompletas
- Resolver probllemas conducentes a Equações quadráticas incompletas.

Material necessário de apoio

- Lápis e borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da lição 9 do módulo 14 de Matemática da 9ª classe! Esperamos que tenha tido bom desempenho na lição 8, e fazemos votos que redobre esforços para o mais breve possível terminar o estudo deste módulo.

Para esta lição, vai realizar algumas revisões e actividades como forma de consolidar alguns conceitos que estudou ao longo deste módulo e resolver exercícios e equacionar problemas conducentes a equações quadráticas incompletas.

FAZENDO REVISÕES...

Equações incompletas podem ser:
Do tipo $ax^2+bx=0$ (com $c=0$)
Ou
$ax^2+c=0$ (com $b=0$) em que uma das soluções é zero.
Recorde-se que para resolver este tipo de equações ($ax^2+bx=0 \quad a\neq 0$), temos que:
Pôr o factor comum em evidência.

$$ax^2+bx=0 \Leftrightarrow x(ax+b)=0 \Leftrightarrow$$
$$x=0 \vee ax+b=0$$
$$x=0 \vee x=-\frac{b}{a}$$ lei do anulamento do produto, de onde , o Exemplo:
$$S=\left\{0; -\frac{b}{a}\right\}$$

$$4x^2-x=0 \Leftrightarrow x(4x-1)=0$$
$$\Leftrightarrow x=0 \vee 4x-1=0$$
$$x=0 \vee x=\frac{1}{4}$$
$$S=\left\{0; \frac{1}{4}\right\}$$

conjunto solução para $ax^2+bx=0$, uma das soluções é sempre nula.

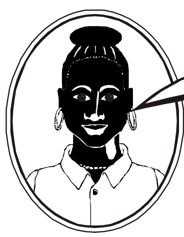
Recorde-se que para ($ax^2+c=0 \quad b=0$), esta equação incompleta não tem o termo em *x*, e as vezes obtemos uma solução impossível.
Tomemos como exemplo, a equação $9x^2-16=0$, onde para resolver esta equação decompõe-se o 1º membro em factores, atendendo que ele representa uma difereça de quadrados.
Assim teremos:

$$9x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow (3x+4)(3x-4) = 0$$
$$\Leftrightarrow 3x+4=0 \quad \vee \quad 3x-4=0$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} \quad \vee \quad x = \frac{4}{3}$$

lei do anulamento do produto

$S = \left\{-\frac{4}{3};\ \frac{4}{3}\right\}$ é o conjunto solução da equação $9x^2 - 16 = 0$

Resolução de Equações Quadráticas incompletas



Caro aluno, para esta lição vamos resolver exercícios sobre equações quadráticas incompletas. Vamos desenvolver cada vez mais a capacidade de equacionar problemas, para tal, organize o seu bloco de exercícios e comece a trabalhar. boa sorte!

EXERCÍCIOS

1. Resolve em $\mathbb{R}$

a) $3x^2 - 5x = 0$

b) $5x^2 - 20 = 0$

c) $4x = -6x^2$

d) $2x^2 = 6$

e) $4x^2 = \sqrt{2}$

f) $\sqrt{2}x^2 = -\sqrt{6}x$

g) $3x^2 = 15$

2. Complete o quadro abaixo, com a equação e o respectivo conjunto solução.

a	**b**	$ax^2 + bx = 0$	Conjunto solução
2	1		
-1	-1		
6	-3		
2	2		
1	-3		
2	1		

3.

a	**c**	$ax^2 + c = 0$	Conjunto solução
2	1		
1	-1		
6	-3		
2	2		
1	-3		
9	-3		

4. Equacione e resolve

A tradução matemáteca é a parte mais delicada na resolução de um problema, portanto convido o caro aluno a rever as expressões traduzidas na lição anterior.

a) Incógnita — É um símbolo que representa o que pretendemos determinar no problema proposto, ou seja:
x, y, w, z., para este caso vamos considerar o x

.**b)** Qualquer número – Esta expressão representa a incógnita ***x***

c) O quadrado de um número x^2

d) O dobro de um número $2x$

c) O triplo de um número $3x$

d) O quádruplo de um número $4x$

e) Metade de um número que é o mesmo que dividir o número em duas partes iguais. $\frac{1}{2}x$

f) Raiz quadrada de um número $\sqrt{x}$

g) A quarta parte de um número que é o mesmo que dividir o número em quatro partes iguais. $\frac{1}{4}x$

h) Dois números inteiros consecutivos $x;\ \ x+1$

i) A metade de um número diminuído da sua terça parte $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}x$

j) A oitava parte de um número diminuído em oito $\frac{1}{8}x-8$

l) Três números inteiros consecutivos $x;\ x+1;\ \ x+2$

m) A diferença de dois números quaisquer $x-y$

n) A soma do quadrado de um número com o triplo do outro x^2+3y

o) O produto de dois números consecutivos $x(x+1)$

p) O quociente de dois números quaisquer aumentado em 10 unidades $\frac{x}{y}+10$

q) O perímetro de um rectângulo $P_{\square}=2\times c+2\times l$

r) O perímetro do quadrado $P_{\square}=4\times l$

s) O número par

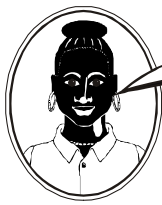
t) O número ímpar

u) A soma de dois números pares consecutivos

v) O quadrado de um número par

x) O quadrado de um número ímpar

z) A diferença entre um número par e impar



Caro aluno vários tipos de expressões vai encontrar na sua vida académica mas estas são fundamentais para perceber como equacionar um problema conducente a uma equação quadrática.

a) Qual é o quadrado de um número que adiciado a cinco unidades é igual a 69?

b) A soma de dois números consecutivos é igual a 122. Quais são os números?

c) A soma de dois números pares consecutivos é igual a 180. Calcule esses números?

d) A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a 250. Determine esses números?

e) O perímetro de um rectângulo é 150m e a sua àrea $1350m^2$. Qual é o comprimento e a largura do rectângulo?

f) Qual é o número positivo cujo quadrado excede o seu tríplo em 10 unidades.

g) A som do quadrado de um número com 20 é igual a 164. Qual é esse número?

h) Determina dois números cuja a soma é igual a 10 e cujo o produto é 24.

i) Determina dois números cuja a diferença é 10 e cujo o produto é 39.

j) O pedro tem 6 anos e o pai tem 32 anos. Daqui a quantos anos é que o produto das suas idades será igual a 315?

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a)

$$3x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(3x-5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 3x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{5}{3}$$

$$S = \left\{0;\ \frac{5}{3}\right\}$$

b)

$$5x^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow 5\left(x^2 - 4\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4}$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \quad \vee \quad x = 2$$

$$S = \{-2; 2\}$$

c)

$$4x = -6x^2 \Leftrightarrow 4x + 6x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(2+3x) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \vee 2 + 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{2}{3}$$

$$S = \left\{-\frac{2}{3};\ 0\right\}$$

d)

$2x^2 = 6 \Leftrightarrow 2x^2 - 6 = 0 \quad \Leftrightarrow 2\left(x^2 - 3\right) = 0$

$x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x \pm \sqrt{3}$

$x = \sqrt{3} \quad \vee \quad x = -\sqrt{3}$

$S = \left\{-\sqrt{3};\ \sqrt{3}\right\}$

e)

$4x^2 = \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{\sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{\sqrt{2}}{4}}$

$\Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\sqrt[4]{2}}{2} \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{\sqrt[4]{2}}{2} \quad \vee \quad x = -\dfrac{\sqrt[4]{2}}{2}$

$S = \left\{-\dfrac{\sqrt[4]{2}}{2};\ \dfrac{\sqrt[4]{2}}{2}\right\}$

f)

$\sqrt{2}x^2 = -\sqrt{6}x \quad \Leftrightarrow \sqrt{2}x^2 + \sqrt{6}x = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}x\left(x + \sqrt{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}x = 0$

$\vee\, x + \sqrt{3} = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad x = -\sqrt{3}$

$S = \left\{-\sqrt{3}; 0\right\}$

g)

$3x^2 = 15 \Leftrightarrow 3x^2 - 15 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3\left(x^2 - 5\right) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$

$x = \sqrt{5} \quad \vee \quad x = -\sqrt{5}$

$S = \left\{-\sqrt{5};\ \sqrt{5}\right\}$

2.

a	**b**	$ax^2+bx=0$	Resolução e Conjunto solução
2	1	$2x^2+x=0$	$2x^2+x=0 \Leftrightarrow x(2x+1)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 2x+1=0$ $x=0 \vee x=-\frac{1}{2}$ $S=\left\{0;\ -\frac{1}{2}\right\}$
-1	-1	$-x^2-x=0$	$-x^2-x=0 \Leftrightarrow -x(x+1)=0$ $\Leftrightarrow -x=0 \vee x+1=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-1$ $S=\{-1;\ 0\}$
6	-3	$6x^2-3x=0$	$6x^2-3x=0 \Leftrightarrow 3x(2x-1)=0$ $\Leftrightarrow 3x=0 \vee 2x-1=0$ $\Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{1}{2}$ $S=\left\{0;\ \frac{1}{2}\right\}$
1	-3	$x^2-3x=0$	$x^2-3x=0 \Leftrightarrow x(x-3)=0$ $\Leftrightarrow x=0 \vee x-3=0$ $\Leftrightarrow x=0 \vee x=3$ $S=\{0;\ 3\}$
2	3	$2x^2+3x=0$	$2x^2+3x=0 \Leftrightarrow x(2x+3)=0$ $\Leftrightarrow x=0 \vee 2x+3=0$ $\Leftrightarrow x=0 \vee x=-\frac{3}{2}$ $S=\left\{-\frac{3}{2};\ 0\right\}$

a	c	$ax^2+c=0$	Conjunto solução
2	1	$2x^2+1=0$	Sol. impossível $2x^2+1=0 \Leftrightarrow 2x^2=-1 \Leftrightarrow$ $x^2=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$
1	-1	$x^2-1=0$	$x^2-1=0 \Leftrightarrow x^2=1$ $\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x=1 \vee x=-1$ $S=\{-1;1\}$
6	-3	$6x^2-3=0$	$6x^2-3=0 \Leftrightarrow 3(2x^2-1)=0$ $2x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$ $x=\frac{\sqrt{2}}{2} \vee x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $S=\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$
2	2	$2x^2+2=0$	$2x^2+2=0 \Leftrightarrow 2(x^2+1)=0$ $x^2+1=0 \Leftrightarrow x^2=-1$ $x=\pm\sqrt{-1}$ Sol. Impossível em $\mathbb{R}$
1	-3	$x^2-3=0$	$x^2-3=0 \Leftrightarrow x^2=3 \Leftrightarrow$ $x=\pm\sqrt{3} \Leftrightarrow x=\sqrt{3} \vee x=-\sqrt{3}$ $S=\{\sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$

4.

a) Qual é o quadrado de um número que adiciado a cinco unidades é igual a 69?

$x^2+5=69 \Leftrightarrow x^2=69-5 \Leftrightarrow x^2=64$

$x^2=\pm\sqrt{64} \Leftrightarrow x=\pm 8 \Leftrightarrow$

$x=8 \vee x=-8$

$S=\{-8;8\}$

b) A soma de dois números consecutivos é igual a 181. Quais são os números?

$$x+(x+1)=181 \Leftrightarrow x+x+1=0$$
$$\Leftrightarrow 2x+1=181 \Leftrightarrow 2x=181-1$$
$$\Leftrightarrow 2x=180 \Leftrightarrow x=\frac{180}{2} \Leftrightarrow x=90$$
$$S=\{90\}$$

X corresponde 90 primeiro número;

X+1 corresponde a 91 segundo número

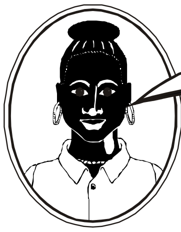
c) A soma de dois números pares consecutivos é igual a 162. Quais são os números?

$$2x+(2x+2)=162 \Leftrightarrow 2x+2x+2=162$$
$$4x=162-2 \Leftrightarrow 4x=160$$
$$x=\frac{162}{4} \Leftrightarrow x=40$$
$$S=\{40\}$$

$2x$ corresponde a $2 \bullet 40=80$ primeiro número par.

$2x+2$ corresponde a $2 \bullet 40+2=82$ Segundo número consecutivo.

Muito bem caro aluno, para os exercícios que se seguem junte-se a colegas e resolvam os exercícios das alíneas:
d, e, f, g, h, i, j.



Então. Acertou em todos exercícios propostos propostas? Se sim está de parabéns. Caso não tenha acertado em todos, verifique como procedemos nos exemplos anteriores, e veja onde é que falhou e resolva mais uma vez. Verá que não é difícil. Não desanime porque certamente está a fazer bom trabalho e desejamos bom aproveitamento no teste do fim do módulo.

A sua vida é importante... **proteja-se da SIDA...** use um preservativo novo cada vez que tiver relações sexuais.

TESTE DE PREPARAÇÃO

Duração Recomendada - 60 minutos

1. Identifique os coeficientes **a, b** ou **c,** conforme os casos**,** para as alíneas abaixo.

a) $\frac{2}{3}x^2+5=0$

b) $\frac{1}{2}x^2-22=0$

c) $x^2=0$

d) $\frac{2}{5}x^2=-9x$

e) $-x^2=-6$

f) $11x^2+16x=0$

g) $x^2+12=0$

h) $2x^2-18=6$

2. Resolva, usa a lei do anulamento do produto.

a) $4x(x-1)=0$

b) $-x(x-5)^2=0$

c) $(x-1)(x+1)=0$

d) $(x-2)^2x=0$

e) $2x(x+1)(x+7)=0$

f) $x(5-x)(5-x)=0$

g) $(x+3)(5-x)(5-x)=0$

h) $(x-1)^3\left(-\frac{3}{2}-x\right)=0$

i) $\left(\frac{1}{2}-x\right)^2(1-x)=0$

j) $(-x+1)(1-x)(1-x)=0$

l) $(x-2)(8-x)(12-x)2x=0$

3. Factorize e resolva as seguintes equações usando a lei do anulamento do produto.

a) $(x+1)^2 = 0$

b) $(x-1)^2 = 0$

c) $\left(2x+\frac{1}{2}\right)^2 = 0$

d) $(x-4)^2 = 0$

e) $x^2 - 49 = 0$

f) $4x^2 - 16 = 0$

g) $x^2 - 225 = 0$

h) $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$

i) $16x^2 + 8x + 1 = 0$

j) $x^2y^2 + 2xy + 1 = 0$

k) $x^2 - 6x + 9 = 0$

l) $8x^2 + 24x = 0$

m) $125x^2 - 25x = 0$

n) $32y^3 - 8y = 0$

o) $x^2 - 6x = 0$

p) $-\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{27}x^2 = 0$

q) $x(x-1) = -7x$

r) $3x^3 + 6x^2 + 3x + 3x = 0$

s) $y(y-4)^2 + 4(y-4) = 0$

4. Resolva as quações quadráticas incompletas

a) $\frac{5}{2}x^2 = 0$

b) $0 = 2x^2$

c) $\sqrt{2}x^2 = 0$

d) $0,009x^2 = 0$

e) $2012x^2 = 0$

f) $\frac{12}{5}x^2 = 0$

g) $2015x^2 = 0$

h) $0 = 41x^2$

i) $0 = \frac{3}{5}x^2$

j) $0 = \frac{7}{3}x^2$

k) $0 = \frac{1975}{2010}x^2$

l) $0 = \frac{31}{7}x^2$

m) $\frac{5}{2}y = 0,1y^2$

n) $\frac{5}{2}b = b^2$

o) $-x^2 = -2x$

p) $-2x^2 + 2x = 0$

q) $x^2 + 7 = 0$

r) $2x^2 + 10 = 0$

s) $x^2 - 16 = 0$

t) $x^2 = 36$

u) $2x^2 = 18$

v) $72 = 2y^2$

w) $2x^2 = 8$

5. Equacione e resolve

a) A soma de dois números inteiros pares consecutivos são 30. Quais são esses números?

b) O quadrado de um número real mais dez unidades é igual a 294. Qual é esse número?

c) O tríplo de um número real é igual ao seu sêxtuplo desse número. Qual é esse número?

d) A quarta parte do quadrado de um número real é igual 120. Qual é esse número?

e) A soma do quadrado de um número real com o seu sêxtuplo é igual a zero. Qual é esse número?

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

Equação	**a**	**b**	**c**
a) $\frac{2}{3}x^2+5=0$	$\frac{2}{3}$	0	5
b) $\frac{1}{2}x^2-22=0$	$\frac{1}{2}$	0	-22
c) $x^2=0$	1	0	0
d) $\frac{2}{5}x^2=-9x \Leftrightarrow \frac{2}{5}x^2+9x=0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 2x^2+45x=0$ transformada a equação para a forma $ax^2+bx=0$, obtemos $2x^2+45x=0$	2	45	0
e) $-x^2=-6$ transformando para a forma $ax^2+c=0$, obtemos: $-x^2=-6 \Leftrightarrow -x^2+6=0$	-1	0	6
f) $11x^2+16x=0$	11	16	0
g) $x^2+12=0$	1	0	12
h) $2x^2-18=6 \Leftrightarrow 2x^2-18-6=0 \Leftrightarrow 2x^2-24=0$	2	-24	0

2. a)
$$4x(x-1)=0 \Leftrightarrow 4x=0 \vee x-1=0$$
$$x=0 \vee x=1$$

Sol. $\{0;1\}$

b) $-x(x-5)^2=0 \Leftrightarrow -x=0 \lor (x-5)=0 \lor (x-5)=0$

$x=0 \lor x=5$

sol. $\{0;\ 5\}$

c) $(x-1)(x+1)=0 \Leftrightarrow (x-1)=0 \lor (x+1)=0$

$x=1 \lor x=-1$

sol. $\{-1;\ 1\}$

d) $(x-2)^2 x=0 \Leftrightarrow (x-2)=0 \lor (x-2) \lor x=0$

$x=2 \lor x=0$

sol. $\{0;\ 2\}$

e) $2x(x+1)(x+7)=0 \Leftrightarrow 2x=0 \lor (x+1)=0 \lor (x+7)=0$

$x=0 \lor x=-1 \lor x=-7$

sol. $\{-7;\ -1;\ 0\}$

f) $x(5-x)(5-x)=0 \Leftrightarrow x=0 \lor (5-x)=0 \lor (5-x)=0$

$\Leftrightarrow x=0 \lor x=5$

Sol. $\{0;\ 5\}$

g) $(x+3)(5-x)(5-x)=0 \Leftrightarrow (x+3)=0 \lor (5-x) \lor (5-x)=0$

$\Leftrightarrow x=-3 \lor x=5$

Sol. $\{-3;\ 5\}$

h) $(x-1)^3\left(-\frac{3}{2}-x\right)=0 \Leftrightarrow (x-1)=0 \;\vee\; (x-1)=0 \;\vee\; (x-1)=$

$=0 \;\vee\; \left(-\frac{3}{2}-x\right)=0 x=1 \;\vee\; x=-\frac{3}{2}$

Sol: $\left\{-\frac{3}{2};1\right\}$

i) $\left(\frac{1}{2}-x\right)^2(1-x)=0 \;\Leftrightarrow\; \left(\frac{1}{2}-x\right)=0 \;\vee \left(\frac{1}{2}-x\right)=0 \;\vee (1-x)=0$

$x=\frac{1}{2} \;\vee\; x=1$

Sol: $\left\{\frac{1}{2};1\right\}$

j) $(-x+1)(1-x)(1-x)=0 \;\Leftrightarrow\; (-x+1)=0 \;\vee\; (1-x)=$
$=0 \;\vee\; (1-x)=0$

$x=1 \;\vee\; x=1 \vee\; x=1$

Sol. $\{1\}$

l) $(x-2)(8-x)(12-x)2x=0 \;\Leftrightarrow\; (x-2)=0 \vee (8-x)=$
$=0 \;(12-x)=0 \vee\; 2x=0$

$x=2 \;\vee\; x=8 \;\vee\; x=12 \;\vee\; x=0$

Sol. $\{0;2;\; 8;\; 12\}$

3. b), d)

3. a) $(x+1)^2=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+1)=0$

b) $(x-1)^2=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+1)=0$

c) $\left(2x+\frac{1}{2}\right)^2=0 \Leftrightarrow \left(2x+\frac{1}{2}\right)\left(2x+\frac{1}{2}\right)=0$

d) $(x-4)^2=0 \Leftrightarrow (x-2)(x-2)=0$

e) $x^2-49=0 \Leftrightarrow (x-7)(x+7)=0$

f) $4x^2-16=0 \Leftrightarrow (2x-4)(2x-4)=0$

g) $x^2-225=0 \Leftrightarrow (x+15)(x-15)$

h) $x^2-6xy+9y^2=0 \Leftrightarrow (x-3y)^2=(x-3y)(x+3y)=0$

i) $16x^2+8x+1=0 \Leftrightarrow (4x+1)^2=(4x+1)(4x+1)=0$

j) $x^2y^2+2xy+1=0 \Leftrightarrow (xy+1)^2=0 \Leftrightarrow (xy+1)(xy+1)=0$

l) $x^2-6x+9=0 \Leftrightarrow (x-3)^2=0 \Leftrightarrow (x-3)(x-3)=0$

m) $8x^2+24x=0 \Leftrightarrow 8x(x+3)=0$

n) $125x^2-25x=0 \Leftrightarrow 25x(5x-1)=0$

o) $32y^3-8y=0 \Leftrightarrow 8y(4y^2-1)=0$

p) $x^2-6x=0 \Leftrightarrow x(x-6)=0$

q) $-\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{27}x^2=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x^2\left(2x+\frac{1}{9}\right)=0$

r) $x(x-1)=-7x \Leftrightarrow x(x-1)-7x=0 \Leftrightarrow x\left[(x-1)-7\right]=0$

s) $3x^3+6x^2+3x+3x=0 \Leftrightarrow 3x^3+6x^2+6x=$
$=0 \Leftrightarrow 3x\left(x^2+2x+2\right)=0$

t) $y(y-4)^2+4(y-4)=0 \Leftrightarrow (y-4)\left[y(y-4)+4\right]=0$

4. a) $\frac{5}{2}x^2=0 \Leftrightarrow 5x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{5} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=$
$=\pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x_1=x_2=0$

b) $0=2x^2 \Leftrightarrow 2x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{2} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x_1=x_2=0$

c) $\sqrt{2}x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x_1=x_2=0$

d) $0{,}009x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{0{,}009} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x_1=x_2=0$

e) $2012x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{2012} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x_1=x_2=0$

f) $\frac{12}{5}x^2=0 \Leftrightarrow 12x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{12} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x_1=x_1=0$

g) $2015x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{2015} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x_1=x_2=0$

h) $0=41x^2 \Leftrightarrow 41x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{41} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x_1=x_2=0$

i) $0=\frac{3}{5}x^2 \Leftrightarrow \frac{3}{5}x^2=0 \Leftrightarrow 3x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{3} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x_1=x_1=0$

j) $0=\frac{7}{3}x^2 \Leftrightarrow \frac{7}{3}x^2=0 \Leftrightarrow 7x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{7} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{0} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x_1=x_2=0$

l) $0=\frac{1975}{2010}x^2 \Leftrightarrow \frac{1975}{2010}x^2=0 \Leftrightarrow 1975x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{1975} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=$

$=\pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x_1=x_2=0$

m) $0=\frac{31}{7}x^2 \Leftrightarrow \frac{31}{7}x^2=0 \Leftrightarrow 31x^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{0}{31} \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=$

$=\pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x_1=x_2=0$

n) $\frac{5}{2}y=0{,}1y^2 \Leftrightarrow -0{,}1y^2+\frac{5}{2}y=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{10}y^2+\frac{5}{2}y=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}y\left(-\frac{1}{5}y+5\right)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}y=0 \vee \left(-\frac{1}{5}y+5\right)=0$

$y=0 \quad \vee \quad -y=-25 \Leftrightarrow \quad y_1=0 \quad \vee \quad y_2=25$

o) $\frac{5}{2}b=b^2 \Leftrightarrow -b^2+\frac{5}{2}b=0 \Leftrightarrow -2b^2+5b=0 \Leftrightarrow b(-2b+5)=$

$=0 \Leftrightarrow b=0 \vee -2b+5=0 \Leftrightarrow b_1=0 \vee b_2=\frac{5}{2}$

p) $-x^2=-2x \Leftrightarrow -x^2+2x=0 \Leftrightarrow x(-x+2)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee -x+2=$

$=0 \Leftrightarrow x_1=0 \vee x_2=2$

q) $-2x^2+2x=0 \Leftrightarrow 2x(-x+1)=0 \Leftrightarrow 2x=0 \vee -x+1=$

$=0 \Leftrightarrow x_1=0 \vee x_2=1$

r) $x^2+7=0 \Leftrightarrow \quad x^2=-7 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{-7}$ não tem solução.

s) $2x^2+10=0 \Leftrightarrow 2x^2=-10 \Leftrightarrow x^2=-\dfrac{10}{2} \Leftrightarrow x^2=-5 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{-5}$
não tem solução.

t) $x^2-16=0 \Leftrightarrow (x-4)(x-4)=0 \Leftrightarrow (x-4)=0 \vee (x-4)=$
$=0 \Leftrightarrow x-4=0 \vee x-4=0 \Leftrightarrow x_1=x_2=4$

u) $x^2=36 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{36} \Leftrightarrow x_1=6 \vee x_2=-6$

v) $2x^2=18 \Leftrightarrow 2x^2-18=0 \Leftrightarrow 2\left(x^2-9\right)=0 \Leftrightarrow x^2-9=0 \Leftrightarrow x^2=$
$=9 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x_1=3 \vee x_2=-3$

x) $72=2y^2 \Leftrightarrow -2y^2+72=0 \Leftrightarrow -2y^2=-72 \Leftrightarrow y^2=\dfrac{72}{2} \Leftrightarrow y^2=$
$=36 \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{36} \Leftrightarrow y_1=6 \vee y_2=-6$

z) $2x^2=8 \Leftrightarrow x^2=\dfrac{8}{2} \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x_1=2 \vee x_2=-2$

5. a) Resolução:

Dois números pares consecutivos: $2x$; $2x+2$

A sua soma: $2x+(2x+2)$

Equação resultante:

$2x+(2x+2)=30$

Resolvendo a equação obtemos:

$2x+(2x+2)=30$
$\Leftrightarrow 2x+2x+2=30 \Leftrightarrow 4x+2=30 \Leftrightarrow 4x=30-2 \Leftrightarrow 4x=$
$=28 \Leftrightarrow x=\dfrac{28}{4} \Leftrightarrow x=7$

A solução obtida é solução da equação e não do problema.
Para obter a solução do problema temos que substituir este valor (7) nas expressões que representam dois números pares consecutivos

Verificação:

$2x = 2 \cdot 7 = 14$

$2x + 2 = 2 \cdot 7 + 2 = 14 + 2 = 16$

Resposta: Os números pares consecutivos procurados são **14** e **16**.

b) Resolução:

Número real qualquer: x

O seu quadrado: x^2

Adicionado a 10 unidades: $x^2 + 10$

Equação resultante: $x^2 + 10 = 294$

Resolvendo a equação obtemos:

$$x^2 + 10 = 294 \Leftrightarrow x^2 = 294 - 10 \Leftrightarrow x^2 = 284 \Leftrightarrow x =$$
$$= \pm\sqrt{284} \Leftrightarrow x = \sqrt{284}$$

Verificação:

$\left(\sqrt{284}\right)^2 + 10 = 294$

$284 + 10 = 294$

$294 = 294$

Resposta: O número real procurado é $\sqrt{284}$

c) Resolução:

Número real qualquer: x
Tríplo de um número real: $3x$
Sêxtuplo desse número: $6x$
Equação resultante: $3x = 6x$
Resolvendo a equação obtemos:

$$3x = 6x \Leftrightarrow 3x - 6x = 0 \Leftrightarrow -3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{0}{-3} \Leftrightarrow x = 0$$

Verificação:

$3x = 6x$

$3 \bullet 0 = 6 \bullet 0$

$0 = 0$

Resposta: O número procurado é zero (**0**)

d) Resolução:

Número real qualquer: x
Quadrado de um número real: x^2
Quarta parte desse quadrado: $\frac{1}{4}x^2$
Equação resultante: $\frac{1}{4}x^2 = 120$
Resolvendo a equação obtemos:

$$\frac{1}{\underset{(1)}{4}}x^2 = \frac{120}{\underset{(4)}{1}} \Leftrightarrow x^2 = 480 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{480} \Leftrightarrow x = \sqrt{480}$$

Verificação:

$$\frac{1}{\underset{(1)}{4}}\cdot\left(\sqrt{480}\right)^2=\frac{120}{\underset{(4)}{1}}$$

$$\frac{\left(\sqrt{480}\right)^2}{4}=\frac{480}{4}$$

$$\frac{480}{4}=\frac{480}{4}$$

$$120=120$$

Resposta: O número procurado é $\sqrt{480}$

e) Número real qualquer: x

Quadrado de um número real: x^2

Sêxtuplo desse número: $6x$

Soma do quadrado com o seu sêxtuplo: x^2+6x

Equação resultante: $x^2+6x=0$

Resolvendo a equação obtemos:

$$x^2+6x=0 \Leftrightarrow x(x+6)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee (x+6)=0 \Leftrightarrow x=$$
$$=0 \vee x+6=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-6$$

Verificação:

Para esta equação temos duas soluções (0; -6), portanto vamos fazer duas substituições para $x=0$ e para $x=-6$ e obtemos:

Para:

$$x^2+6x=0$$
$$0^2+6\cdot 0=0$$
$$0+0=0$$
$$0=0$$

Para: $x=-6$

$x^2+6x=0$

$(-6)^2+6\bullet(-6)=0$

$36-36=0$

$0=0$

Resposta: O número pode ser **0** ou **-6**.

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

MATEMÁTICA

9ª Classe

Módulo 15

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA - IEDA

PROGRAMA DO ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA (PESD)

1º CICLO

Disciplina de Matemática

9ª Classe

Módulo 15

Elaborado por:
Carlos Xavier Nhanguatava
Alfredo Agostinho Gomes

ÍNDICE

		Pág.
	INTRODUÇÃO ---	I
Lição 0 1:	Identificação da população e amostra ----------------------------	1
Lição 02:	Identificação de Censo e Sondagem -----------------------------	13
Lição 03:	Construção de Tabelas de Frequência Absoluta -------------------	23
Lição 04:	Construção de Tabelas de Frequência Relativa --------------------	35
Lição 05:	Construção de Diagramas de Barras ------------------------------	47
Lição 06:	Construção de Pictogramas -------------------------------------	61
Lição 07:	Construção de Pictogramas -------------------------------------	75
Lição 08:	Relação entre Censo, Sondagem com População e Amostra -------	85
Lição 09:	Construção de Tabelas e Diagramas de Barras ---------------------	93
Lição 10:	Resolução de Exercícios sobre Estatística ------------------------	107
	TESTE DE PREPARAÇÃO -------------------------------------	115

Ficha técnica

Consultoria:
Rosário Passos

Direcção:
Messias Bila Uile Matusse (Director do IEDA)

Coordenação:
Luís João Tumbo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Maquetização:
Fátima Alberto Nhantumbo
Vasco Camundimo

Ilustração:
Raimundo Macaringue
Eugénio David Langa

Revisão:
Abel Ernesto Uqueio Mondlane
Lurdes Nakala
Custódio Lúrio Ualane
Paulo Chissico
Armando Machaieie
Simão Arão Sibinde
Amadeu Afonso

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

PROGRAMA DE ENSINO SECUNDÁRIO À DISTÂNCIA

MENSAGEM DO MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

Estimada aluna,
Estimado aluno,

Sejam todos bem vindos ao primeiro programa de Ensino Secundário através da metodologia de Ensino à Distância.

É com muito prazer que o Ministério da Educação e Cultura coloca nas suas mãos os materiais de aprendizagem especialmente concebidos e preparados para que você, e muitos outros jovens moçambicanos, possam prosseguir os vossos estudos ao nível secundário do Sistema Nacional de Educação, seguindo uma metodologia denominada por "Ensino à Distância".

Com estes materiais, pretendemos que você seja capaz de adquirir conhecimentos e habilidades que lhe permitam concluir, com sucesso, o Ensino Secundário do 1º Ciclo, que, compreende a 8ª, 9ª e 10ª classes. Com o 1º Ciclo do Ensino Secundário você pode melhor contribuir para a melhoria da sua vida, da sua família, da sua comunidade e do país.

O módulo escrito que tem nas mãos, constitui a sua principal fonte de aprendizagem e que "substitui" o professor que você sempre teve lá na escola. Por outras palavras, estes módulos foram concebidos de modo a poder estudar e aprender sozinho obecendo ao seu próprio rítmo de aprendizagem.

Contudo, apesar de que num sistema de Ensino à Distância a maior parte do estudo é realizado individualmente, o Ministério da Educação e Cultura criou Centros de Apoio e Aprendizagem (CAA) onde, você e os seus colegas, se deverão encontrar com os tutores, para o esclarecimento de dúvidas, discussões sobre a matéria aprendida, realização de trabalhos em grupo e de experiências

laboratoriais, bem como a avaliação do seu desempenho. Estes tutores são facilitadores da sua aprendizagem e não são professores para lhe ensinar os conteúdos de aprendizagem.

Para permitir a realização de todas as actividades referidas anteriormente, os Centros de Apoio e Aprendizagem estão equipados com material de apoio ao seu estudo: livros, manuais, enciclopédias, vídeo, áudio e outros meios que colocamos à sua disposição para consulta e consolidação da sua aprendizagem.

Cara aluna,
Caro aluno,

Estudar à distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de ensino aprendizagem, estimulando em si a necessidade de dedicação, organização, muita disciplina, criatividade e, sobretudo determinação nos seus estudos.

O programa em que está a tomar parte, enquadra-se nas acções de expansão do acesso à educação desenvolvido pelo Ministério da Educação e Cultura, de modo a permitir o alargamento das oportunidades educativas a dezenas de milhares de alunos, garantindo-lhes assim oportunidades de emprego e enquadramento sócio-cultural, no âmbito da luta contra pobreza absoluta no país.

Pretendemos com este programa reduzir os índices de analfabetismo entre a população, sobretudo no seio das mulheres e, da rapariga em particular, promovendo o equlíbrio do género na educação e assegurar o desenvolvimento da Nossa Pátria.

Por isso, é nossa esperança que você se empenhe com responsabilidade para que possa efectivamente aprender e poder contribuir para um Moçambique Sempre Melhor!

Boa Sorte.

AIRES BONIFACIO ALI
MINISTRO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

INTRODUÇÃO

Caro aluno, bem vindo ao seu estudo do Módulo 15 de Matemática da 9ª classe do Ensino à Distância.

Depois de ter estudado o Módulo 14 da Matemática da 9ª classe que na sua generalidade abrangeu o estudo da equação quadrática e ter terminado com sucesso.

Neste Módulo 15, terá a oportunidade de estudar a representação de dados em Estatística, que também é feita através de tabelas, diagramas, pictogramos e gráficos.

Caro aluno, como deve estar lembrado não é a primeira vez que estuda estes conteúdos, na 8ª classe no Módulo 8 estudou a estatística. Desta vez vai poder aprofundar cada vez mais.

Identificar algumas medidas estatísticas, interpretar tabelas, diagramas, pictogramos, gráficos, etc. Vai também poder recolher dados, sistematizá-los, tirar as informações úteis, calcular certas medidas (média, frequências, etc.).
Vai resolver exercícios práticos e concretos da vida quotidiana.

Caro aluno, fica a saber que a Estatística é definida como uma ciência que tem por objectivo o agrupamento metódico de observaçõs da sociedade ou da natureza, permetindo uma avaliação numérica.

Nota histórica

Caro aluno, sabe-se que já nas antigas civilizações (chinesa, egípcia, romana, ...) faziam inquéritos destinados a obter informações sobre as populações e as riquezas económicas, permitindo aos governantes fazer não só recrutamentos militares mas também lançar impostos sobre as próprias populações, só bastante mais tarde (sec. XVIII) a palavra "Estatística" foi usada pelo professor Godofredo Achenwal, economista alemão, que definiu como "a ciência das coisas que pertencem ao Estado".

Portanto, o estudo da Estatística, com fundamentação matemática, só se conseguiria com a criação do cálculo de probalidades.

Assim a Estatística deixou de ser, um amontoado de dados e transformou-se num istrumento de de análise, síntese, previsão das soluções nas diversas áreas. Nos nossos dias a sua utilização passou a ser imprescendível; isto é, para permitir a tomada de decisões mais adequadas aos problemas concretos.

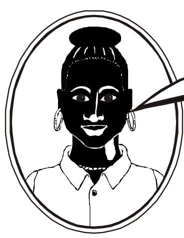
Bem-vindo de novo, caro aluno! Como sabe, eu sou a Sra. Madalena e vou acompanhá-lo no seu estudo. Se tiver algumas questões sobre a estrutura deste Módulo, leia as páginas seguintes. Caso contrário... pode começar a trabalhar. Bom estudo!

Como está estruturada esta disciplina?

O seu estudo da disciplina de Matemática é formado por **15 Módulos**, cada um contendo vários temas de estudo. Por sua vez, cada Módulo está dividido em lições. Este **décimo quinto Módulo** está dividido em **10 lições**. Esperamos que goste da sua apresentação!

Como vai ser feita a avaliação?

Como este é o décimo quinto módulo você vai ser submetido a um teste porém, primeiro deverá resolver o **Teste de Preparação**. Este Teste corresponde a uma auto-avaliação. Por isso você corrige as respostas com a ajuda da Sra. Madalena. Só depois de resolver e corrigir essa auto-avaliação é que você estará preparado para fazer o Teste de Fim de Módulo com sucesso.

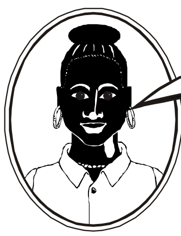


Claro que a função principal do Teste de Preparação, como o próprio nome diz, é ajudá-lo a preparar-se para o Teste de Fim de Módulo, que terá de fazer no **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem - **CAA** para obter a sua classificação oficial.
Não se assuste! Se conseguir resolver o Teste de Preparação sem dificuldade, conseguirá também resolver o Teste de Fim de Módulo com sucesso!

Assim que completar o Teste de Fim de Módulo, terá terminado o seu estudo da disciplina de Matemática na 9ª classe. Se tiver algumas questões sobre o processo de avaliação, leia o Guia do Aluno que recebeu, quando se matriculou, ou dirija-se ao **CAA** e exponha as suas questões ao Tutor.

Como estão organizadas as lições?

No início de cada lição vai encontrar os **Objectivos de Aprendizagem**, que lhe vão indicar o que vai aprender nessa lição. Vai, também, encontrar uma recomendação para o tempo que vai precisar para completar a lição, bem como uma descrição do material de apoio necessário.



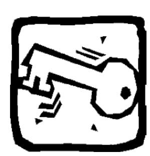
Aqui estou eu outra vez… para recomendar que leia esta secção com atenção, pois irá ajudá-lo a preparar-se para o seu estudo e a não se esquecer de nada!

Geralmente, você vai precisar de mais ou menos meia hora para completar cada lição. Como vê, não é muito tempo!

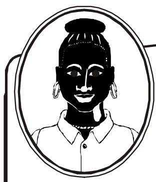
No final de cada lição, vai encontrar alguns exercícios de auto-avaliação. Estes exercícios vão ajudá-lo a decidir se vai avançar para a lição seguinte ou se vai estudar a mesma lição com mais atenção. Quem faz o controle da aprendizagem é você mesmo.

Quando vir esta figura já sabe que lhe vamos pedir para fazer alguns **exercícios** - pegue no seu lápis e borracha e mãos à obra!

A **Chave de Correcção** encontra-se logo de seguida, para lhe dar acesso fácil à correcção das questões.



Ao longo das lições, vai reparar que lhe vamos pedir que faça algumas **Actividades**. Estas actividades servem para praticar conceitos aprendidos.



Conceitos importantes, definições, conclusões, isto é, informações importantes no seu estudo e nas quais se vai basear a sua avaliação, são apresentadas desta forma, também com a ajuda da Sra. Madalena!

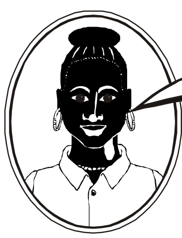
Conforme acontece na sala de aula, por vezes você vai precisar de **tomar nota** de dados importantes ou relacionados com a matéria apresentada. Esta figura chama-lhe atenção para essa necessidade.

E claro que é sempre bom fazer **revisões** da matéria aprendida em anos anteriores ou até em lições anteriores. É uma boa maneira de manter presentes certos conhecimentos.

O que é o CAA?

O **CAA** - **C**entro de **A**poio e **A**prendizagem foi criado especialmente para si, para o apoiar no seu estudo através do Ensino à Distância.

No **CAA** vai encontrar um Tutor que o poderá ajudar no seu estudo, a tirar dúvidas, a explicar conceitos que não esteja a perceber muito bem e a realizar o seu trabalho. O **CAA** está equipado com o mínimo de materiais de apoio necessários para completar o seu estudo. Visite o **CAA** sempre que tenha uma oportunidade. Lá poderá encontrar colegas de estudo que, como você, estão também a estudar à distância e com quem poderá trocar impressões. Esperamos que goste de visitar o **CAA**!



E com isto acabamos esta introdução. Esperamos que este Módulo 15 de Matemática seja interessante para si! Se achar o seu estudo aborrecido, não se deixe desmotivar: procure estudar com um colega ou visite o **CAA** e converse com o seu Tutor.

Bom estudo!

1 Identificação da População e Amostra

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar a população;
- Identificar a amostra.

Material necessário de apoio

- Papel, lápis e módulo 8 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 1ª lição do décimo quinto módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai aprender a identificar a população e amostra.

Mas antes vamos lhe lembrar alguns conceitos. De certeza, caro aluno, acompanhou o recenseamento geral da população e habitação realizado em Agosto de 2007, mas por outro lado já ouviu falar, se é que ainda não realizou o recenseamento militar que se realiza todos anos para os jovens com idade militar, e outro eleitoral destinado a pessoas com idade para eleger os órgãos de governação política e administrativa. Estes são alguns exemplos de informação sobre a população e bens de Moçambique. Informam a sociedade e o governo sobre os números totais da população e os bens. Na linguagem estatística, a estes registos de informação sobre a população chamam-se **censos**.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve, rever o módulo 8 da 8ª classe, ou junte-se a colegas ou contacte o CAA.

Mas, antes de iniciarmos o estudo desta lição começaremos por fazer uma breve revisão acompanhando as definições e exemplos.

FAZENDO REVISÕES...

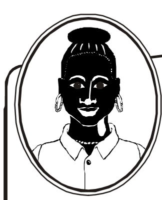
Caro aluno, pois bem, para melhor compreender e estudar a estatística precisa de se adequar à sua linguagem, assim sendo; segue atentamente a explicação sobre os termos e conceitos estatísticos.

Termos e conceitos estatísticos

População

De certeza que se lembra dos exemplos de que nos referimos no início desta lição. Ora vejamos a recolha de dados sobre as pessoas com idade de eleger os órgãos de governação. Ao conjunto dos jovens com a idade de ir as urnas para as eleições, em Estatística, chama-se **população** ou **universo estatístico**.

Caro aluno, por outro lado, a cada elemento dessa população chama-se **unidade estatística** ou **indivíduo** ou ainda **elemento**.



população ou **universo estatístico** é uma colecção de seres com alguma característica comum. Por exemplo, todos os alunos de uma determinada escola; o conjunto de cidades de um determnado país.

Recenseamento ou censo

É a recolha de dados para uma análise estatística pela observação de todos os elementos da população.

Amostra

Para estudar as características de uma população, estuda-se uma parte dessa população, e que se denomina **amostra**.

Ou ainda **amostra** é a recolha de dados para análise estatística de uma parte da população.

Usa-se este tipo de estudo, porque o estudo feito sobre toda a população é muito oneroso, mas quando a população tem um número elevado de elementos, há que reduzir os custos e o tempo recorrendo, a um subconjunto da população.

Carácter estatístico é uma propriedade que permite caracterizar os indivíduos de uma população.

Por sua vez os caracteres estatísticos podem ser: Qualitativos (não mensuráveis) e quantitativos (mensuráveis).

Qualitativos ou **nominais (não mensuráveis)**: Que não se podem medir. Exemplo: A cor dos olhos, profissão, cor dos cabelos, etc.

Caro aluno, tome atenção: No carácter qualitativo podem estabelecer-se diferenças que se chamam de **modalidades**. Por exemplo: No carácter qualitativo "profissão", podem se considerar modalidades: professor, médico, electricista, mecânico, etc.

Por outro lado; as **modalidades** de um carácter devem ser incompatíveis e exaustivas, de forma que cada elemento estatístico pertença a uma e uma só das modalidades a considerar.

Quantitativos ou **númericas (mensuráveis)**: Que se podem medir. Exemplo: Pluviosidade, temperatura, altura, idade, etc.

Caro aluno, por vezes usa-se o termo **variável** para designar **carácter**. E por sua vez, quando estas variáveis estatísticas são quantitativas, podem ainda se subdividirem em: **Variáveis discretas** e **variáveis contínuas**.

Diz-se que uma **variável é discreta** quando **não** pode tomar todos valores de um determinado intervalo real.

Por exemplo: As classificações atribuidas numa turma; o número de livros numa estante, **o número de irmãos**, etc.

Partindo do último exemplo, pode-se dizer que o número de irmãos é uma variável discreta, porque é dado apenas por valores inteiros. Isto é, os valores possíveis para a variável discreta correspondem pontos isolados. Como se ilustra.

Diz-se que uma **variável é contínua** quando pode tomar, pelo menos teoricamente, todos valores de um determinado intervalo real.

Por exemplo: A velocidade de um avião, em km/h, altura, as temperaturas registadas num determinado lugar durante um dia. Isto é, os valores possíveis para uma variável contínua são a infinidade de valores contidos num dado intervalo real.

Resumindo

$$\textit{Caracteres ou } \text{variáveis}\begin{cases}\text{Qualitativos}\\ \text{Quantitativos}\begin{cases}\text{discretos}\\ \text{contínuos}\end{cases}\end{cases}$$

Caro aluno, como forma de interiorizar os seus conhecimentos e de rever ao mesmo tempo, visto que não é a primeira vez a tratar estes conteúdos, realize a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras. E justifique as suas opções.

a) Na fosforeira de Moçambique para analisar a qualidade dos fósforos produzidos testa-se todos fósforos produzidos. ✓

b) Na fosforeira de Moçambique para analisar a qualidade dos fósforos produzidos testa-se uma parte de fósforos produzidos.

c) Amostra é a observação de uma parte da população.

d) Amostra é a observação de toda a população.

e) A recolha de dados para uma análise estatística pela observação de todos os elementos da populção é um censo.

f) A recolha de dados para uma análise estatística pela observação de todos os elementos da populção é uma amostra.

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. Em relação a alguns conceitos fundamentais da Estatística. Tomando em conta que: Realizou-se um estudo sobre a ocupação dos tempos livres dos jovens duma aldeia, onde foram inqueridos 50 jovens.

V/F

a) O conjunto dos jovens da aldeia é a amostra.

b) O conjunto dos jovens da aldeia é a população.

c) Os 50 jovens inqueridos é a amostra .

d) Os 50 jovens inqueridos é a população.

3. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras. Em relação aos conceitos usados na Estatística.

a) Os carácteres estatísticos ________ são aqueles que não se podem ______.

b) Os carácteres estatísticos ________ são aqueles que ___ podem medir.

c) As seguintes modalidades: solteiro, casado, divorciado. Representa o carácter ____________________.

d) Os valores das idades de um agregado familiar, tais como: 2; 4; 28; 38 e 60 anos de idade. Representa carácter ______________________.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. b), c) e **e)**

b) Na fosforeira de Moçambique para analisar a qualidade dos fósforos produzidos testa-se uma parte de fósforos produzidos. Porque seria quase impossível verificar a qualidade de todos os fósforos produzidos (um por um).

c) Amostra é a observação de uma parte da população. Porque é um subconjunto finito da população.

e) A recolha de dados para uma análise estatística pela observação de todos os elementos da populção é um censo. Porque censo é a enumeração de toda população. Tal como se realizou o 3º censo Geral da População e Habitação em 2007.

2. a) F; **b)** V; **c)** V; **d)** F

3. Completando as afirmações teremos.

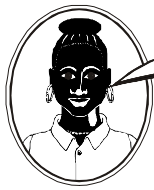
a) Os carácteres estatísticos **qualitativos** são aqueles que não se podem **medir**.

b) Os carácteres estatísticos **quantitativos** são aqueles que **se** podem medir.

c) As seguintes modalidades: solteiro, casado, divorciado. Representam o carácter **estatístico qualitativo**.

d) Os valores das idades de um agregado, tais como: 2; 4; 28; 38 e 60 anos de idade.

Representa o carácter **estatístico quantitativo**.



Caro aluno, como forma de interiorizar e consolidar os conceitos que acaba de rever; realize os exercícios que seguem.

EXERCÍCIOS

1. Na Escola Secundária da Matola com um efectivo de 4500 alunos. Foram inqueridos 40 alunos, sobre a ocupação dos seus tempos livres e deram respostas segundo ilustra a tabela que segue.

Actividade praticada	**Número de alunos**
Desporto	4
Pequenos negócios	14
Trabalhos domésticos	6
Programas televisivos	16

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. Em relação aos termos e conceitos estatísticos.

V/F

a) A população ou universo estatístico é de 4500 alunos. ☐

b) A população ou universo estatístico é de 40 alunos. ☐

c) A amostra estatística é de 40 alunos. ☐

d) A amostra estatística é de 14 alunos. ☐

2. Complete as afirmações de modo que sejam verdadeiras, considerando as pesquisas que se pretendem realizar. E em relação à população e amostra.

a) Os alunos da escola secundária da Matola corresponde a

____________.

b) Cada garrafa de coca-cola enchida na Fábrica de Maputo é

___________.

c) Os Administradores dos Distritos de todo o país é

________________.

d) 5% dos professores de Matemática do Distrito de Milange é

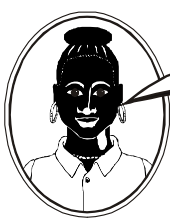
____________.

3. Dos alunos de uma escola secundária duma das cidades do país é de que 8% responderam a um questionário sobre os métodos de avaliação na disciplina de Matemática. O questionário havia sido distribuído a 160 alunos. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e justifique-as. E um **F** as falsas.

	V/F
a) O universo estatístico é de 2000 alunos.	☐
b) O universo estatístico é de 160 alunos.	☐
c) A amostra é de 160 alunos.	☐
d) A amostra é de 2000 alunos.	☐
e) O número das meninas da escola, sabendo que elas correspondem a 35% é de 700.	☐
f) O número das meninas da escola, sabendo que elas correspondem a 35% é de 160.	☐
g) Considerando a mesma proporção de 35% foram questionadas 56 meninas.	☐
h) Considerando a mesma proporção de 35% foram questionadas 35 meninas.	☐

4. Pretende-se fazer um estudo sobre o índice de natalidade num dos Bairros da Cidade da Beira. Para isso efectou-se um inquérito a 30 agregados familiares, de um quarteirão. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

	V/F
a) A população em estudo são todos os agregados familiares da Cidade da Beira.	☐
b) A população em estudo é constituido por 30 agregados familiares.	☐
c) A amostra escolhida é constituida por 30 agregados familiares.	☐
d) A amostra escolhida é o conjunto de todos os agregados familiares da Cidade da Beira..	☐



Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios compare as suas respostas com a chave de correcção que se segue. Caso não tenha conseguido acertar algum volte a reler o texto e a resolver os exercícios.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F

2.

a) Os alunos da escola secundária da Matola corresponde a **população**.

b) Cada garrafa de coca-cola enchida na Fábrica de Maputo é **amostra**.

c) Os Administradores dos Distritos de todo o país é **população**.

d) 5% dos professores de Matemática do Distrito de Milange é **amostra**.

3. a) V; **b)** F; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F; **g)** V; **h)** F

a) O universo estatístico é de 2000 alunos. Porque para determinar o universo ou população a partir da proporção, dada pela equação:

$$\frac{8\%}{160}=\frac{100\%}{x} \longleftarrow \boxed{\text{Pela regra três simples.}}$$

$$8\%\cdot x=160\cdot 100\%$$

$$x=\frac{160\cdot 100\%}{8\%}$$

$$x=\frac{\cancel{16}^{2}0\cdot 100}{\cancel{8}^{1}}$$

$$x=2000$$

Dados:

$8\% = 160$

$100\% = x$

c) A amostra é de 160 alunos. Porque é uma parte dos 2000 alunos que foram questionados.

e) O número das meninas da escola, sabendo que elas correspondem a 35% é de 700. Porque o número de meninas corresponde a 35% da população (total dos alunos). Assim estabeleceremos a proporção:

$$35\% \text{ de } 2000 = \frac{35}{100}\times 2000$$

$$= \frac{35}{1\cancel{00}}\times 20\cancel{00}$$

$$= 35\times 20$$

$$= 700$$

Lembre-se que:

$$35\%=\frac{35}{100}$$

g) Considerando a mesma proporção de 35% foram questionadas 56 meninas. Pela percentagem definida para o universo, aplica-se a mesma em relação, a amostra:

$$
\begin{aligned}
35\% \text{ de } 160 &= \frac{35}{100}\times 160 \\
&= \frac{35}{10\cancel{0}}\times 16\cancel{0} \\
&= 56
\end{aligned}
$$

4. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **d)** F .

Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

2 Identificação de Censo e Sondagem

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar censo;
- Identificar a sondagem.

Material necessário de apoio

- Régua, papel, lápis, borracha e módulo 8 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 2ª lição do décimo quinto módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar o que é censo e sondagem.

Nesta lição, terá oportunidade de compreender em que consiste o censo assim como a sondagem.

Rever e interiorizar os conceitos sobre a estatística, tais como: População, amostra, unidade estatística, caracteres estatísticos (qualitativos e quantitativos), caráter quantitativos (discretos e contínuos), censo, sondagem.

Caro aluno, antes de mais nada, importa referir que quando se fazem **censos** inquere-se toda a população por exemplo em 2007, realizou-se o 3º censo geral da população e habitação. Onde foi inquerida toda população residente em Moçambique (nacionais e estrangeiros), no qual se colheram informações sobre os caracteres previamente seleccionados e definidos.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Mas, antes de iniciarmos o estudo desta lição começaremos por fazer uma breve revisão realizando alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, resolve os exercícios que se seguem, em relação aos termos e conceitos fundamentais da estatística.

1. Marque com um ✓apenas as populações finitas.

a) Os alunos de Matemática da 8ª classe Ensino á Distância do Distrito de Murrupula. ☑

b) A extracção, com reposição, de uma carta de um baralho de cartas. ☐

c) Conjunto das pessoas que nasceram em 2000, ano das cheias. ☐

d) O número de parafusos produzidos por uma máquina por dia. ☐

2. De entre os caracteres: sexo, raça, marca de um automóvel, idade de uma pessoa, temperatura de um local, estado civil, cor dos cabelos. Marque com **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

	V/F
a) O sexo, raça, marca de um automóvel, estado civil, cor dos olhos são caracters qualitativos.	☐
b) O sexo, raça, marca de um automóvel, esta civil, cor dos olhos são caracteres quantitativos.	☐
c) A idade de uma pessoa e a temperatura de um local são caracteres quantitativos.	☐
d) A idade de uma pessoa e a temperatura de um local são caracteres qualitativos.	☐

3. Complete com a palavra discreta ou contínua as seguintes expressões de modo que sejam verdadeiras.

a) O número de divisões de uma casa é variável

____

b) O peso das crianças de um infantário é uma variável

____

c) O número de enfermeiros duma província é uma variável

____

d) A nota atribuída a cada um dos alunos do Ensino à Distância, na Disciplina de Matemática é uma variável ____________

e) A quantidade de gramas de açúcar, gasto num dia por família é uma variável ________.

4. Sabendo que num ínquerito feito a 10 operários de uma determinada empresa agrícola do Distrito de Chókue em Gaza, sobre o seu estado civil foram obtidos os seguintes resultados: casado, solteiro, viúvo, solteiro, divorciado, solteiro, casado, separado e viúvo.
Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) A população estatística é de 10 pessoas. ✓

b) A população estatística é de 3 casados.

c) A população estatística é de 2 viúvos.

d) O carácter estudado é o estado civil.

e) O carácter estudado é o divórcio.

f) As modadalidades do carácter estudado é solteiro, viúvo, casado, separado e divorciado.

g) As modadalidades do carácter estudado é solteiro e divorciado.

Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios propostos como revisão compare as suas respostas com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a); **c)**; **d)**

a) Os alunos de Matemática da 8ª classe do Ensino á Distância do Distrito de Murrupula.

c) Conjunto das pessoas que nasceram em 2000, ano das cheias.

d) O número de parafusos produzidos por uma máquina por dia.

2. a) V; **b)** F;) V;) F

a) Sexo, raça, marca de um automóvel, esta civil, cor dos olhos são caracteres qualitativos.

b) Sexo, raça, marca de um automóvel, esta civil, cor dos olhos são caracteres quantitativos.

c) Idade de uma pessoa e a temperatura de um local são caracteres quantitativos.

d) Idade de uma pessoa e a temperatura de um local são caracteres qualitativos.

3. a) O número de divisões de uma casa é variável **discreta**.

b) O peso das crianças de um infantário é uma variável **contínua**.

c) O número de enfermeiros duma província é uma variável **discreta**.

d) A nota atribuída a cada um dos alunos do Ensino à Distância, na a Disciplina de Matemática é uma variável **discreta**.

e) A quanatidade de gramas de açúcar, gasto num dia, por família é uma variável **discreta**.

4. a); **d)**; **f)**

a) A populção estatística é de 10 pessoas.

d) O carácter estudado é o estado civil.

f) As modadalidades do carácter estudado é solteiro, viúvo, casado, separado e divorciado.

Censo ou Recenseamento

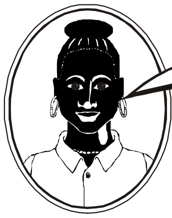
Censo é o recenseamento geral de uma população. Num **censo** são observados todos os indivíduos da população relativamente às diferentes características que estão a ser objecto de estudo.

Onde se colhem informações sobre os caracteres previamente seleccionados e definidos.

Em muitos paises incluindo o nosso é mais comum a realização dos tipos de censos:

- **O recenceamento geral da população e habitação**, onde indica o número total da população, bens móveis e imóveis de um país e algumas das suas características (número de homens e mulheres, idades, etc.), (número de animais por espécies, etc) e (número de casas, edifícios, e outras construções);
- **O recenseamento militar**, que indica o número de indivíduos que se encontram em idade e condições de saúde para prestar serviço militar;
- **O recenseamento eleitoral**, que indica o número de elementos da população que se encontra em idade e capacidade de exercer o direito de voto em quaisquer eleições de um país.

O objectivo destes recenseamentos é de facultar o conhecimento sobre as pessoas, as condições de vida, por forma a permitir que os Governos tomem medidas adequadas para o desenvolvimento do país. Em Moçambique já se realizaram três recenseamentos gerais; 1980, 1997 e o último em 2007. O recenseamento militar que se realiza anualmente e o eleitoral que se realizou três vezes.



Num **censo** são observados **todos os indivíduos da população** relativamente aos diferentes aspectos que se pretendem estudar. Ou seja, quando se faz um recenseamento tem-se como objectivo saber quantos indivíduos existem e quais as suas características em relação ao que se pretende estudar.

Exemplo 1

No ano de 2007 no mês de Março, fez-se um inquérito a todos os funcionários do Aparelho de Estado de todo o país.

Como se pode classificar este levantamento?

Neste caso trata-se de Censo dos funcionários do Aparelho do Estado.

Resumindo:

Censo ou **recenseamento** é a enumeração de total uma a população.

TOME NOTA...

Os **censos** ou **recenseamentos** realizam-se normalmente de 10 em 10 anos.

Sondagem

Sondagem é quando se escolhe um certo número de indivíduos (**amostra**) de uma população para estudar uma ou mais caracterísicas.

Exemplo 2

Ao pretender-se estudar o rendimento escolar num determinado estabelecimento de ensino a amostra não deve-se reduzir aos melhores alunos, mas sim a um número significativo de alunos escolhidos arbitrariamente de diferentes turmas e classes. O que significa que não vai se abranger a todos alunos.

Resumindo:

Sondagem é o estudo de uma população a partir de uma amostra.

TOME NOTA...

As sondagens são susceptíveis a erros.

ACTIVIDADE

1. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação aos caracteres estatísticos. E justifique as suas opções.

V/F

a) O sexo, raça, marca de um automóvel, estado civil, cor dos olhos são caracteres qualitativos.

b) O sexo, idade de uma pessoa, marca de um automóvel, estado civil, cor dos olhos, temperatura de um determinado local, são caracteres qualitativos.

c) A temperatura de um determinado local e a idade de uma pessoa são caracteres quantitativos.

2. Sabendo que num inquérito a 10 pessoas sobre o seu estado foram obtidos os seguintes resultados.

casado	solteiro
solteiro	casado
viúvo	casado
Solteiro	separado
divorciado	viúvo

3. Marque com um ✓ apenas afirmações verdadeiras. Em relação a população, carácter estudado e a modalidade.

a) A população estatística estudada foi de 10 pessoas. ☑

b) A população estatística estudada foi de 3 pessoas solteiras. ☐

c) O carácter estudado é o estado civil. ☐

d) O carácter estudado é o estado de casado. ☐

e) As modadlidades do carácter estudado é solteiro e estado civil. ☐

f) As modadlidades do carácter estudado é solteiro, viúvo, casado, separado e divorciado. ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** V

a) Porque são caracteres não mensuráveis.

b) Porque estes caracteres alguns são mensuráveis e outros não.

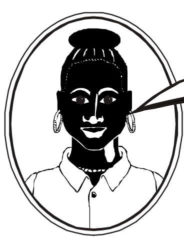
c) Porque são caracteres mensuráveis.

2. a); **c)**; **f)**

a) A população estatística estudada foi de 10 pessoas.

c) Foi estudado o carácter, estado civil.

f) As modadlidades do carácter estudado é solteiro, viúvo, casado, separado e divorciado.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

3 Construção de Tabelas de Frequência Absoluta

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Recolher e organizar dados em tabelas;
- Representar dados em em tabelas de frequências absoluta.

Material necessário de apoio

- Papel, lápis e módulo 8 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 3ª lição do décimo quinto módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a recolher, organizar e representar os dados em tabelas de frequências absolutas.

Caro aluno, para facilitar um estudo estatístico é necessário considerar as seguintes fases:

Definição da questão a investigar (o que se prentende estudar);
Definição do grupo alvo;

Elaboração de instrumentos da recolha de dados (guião de inqérito);
Recolher os dados;
Organização dos dados;
Apresentação dos dados;
Análise dos dados.

Caro aluno, no caso de persistirem dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Mas, antes de iniciarmos o estudo desta lição começaremos por fazer uma breve revisão realizando alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, como foi referido na 8ª classe no módulo 8, após um inquérito estatístico, os dados devem ser convenientemente ordenados afim de serem analisados e estudados. Para isso, recorre-se a uma tabela, onde se registam os valores da variável estatística e o número de vezes que cada um desses valores se repete (frequência abloluta).
Ora veja, o exemplo que se segue.

Exemplo 1

Fez-se um inquérito sobre as classificações atribuídas a 40 alunos da 9ª classe do Ensino à Distância, na disciplina de Matemática e foram obtidos os seguintes resultados.

15	9	10	8	12
10	16	9	14	15
12	17	11	11	9
13	8	14	10	9
14	10	10	13	16
11	13	11	11	11
10	15	9	12	10
8	12	12	10	10

Depois da recolha dos dados organizam-se através de uma tabela, como a que se segue.

Tabelas de frequências

Tabelas de frequências são utilizadas para **representar dados reescolhidos**, devidamente agrupados e organizados, **de acordo com a frequência com que aparecem na lista de dados**.

Tabelas de frequência absoluta

No processo de organização e apresentação de dados, começa-se pela contagem e registo dos dados em tabelas, o número de observações para cada um dos valores da variável estatística. Nesse processo de contagem, assinala-se cada observação com um tracinho / oblíquo e cada conjunto de 5 observações por: ~~////~~, o que significa que a quinta observação, em cada grupo de 5, é cortado pelo traço: /. Esta contagem vai indicar o número de vezes que cada dado se repete. Ou seja, a frequência com que o dado é apresentado.

Coluna de frequências absolutas

Classificação (notas)	**Contagem**	**Número de alunos (frequência absoluta)**
8	///	3
9	~~////~~	5
10	~~////~~ ////	9
11	~~////~~ /	6
12	~~////~~	5
13	///	3
14	///	3
15	///	3
16	//	2
17	/	1
Total		40

Número total dos alunos inqueridos

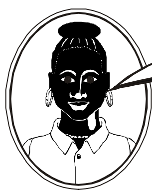
Caro aluno, uma tabela deste tipo chama-se **tabela de distribuição de frequência**.

Neste caso a variável a estudar é a nota e é discreta e toma os valores: $\{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 \, e \, 17\}$

O número de vezes que repete cada valor da variável chama-se **frequência absoluta**.

A soma de todas as frequências absolutas é o **efectivo**, **frequência total** ou o **cardinal da população** estudada.

A tabela acima representada chama-se **tabela de frequências absolutas**.



Caro aluno, agora resolve a actividade que se segue como forma de praticar a determinação de frequências absolutas.

ACTIVIDADE

1. Um inquérito realizado junto de 40 pessoas de um bairro da Cidade de Quelimane e respeitante ao número de filhos por casal, conduziu aos seguintes resultados:

2	3	1	0	5	2	3	4	1	0
4	0	1	1	5	6	3	2	1	1
6	2	3	1	4	0	2	3	1	2
2	1	4	5	3	2	1	1	0	1

a) Ordene e condense os dados numa tabela de frequências como a que se segue.

Variável	**Contagem**	**Frequência absoluta – (fa)**
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total		

b) Qual é o valor da variável com maior frequência absoluta?

2. Considerando a questão da primeira pergunta. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justifique as suas opções. E um **F** as falsas.

V/F

a) O número de casais com menos de 3 filhos é de 30. ☐

b) O número de casais com menos de 3 filhos é de 25. ☐

c) A percentagem de casais com mais de 3 filhos é de 22,5%. ☐

d) A percentagem de casais com mais de 3 filhos é de 25,5%. ☐

3. Recolheram-se os dados sobre as idades dos alunos numa turma da 9ª classe do Ensino à Distância em Nampula, os resultados foram como se segue na tabela abaixo. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

17	15	14	15	15	18
16	19	17	17	16	20
19	16	18	17	16	17
17	15	18	16	16	17
20	16	17	17	18	16

a) A caractéristica em estudo é qualitativa.

b) A caractéristica em estudo é quantitativa.

c) A variável estudada é discreta.

d) A variável estudada é contínua.

e) A variável estatística estudada toma o seguinte conjunto de valores: $\{14, 15, 16, 17, 18, 19\, e\, 20\}$.

f) A variável estatística estudada toma o seguinte conjunto de valores: $\{17\, e\, 20\}$.

Caro aluno, resolve a actividade que se segue, em relação a recolha e representação dos dados estatísticos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

Variável	**Contagem**	**Frequência absoluta – (fa)**
0	~~////~~	5
1	~~////~~ ~~////~~ //	12
2	~~////~~ ///	8
3	~~////~~ /	6
4	////	4
5	///	3
6	//	2
Total		40

2. **a)** F; **b)** V; **c)** V; **d)** F

b) O número de casais com menos de 3 filhos é de 25.

c) A percentagem de casais com mais de 3 filhos é de 22,5%. Porque 40 está para 100; assim como 9 está para $\boldsymbol{x}$. Sendo assim temos:

$$\frac{40}{100}=\frac{9}{x} \Leftrightarrow 40x=900$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{90\cancel{0}}{4\cancel{0}}$$

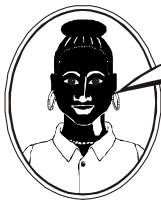
$$\Leftrightarrow x=22,5\%$$

3. **b)**; **c)**; **e)**;

b) A caractéristica em estudo é quantitativa.

c) A variável estudada é discreta.

e) A variável estatística estudada toma o seguinte conjunto de valores: $\{14,15,16,17,18,19\, e\, 20\}$.



Caro aluno, como forma de interiorizar e consolidar os conhecimentos que acabou de adquirir, realize os exercícios que seguem.

EXERCÍCIOS

1. Considerando a tabela do inquérito do exercício 1, desta actividade. Complete os espaços em branco de modo que as expressões sejam verdadeiras.

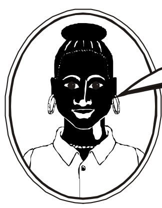
Idade	**Número de alunos (frequência absoluta - fa)**
14	____
___	4
16	_____
17	9
_____	4
19	____
20	2
Total	______

2. Perguntou-se a um grupo de 20 alunos de uma turma da 9ª classe duma das escolas secundárias da Cidade de Lichinga, quantos irmão tinham, e registaram-se os seguintes valores.

2	1	0	2	1	3	2	2	0	4
5	2	6	2	1	3	1	4	1	2

a) Ordene e condense os dados numa tabela de frequências absoluta.

b) Quantos alunos tem dois irmãos?



Caro aluno, depois de ter realizado os exercícios propostos compare as suas respostas com a chave de correcção que se segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

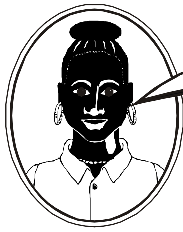
1.

Idade	Número de alunos (frequência absoluta - fa)
14	**1**
15	4
16	**8**
17	9
18	4
19	**2**
20	2
Total	**30**

2. a)

X Número de irmãos	Contagem	Frequência absoluta – (fa)
0	/ /	2
1	~~////~~	5
2	~~////~~ / /	7
3	/ /	2
4	/ /	2
5	/	1
6	/	1
Total		20

b) 7 alunos tem 2 (dois) irmãos.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!

Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.

Depois resolve novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo-se da actividade sexual.

4 Construção de Tabelas de Frequência Relativa

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Construir tabelas de frequências relativas.

Material necessário de apoio

- Papel, lápis e módulo 8 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 4ª lição do décimo quinto módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar a recolher, organizar e representar os dados em tabelas de frequências relativas.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Tabelas de frequência relativa

Caro aluno, é necessário tomar atenção ao facto de que; as frequências absolutas têm reduzido a análise sob o ponto de vista estatístico, uma vez que não permite a comparação de populações de diferente cardinal; evita-se este inconveniente, recorrendo às **frequências relativas** que se obtêm dividindo cada uma das frequências absolutas pelo cardinal da população. Deste modo a tabela do exemplo 1, pode ser completada com um novo elemento a **frequência relativa**.

Também se pode dizer que:
Se dividir cada valor da frequência absoluta pelo número total dos alunos, determina-se as **frequências relativas**.

Resumindo: Frequência relativa de ***x*** é **o quociente entre a frequência absoluta de *x* e o número total dos inqueridos**; e representa-se pelas letras minúsculas f_r ou ainda $\left(\dfrac{fa}{N}\right)$.

Caro aluno, acompanhe o exemplo sobre a construção de tabelas de frequências relativas.

Exemplo

Consideramos, o levantamento das notas de um teste de matemática de uma das turmas da Escola Secundária Joaquim Chissano em Boane. Como se egue: 15, 10, 8, 9, 11, 8, 12, 8, 11, 9, 16, 10, 11, 12, 14, 10, 12, 11, 12, 15, 16, 10, 11, 12, 13, 10, 10, 13, 9, 11, 10, 13, 9, 14, 10, 10, 9, 14, 15, 17. Estes dados podemos organizá-los como se segue.

Classificação (notas)	**Número de alunos (frequência absoluta - fa)**	**Frequência relativa (f_r)**
8	3	0,075
9	5	0,125
10	9	0,125
11	6	0,15
12	5	0,125
13	3	0,075
14	3	0,075
15	3	0,075
16	2	0,05
17	1	0,025
Total (N)	40	1,000

Caro aluno, uma tabela deste tipo chama-se **tabela de distribuição de frequência**.

Caro aluno, resolve a actividade que se segue, em relação a recolha e representação dos dados estatísticos.

ACTIVIDADE

1. Recolheram-se os dados sobre as idades dos alunos numa turma da 9ª classe do Ensino à Distância em Cabo Delgado, os resultados foram como se segue na tabela abaixo. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

17	15	14	15	15	18
16	19	17	17	16	20
19	16	18	17	16	17
17	15	18	16	16	17
20	16	17	17	18	16

✓

a) As frequências relativas obtêm-se dividindo cada uma das frequências absolutas pela variável. ☐

b) As frequência realtivas obtêm-se dividindo cada uma das frequências absolutas pelo total. ☐

c) Foram inqueridos 25 alunos. ☐

d) Foram inqueridos 30 alunos. ☐

2. Considerando a tabela do inquérito do exercício 1, desta actividade. Complete os espaços em branco de modo que as expressões sejam verdadeiras.

Idade	**Número de alunos (frequência absoluta - fa)**	**Frequência relativa (f_r)**
14	____	$\frac{1}{30}=0{,}033$
___	4	$\frac{4}{30}=0{,}133$
16	_____	$\frac{8}{30}=0{,}277$
17	9	______
_____	4	$\frac{4}{30}=0{,}133$
19	____	$\frac{2}{30}=0{,}067$
20	2	_______
Total	______	$\approx 1{,}000$

Caro aluno, depois de ter realizado a ctividade proposta compare as suas respostas com a chave de correcção que se segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **b); d)**

   b) As frequência relativas obtêm-se dividindo cada uma das frequências absolutas pelo total.

   d) Foram inqueridos 30 alunos.

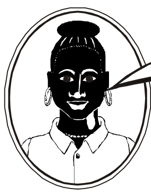
2. Completando os espaços em branco de modo que as expressões sejam verdadeiras, teremos.

Idade	**Número de alunos (frequência absoluta - fa)**	**Frequência relativa (f_r)**
14	**1**	$\frac{1}{30}=0{,}033$
15	4	$\frac{4}{30}=0{,}133$
16	**8**	$\frac{8}{30}=0{,}277$
17	9	$\frac{9}{30}=0{,}300$
18	4	$\frac{4}{30}=0{,}133$
19	**2**	$\frac{2}{30}=0{,}067$
20	2	$\frac{2}{30}=0{,}067$
Total	**30**	$\approx 1{,}000$

Preste atenção: Nesta tabela de frequências relativas, fez-se aqui arredondamentos daí que o total é aproximadamente a 1,000. E muitas vezes teremos que usar esta forma de apresentar as frequências relativas.

Caro aluno, as frequências relativas também se podem exprimir sob **forma percentual**. Como deve estar recordado na 8ª classe aprendeu a correspondência entre a percentagem, fracção e número decimal; como pode observar:

Fracção	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{36}{100}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{150}{100}$	$\frac{100}{100}$
Número decimal	0,25	0,01	0,36	0,5	1,5	1,0
Percentagem	25%	1%	36%	50%	150%	100%



Caro aluno, como forma de interiorizar e consolidar os conhecimento que acabou de adquirir, realize os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. No quadro que se segue apresentam-se os números de 63 mulheres entre os 15 e 49 anos de idade. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras. E um **F** as falsas.

4	3	0	3	1	2	5	2	4
0	7	2	4	5	7	6	3	7
2	1	5	8	11	6	0	2	0
10	3	7	6	4	3	2	8	3
1	0	3	7	5	11	4	4	5
3	4	0	5	4	2	7	0	6
2	0	2	7	8	0	5	4	3

	V/F
a) O número de filhos varia de 1 a 10.	☐
b) O número de filhos varia de 0 a 11.	☐
c) A população em estudo está composta por 63 mulheres.	☐
d) A população em estudo está composta por mulheres de todas idades.	☐

2. Considerando ainda a tabela do exercício 1. Complete os espaços em branco na tabela que se segue, com frequências absolutas e relativas.

Número de filhos	Frequência absoluta (fa)	Frequência relativa (f_r)
0	9	_______
______	3	0,048
2	_______	0,143
3	9	_______
______	9	0,143
5	_______	0,111
6	4	_______
______	7	0,111
8	______	0,048
_______	0	0,0
10	______	0,016
11	2	________
Total	63	_______

3. Perguntou-se a um grupo de alunos da 10ª duma das escolas secundárias da Cidade de Maputo, sobre o número de vezes que cada um tinha reprovado nas classes anteriores e obteve-se o seguinte quadro.

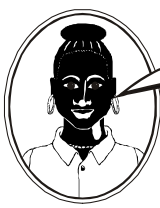
1	0	2	1	3	1	1	2	0	3
1	0	1	1	2	1	2	3	1	0
1	1	2	2	4	2	0	5	4	3

a) Constroi uma tabela de freqências absolutas, relativas e represente na forma de percentagem.

b) Indique a percentagem de alunos que reprovaram duas vezes.

c) Qual é o número de vezes mais frequente que os alunos reprovaram.

d) Quantos alunos foram inqueridos?



Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios propostos compare as suas respostas com a chave de correcção que se segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) F; **b)** V; **c)** V; **d)** F

2.

Número de filhos	**Frequência absoluta (fa)**	**Frequência relativa (f_r)**
0	9	**0,143**
1	3	0,048
2	**9**	0,143
3	9	**0,143**
4	9	0,143
5	**7**	0,111
6	4	**0,063**
7	7	0,111
8	3	0,048
9	0	0,0
10	**1**	0,016
11	2	**0,031**
Total	63	**1,000**

3.

a)

Número de reprovaçõse	Frequência absoluta (*fa*)	Frequência relativa (f_r)
0	5	$\frac{5}{30}=0,167=16,7\%$
1	11	$\frac{11}{30}=0,367=36,7\%$
2	6	$\frac{6}{30}=0,2=20\%$
3	5	$\frac{5}{30}=0,167=16,7\%$
4	2	$\frac{2}{30}=0,067=6,7\%$
5	1	$\frac{1}{30}=0,033=3,3\%$
Total	30	$\frac{30}{30}=1,000=\frac{100}{100}$

b) Os alunos que reprovaram duas vezes, correspondem a 20%.

Porque:

30 alunos está para 100%

6 alunos estão para x

Assim:

$$\frac{30}{100}=\frac{6}{x} \Leftrightarrow 600=30x$$

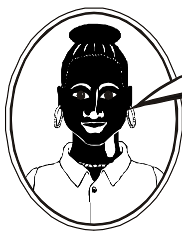
$$\Leftrightarrow 30x=600$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{60\cancel{0}}{3\cancel{0}}$$

$$\Leftrightarrow x=20\%$$

c) O número de vezes mais frequente que os alunos reprovaram é uma vez. Porque corresponde a uma frequência absoluta de 11 e relativa de 0,367.

d) Forma inqueridos 30 alunos.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim estás de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabes que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

5 Construção de Diagramas de Barras

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Ler gráficos de barras;
- Construir diagramas de barras.

Material necessário de apoio

- Régua, papel, lápis, borracha e módulo 8 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 5ª lição do décimo quinto módulo de Matemática da 9ª classe. Nesta lição, terá oportunidade de estudar a recolher, organizar e representar os dados em gráficos de barras.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Mas, antes de iniciarmos o estudo desta lição começaremos por fazer uma breve revisão realizando alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, resolve os exercícios que se seguem, como forma de rever os conhecimentos que aparendeu nas lições anteriores assim como os aprendidos na 8ª classe no módulo 8.

1. Observou-se o número de passageiros que viajavam dentro de 10 transportes semi-colectivos.Onde se registaram os valores que seguem:

10 15 12 10 13 12 12 13 13 15.

Complete os espaços em branco de modo que as afimações sejam verdadeiras.

a) O número 2 indica o número de vezes que se repete o valor 15, por isso se chama ______________________.

b) Chama-se _____________ do valor de x, e representa-se por f ao quociente entre a frequência absoluta de x_1 e o número total de dados e escreve-se:______.

2. Usando os dados do exercício anterior complete a tabela que segue:

x	f	f_r
	2	0,2
12	3	
13		0,3
	2	0,2

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** O número 2 indica o número de vezes que se repete o valor 15, por isso se chama **frequência absoluta**.

b) Chama-se **frequência relativa** do valor de x, e representa-se por f ao quociente entre a frequência absoluta de x_1 e o número total de dados e escreve-se: $f_r = \frac{f}{n}$.

2.

x	f	f_r
10	2	0,2
12	3	**0,3**
13	**3**	0,3
15	2	0,2

Gráficos de barras

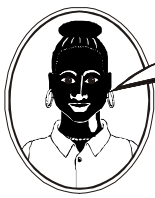
Para além das tabelas de frequências absolutas, existem outras formas, talvez mais sugestivas, de organizar e respreresentar os dados relativos a uma determinada situação, que é através de um **gráfico de barras**.
Os gráficos permitem uma leitura visual que nos pode fornecer rapidamente muitas informações.

Para construir um gráfico de barras, é necessário em primeiro lugar construir uma tabela de frequências. Em seguida traça-se um sistema de eixos cartesianos, onde se colocam:

No eixo das abcissas, os valores da variável;
No eixo das ordenadas as frequências absolutas do acontecimento em estudo.

TOME NOTA...

Num gráfico de barras, as barras têm todas a mesma largura e a altura de cada barra é proporcional à frequência que ela representa.



Gráficos de barras representam dados estatísticos baseados em **variáveis discretas**. Portanto, representam **dados não agrupados**, que não estão associados a um certo intervalo, em que a separação entre um valor e o outro é sempre a mesma.

Exemplo 1

Consideremos o inquérito que se segue.
Fez-se num levantamento das idades dos alunos de um grupo coral da escola secundária da Matola. Onde se obteve os dados organizados segundo a tabela:

Idade (anos)	Contagem	Frequência relativa (f_r)
11	/ / /	3
12	~~////~~ / / /	8
13	~~////~~ /	6
14	/ / / /	4
15	/	1
Total		**22**

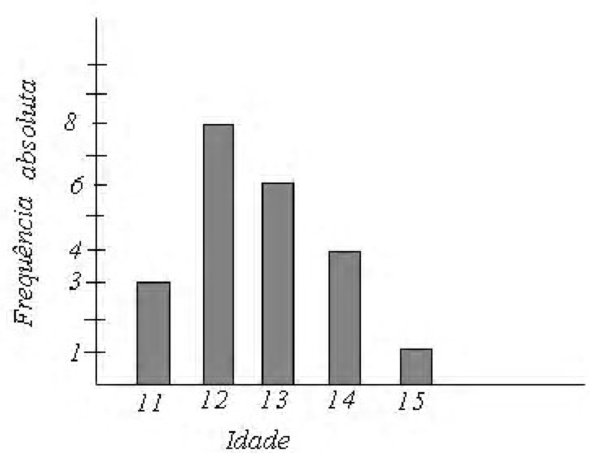
Fazendo uma análise, pode-se constatar que:

- As idades dos alunos variam entre 11 a 15 anos.
- No grupo coral existem três alunos mais novos, com 11 anos de idade.
- A idade mais frequente dos alunos deste grupo é de 12 anos, que corresponde a frequência absoluta de 8.
- A idade menos frequente dos alunos deste grupo é de 15 anos, que corresponde a frequência absoluta de 1.

E estes dados, ainda se podem resuminar numa outra tabela que apresenta a variável (idade) e a frequência absoluta.

Idade (anos)	11	12	13	14	15
Frequência absoluta	3	8	6	4	1

E a partir desta tabela agora pode-se representar os dados através de um gráfico, como se segue. Temos no eixo das abcissas as variáveis e no eixo das ordenadas a frequência absoluta.

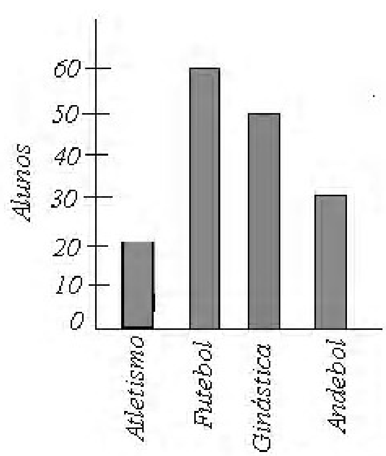


Observando o gráfico, podemos acresecentar mais constatações que inicialmente não foram referidas na construção das duas tabelas acima, é o caso:
As barras têm alturas diferentes.
Não existe o mesmo número de alunos com as mesmas idades.

Caro aluno, depois de ter acompanhado atentamente a explicação e o exemplo apresentado resolve a actividade que se segue.

ACTIVIDADE

1. Observe o gráfico de barras que se segue, ele representa a actividade desportiva favorita, depois de um inqérito a uma turma da 9ª classe da Escola Secundária de Inharrime na Província de Inhambane.



Marque com um **V** as afirmacões verdadeiras e um **F** as falsas.

V/F

a) Praticam Atletismo nessa escola 20 alunos. ☐

b) Praticam Atletismo nessa escola 30 alunos. ☐

c) Praticam Ginástica nessa escola 20 alunos. ☐

d) Praticam Ginástica nessa escola 50 alunos. ☐

e) Na escola praticam actividades desportivas 160 alunos. ☐

f) Na escola praticam actividades desportivas 210 alunos. ☐

2. Represente os dados do gráfico de barras do exercício anterior, numa tabela de frequências absolutas, relativas e percentuais.

3. Numa turma de escola de música fez-se o levantamento das idades dos alunos; elas variam entre 14 anos (a mais baixa) a 20 anos (a máxima). Segundo ilustra a tabela a seguir. A partir da mesma tabela constroi um gráfico de barras.

Idade	**Frequência absoluta**
14	1
15	4
16	8
17	9
18	4
19	2
20	2
Total	30

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V e **f)** F

a) Praticam Atletismo nessa escola 20 alunos.

b) Praticam Atletismo nessa escola 30 alunos.

c) Praticam Ginástica nessa escola 20 alunos.

d) Praticam Ginástica nessa escola 50 alunos.

e) Na escola praticam actividades desportivas 160 alunos.

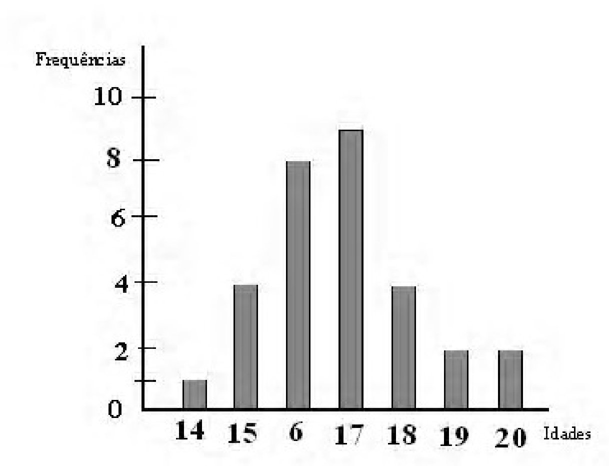
f) Na escola praticam actividades desportivas 210 alunos.

Frequências

2.

Modalidades	f	f_r	$f_r(\%)$
Atletismo	20	0,125	12,5
Futebol	60	0,375	37,5
Ginástica	50	0,3125	31,25
Andebol	30	0,1875	18,75
Total	160	1,00	100

3.



Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção apresentada resolve os exercícios que seguem.

EXERCÍCIOS

1. Fez –se um levantamento do número de filhos de 63 mulheres com idades entre 15 e 49 anos de idade. Considere os dados que se seguem.

4	3	0	3	1	2	5	2	4
0	7	2	4	5	7	6	3	7
2	1	5	8	11	6	0	2	0
10	3	7	6	4	3	2	8	3
1	0	3	7	5	11	4	4	5
3	4	0	5	4	2	7	0	6
2	0	2	7	8	0	5	4	3

a) Complete a tabela de frequência absoluta e relativa percentual.

Nº de filhos	***f***	$f_r\,(\%)$
0	9	
1		4,8
2	9	
3		14,3
	9	14,3
5		11,1
6	4	
	7	11,1
8	3	
	0	0,0
10	1	
11		3,1
Total	63	100%

b) Com os dados da frequência absoluta da tabela do exercício anterior constroi um gráfico de barras.

2. Sabendo que o número de filhos de 10 famílias inquiridas é o que a seguir se apresenta: 3, 1, 0, 5, 2, 1, 2, 4, 0 e 2.

a) Complete a tabela de frequências absolutas, relativas e percentuais.

Nº de filhos	f	f_r	$f_r(\%)$
Total			

b) Desenhe o gráfico de barras para as frequências absolutas.

Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios, compare as suas respostas com a chave de correcção a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

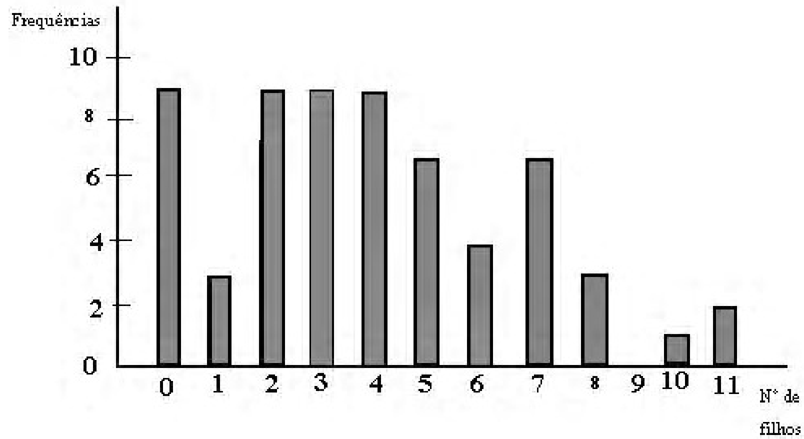
1. a)

Nº de filhos	f	$f_r\,(\%)$
0	9	**14,2**
1	**3**	4,8
2	9	**14,3**
3	**9**	14,3
4	9	14,3
5	**7**	11,1
6	4	**6,3**
7	7	11,1
8	3	**4,8**
9	0	0,0
10	1	**1,6**
11	**2**	3,1
Total	63	100%

TOME NOTA...

A frequência relativa percentual obtem-se dividindo cada uma das frequências absolutas pela frequência total (63).

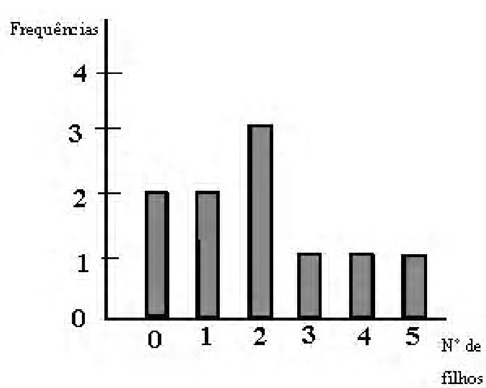
b)

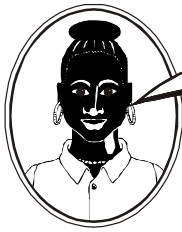


2. a)

Nº de filhos	f	f_r	$f_r(\%)$
0	2	0,20	20
1	2	0,20	20
2	3	0,30	30
3	1	0,10	10
4	1	0,10	10
5	1	0,10	10
Total	10	1,00	100

b)





Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- Ambos querem ter relações sexuais?
- Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

6 Construção de Pictogramas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Ler e nterpretar pictogtramas;
- Recolher dados, organizar e representar através de pictogramas.

Material necessário de apoio

- Régua, compasso, lápis, borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 6ª lição do décimo quinto módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai aprender a representar dados através de pictogramas. Os pictogramas são representações ideográficas que facilmente permitem visualizar melhor e rapidamente as informações.

Nos pictográgramas usam-se símbolos para representar o número de pessoas ou coisas observadas: livros, casas, automóveis, peixes, etc. Para a facilidade da sua compreensão, vai acompanhar alguns exemplos depois de ter resolvido alguns exercícios de revisão e comparando com a respectiva chave de correcção.

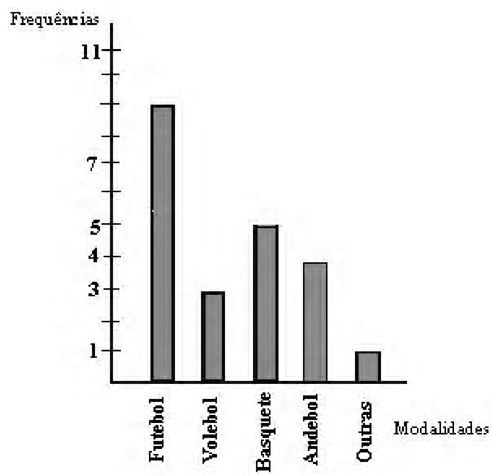
Caro aluno, no caso de persistirem dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Mas, antes de iniciar o estudo desta lição começará por fazer uma breve revisão realizando alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, resolve os exercícios que se seguem, em relação a leitura e interpretação de gráficos de barras.

1. O gráfico de barras que se segue representa as actividades desportivas favoritas praticadas por uma turma da 9ª classe de uma das escolas secundáras da provínca de Gaza, onde se realizou o inquérito.



Marque com um **V** as afimações verdadeiras e um **F** as falsas.

V/F

a) A turma tem 22 alunos que praticam actividades desportivas. ☐

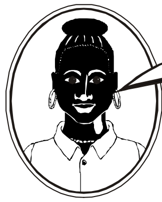
b) A turma tem 20 alunos que praticam actividades desportivas. ☐

c) O desporto mais favorito é o futebol, e corresponde a 12 alunos. ☐

d) O desporto mais favorito é o futebol, e corresponde a 9 alunos. ☐

e) O desporto menos favorito é o voleibol, e é correspondente a 4 alunos. ☐

f) O desporto menos favorito é o voleibol, e é correspondente a 2 alunos. ☐



Caro aluno, depois de ter realizado o exercício de revisão compare as suas respostas com a chave de correcção que a seguir lhe sugerimos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F

a) A turma tem 22 alunos que praticam actividades desportivas.

b) A turma tem 20 alunos que praticam actividades desportivas.

c) O desporto mais favorito é o futebol, e corresponde a 12 alunos.

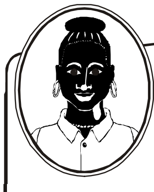
d) O desporto mais favorito é o futebol, e corresponde a 9 alunos.

e) O desporto menos favorito é o voleibol, e é correspondente a 4 alunos.

f) O desporto menos favorito é o voleibol, e é correspondente a 2 alunos.

Pictogramas

Definição



Pictogramas são gráficos onde se utilizam figuras ou símbolos alusivos à distribuição em estudo.

Os **pictogramas** consistem em representar as frequências absolutas de cada modalidade por desenhos semelhantes entre si e de áreas proporcionais à respectiva frequência e repetido um número de vezes proporcional à sua frequência.

TOME NOTA...

Num **pictograma** usa-se um símbolo apropriado para respresentar um certo número de itens.

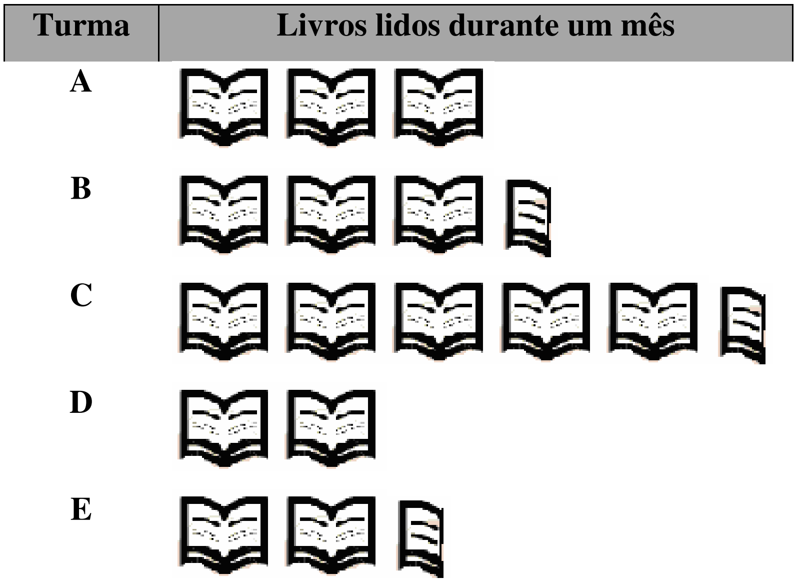
Na construção e análise de um pictograma é necessário ter em consideração que:

- O gráfico deve ter um título;
- No gráfico deve ter a indicação do significado de cada símbolo utilizado e este deve ter ligação com o objecto em estudo;
- Os símbolos são normalmente desenhados em linhas, mas também podem apacer em colunas desde que estejam igualmente espaçados;
- As quantidades devem estar relacionadas com o aumento ou diminuição de símbolos e não com o aumento ou diminuição da figura ou símbolo em questão.

Caro aluno, agora segue atentamente alguns exemplos que se seguem de forma a clarificar a leitura que acabou de fazer.

Exemplo

Consideremos o problema que se segue: Numa biblioteca duma das escolas secundárias da cidade de Tete, 5 turmas fizeram leitura dos livros e o número dos livros foi registado segundo o pictograma que se segue.



Cada  representa 50 livros.

Daqui se podem fazer as perguntas.

a) Qual é a turma que leu mais livros?

b) Qual é a turma que leu menos livros?

Respondendo á primeira pergunta **a)**; Podemos ver que apenas por uma simples observação do pictograma podemos concluir que a turma C, leu mais livros.

E em relação á segunda pergunta **b)**, de igual modo como se fez na primeira pergunta pela simples observação pode se notar que a turma D é que leu poucos livros.

E se continuassemos a perguntar.

c) Quantos livros leu a turma A?

Na resposta esta questão, seria:

Porque sabemos que:  corresponde a 50 livros.

Então: $3 \bullet 50 \mathit{livros} = 150 \mathit{livros}$

Resposta: A turma A, leu 150 livros.

d) Quantos livros leu a turma C?

Tal como se fez na alínea anterior, seguiremos o mesmo procedimento.

Será 5 vezes  (50 livros) mais (25 livro).

O que se traduz em: $5 \bullet 50\,livros + 25\,livros$

$$250 + 25 \text{ livros} = 275 \text{ livros.}$$

Resposta: A turma C, leu 275 livros.

d) Quantos livros leram todas as turmas?

Para responder a estsa pergunta, basta verificar quantas vezes

temos  e quantas vezes temos também .

E daqui se pode equacionar, da seguinte maneira:

$$15 \bullet 50\,livros + 3 \bullet 25\,livros = 750\,livros + 75\,livros$$

$$= 825\,livros$$

e) Se se considerar que cada turma é formada por 25 alunos. Quantos livros terá lido cada aluno nesse mês?

Para resolver esta questão é necesário saber em primeiro lugar, quantos alunos são ao todo.

1º - passo: Assim será: 5 x 25 alunos = 125 alunos.

2º - passo: Determinar o número de livros que cada aluno poderá ter lido. Dividindo a quantidade de livros lidos pelo número dos alunos. $825\,livros : 125$, em média cada aluno leu 7 livros. (valor aproximado, visto que 825 : 125 = 6,6 $\approx$ 7).

Caro aluno, depois de ter lido o texto acima e acompanhado o exemplo, resolve a actividade que se segue como forma de interiorizar e consolidar os seus conhecimentos.

ACTIVIDADE

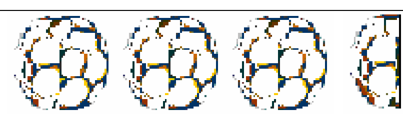
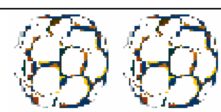
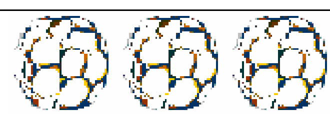
1. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira. Em relação ao pictograma.

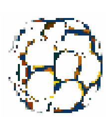
a) Num pictograma usa-se um símbolo apropriado para representar um certo número de itens. ☑

b) Num pictograma usam-se vários símbolos apropriados para representar um certo número de itens. ☐

c) Um pictograma é um gráfico que usa números. ☐

2. Um grupo de jovens de um dos bairros da cidade da Beira, decidiu fabricar bolas de trapos e vendê-los na feira. Cada bola custa 10 meticais. A partir do pictograma marque com um **V** as afirmações verdadeiras, justifique-as e um **F** as falsas.

Sexta	
Sábado	
Domingo	

Cada  representa 90 bolas.

V/F

a) No domingo foi o dia em que os jovens venderam mais bolas.

b) Na sexta feira foi o dia em que os jovens venderam mais bolas.

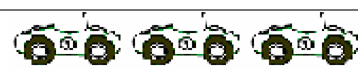
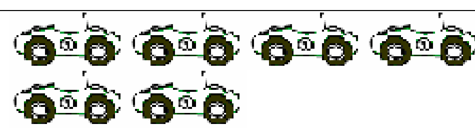
c) No domingo venderam-se 270 bolas.

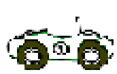
d) No domingo venderam-se 180 bolas.

e) Na venda total das bolas os jovens ganharam 7650 meticias.

f) Na venda total das bolas os jovens ganharam 665 meticias.

3. O diagrama que se segue mostra o número de registo de veículos automóveis realizado nas províncias do Sul de Moçambique no ano de 2006.

Inhambane	
Gaza	
Maputo/C.Maputo	

Cada  representa 505 registo de automóveis. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) A província de Inhambane registou mais veículos automóveis. ✓

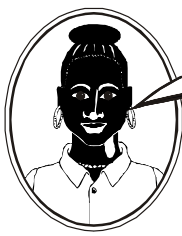
b) Maputo/C.Maputo registaram mais veículos automóveis.

c) Todas províncias registaram no total 505 veículos automóveis.

a) Todas províncias registaram no total 6 565 veículos automóveis. ☑

b) A província de Gaza registou poucos veículos automóveis, correspondendo a 1515 registos. ☐

c) A província de Gaza registou poucos veículos automóveis, correspondendo a 155 registos. ☐



Caro aluno, depois de ter realizado todos os exercícios propostos na actividade acima compare as suas respostas com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos. Caso continue com dificuldades, releia o texto e o exemplo e resolve novamente a actividade.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

2. a) F; **b)** V; **c)** V; **d)** F; **e)** V; **f)** F

b) Na sexta foi o dia em que os jovens venderam mais bolas. Porque observando no pictograma vê-se que existem 3 figuras e meia de bolas o que não existe em nenhuma outra fila, o que quer dizer que os jovens venderam 315 bolas. O que corresponde a:

$$3 \bullet 90 + 45 = 270 + 45$$
$$= 315\, bolas\ .$$

c) No domingo venderam-se 270 bolas. Porque pelos cálculo teremos: $3 \bullet 90 = 270$

e) Na venda total das bolas os jovens ganharam 7650 meticias. Porque pelos cálculos teremos: $8 \bullet 90\,bolas + 45\,bolas = 720\,bolas + 45\,bolas$

$$= 765\,bolas$$

E como se sabe que cada bola custa 10 meticais, assim fica:

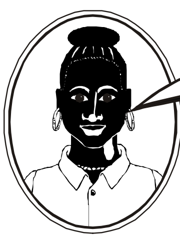
$765\,bolas \bullet 10\,Mt = 7\,650\,Mt$.

3. **b)** ; **d)** e **e)**

b) Maputo/C.Maputo registaram mais veículos automóveis.

d) Todas províncias registaram no total 6 565 veículos automóveis.

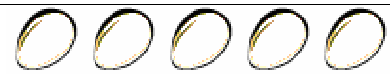
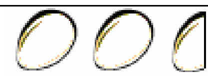
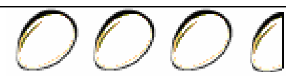
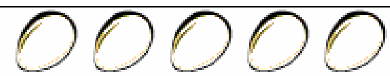
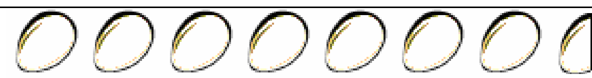
e) A província de Gaza registou poucos veículos automóveis, correspondendo a 1515 registos.



Caro aluno, depois de ter comparado as suas respostas com a chave de correcção que lhe sugerimos e senão acertou em algum exercício volte a ler o texto e resolve novamente, só depois é que pode passar a resolver os exercícios que se seguem como forma de praticar e consolidar os seus conhecimentos. Já sabe onde se encontra o **CAA**.

EXERCÍCIOS

1. O gráfico que se segue representa o volume de negócio numa banca de venda de ovos, num dos mercados da Capital do País durante uma semana.

Segunda	
Terça	
Quarta	
Quinta	
Sexta	
Sábado	

Cada  representa duas dúzias de ovos.

Marque com um ✓ apenas as respostas certas. E justifique as sua opções.

a) Na quarta feira na banca venderam-se 60 ovos. ✓ ☐

b) Na quarta feira na banca venderam-se duas dúzias e meia de ovos. ☐

c) No sábado venderam-se mais ovos, correspondendo a catorze dúzias e meia. ☐

d) No sábado venderam-se mais ovos, correspondendo a 168 ovos. ☐

e) Durante a semana venderam-se ao todo 672 ovos. ☐

f) Durante a semana venderam-se ao todo 54 dúzias de ovos. ☐

2. Considerando ainda o pictograma do exercício anterior. Marque com um **V** as afirmações verdaeiras, e justifique-as. E um **F** as falsas.

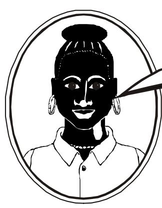
V/F

a) Sabendo que cada ovo custa 2,5Mt; na terça feira obteve-se pela venda 270 Mt.

b) Sabendo que cada ovo custa 2,5Mt; na terça feira obteve-se pela venda 300 Mt.

c) Pela venda total dos ovos durante a semana arrecadou-se o montante de 1680 Mt.

d) Pela venda total dos ovos durante a semana arrecadou-se o montante de 1700 Mt.



Caro aluno, depois de ter resolvido os exercícios propostos compare as suas respostas com a chave de correcção que se apresenta em seguida.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)** e **e)**

a) Na quarta feira na banca venderam-se 60 ovos. Porque temos duas vezes  e uma metade ; e como sabemos que este símbolo corresponde a duas dúzias, mais uma dúzia respectivamente, assim teremos:

$$24 \bullet 2 + 12 = 48 + 12$$
$$= 60$$

c) No sábado venderam-se mais ovos, correspondendo a catorze dúzias e meia. Porque contando os símbolos no pictograma, encontramos sete (7) e uma metade. O que corresponde 7 x 2 = 14 dúzias e meia.

e) Durante a semana venderam-se ao todo 672 ovos. Isto porque se pode traduzir na operação: 26 vezes duas dúzias, vezes doze ovos, mais 4 vezes .

$$\begin{aligned} 26 \bullet 2 \bullet 12 + 48 &= 52 \bullet 12 + 48 \\ &= 624 + 48 \\ &= 672 \end{aligned}$$

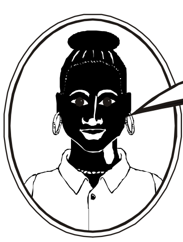
2. **a)** V**;** **b)** F; **c)** V; **d)** F

a) Sabendo que cada ovo custa 2,5Mt; na terça feira obteve-se pela venda 270 Mt. Porque na terça feira temos: 9 dúzias de ovos vezes 2,5Mt. O que se traduz: $8 \bullet 12 + 12 = 96 + 12$

$$= 108\, ovos$$

$$108\, ovos \bullet 2,5\, Mt = 270\, Mt$$

c) Pela venda total dos ovos durante a semana arecadou-se o montante de 1680 Mt. Porque já sabemos do exercício anterior alínea **e)** que venderam-se 672; temos que usar esta informação: $672\, ovos \bullet 2,5\, Mt = 1680\, Mt$.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual**, vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente, estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos;
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus;
- Ardor ao urinar;
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis;
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais;
- Ardor ao urinar.

7 Construção de Pictogramas

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Ler e interpretar pictogramas;
- Construir pictogramas.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 7ª lição do décimo quinto módulo de Matemática da 9ª classe, onde aprenderá a construir pictogramas, a partir de dados fornecidos e recolhidos na vida prática.

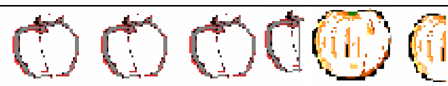
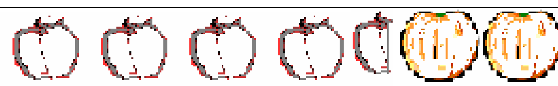
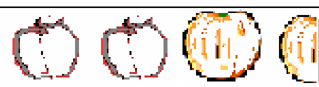
Nesta lição, terá oportunidade de recolher dados, organizá-los, representá-los através de pictogramas e fazer a respectiva análise.
Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Mas, antes de iniciarmos o estudo desta lição começaremos por fazer uma breve revisão realizando alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, resolve os exercícios que se seguem, em relação a leitura e interpretação dos dados estatísticos através de pictogramas.

1. O pictograma que se segue representa o volume de negócios de quatro vendedeiras de fruta da esquina, numa das cidades do País, durante uma semana.

Vendedeira	Frutas
A	
B	
C	
D	

Cada  (maçã),  (laranja) representa 10 kgs.

Marque com um ✓ apenas as respostas certas e justique a sua opção.

a) A vendedeira A comercializou 50 kg de fruta. ✓

b) A vendedeira A comercializou 30 kg de fruta.

c) A vendedeira D comercializou 35 kg de fruta.

d) A vendedeira D comercializou 40 kg de fruta.

e) Ao todo as vendedeiras comercializaram 200 gk de fruta.

f) Ao todo as vendedeiras comercializaram 150 gk de fruta.

g) A vendedeira que comercializou mais fruta é a C, porque comercializou 65 kg de fruta. ✓☐

h) A vendedeira que comercializou mais fruta é a B, porque comercializou 4 x 10 + 5 + 5 kg de fruta. ☐

2. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. Considerando ainda o pictograma do exercício anterior e cada kg de fruta custar 15 Mt.

V/F

a) A vendedeira D receberia pela comercialização 525 Mt. ☐

b) A vendedeira D receberia pela comercialização 425 Mt. ☐

c) Somando a receita da comercialização das quatro vendedeiras totaliza 3000 Mt. ☐

d) Somando a receita da comercialização das quatro vendedeiras totaliza 2750 Mt. ☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. **a)**; **c)**; **e)**; **g)**

a) A vendedeira A comercializou 50 kg de fruta. Porque

$5 \bullet 10\,kg = 50\,kg$

c) A vendedeira D comercializou 35 kg de fruta. Porque

$3 \bullet 10\,kg + 5\,kg = 35\,kg$

e) Ao todo as vendedeiras comercializaram 200 gk de fruta.

Porque $18 \bullet 10\,kg + 4 \bullet 5\,kg = 180\,kg + 20\,kg$

$= 200\,kg$

g) A vendedeira que comercializou mais fruta é a C, porque comercializou 65 kg de fruta. Porque

$6 \bullet 10\,kg + 5\,kg = 60\,kg + 5\,kg$

$= 65\,kg$

2. **a)** V; **b)** F; **c)** V; **e)** F

Caro aluno, acompanhe atentamente o exemplo que se segue.

Exemplo

Consideremos a tabela que se segue, ela representa o número de veículos registados nas províncias das zonas centro e norte em 1995.

Província	Nº de veículos registados
Niassa	699
C. Delgado	1152
Nampula	4249
Zambézia	735
Tete	2345
Manica	2117
Sofala	9801
Total	21098

Construir um pictograma que representa estes dados.

Caro aluno, para realizar esta tarefa, temos que seguir os passos:

1º- passo: Escolher um símbolo apropriado.

Assim: 

2º- passo: Arredondar os números para os múltiplos de 100.

Assim:

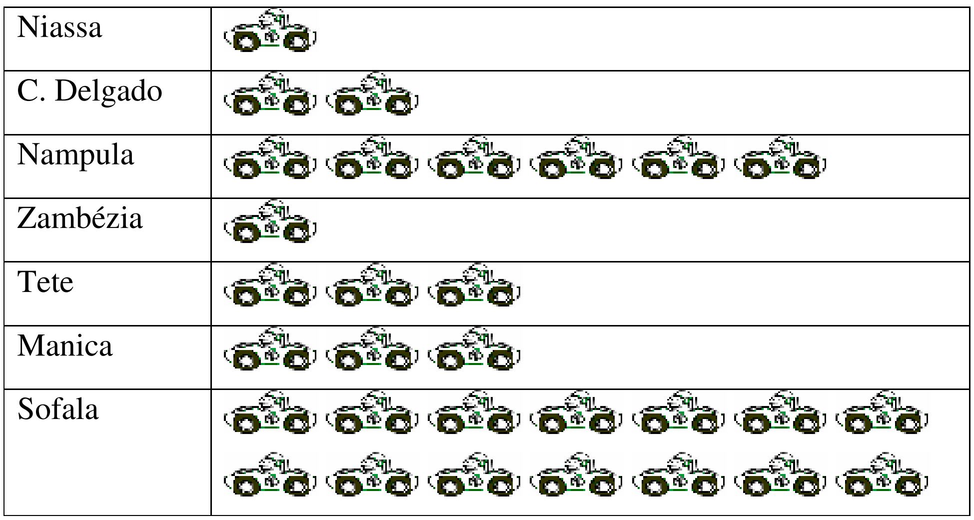
Província	Nº de veí. Reg.	Valor ar. Mult. 100
Niassa	699	700
C. Delgado	1152	1200
Nampula	4249	4200
Zambézia	735	700
Tete	2345	2300
Manica	2117	2100
Sofala	9801	9800
Total	21098	21000

3º- passo: Dar significado a cada símbolo, isto é, fazer uma correspondência com um determinado número.

Assim:

Cada  corresponde a 700 veículos.

4º- passo: Construir o pictograma.

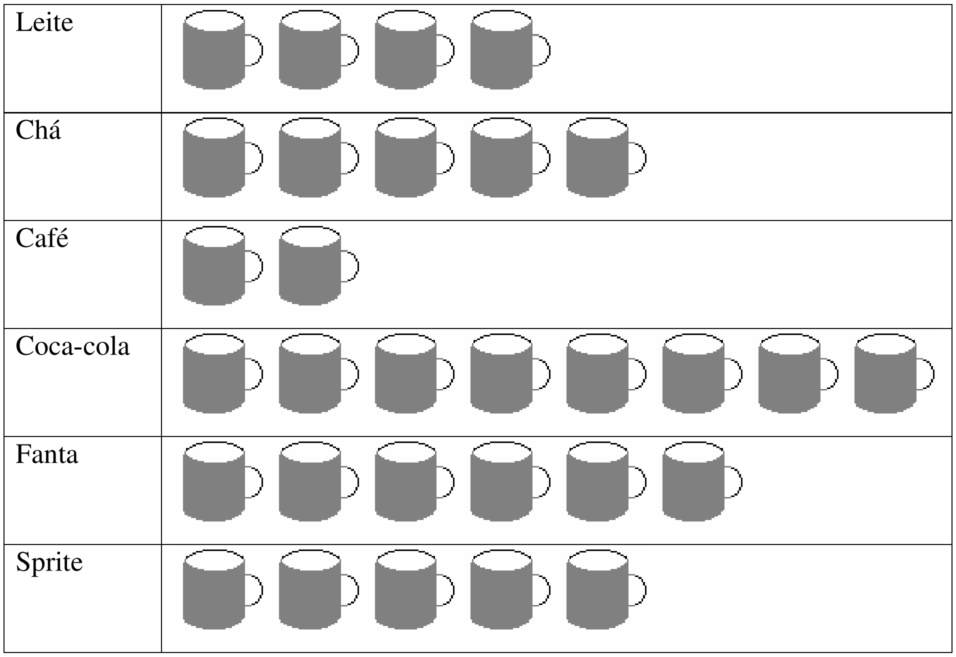


ACTIVIDADE

1. Considere a tabela que se segue, ela representa dados sobre os acidentes de viação por província em 1997. Constroi um pictograma.

Província	**Acidentes**
Niassa	130
C. Delgado	121
Nampula	487
Zambézia	81
Tete	155
Manica	327
Sofala	750
Inhambane	277
Gaza	271
Maputo-província	459
Maputo-cidade	1690
Total	4748

2. O pictograma que se segue representa os gostos dos alunos de uma das escolas secundárias da Cidade de Pemba.

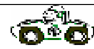
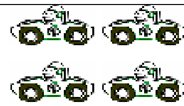
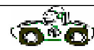
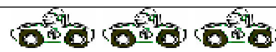
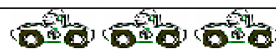
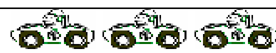
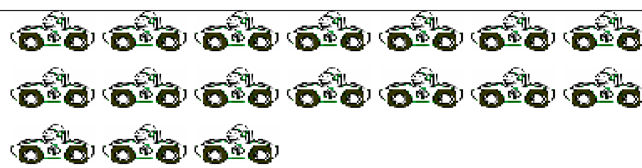


 Representa 50 alunos. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

	V/F
a) Há 250 alunos que preferem tomar leite.	☐
b) Há 200 alunos que preferem tomar leite.	☐
c) Café tem menos adeptos que o chá.	☐
d) A escola tem 2000 alunos.	☐
e) A escola tem 2000 alunos.	☐
f) Só dois alunos é que preferem café.	☐
g) A coca-cola tem mais adeptos que a fanta.	☐

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

Província	
Niassa	
C. Delgado	
Nampula	
Zambézia	
Tete	
Manica	
Sofala	
Inhambane	
Gaza	
Maputo-província	
Maputo-cidade	
Total	

Cada , crresponde a 100 acidentes.

2. a) F, **b)** V, **c)** V, **d)** F, **e)** V, **f)** F; **g)** V

a) Há 250 alunos que preferem tomar leite.

b) Há 200 alunos que preferem tomar leite.

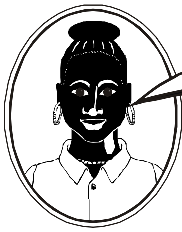
c) Café tem menos adeptos que chá.

d) A escola tem 2000 alunos.

e) A escola tem 2000 alunos.

f) Só dois alunos é que preferem café.

g) A coca-cola tem mais adeptos que a fanta.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Uma gravidez não planeada irá mudar a sua vida.

Concretize os seus sonhos e as suas ambições.

Faça planos para o seu futuro! Por isso **evite a gravidez prematura** abstendo-se da actividade sexual.

8

Relação entre Censo, Sondagem com População e Amostra

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Identificar censo, sondagem, população e amostra;
- Relacionar censo e sondagem com população e amostra.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 8ª lição do décimo quinto módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai rever os conceitos sobre censo, sondagem, população e amostra.

Nesta lição, terá oportunidade de relacionar censo e sondagem com população e amostra.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Mas, antes de iniciarmos o estudo desta lição começaremos por fazer uma breve revisão realizando alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Censo

Quando se fazem censos inquere-se toda a população, por exemplo; no censo de 2007 foi inquerida toda a população residente no país (nacionais e estrangeiros) onde se colheram todas as informações sobre caracteres previamente seleccionados. Os censo normalmente realizam-se de 10 em 10 anos.

Sondagem

Quando escolhemos um certo número de indivíduos (amostra) de uma população para estudar uma ou mais características estamos fazendo uma **sondagem**.

Por outro lado as sondagens são susceptíveis de erros.

Exemplo

Pretende-se fazer uma sondagem a um grupo de 960 professores de Ciências do Ensino secundário de uma determinada província. Para tal selecciona-se uma **amostra de 10%**. Quantos professores de Matemática, Física, Química, Biologia e Desenho deverão sere seleccionados se eles devem estar representados proporcionalmente ao número de horas semanais das suas disciplinas?

Tome nota: Os professores de Matemática, Física, Química, Biologia e Desenho leccionam 5, 3, 3, 3 e 2 horas por semana, respectivamente.

Procedimento: Como sabemos que a amostra deve ser proporcional. Deste modo temos que determinar 10% de 960 professores.

960% _____ 100%

x _____ 10%

$$\frac{960}{100\%}=\frac{x}{10\%}$$

$$9600\%=100\%\bullet x$$

$$x=\frac{9600}{100}$$

$$x=96$$

Em seguida vamos adicionar o número de horas de todos os professores, assim 5 + 3 + 3 + 3 + 2 = 16.

Depois estabelecemos a relação de proporção:

96 _____16

a ______ 5

$$\frac{96}{16}=\frac{a}{5}\Leftrightarrow 96\bullet 5=16\bullet a$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{480}{16}=30$$

30 professores de Matemática.

96 _____16

b ______ 3

$$\frac{96}{16}=\frac{b}{3}\Leftrightarrow 96\bullet 3=16\bullet b$$

$$\Leftrightarrow b=\frac{288}{16}=18$$

18 professores Física.

E porque as disciplinas de Física, Química e Biologia tem a mesma carga horária; em cada uma das três disciplinas serão 18 professores.

96 _____16

c ______ 2

$$\frac{96}{16}=\frac{c}{2}\Leftrightarrow 96\bullet 2=16\bullet c$$

$$\Leftrightarrow c=\frac{192}{16}=12$$

12 professores Desenho.

Assim a amostra será constituída por 96 Professores de ciências, distribuídos da seguinte maneira:

Matemática 30 professores; Física 18 professores;

Química 18 professores; Biologia 30 professores;

Desenho 12 professores

Somando o números de todos professores inqueridos, teremos:

30 +18 + 18 + 18 12 = 96. Deste modo verificamos a nossa amostra.

EXERCÍCIOS

1. Considere as afirmações que se segue, marque com um **V** as verdadeiras e um **F** as falsas. Em relação á censo, sondagem, população e amostra.

V/F

a) Os alunos da Escola Secundária Joaquim Chissano em Boane, trata-se de população. ☐

b) Os alunos da Escola Secundária Joaquim Chissano em Boane, trata-se de amostra. ☐

c) Cada pacote de detergente omo, da fábrica da Matola. Trata-se de uma amostra. ☐

d) Cada pacote de detergente omo, da fábrica da Matola. Trata-se de população. ☐

e) Todas crianças com menos de 5 anos de todo país em 2008, devem fazer a vacina contra a pólio. Trata-se de amostra. ☐

f) Todas as crianças com menos de 5 anos de todo país em 2008, devem fazer a vacina contra a pólio. Trata-se da população. ☐

2. Dos alunos da escola secundária de Montepuez, 8% resposnderam a um questionário sobre os métodos de avaliação na disciplina de Matemática. O questionário havia sido distribuído a 160 alunos. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras e justifique as suas opções.

a) O universo estatístico é de 160 alunos. ✓ ☐

b) O universo estatístico é de 2000 alunos. ☐

c) O número de meninas na escola é de 700, sabendo que elas correspondem a 35% do total dos alunos da escola. ☐

d) O número de meninas na escola é de 200, sabendo que elas correspondem a 35% do total dos alunos da escola. ☐

e) Na amostra foram inqueridas 56 meninas. ☐

f) Na amostra foram inqueridas 700 meninas. ☐

3. Marque com um ✓ apenas a afirmação que explica com clareza a importância dos estudos estatísticos.

a) As sondagens são importantes, pois questionam toda a populaão de um país. ✓ ☐

b) É importante que se desenvolvam censos por forma a recolher informações sobre as opiniões de grupos específicos. ☐

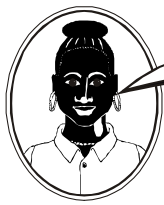
c) Os estudos estatísticos são importantes, porque recolhem informações sobre as quais os governos tomam decisões sobre questões de desenvolvimento do país. ☐

d) Os estudos estatísticos são importantes a nível social, pois ajudam as sociedades a definirem padrões de conduta. ☐

4. Faz uma sondagem no seu bairro ou aldeia para apurar a percentagem dos teus amigos e colegas cujos pais são desempregados.

Observação: Faz um inquérito a uma amostra de 20 indivíduos. Os inquiridos devem ser escolhidos aleatoriamente.

Tome nota: Escolha aleatória significa, escolha ao acaso.



Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exeercícios propostos compare as sua respostas com a chave de correcção que a seguir lhe apresentamos.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a) V, **b)** F**, c)** V, **d)** F, **e)** F; **f)** V

a) Os alunos da Escola Secundária Joaquim Chissano em Boane, trata-se de população.
b) Os alunos da Escola Secundária Joaquim Chissano em Boane, trata-se de amostra.
c) Cada pacote de detergente omo, da fábrica da Matola. Trata-se de uma amostra.
d) Cada pacote de detergente omo, da fábrica da Matola. Trata-se de população.
e) Todas as criâncias com menos de 5 anos de todo país em 2008, devem fazer a vacina contra a pólio. Trata-se de amostra.
f) Todas as criâncias com menos de 5 anos de todo país em 2008, devem fazer a vacina contra a pólio. Trata-se da população.

2. **b)**, **c)**, **e)**

b) O universo estatístico é de 2000 alunos. Porque pela equação teremos:

$$\frac{8\%}{160}=\frac{100\%}{x} \Leftrightarrow x=\frac{160 \bullet 100\%}{8\%}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{16000}{8}$$

$$\Leftrightarrow x=2000$$

c) O número de meninas na escola é de 700, sabendo que elas correspondem a 35% do total dos alunos da escola. Como é nos fornecido a percentagem das meninas e porque já conhecemos o uiverso dos alunos da escola determinaremos:

$$35\% \text{ de } 2000 = \frac{35}{1\cancel{00}} \bullet 20\cancel{00}$$

$$= 35 \bullet 20$$

$$= 700$$

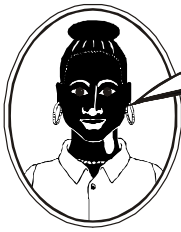
e) Na amostra foram inqueridas 56 meninas. E para a determinação do número de meninas na amostra será: $35\% \text{ de } 160 = \frac{35}{10\cancel{0}} \bullet 16\cancel{0}$

$$= \frac{560}{10}$$

$$= 56$$

3. **c)** Os estudos estatísticos são importantes, porque recolhem informações sobre as quais os governos tomam decisões sobre questões de desenvolvimento do país.

4. Para esta questão a resposta é facultativa, porque dependerá dos dados a serem colhidos pelos, caros alunos.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Antes de ter relações sexuais, esteja preparado(a), certifique-se:

- ➲ Gosta mesmo dessa pessoa especial?
- ➲ Ambos querem ter relações sexuais?
- ➲ Sente-se bem e em segurança com essa pessoa especial?

Então ... utilize um preservativo novo e não arrisque o perigo de doenças ou infecções.

9 Construção de Tabelas e Diagramas de Barras

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Construir tabelas de frequências (absolutas e relativas) a partir de dados reais;
- Construir tabelas e diagramas de barras.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, borracha.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 9ª lição do décimo quinto módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai estudar

Nesta lição, terá oportunidade de estudar a representação de dados através de diagramas de barras.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Mas, antes de iniciarmos o estudo desta lição começaremos por fazer uma breve revisão realizando alguns exercícios.

FAZENDO REVISÕES...

Caro aluno, acompanhe atentamente o exemplo que se segue como forma de rever alguns conhecimentos sobre a construção de gráficos de barras.

Exemplo

Num inquérito a um grupo de alunos sobre o nùmero de vezes que estes ajudavam nos trabalhos domésticos, em suas casas. Obtiveram-se as respostas segundo a tabela que se segue, respeitante ao nùmero de vezes que estes ajudam nos trabalhos doméstico; num período de um mês.

6	10	8	7	6	8	10	7	6	7
7	8	9	10	8	10	7	8	6	7
10	7	10	9	7	8	8	9	8	8

Construir o gráfico de barras da frequência absoluta com estes dados.

Procedimento

1º Passo: Primeiro, constroi-se uma tabela de frequências absoluta.

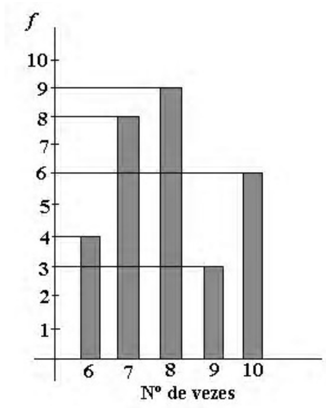
Por outro lado, está recordado que para se obter a frequência absoluta primeiro faz-se a contagem. Bom neste caso vamos elaborar a tabela contendo a frequência relativa nas duas formas (decimal e percentual).

Nº de vezes	**Frequência absoluta (*f*)**	Frequência relativa $\left(f_r = \frac{\text{f}}{\text{n}}\right) =$	Frequência relativa percentual $\left(f_{r\%} = f_1 \bullet 100\%\right)$
6	**4**	$\frac{4}{30} = 0,13$	13
7	**8**	$\frac{8}{30} = 0,27$	27
8	**9**	$\frac{9}{30} = 0,30$	30
9	**3**	$\frac{3}{30} = 0,10$	10
10	**6**	$\frac{6}{30} = 0,20$	20
Total	**n = 30**	1,00	100

Como pode ver a primeira coluna representa a variável e a segunda a frequência absoluta ou seja a variável independente e a frequência relativa a dependente.Assim as variáveis colocam-se no eixo das abcissas e afrequência no eixo das ordenadas .

Ora bem, caro aluno não deve confundir o número de vezes em que cada aluno realizou os trabalhos domésticos com o número de vezes que a variável se repete (o número de vezes que ajudaram nos trabalhos domésticos).

2º Passo: Construir o gráfico de barras, de frequência absoluta.
A intersecção do valor da abcissa e da ordenada é o topo do rectângulo de cada barra.Veja o gráfico que se segue.



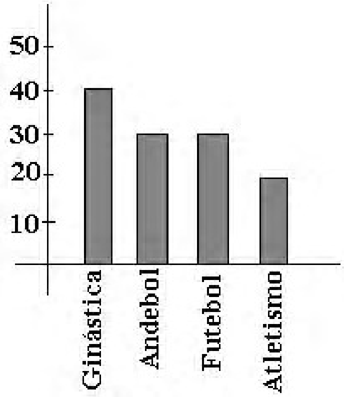
ACTIVIDADE

1. Numa turma das escolas da Cidade de Nampula, no levantamento 3 de Março de 2006; encontraram-se alunos com idades, segundo a tabela que se segue.

Construir um gráfico de barras com os dados recolhidos.

14	15	13	16	14	14	17	15	14
	14							
13	14	16	14	15	14	13	14	16

2. Dado o gráfico que se segue e que representa as diferentes modalidades desportivas praticadas por alunos, numa das escolas Secundárias da Capital do País.



Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

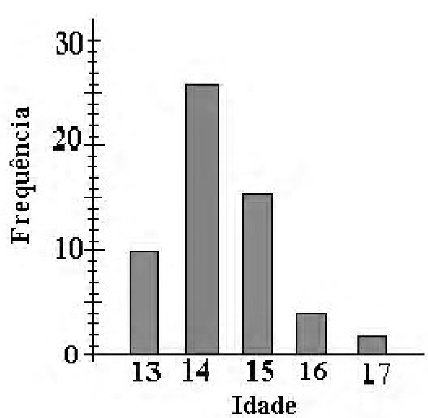
		V/F
a)	A modalidade de ginástica tem 40 atletas.	☐
b)	A modalidade de ginástica tem 30 atletas.	☐
c)	A modalidade de futebol tem 20 atletas.	☐
d)	A modalidade de futebol tem 30 atletas.	☐
e)	As modalidades de atletismo e andebol tem 50 atletas.	☐
f)	As modalidades de atletismo e andebol tem 50 atletas.	☐

Caro aluno, depois de ter realizado todos os exercícios da actividade proposta, compare as suas respostas com a chave de correcção que a seguir se apresenta.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1. Primeiro construir tabelas de frequências absolutas e relativas.

Idade	**Frequência absoluta (*f*)**	**Frequência relativa** $\left(f_r = \frac{f}{n}\right) =$	**Frequência relativa percentual** $\left(f_{r\%} = f_1 \bullet 100\%\right)$
13	**9**	$\frac{9}{50} = 0{,}18$	18
14	**26**	$\frac{26}{50} = 0{,}52$	52
15	**9**	$\frac{9}{50} = 0{,}18$	18
16	4	$\frac{4}{50} = 0{,}08$	8
17	**2**	$\frac{2}{50} = 0{,}04$	4
Total	**n = 50**	1,00	100



2. **a)** V**, b)** F, **c)** F, **d)** V, **e)** V; **f)** F

a) A modalidade de ginástica tem 40 atletas.

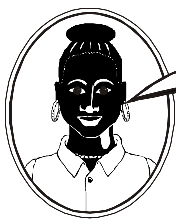
b) A modalidade de ginástica tem 30 atletas.

c) A modalidade de futebol tem 20 atletas.

d) A modalidade de futebol tem 30 atletas.

e) As modalidades de atletismo e ndebol tem 50 atletas.

f) As modalidades de atletismo e ndebol tem 50 atletas.



Caro aluno, depois de ter resolvido todos os exercícios propostos na actividade e ter comparado as suas respostas com a chave de correcção, resolve os exercícios que se seguem como forma de interiorizar os seus conhecimentos.

EXERCÍCIOS

1. As idades dos alunos de uma das turmas da 9ª classe do Ensino a Distância em Nampula, foram:

17, 15, 14, 15, 15, 18, 20,16, 19,14,20, 17 16, 20, 19, 16, 18, 16,14 ,18 15, 18, 16,   20,15 16, 15 18, 16 e 20.

a) Elabore uma tabela de frequência absoluta.

b) Através dos dados da tabela constroi um gràfico de barras.

2. Considere o exercício anterior (1), assinale com um ✓penas as afiramções verdadeiras.

a) O maior número de alunos do Ensino a Distância é de 14 anos. ☑

b) O maior número de alunos do Ensino a Distância é de 16 anos. ☐

c) Só três alunos com 14 anos estão no ensino a distância. ☐

3. No final do ano de 2006, numa turma da 8ª classe, os alunos tiveram como médias anuais na disciplina de Matemática, as seguintes:

11, 13, 12, 14, 14, 10, 9, 15, 12, 9, 10, 12, 15, 14, 9, 10, 13, 12,

17, 12, 12, 9, 16, 10, 12, 14, 9, 10, 13, 9, 9, 11 e 12.

a) Usando os dados acima preencha a seguinte tabela.

Notas	**Frequência absoluta (*f*)**	**Frequência relativa (fr)**	Frequência relativa percentual $\left(f_{r\%} = f_1 \bullet 100\%\right)$
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
Total			

b) Constroi o gráfico de barras da frequência absoluta.

4. Considera o exercício anterior (3). Assinale com um ✓apenas as afirmações verdadeiras.

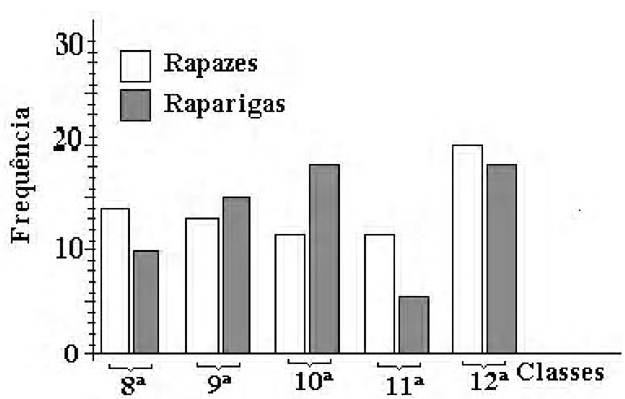
a) O número total de alunos avaliados são 33. ☐

b) A nota com maior frequência é 9. ☐

c) A nota com maior frequência é12. ☐

d) A nota mais alta foi de 17. ☐

5. Nas Olimpíadas de Matemática realizadas em 2006, numa das Escolas Secundárias da Província da Zambézia participaram alunos de ambos sexos. Segundo mostra o gráfico de barras que se segue:



Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

V/F

a) Todas as classes do ensino secundário participaram nas Olimpíadas de Matemática.

b) 14 raparigas da 8ª classe participaram nas Olimpíadas de Matemática.

c) O número total dos alunos que participou nas Olímpiadas foi 138 aluno.

d) A classe que participou com mais alunos foi a 8ª classe.

e) Construa a tabela de frequência absoluta .

Caro aluno, depois de ter realizado todos os exrcícios propostos, compare as suas respostas com a chave de correcção que a seguir se apresenta.

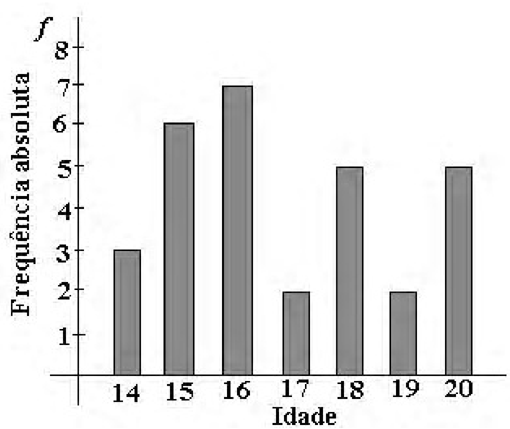
CHAVE DE CORRECÇÃO

1. a)

Idade	Frequência absoluta
14	3
15	6
16	7
17	2
18	5
19	2
20	5
Total	**n=30**

Daqui se pode concluir que n = 30, ou o número total de observações.

b)



Como se pode ver no eixo das abscissas, estão as diferentes idades observadas e no eixo das ordenadas as frequências absolutas.

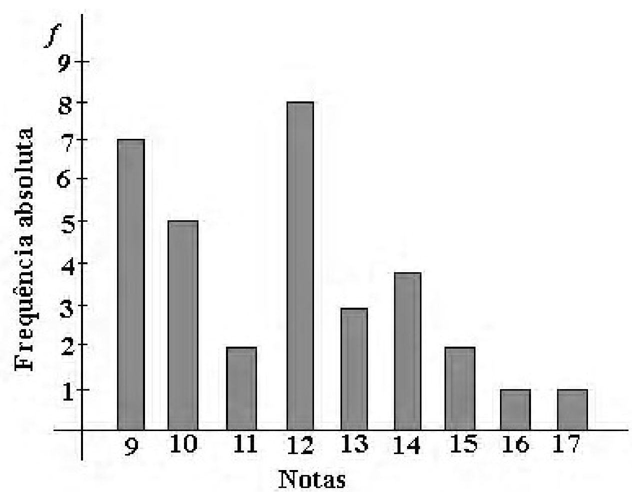
2. b) Porque corresponde ao maior número de alunos.

3. a)

Notas	**Frequência absoluta (*f*)**	**Frequência relativa (fr)**	Frequência relativa percentual $\left(f_{r\%}=f_1\bullet 100\%\right)$
9	7	7/33=0,21	21%
10	5	5/33=0,15	15%
11	2	2/33=0,06	6%
12	8	8/33=0.24	24%
13	3	3/33=0,09	9%
14	4	4/33=0,12	12%
15	2	2/33=0,06	6%
16	1	1/33=0,03	3%
17	1	1/33=0,03	3%
Total	**n=33**	**33/33=1,0**	**100%**

Daqui se pode concluir que n = 33 que é o número total das observações.

b)



c)

4. a) V, b) F, c) V; d) V.

a) Porque a soma do número de notas dos alunos avaliados é 33.

b) 9 não corresponde a nota com maior frequência.

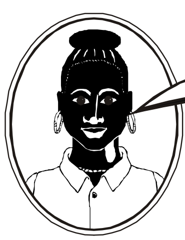
c) A nota com maior frequência é 12 e correponde a oito avaliados.

d) A maior nota foi 17 e um (1) aluno teve essa nota

5. **a)V**, **b)** F, **c) V**; **d)** F.

e)

Classe	**Nº de partcipantes**	**Rapazes (*f*)**	**Meninas (*f*)**
8ª	24	14	10
9ª	28	13	14
10ª	30	12	19
11ª	18	12	7
12ª	38	20	18
Total	138	71	68



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

10 Resolução de Exercícios sobre Estatística

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Resolver exercícios sobre estatística.
- Consolidar os conceitos fundamentais da estatística.

Material necessário de apoio

- Régua, lápis, borracha e módulo 8, da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Bem vindo ao estudo da 10ª lição do décimo quinto módulo de Matemática da 9ª classe, onde vai sitematizar e consolidar os seus conhecimentos sobre a estatística. Entre eles a população, a amostra, o censo, a sondagem, uso de tabelas de frequências absolutas e relativas, uso de gráficos de barras e pictogramas.

Caro aluno, no caso de persistirem as dificuldades deve juntar-se a colegas ou contactar o CAA.

Caro aluno, resolve os exercícios que se seguem, em relação a estatística.

ACTIVIDADE

1. Foi pedido a 50 casais que respondessem à pergunta sobre quantos filhos cada um tem. As respostas foram como se segue:

2, 4, 0, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 2, 3, 0, 2, 1, 3, 6, 3, 4, 1, 1, 2, 2, 1, 3, 5
2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 4, 2, 1, 1, 2, 2, 3, 0, 3, 1, 0, 2, 3, 2, 0, 1

Com estes dados constroi uma tabela de frequência absolutas.

2. Marque em seguida com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

V/F

a) Os casais com mais filhos têm 6. ☐

b) Os casais com mais filhos têm 18. ☐

c) É mais frequente a resposta de ter 2 filhos. ☐

d) É mais frequente a resposta de ter 1 filho. ☐

e) A maior frequência absoluta é 18 correspondente a dois filhos. ☐

f) A maior frequência absoluta é 18 correspondente a um filho. ☐

3. Considerando o inquerito apresentado no exercício 1. Marque com um ✓ apenas a afirmação verdadeira e justifique a sua opção.

a) O levantamento que se fez trata-se de uma amostra. ☑

b) O levantamento que se fez trata-se de um censo. ☐

c) O levantamento que se fez trata-se de uma sondagem. ☐

4. De um inquérito lançado a um conjunto de funcionários de uma empresa, recolheram-se os resultados relativos à estação do ano preferido para passar férias.

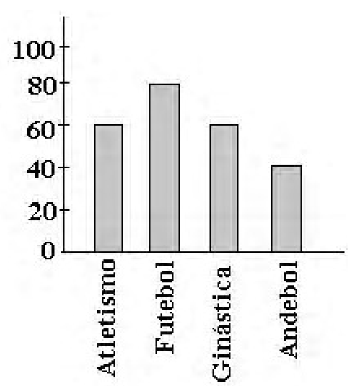
Estação do ano	**Frequências absolutas (*f*)**	**Frequências relativas (f_r)**
Verão	124	
Inverno		38%

a) Qual é a apercentagem que prefere passar férias durante o verão? Justifique as suas respostas com cálculos.

b) Quantas pessoas preferem passar férias durante o inverno? Justifique as suas respostas com cálculos.

c) Quantos funcionários foram inqueridos? Justifique as suas respostas com cálculos.

5. Num clube escolar praticam-se quatro modalidades desportivas: andebol, ginástica, futebol e atletismo. Segundo ilustra o gráfico, o número dos praticantes por cada modalidade.



Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas.

V/F

a) No clube existem 240 atletas.

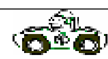
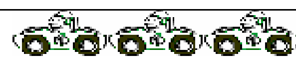
b) No clube existem 180 atletas.

c) A percentagem dos que praticam a ginástica é de 30%.

d) A percentagem dos que praticam a ginástica é de 25%.

e) Constroi uma tabela de frequências relativas da distribuição dos atletas pelas várias modalidades.

6. O número de veículos vendidos por uma determinada agência segundo as marcas, está indicado no pictograma a seguir.

Mazda	
Toyota	
Honda	
Nissan	

 1000 unidades.

Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

✓

a) Venderam-se 1000 veículos da marca Mazda.

b) Venderam-se 2000 veículos da marca Mazda.

c) O modelo mais vendido foi Honda.

d) O modelo mais vendido foi Toyota.

e) Foram vendidos ao todo 10.000 unidades.

f) Foram vendidos ao todo 1000 unidades.

7. As idades dos alunos da 10ª classe da secção de ciências são em ordem numérica seguinte:

16,12,15,16,14,13,14,15,15,14,15,17,14,15,15,15,14,16,15,14,14,15,17.

a) Preencha a tabela seguinte.

Idade	**Contagem**	**Frequência absoluta (*f*)**	**Frequência relativa (*fr*)**	**Frequência relativa (*fr%*) percentual**

8. Considerando o exercício anterior. Marque com um ✓ apenas as afirmações verdadeiras.

a) A turma tem 23 alunos.

b) A maioria dos alunos têm 15anos.

c) Os alunos de 15 anos corresponde a 30%.

d) Apenas dois alunos são mais novos.

Caro aluno, depois ter resolvido todos os exercícios propostos compare as suas respostas com a chave de correcção que se segue.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

Nº de filhos	Frequências absolutas
0	5
1	14
2	18
3	8
4	3
5	1
6	1

2. a) V,**b)** F, **c)** V, **d)** F, **e)** V; **f)** F

a) Os casais com mais filhos têm 6.

b) Os casais com mais filhos têm 18.

c) É mais frequente a resposta de ter 2 f ilhos.

d) É mais frequente a resposta de ter 1 f ilho.

e) A maior frequência absoluta é 18 correspondente a dois filhos.

f) A maior frequência absoluta é 18 correspondente a um filho.

3. a)

a) O levantamento que se fez trata-se de uma amostra.

4.

Estação do ano	Frequências absolutas (f)	Frequências relativas (f_r)
Verão	124	**62%**
Inverno	**76**	38%

a) É de 62%. Porque $100\% - 38\% = 62\%$.

b) 76 pessoas preferem passar férias durante o inverno. Porque:

124 está para 62%, assim como *x* está para 38%.

$$\frac{124}{62\%} = \frac{x}{38\%} \Leftrightarrow 62\% \bullet x = 124 \bullet 38\%$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{124 \bullet 38\%}{62\%}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4712}{62}$$

$$\Leftrightarrow x = 76$$

c) Foram inqueridas 200 funcionários. Porque:

124 + 76 = 200.

5. **a)** V, **b)** F, **c)** F e **d)** V.

a) No clube existem 240 atletas.

b) No clube existem 180 atletas.

c) A percentagem dos que praticam a ginástica é de 30%.

d) A percentagem dos que praticam a ginástica é de 25%.

e)

Modalidade	**Frequência relativa**
Atletismo	$\left(\frac{60}{240}\right) = 0,25$
Futebol	$\left(\frac{80}{240}\right) = 0,33$
Ginástica	$\left(\frac{60}{240}\right) = 0,25$
Andebol	$\left(\frac{40}{240}\right) = 0,17$
Total	**100%**

6. a), **d)** e **e)**

a) Venderam-se 1000 veículos da marca Mazda.

d) O modelo mais vendido foi Toyota.

e) Foram vendidos ao todo 10 000 unidades.

7. a)

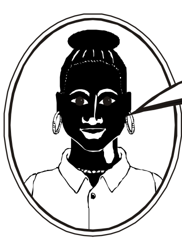
Idade	**Contagem**	**Frequência absoluta (f)**	**Frequência relativa (fr)**	**Frequência relativa (fr) percentual**
13		2	2/23=0,09	9%
14		7	7/23=0,30	30%
15		9	9/23=0,39	39%
16		3	3/23=0,13	13%
17		2	2/23=0,09	9%
totais		n=23	23/23=1,00	100%

8. a), **b), d)**

a) A turma tem 23 alunos.

b) A maioria dos alunos têm 15anos.

d) Apenas dois alunos são mais novos.



Caro aluno, de certeza que conseguiu resolver todos exercícios. Acertou em todos? Se sim está de parabéns!
Se não conseguiu acertar em pelo menos dois exercícios volte a rever esta lição ou procure estudar com um colega.
Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.